

**cogito**

iancu **lucica**  
dumitru **gheorghiu**  
roman **chirilă**

# **ex falso quodlibet**

---

**studii de logică  
paraconsistentă**

**cogito**

coordonatori:

iancu **lucica**  
dumitru **gheorghiu**  
roman **chirilă**

---

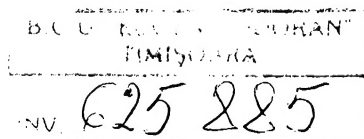
# ex falso quodlibet

---

## studii $\&$ logică paraconsistentă

cuvânt înainte  
graham **priest**

studiu introductiv  
iancu **lucica**



BIBLIOTECA CENTRALĂ  
UNIVERSITARĂ  
TIMIȘOARA



02214535



---

București, 2004



**Copyright © 2004, S.C. Editura TEHNICĂ S.A.**  
Toate drepturile asupra acestei ediții sunt rezervate editurii.

**Adresă: S.C. Editura TEHNICĂ S.A.**  
*Str. Olari, nr. 23, sector 2*  
*cod 024056*  
*București, România*

**www.tehnica.ro**

coordonatorul colecției iancu**lucica**  
catedra de filosofie  
universitatea de vest din timișoara

**coperta colecției florianabălan**

coordonator editorial  
adina**ionescu**

coordonator tehnic  
floringe**alapu**

layout & pre-press  
cătălin**amăgureanu**

procesare pc  
marian**agheorghită**

asistent copyright  
ioan**avasilescu**

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**  
**Ex falso quodlibet: studii de logică paraconsistentă /**  
coord.: Iancu Lucica, Dumitru Gheorghiu, Roman Chirilă;  
cuv. înainte.: Priest Graham; studiu introd.: Iancu Lucica-  
București: Editura Tehnică, 2004  
Bibliogr.  
ISBN 973-31-2209-2

I. Lucica, Iancu (coord.; pref.)  
II. Gheorghiu, Dumitru (coord.)  
III. Chirilă, Roman (coord.)  
IV. Graham, Priest (pref.)



## Cuvânt înainte<sup>1</sup>

*Este o mare plăcere pentru mine să scriu acest cuvânt înainte la volumul **Ex Falso Quodlibet**, prima carte de logică paraconsistentă publicată în România. Subiectul acestei cărți datează din anii '60-'70, deci se poate spune că are o oarecare istorie. Pe vremea aceea era un subiect minor, cu totul neortodox și ușor luat în derâdere. Astăzi, logica paraconsistentă este o disciplină bine conturată, cu propriul său cod în clasificarea AMS (American Mathematical Subjects), prezentă în mai toate enciclopediile, inclusiv Enciclopedia de Filosofie Routledge.*

*Protagoniștii paraconsistenței – în perioada modernă, cel puțin – au fost animați de ideea că există contexte în care suntem nevoiți să operăm cu informații, date și chiar cu teorii inconsistente. În mod clar, folosirea unui aparat inferențial în care o contradicție implică orice nu are nici un sens într-un asemenea context. Principiul inferențial  $\{A, \neg A\} \vdash B$  (Ex Falso Quodlibet, numit adeseori și Explozie) este valid în logica ortodoxă a timpurilor noastre și era la fel de valid în anii '60-'70, numai că, dacă am vrea să luăm în serios posibilitatea operării într-un context inconsistent, atunci va trebui să operăm cu o logică în care principiul exploziei nu are loc.*

*Termenul „paraconsistență” a fost creat de Miró Quesada și a fost propus cu ocazia celui de al treilea simpozion latino-american de logică matematică din 1976. În limba engleză prefixul para are multe semnificații. Din câte mi-a spus Newton da Costa, sensul pe care l-a avut Quesada în vedere a fost cel de cvasi, ca în cuvintele „paramedic” sau „paramilitar”, deci „paraconsistență” ar însemna ceva de genul „asemenea consistenței”. În ceea ce mă privește, am presupus mereu că „para” din „paraconsistență” înseamnă „dincolo de”, ca în „paranormal”, de pildă, sau în „paradox” (dincolo de opinie). Citind astfel, „paraconsistent” ar*

---

<sup>1</sup> Traducere din limba engleză de Iancu Lucica.(N.T.)

însemna „dincolo de consistență” și trebuie să mărturisesc că, personal, încă mai prefer această înțelegere a termenului.

Deși logica paraconsistentă a debutat fără un interes prea mare, ea s-a bucurat întotdeauna de o largă răspândire geografică. Cam la douăzeci de ani după al doilea război mondial, ea a fost descoperită în mod independent de oameni din continente diferite, dovada clară că era o idee căreia îi venise timpul. De la început, însă, trebuie spus că există mai multe logici paraconsistente și că de cele mai multe ori unul și același autor produce diferite astfel de logici.

Prima logică formală care a fost în mod special construită cu un ochi la inconsistență i se datorează logicianului polonez Stanislaw Jaśkowski în 1948<sup>2</sup>. Prin 1960, Newton da Costa a scris o teză de doctorat pe acest subiect în Brazilia, la fel Florenço Asenjo în Argentina. Foarte repede da Costa a format un grup de cercetători care au început investigarea unor teorii inconsistente cum ar fi diferitele versiuni ale teoriei mulțimilor. Curând, ei vor descoperi și lucrarea lui Jaśkowski, iar acest fapt a stimulat foarte mult cercetările de logică paraconsistentă din Polonia.

Tot cam în acest timp, Alan Anderson, Nuel Belnap și studenții lor de la Pittsburg au pus bazele logicii relevanței în Statele Unite. Logica relevanței se ocupă mai mult de comportamentul condiționalului decât de explozie, ca atare, însă raporturile cu aceasta sunt foarte strânse. De îndată ce a fost dezvoltată semantica lumilor posibile pentru logicile relevanței, acestea și-au ocupat locul lor în marea familie a logicilor paraconsistente. Această semantică a fost inventată la începutul anilor '70 de către Richard Routley (mai târziu, Sylvan), Val Routley (mai târziu, Plumwood) și Bob Meyer (un fost student al lui Anderson și Belnap). În jurul lor s-a adunat, la Canberra, un mare număr de studenți și cercetători, dând astfel naștere școlii australiene de logică paraconsistentă.

În tot acest timp, mai mulți autori au studiat paraconsistența în diferite țări ale lumii, de pildă, Diderik Batens în Belgia a dezvoltat o promițătoare noțiune de logică paraconsistentă adaptativă, sau logicienii canadieni Peter Schotch și Ray Jennings care au dezvoltat așa-numita logică paraconsistentă preservaționistă.

Implicarea mea în acest subiect datează cam de la începutul anilor șaptezeci când reflectând asupra Teoremei lui Gödel mi-am dat seama că trebuie să putem da un sens raționării în contextul unei aritmetici inconsistente. În 1976, când am plecat la Canberra, în Australia, la prima conferință organizată de Asociația Australiană de Logică am luat cu mine și primul meu studiu pe această temă – Logica paradoxului – pe care l-am citit cu această ocazie. După discuții

---

<sup>2</sup> Pentru detalii tehnice și istorice privind logica paraconsistentă, vezi G. Priest, *Paraconsistent Logic*, pp. 287–393, vol. 6 din D. Gabbay și F. Guenthtner (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, ediția a doua, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002.

m-am întâlnit pe coridor cu Richard Routley care mi-a vorbit despre preocupările lui și despre paraconsistența din diferitele părți ale lumii. Am fost foarte bucuros să aflu că nu sunt singur în nebulia mea.

Acesta a fost punctul de plecare al unei strânse și fructuoase prietenii dintre mine și Richard care a durat până la sfârșitul lui trist și prematur din 1996.

Unul dintre primele lucruri pe care noi ni l-am propus a fost să adunăm și să edităm o culegere de studii despre logica paraconsistență.<sup>3</sup> Am cerut lucrări de la toți autorii despre care știam că lucrează în domeniu, însă, pentru că subiectul era foarte nou, am scris introduceri substanțiale pentru fiecare secțiune a lucrării. Câteva dintre aceste eseuri sunt traduse acum în limba română și apar pentru prima dată în această culegere.

Într-un fel, cartea nu a fost tocmai fericită. Deși manuscrisul a fost trimis spre publicare în 1982, cartea nu a apărut până în 1989, când a costat 200\$, o sumă enormă pentru acea dată. Așa se explică, de ce cartea nu și-a acoperit niciodată costurile, realizându-și, cred eu, funcțiile doar printre cognoscenti. Ea dă comunității din domeniul logicilor paraconsistente o identitate servind, totodată, ca reper pentru cercetările viitoare.

Când am scris împreună cu Richard eseurile introductive ale cărții am constatat că trebuie să deosebim între paraconsistență, așa cum a fost ea definită mai sus, și concepția potrivit căreia unele teorii inconsistente pot, în mod actual, să fie adevărate. Acesta este, desigur, un punct de vedere mult prea puternic – se poate spune că teoriile inconsistente sunt utile, că sunt bune aproximări ale adevărului sau că ar avea alte virtuți, dar nu că sunt actual adevărate. În acea perioadă termenul „paraconsistență” era folosit pentru a descrie ambele situații, o sursă de confuzii ce încă mai persistă prin unele locuri. Richard a numit această concepție tare asupra inconsistenței „dialectică” în virtutea legăturilor ei cu ideile lui Hegel și Marx. Însă, deși numele are o justificare, el comportă o încărcătură mult prea teoretică astfel că trebuia găsită o altă denumire. Am fost blocați de găsirea acestui nume și a trebuit să consultăm dicționarele de greacă, latină, ebraică, galică, ... din Biblioteca Universității Naționale Australiene. Dar termenul potrivit tot nu a fost găsit. În final, ne-am văzut nevoiți să producem neologismul „dialetheism” pentru a desemna concepția tare, o „dialetheia” (etimologic, „două căi ale adevărului”) fiind o contradicție adevărată. Termenul a fost inspirat din Remarks on the Foundations of Mathematics în care Wittgenstein leagă enunțul mincinosului de o figură a lui Ianus având ca fețe adevărul și falsul. Cuvântul nu este atractiv în mod particular, iar noi am uitat să ne punem de acord asupra modului în care se scrie el (Richard obișnuia să scrie „dialethism”) și, de bine, de

---

<sup>3</sup> G. Priest, R. Routley și J. Norman (eds.), *Paraconsistent Logic: Essays on the Inconsistent*, Munich: Philosophia Verlag, 1989.

rău, concepția a ajuns să fie cunoscută sub acest nume. La acea dată dialetheismul era atribuit, în general, logicienilor australieni din domeniul paraconsistenței, în special lui Richard și mie. El tinde să fie privit ca o formă mai insolentă a paraconsistenței chiar și de către unii dintre logicienii paraconsistenței. Este o concepție pe care eu, cel puțin, am apărut-o ulterior și am dezvoltat-o în mai multe privințe.<sup>4</sup>

În ciuda rezistenței intelectuale compacte pe care paraconsistența a întâlnit-o în primele ei zile, merită să ne amintim cum s-ar putea exemplifica explozia în domeniul logicii formale, mai ales în tradiția ei vestică. În singurul mod în care are sens înțelegerea ei, silogistica aristotelică este paraconsistentă. Aceasta pentru că inferența

*Unii oameni sunt animale*

*Nici un animal nu este om*

*Toți oamenii sunt oameni*

*nu este validă din punct de vedere silogistic.*

Principiul exploziei intră pentru prima dată în scenă în secolul al XII-lea prin scrierile unui grup de logicieni din Paris și va stârni animozități până prin secolul al XVI-lea, după care logica medievală îl va uita complet. Este un principiu extrem de neintuitiv și cel puțin unul dintre fondatorii logicii moderne, Bertrand Russell, era conștient de el. În orice caz, acceptarea unanimă a acestui principiu în logica contemporană s-a produs în secolul al XX-lea, rezultând din perfecționarea aparatului logic creat de Russell și Frege.

În ceea ce privește dialetheismul, situația este complet diferită. Cu toate că, în mod cert, au existat dialetheiști înaintea lui Aristotel, criticile aspre pe care el le-a făcut acestei idei au dus la acceptarea aproape unanimă a legii noncontradicției în filosofia vestică. Până în timpurile recente doar puțini filosofi, în primul rând Hegel și urmașii lui, s-au împotrivit istoriei.

Poate că rădăcinile istorice nu foarte adânci ale principiului exploziei ar putea explica de ce multe din prejudiciile logicii paraconsistente aproape că au dispărut astăzi. Într-adevăr, în unele domenii cum este știința computerelor, de exemplu, paraconsistența este o idee comună. Și chiar unii logicieni filosofi, care tind să fie mai conservatori decât verișorii lor computaționali, sunt pregătiți să alăture logica paraconsistentă intuiționismului, polivalenței sau altor logici „neclasice“, din punct de vedere al interesului lor intelectual. Însă, dialetheismul continuă să fie un subiect diferit. Dar chiar și aici, mulți filosofi sunt pregătiți să

---

<sup>4</sup> În special în *In Contradictio* (Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1987) și *Beyond the Limits of Thought* (Cambridge: Cambridge University Press, 1995; ediția a doua revăzută, Oxford: Oxford University Press, 2002).

între în discuție fără a mai scrie că este prea absurd pentru a fi în mod serios luat în considerare.

Faptul că informațiile dintr-o bază de date (inclusiv mintea umană) sunt adeseori inconsistente – și nu într-o manieră algoritmic detectabilă – explică statutul paraconsistenței în știința computerelor unde se operează inclusiv cu astfel de date. Însă, posibilitățile de aplicare ale logicii paraconsistente sunt mult mai mari, ele ajung oriunde inconsistența devine un fapt de viață. Astfel de fapte sunt legile juridice, diferitele teorii din istoria științei (teoria atomică a lui Bohr), din matematică etc. Dezvoltarea unui domeniu complet nou al matematicilor inconsistente trebuie plasată tot aici<sup>5</sup>.

Poate că aplicațiile cele mai interesante filosofic, și mai controversate, ale paraconsistenței aparțin domeniilor care justifică dialetheismul. Un astfel de domeniu este cel al paradoxurilor autoreferinței în care modul cel mai natural și mai atractiv de a vedea lucrurile este cel în care se consideră că argumentul paradoxal – cel puțin unul care a trecut peste horror contradictionis – stabilește adevărul unor concluzii contradictorii. Sunt mai multe astfel de domenii. Ele includ analiza vaguității, în particular, zonele de graniță, analiza stărilor de schimbare și mișcare, a conceptelor cu criterii supradeterminate de aplicare, precum și a întregului domeniu al limitelor gândirii. Dialetheismul poate fi întâlnit astăzi în toate aceste domenii.

Lucrările din prezenta colecție examinează îndeaproape multe din aceste probleme. Unele, cum sunt studiile introductive din Paraconsistent Logic, sunt lucrări mai vechi traduse acum pentru prima dată în limba română. Altele sunt noi și aparțin unor figuri emblematice ale domeniului cum este Newton da Costa, iar câteva aparțin unor noi generații de logicieni și filosofi pregătiți să preia problemele paraconsistenței și a aplicațiilor ei, inclusiv problema dialetheismului. Culegerea oferă o excelentă imagine asupra subiectului, atât asupra trecutului, cât și asupra prezentului său, dând cititorului român posibilitatea de a se informa asupra lui în propria sa limbă.

Cred că Iancu Lucica și toți cei care au lucrat la acest proiect scriind, traducând sau editând merită laudați pentru munca lor deloc ușoară și sper că volumul va răsplăti pe deplin eforturile lor.

**Graham PRIEST**

Melbourne,  
Aprilie, 2003

---

<sup>5</sup> vezi C. Mortensen, *Inconsistent Mathematics*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1995.

*Conștiința obișnuită consideră lucrurile deosebite ca fiind indifferente unul față de celălalt. Se spune astfel: sunt un om și în jurul meu este aer, apă, sunt animale și alte lucruri în genere. Totul cade aici unul în afara altuia. Scopul filosofiei este, dimpotrivă, să îndepărteze indiferența și să recunoască necesitatea lucrurilor; astfel încât unul apare ca stând în fața propriului său altul. Astfel, de pildă, natura anorganică nu trebuie să fie socotită numai ca altceva decât organicul, ci ca altul necesar al acestuia. Amândouă sunt într-o relație esențială una față de alta și una din ele există numai întrucât exclude din sine pe cealaltă și chiar prin aceasta se raportează la ea.*

**Hegel**

# **N**otă asupra ediției

*Lucrarea de față reprezintă o sinteză asupra logicii paraconsistente, fiind prima încercare de acest gen din peisajul editorial românesc.*

*Lucrarea cuprinde texte din diferite faze și etape ale dezvoltării istorice a logicii paraconsistente, fără a omite controversele care se poartă astăzi în jurul acestui subiect – adevărate modele de dezbateri polemică pe marginea unei idei științifice.*

*Cu puține excepții, autorii au avut libertatea de a propune cele mai reprezentative contribuții personale, lucrarea devenind, astfel, un titlu de referință pentru subiectul abordat.*

*Coordonatorii acestei lucrări își exprimă întreaga lor gratitudine tuturor celor care au contribuit la realizarea acestui volum, începând cu profesorul Newton da Costa, fondatorul logicii paraconsistente. Oamenii mari au un fel al lor de a-ți ieși în întâmpinare pe care profesorul Newton da Costa l-a ilustrat cu o regală modestie și o delicată eleganță. Același lucru se poate spune și despre profesorul Graham Priest, inițiatorul dialetheismului logic.*

*Generozitatea cu care toți autorii cuprinși în paginile volumului de față au răspuns inițiativei noastre demonstrează că, în ciuda distanțelor care ne separă, putem rămâne uniți în cultivarea idealurilor noastre de cunoaștere.*

**Iancu Lucica  
Dumitru Gheorghiu  
Roman Chirilă**



## La realizarea prezentei ediții au fost utilizate următoarele materiale:

- Newton C. A. da Costa, O. Bueno, *Paraconsistency: Towards A Tentative Interpretation*, *Theoria*, vol. 16, nr. 40, 2001.
- G. Priest, R. Routley, *Systems of Paraconsistent Logic*, **Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent**, G. Priest, R. Routley, J. Norman (eds.), Philosophia Verlag, München, 1989.
- D. Gabbay și Ph. Smets (eds.), *Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainty Management Systems*, vol. 2, Ph. Besnaid și A. Hunter, **Reasoning with Actual and Potential Contradictions**, p. 11, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, 1998.
- W. A. Carnielli, *How to build your own paraconsistent logic: an introduction to the Logics of Formal (In)Consistency*, Brazil, Unicamp, **WoPaLo-Workshop on Paraconsistent Logic la European Summer School in Logic, Language and Information**, Trento, Italia, 2002, **CLE e-Prints Vol. 2(7), 2002 (Section Logic)**, [http://www.cle.unicamp.br/e-prints/abstract\\_16.html](http://www.cle.unicamp.br/e-prints/abstract_16.html).
- J.-Y. Béziau, *The future of paraconsistent logic*, **Logical Studies Online Journal**, 2, 1999.
- L. Peña, *Graham Priest's „Dialetheism“ – Is It Altogether True?*, **Sorites** 7, 1996.
- H. B. Slater, *Paraconsistent Logics?*, **Journal of Philosophical Logic**, 24, 1995.
- H. B. Slater, *Dialetheias are Mental Confusions*, al III-lea Congres Mondial de Paraconsistență, Toulouse, Franța, 2003.
- J.-Y. Béziau, *Paraconsistent logic! (A reply to Slater)*, **Sorites** 15, 2003.
- G. Priest, R. Routley, *The Philosophical Significance and Inevitability of Paraconsistency*, **Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent**, G. Priest, R. Routley, J. Norman (eds.), München, Philosophia Verlag GmbH, 1989.
- F. M. Quesada, *Paraconsistent Logic: Some Philosophical Problems*, **Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent**, G. Priest, R. Routley, J. Norman, Philosophia Verlag, München, 1989.
- W. A. Carnielli și J. Marcos, *A Taxonomy of C-systems* ◦◦, W. A. Carnielli, M. E. Coniglio și I.M.L. D'Ottaviano (editori), **Paraconsistency: The Logical Way to the Inconsistent – Proceedings of WCP'2000**, Marcel Dekker, New York, 2002; W. A. Carnielli, *Possible-translations Semantics for Paraconsistent Logics*, D. Batens, C. Mortensen, G. Priest și J.-P. van Bendegem (eds.), **Frontiers in Paraconsistent Logic: Proceedings of the I World Congress on Paraconsistency**, Ghent, 1998; W. A. Carnielli și J. Marcos, *Limits for paraconsistent calculi*, **Notre Dame Journal of Formal Logic**, 40(3), 1999.
- G. Priest, *Reductio ad Absurdum et Modus Tollendo Ponens*, **Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent**, G. Priest, R. Routley, J. Norman (eds.), Philosophia Verlag GmbH, München, 1989.
- G. Priest, R. Routley, *Applications of Paraconsistent Logic*, **Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent**, G. Priest, R. Routley, J. Norman (eds.), München, Philosophia Verlag GmbH, 1989.
- Newton C. A. da Costa, D. Krause, *Complementarity and Paraconsistency*, **Filosofia**, nr. 56, ano VII, 2002.
- Newton C. A. da Costa, D. Krause, *Remarks on The Applications of Paraconsistent Logic To Physics*, **Filosofia**, VIII, nr. 62, 2003.
- I. Lucica, *Logica și filosofia contradicției. Incursiune în problematica paraconsistenței. Studiu introductiv*.
- D. Gheorghiu, *Intuiționism, paraconsistență, contrarietate și subcontrarietate*.
- I. Biriș, *Paraconsistența și limitele gândirii*.
- R. Chirilă, *Identitate și complementaritate. Câteva observații logice*.
- I. Lucica, *Logica conceptelor paraconsistente*.



|  |   |
|--|---|
| <i>Cuvânt înainte (Graham PRIEST)</i>  | V |
| <b>Logica și filosofia contradicției. Incursiune în problematica paraconsistenței.</b> |   |
| <i>Studiu introductiv (Iancu LUCICA)</i>   | 1 |

– I –

**ÎNTÂLNIREA CU CONTRADICȚIA  
LOGICILE PARACONSISTENȚEI**

|  |     |
|--|-----|
| <b>Paraconsistența: către o posibilă interpretare</b>  |     |
| <i>(Newton C.A. da COSTA, Otávio BUENO)</i>  | 41  |
| <b>Sistemele logicii paraconsistente (Graham PRIEST, Richard ROUTLEY)</b>  | 67  |
| <b>Logici paraconsistente (Anthony HUNTER)</b>   | 103 |
| <b>Cum îți construiești propria logică paraconsistentă. O introducere în logicile (in)consistenței formale (Walter A. CARNIELLI)</b> | 134 |
| <b>Viitorul logicii paraconsistente (Jean-Yves BÉZIAU)</b>   | 159 |

– II –

**ARGUMENTE PRO ȘI CONTRA  
CONTROVERSELE PARACONSISTENȚEI**

|   |     |
|---|-----|
| <b>Dialetheismul lui Graham Priest este întru totul adevărat? (Lorenzo PEÑA)</b>            | 183 |
| <b>Logici paraconsistente? (Hartley B. SLATER)</b>  | 214 |
| <b>Dialetheile sunt confuzii mentale (Hartley B. SLATER)</b>                                | 218 |
| <b>Logici paraconsistente! (Răspuns lui Slater) (Jean-Yves BÉZIAU)</b>                      | 228 |
| <b>Intuiționism, paraconsistență, contrarietate și subcontrarietate (Dumitru GHEORGHIU)</b> | 239 |

## - III -

CONTRADICȚII ACTUALE ȘI POTENȚIALE  
FILOSOFIA PARACONSISTENȚEI

|   |     |
|---|-----|
| Semnificația filosofică și inevitabilitatea paraconsistenței<br>( <i>Graham PRIEST, Richard ROUTLEY</i> ) | 267 |
| Logica paraconsistentă: câteva probleme filosofice ( <i>Francesco Miró QUESADA</i> )                      | 326 |
| (In)consistența, contradictorialitatea și paraconsistența ( <i>Walter A. CARNIELLI</i> )                  | 349 |
| <i>Reductio ad absurdum et modus tollendo ponens</i> ( <i>Graham PRIEST</i> )                             | 391 |
| Paraconsistența și limitele gândirii ( <i>Ioan BIRIȘ</i> )  | 407 |

## - IV -

FERTILITATEA UNEI CONTRADICȚII  
APLICAȚII ALE LOGICII PARACONSISTENTE

|   |     |
|---|-----|
| Aplicații ale logicii paraconsistente ( <i>Graham PRIEST, Richard ROUTLEY</i> )                                   | 421 |
| Complementaritate și paraconsistență ( <i>Newton C.A. da COSTA, Décio KRAUSE</i> )                                | 449 |
| Observații asupra aplicațiilor logicii paraconsistente în fizică<br>( <i>Newton C.A. da COSTA, Décio KRAUSE</i> ) | 463 |
| Identitate și complementaritate. Câteva observații logice<br>( <i>Roman CHIRILĂ</i> )                             | 482 |
| Logica conceptelor paraconsistente ( <i>Iancu LUCICA</i> )  | 503 |



# Logica și filosofia contradicției. Incursiune în problematica paraconsistenței.

## Studiu introductiv

Iancu LUCICA

### I.

Cercetările din domeniul paraconsistenței au o istorie relativ recentă, ele au debutat acum treizeci și ceva de ani în spațiul cultural latino-american de unde au iradiat, apoi, în toate direcțiile. Inițiatorul acestor cercetări este brazilianul Newton da Costa însă termenul *paraconsistență* îi aparține peruvianului Miró Quesada. Oficializarea lui s-a produs în 1976, cu ocazia celui de al treilea simpozion latino-american de logică matematică de la Campinas, Brazilia.

Întâmpinată cu unele rezerve la început, ideea paraconsistenței s-a impus destul de rapid, cunoscând în ultimii ani o dezvoltare de-a dreptul explozivă. Se vorbește astăzi despre o adevărată mișcare *para*, o mișcare pe care o putem încadra într-un soi de *postmodernism logic* consonant cu postmodernismul filosofic actual, însă altceva, totuși, decât acesta.

O primă sinteză asupra logicii paraconsistente a apărut în 1989 la *Philosophia Verlag* din München sub coordonarea lui Richard Routley, Graham Priest și Jean Norman. Cartea se intitulează *Paraconsistent Logic. Essays on The Inconsistent*, are peste șapte sute de pagini și conține douăzeci și trei de studii semnate de câțiva autori binecunoscuți astăzi pentru contribuțiile lor în domeniu. Cinci din aceste studii apar în volumul de față pentru prima dată în traducere românească.

O sinteză de dată mai recentă care ne arată în ce direcție au evoluat lucrurile și unde s-a ajuns în prezent, a apărut la Kluwer, în 1998, sub coordonarea lui Philippe Besnard și Anthony Hunter. Este vorba despre cel de al doilea volum din *Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainty Management Systems* (eds. D. Gabbay și Ph. Smeth) sugestiv intitulat *Reasoning with Actual and Potential Contradictions*. În acest volum a fost tradus studiul lui A. Hunter, *Paraconsistent Logic*.

În ciuda faptului că are o istorie atât de recentă, logica paraconsistentă și-a găsit deja numeroase aplicații. O teorie logică, spunea undeva N. da Costa, se justifică nu atât prin controversile filosofice pe care le angajează, cât prin aplicațiile pe care le generează. Or, trebuie spus că aplicațiile logicii paraconsistente cuprind astăzi cele mai variate domenii, de la controlul traficului aerian și feroviar până la cercetările din domeniul roboticii și inteligenței artificiale. Foarte importante sunt și aplicațiile ei cu caracter teoretic în domenii precum matematica, fizica, biologia și, bineînțeles, filosofia (numărul 125/2000 al revistei *Synthese*, număr omagial „da Costa“, este destinat în întregime acestor aplicații).

## II.

Privind retrospectiv, logica paraconsistentă ne apare ca o reacție întârziată la criza din fundamentele logicii și matematicii declanșată la începutul secolului al XX-lea de apariția paradoxurilor (antinomiilor). Simplu spus, paradoxurile sunt contradicții formale deduse prin mijloace de raționament considerate, în general, valabile și neproblematic. Ele pot fi circumscrise unor teorii anume (de referință este teoria intuitivă a mulțimilor) sau pot fi libere de orice sistematizare teoretică.

Reacția unanimă a cercetătorilor angajați în rezolvarea paradoxurilor a fost una de respingere, știut fiind că o teorie în care se poate dezvolta o contradicție este o teorie în care se poate demonstra, practic, orice. Asemenea teorii sunt apreciate astăzi ca *triviale* (Gr. Priest spune „explozive“), ele își pierd capacitatea de a mai distinge între adevăr și fals.

Problema era cunoscută, se pare, din antichitate, însă a redevenit subiect de discuție în logica medievală începând cu Pseudo Scotus (logician englez din secolul al XIII-lea), căruia i se atribuie principiul *ex falso quodlibet sequitur* (în traducere: *din fals rezultă orice*). Discuția se poartă în capitolul despre consecințe (*consequentiae*), capitol pe care îl regăsim în mai toate tratatele de logică medievală.

Ca și predecesorii săi, Pseudo Scotus distinge între consecința formală și cea materială, însă ambele concepte sunt divizate de el în mai multe subspecii – consecință formală cu antecedent ipotetic, consecință materială bună în mod simplu, consecință materială bună în prezent etc. Principiul *ex falso* este enunțat sub forma unor teze despre proprietățile acestor consecințe, teze care anticipează proprietățile implicației de mai târziu:

- (1) Din orice propoziție care implică o contradicție urmează orice altă propoziție prin consecință formală.
- (2) Din orice propoziție imposibilă urmează orice altă propoziție prin consecință materială bună în chip simplu.

- (3) Din orice propoziție urmează o propoziție necesară prin consecință simplă.
- (4) Din orice propoziție falsă urmează orice altă propoziție prin consecință materială bună în prezent.
- (5) Orice propoziție adevărată urmează din orice altă propoziție prin consecință materială bună în prezent<sup>1</sup>.

În logica medievală aceste teze erau ilustrate cu propoziții de genul: *Socrates est et Socrates non est (contradictio formalis)*, igitur *Homo est asinus*. Sau: *Socrates est et Socrates non est, igitur baculus stat in angulo* etc. Pentru că aici este vorba de falsul unei contradicții, principiul *ex falso* mai poate fi uneori întâlnit și în forma *ex contradictione quodlibet sequitur* (din contradicție urmează orice).

În limbajul logicii actuale problema se pune mult mai simplu. Presupunând că într-o teorie **T** s-a demonstrat contradicția „ $P$  și  $\bar{P}$ “, mai departe putem raționa după cum urmează:

Din „ $P$  și  $\bar{P}$ “ se deduc atât „ $P$ “, cât și „ $\bar{P}$ “.

Din „ $P$ “ se deduce „ $P$  sau  $Q$ “,

Din „ $P$  sau  $Q$ “ și „ $\bar{P}$ “ se deduce „ $Q$ “.

Dar  $Q$  este o propoziție oarecare, de unde rezultă că nu există propoziții corect constituite în limbajul lui **T** care să nu se poată deduce în **T**. Pentru un calcul (sistem) logic acest lucru este hotărâtor:

Dacă în calcul există formule deductibile de genul  $\mathfrak{A}$  și  $\bar{\mathfrak{A}}$ , spune P. S. Novicov, atunci un asemenea calcul este denumit contradictoriu. Asemenea calcule nu prezintă nici o valoare. Toate sistemele logice, cât de cât importante, sunt astfel construite încât atunci când unul dintre ele ar deveni contradictoriu, ar însemna că în el sunt deductibile toate formulele și, de aceea, astfel de sisteme nu pot reflecta deosebirea dintre adevăr și fals<sup>2</sup>.

Necontradicția a fost ridicată, încă din antichitate, la rang de principiu în logică, iar pentru Aristotel el este principiul suprem – un „principiu al principiilor“ sau „cel mai sigur dintre principii“ cum se exprimă Aristotel. Logica modernă nu va uzurpa această demnitate a principiului cu toate că aici condiția necontradicției se pune în termenii consistenței logice.

În mod obișnuit, „consistența“ înseamnă „necontradicție“ (un sistem  $S$  este consistent logic dacă în el nu se poate deduce o propoziție împreună cu negația ei, o contradicție, cu alte cuvinte). Totuși, unele deosebiri pot să apară între cele două concepte, mai ales în privința negației.

Necontradicția presupune obligatoriu negația în timp ce consistența nu, sau nu întotdeauna, ea se poate defini și în acele sisteme care nu conțin semnul negației (așa-numitele „logici pozitive“).

<sup>1</sup> Kneale, W. și M. – *Dezvoltarea logicii*, vol. I, p. 302.

<sup>2</sup> Novicov, P. S. – *Elemente de logică matematică*, p. 104.

Având în vedere că tema cărții de față este o anumite specie de inconsistență și că inconsistența se definește prin raportare la consistență, consider oportun să trec în revistă câteva dintre definițiile mai importante care se dau astăzi conceptului de consistență logică.

(1) **Consistența în sensul lui Hilbert** (se mai spune și *consistență în sens absolut*). Un sistem  $S$  este consistent în sens Hilbert dacă în el nu se poate deduce orice, dacă există cel puțin o expresie care nu este teză (teoremă) a sistemului (observăm că prin cerința formulată de definiție este vizat chiar principiul *ex falso*).

Să presupunem că în sistem nu poate fi dedusă expresia  $A$ . Cum există o mulțime potențial infinită de expresii echivalente cu  $A$ , rezultă că nu doar o expresie nu poate fi dedusă în  $S$ , ci o infinitate de asemenea expresii. Dacă admitem, însă, că numai din contradicție se poate deduce orice, atunci consistența de tip Hilbert și necontradicția vor însemna, practic, același lucru.

(2) **Consistența relativă la o operație**. Să presupunem că în sintaxa lui  $S$  figurează și simbolul unei operații monare,  $\eta$ . Spunem atunci că  $S$  este consistent relativ la  $\eta$  dacă în sistem nu pot fi obținute expresiile  $A$  și  $\eta(A)$ . Dacă prin interpretare  $\eta$  devine negație, atunci consistența înseamnă, iarăși, necontradicție. În acest caz, contradicția ne apare ca un concept semantic, în timp ce consistența este unul sintactic.

(3) **Consistența în sensul lui Post**. Presupunând că sistemul  $S$  conține acele simboluri pe care în mod obișnuit le numim variabile propoziționale,  $S$  este consistent în sens Post dacă o asemenea variabilă nu poate fi dedusă ca teoremă. Ideea este că variabilele pot fi înlocuite cu expresii adevărate sau false și atunci ar însemna că sistemul permite și deducerea a ceva fals. De pildă, în sistemul lui Church nu se deduce constanta  $f$  (corespunzătoare falsului) care poate fi și valoarea unei variabile. Prin urmare, sistemul este consistent și în sens Post.

(4) **Consistența în sens Gödel** sau  $\omega$ -consistența. Acest concept de consistență este ceva mai special, el vizează contradicția paradoxală, mai exact, contradicția conținută de paradoxul mincinosului. Un sistem logic este consistent în sens Gödel (sau  $\omega$ -consistent) dacă în sistem nu poate fi dedusă negația unei scheme generale, să zicem,  $(x)F(x)$ , și propozițiile individuale  $F(a)$ ,  $F(b)$  ... Conform teoremei lui Gödel de incompletitudine, un sistem logico-matematic de tipul *Principia Mathematica* nu poate fi consistent (în sensul de  $\omega$ -consistent) și complet în același timp; consistența și completitudinea în cazul de față se exclud reciproc, sunt concepte contrare.

(5) **Consistența semantică**. Definițiile date până acum consistenței sunt definiții sintactice (sau preponderent sintactice), însă consistența poate fi definită și semantic. Spunem că un sistem este consistent din punct de vedere semantic dacă există cel puțin o interpretare pentru care tezele (teoremele) sistemului devin

propoziții adevărate. Interpretarea se definește, de regulă, ca o funcție, iar această funcție împreună cu domeniul de interpretare formează un *model*. Prin urmare,  $S$  este consistent în sens semantic dacă are cel puțin un model.

(6) *Consistența definită prin conceptul de consecință logică*. Această definiție reformulează (sau precizează) consistența în sens Hilbert. Fie  $S$  un sistem formal oarecare și  $L_S$  limbajul lui  $S$ . Dacă  $Cn(S)$  este mulțimea consecințelor lui  $S$ , atunci  $S$  este consistent dacă și numai dacă  $Cn(S)$  este inclusă strict în  $L_S$ :  $Cn(S) \subset L_S$ . Cu alte cuvinte,  $S$  este consistent dacă consecințele deduse în  $S$  reprezintă doar o parte a limbajului lui  $S$ , în caz contrar,  $S$  este inconsistent. Despre un sistem inconsistent de acest fel se spune că este *trivial*. Ca să fie mai clar, triviale sunt doar acele sisteme sau teorii în care orice propoziție construită în limbajul sistemului este teoremă în sistem.

Conceptul de inconsistență trivială a apărut în studiile lui Newton da Costa începând cu 1963, însă hotărâtor a fost studiul său din 1974, *On The Theory Of Inconsistent Formal Systems*:

Despre un sistem formal  $S$  (sau sistem deductiv sau teorie deductivă etc.) se spune că este inconsistent dacă există o formulă  $A$  din  $S$  astfel că atât  $A$ , cât și negația ei,  $\neg A$ , sunt teoreme ale sistemului. În caz contrar  $S$  este consistent. Un sistem deductiv  $S$  este numit *trivial* dacă toate formulele lui sunt teoreme. Dacă există cel puțin o formulă nedemonstrabilă în  $S$ , el este netrivial<sup>3</sup>.

Citit cu atenție, acest pasaj scoate în evidență următorul aspect: consistență=necontradicție însă trivialitatea nu este definită prin raportare la consistența-necontradicție, ci prin raportare la consistența în sens Hilbert. Nu este vorba de o inadvertență, poate cel mult o omisiune, și aceasta pentru că definițiile date consistenței nu sunt neapărat independente, între ele există diferite raporturi logice. De pildă, consistența în sens Hilbert implică consistența în sens Post (variabila este un caz particular de expresie), iar consistența semantică o implică pe cea sintactică. Într-un fel, consistența semantică este mai generală, ea poate caracteriza clasa de expresii (orice sistem deductiv este întâi de toate o clasă) sau numai expresia. În acest ultim caz, consistența se mai numește și *realizabilitate*. În logica propozițiilor, cel puțin, expresiile realizabile și cele valide (tautologice) formează clasa expresiilor consistente, iar contradicțiile și expresiile realizabile formează clasa expresiilor nevalide (sau netautologice; aici clasa tautologiilor este aceeași cu clasa expresiilor logic valide).

Toate teoriile consistente sunt netriviale, însă numai unele dintre teoriile netriviale sunt consistente. O teorie *paraconsistentă* este atunci o teorie inconsistentă, dar netrivială. Acesta este sensul de bază, cel mai general, al termenului „paraconsistență”. Am putea, eventual, încerca unele „adaptări” ale lui având în vedere diferitele definiții date consistenței logice. De vreme ce există o consistență și o inconsistență Gödel, de ce nu ar exista și o paraconsistență în sens Gödel (o  $\omega$ -paraconsistență)?

<sup>3</sup> Newton da Costa, *On The Theory of Inconsistent Formal System*, în *N.D.J.F.L.*, p. 497.



Faptul că există astfel de teorii inconsistente dar netriviiale este prima și cea mai importantă descoperire a logicii paraconsistente.

Exemplul clasic de teorie paraconsistentă este teoria intuitivă a mulțimilor. Fiecare dintre paradoxurile conceptului de mulțime atestă, în felul său, inconsistența teoriei, totuși, teoria nu admite teoreme de genul  $a \in a$ ,  $a \in \emptyset$  sau altele asemenea lor. Deci teoria este inconsistentă fără a fi trivială. Or, conform cu *principiul toleranței* formulat de către da Costa, o teorie este tolerabilă atâta timp cât nu se confruntă cu pericolul trivialității<sup>4</sup>.

Protagonisții paraconsistenței au făcut și o altă observație, nu mai puțin interesantă: în dezvoltarea lor istorică, teoriile științifice trec obligatoriu prin faza inconsistenței, respectiv, paraconsistenței logice și nu odată se întâmplă ca asemenea inconsistențe să persiste chiar și în stadiul deplinei lor maturități. Exemplele cele mai des invocate provin din matematică și fizică (v. studiul lui da Costa despre complementaritate, de exemplu), însă putem găsi exemple edificatoare și în domeniul logicii. În cele ce urmează voi examina trei astfel de exemple.

## Inconsistența teoriei mulțimilor

Unul dintre cele mai simple paradoxuri ale conceptului de mulțime este paradoxul lui Russell. Definim pentru început mulțimea  $C$  (= mulțimea tuturor mulțimilor care nu se conțin pe sine):  $C = \{x: x \notin x\}$ . Din definiție și din schema abstracției obținem:

$$(1) \quad X \in C \equiv X \notin X,$$

din care prin instanțiere obținem contradicția:

$$(2) \quad C \in C \equiv C \notin C.$$

Folosind o logică pur implicativă, H. B. Curry a arătat cum trivializează mulțimea lui Russell teoria generală a mulțimilor. El redefineste pentru început mulțimea  $C$ :

$$(3) \quad C =_{\text{df}} \{x: x \in x \rightarrow p\}.$$

Prin aceeași schemă, din (3) obținem:

$$(4) \quad X \in C \equiv X \in X \rightarrow p,$$

iar pentru cazul particular în care  $X = C$  obținem:

$$(5) \quad C \in C \equiv C \in C \rightarrow p.$$

Întrucât (5) este o implicație reciprocă rezultă

<sup>4</sup> „Din punct de vedere sintactic și semantic, spune N. da Costa, orice teorie este permisibilă atâta vreme cât nu este trivială. Strict vorbind, există în matematică ceea ce este netrivial” (cf. A.I. Arunda, *Aspects of Historical Development of Paraconsistent Logic*, în G. Priest, R. Routley și J. Norman, eds. *Paraconsistent Logic. Essay on The Inconsistent*, p. 104).

$$(6) \quad \dot{C} \in C \rightarrow C \in C \rightarrow p.$$

Din (6) și din  $C \in C$  aplicând de două ori *modus ponens* se obține  $p$ , o propoziție oarecare.

## Inconsistența semanticii standard

Printr-un argument asemănător, Curry a demonstrat inconsistența (chiar trivialitatea) semanticii standard. Argumentul (care este, de fapt, un paradox), pune în discuție schema adevărului la Tarski: „ $A$  este propoziție adevărată dacă și numai dacă  $p$ ” ( $A$  este numele propoziției  $p$ ). Exprimăm această schemă prin formula  $V(A) \equiv p$  în care  $V$  este predicatul „adevărat”.

Fie acum propoziția:

(A) Dacă această propoziție este adevărată atunci este adevărată și o propoziție oarecare  $p$ .

Exprimăm simbolic această propoziție prin

$$(1) \quad A = „V(A) \rightarrow p”.$$

Aplicând schema lui Tarski propoziției (1) obținem:

$$(2) \quad V(A) \equiv [V(A) \rightarrow p]$$

pe care o putem descompune în două implicații:

$$(3) \quad V(A) \rightarrow [V(A) \rightarrow p], \text{ respectiv,}$$

$$(4) \quad [V(A) \rightarrow p] \rightarrow V(A).$$

Din (3) prin regula  $P \rightarrow (P \rightarrow Q) \vdash P \rightarrow Q$  se deduce

$$(5) \quad V(A) \rightarrow p.$$

Din (4) și (5) prin *modus ponens* se deduce

$$(6) \quad V(A).$$

Din (5) și (6) prin *modus ponens* se deduce

$$(7) \quad p \text{ (o propoziție oarecare).}$$

Rezultatul la care am ajuns s-ar putea exprima astfel: dacă este adevărată propoziția (1), atunci orice altă propoziție este adevărată. Propoziția (1) este doar o reformulare a propoziției (A).

Termenul „această propoziție” din propoziția (A) este un termen deschis (sau indexical) ceea ce face ca propoziția (A) să aibă aspectul unei propoziții deschise. Numai că s-ar putea întâmpla ca sintagma „această propoziție” din componenta propoziției (A) să fie chiar numele unei contradicții (ce alt motiv am avea să considerăm pe (A) adevărată?) și atunci paradoxul dispare. Făcând substituția vom obține:

(A') „Dacă  $P \& \bar{P}$  este propoziție adevărată atunci este adevărată și o propoziție oarecare  $p$ “.

Din câte observăm, (A') este chiar principiul *ex falso*.

## Inconsistențe în semantica lumilor posibile

Semantica lumilor posibile are două destinații majore: a) să definească un concept adecvat de validitate pentru sistemele modale de tip Lewis și b) să permită demonstrarea teoremelor de consistență și completitudine pentru aceste sisteme modale. Ambele probleme se rezolvă pozitiv prin așa-numita „semantică a lumilor posibile“ care este o semantică pură (în sensul de semantică neinterpretată sau neaplicată). Când trecem însă de la semantica pură la cea aplicată, conceptul de lume posibilă devine el însuși un concept inconsistent. După cum s-a constatat ulterior, conceptul interpretat de lume posibilă este angajat față de ideea inconsistentă a existenței lucrurilor care nu există. Un concept inconsistent, cu alte cuvinte, stă la baza demonstrațiilor de consistență<sup>5</sup>.

Să recapitulăm. Putem defini paraconsistența în general, la modul neutru (orice teorie inconsistentă dar netrivială este o teorie paraconsistentă), sau putem defini paraconsistența din punct de vedere logic. Distingem în acest caz două sensuri – unul mai larg și unul restrâns. În sens logic larg, o teorie este paraconsistentă dacă este netrivială, dar conține teoreme incompatibile cu teoremele logicii clasice (adăugate acestora se ajunge la contradicții). În sens logic restrâns, o teorie este paraconsistentă dacă poate fi înțeleasă ca fiind logica unei teorii inconsistente dar netriviale.

Aceste idei sunt exprimate pentru prima dată cu claritate în studiul lui da Costa, din 1974 și merită să vedem în ce termeni pune el problema:

Dacă logica subiacentă unui sistem  $S$  este logica clasică (sau logica intuționistă sau alta), atunci sistemul este trivial dacă și numai dacă el este inconsistent. Din această cauză, folosind aceste logici, sistemele inconsistente nu prezintă nici un interes logico-matematic propriu. În mod obișnuit, noi încercăm să schimbăm teoriile inconsistente transformându-le în teorii consistente. Este clar că prin aceste transformări unele dintre trăsăturile caracteristice ale teoriilor inconsistente se păstrează; de exemplu, sistemele formale obișnuite ale teoriei mulțimilor păstrează anumite trăsături ale teoriei intuitive a mulțimilor. Cu toate acestea, sunt cazuri în care ne putem gândi să studiem în mod direct o teorie inconsistentă. De exemplu, o teorie a mulțimilor care conține clasa lui Russell (clasa tuturor claselor care nu se conțin pe sine) sau o teorie a cărui scop este sistematizarea teoriei lui Meinong a obiectelor. La prima vedere, studiul sistemelor inconsistente ar fi la fel de interesant ca studiul geometriilor neeuclidiene: ne-am face o idee mai bună despre natura unor

<sup>5</sup> A. Plantinga, *Natura necesității* (trad. C. Grecu), Editura Trei, București, 1998, cap. VII și VIII.

paradoxuri, am avea o mai bună înțelegere a conexiunilor dintre diferitele principii logice etc. Dar dacă vrem acest lucru, atunci trebuie să construim un nou tip de logică. După cum am spus și mai sus, fără să folosim o asemenea logică, sistemele inconsistente își pierd importanța lor logico-matematică<sup>6</sup>.

Subliniez următoarele trei idei care apar în acest pasaj și care sunt hotărâtoare pentru înțelegerea conceptului de paraconsistență în viziunea lui da Costa:

(1) O teorie *T*, indiferent de domeniul ei, are o structură logică pe care o vom numi „logica lui *T*“. Aceasta poate fi logica clasică, logica intuționistă sau un alt sistem logic, de la caz la caz. Pentru o teorie care nu are o organizare logică riguroasă voi folosi denumirea de *infrateorie*.

(2) Teoriile pot fi consistente sau inconsistente. Dacă teoria este inconsistentă, iar logica ei este logica clasică sau logica intuționistă sau alta, atunci teoria este trivială și nu prezintă interes științific. În astfel de cazuri teoriile sunt corectate în vederea transformării lor în teorii consistente, iar noile teorii prezintă multe caracteristici în comun cu teoriile din care provin.

(3) Pentru ca teoriile inconsistente să-și păstreze interesul, ele trebuie să aibă o logică specifică, alta decât logica clasică, intuționistă etc., iar scopul declarat al lui da Costa este să construiască astfel de logici (sisteme formale) specifice teoriilor inconsistente dar netriviale.

Pentru matematicianul Newton da Costa logica este știința sistemelor formale și a interpretărilor semantice corespunzătoare acestora, ceea ce, după părerea mea, reprezintă punctul tare al concepției lui, dar și punctul ei slab pentru că logica este mult mai mult decât atât.

Formalizarea teoriilor paraconsistente presupune o mișcare în trei timpi:

(a) sunt identificate teorii inconsistente din domeniul diferitelor științe particulare – logica, matematica, fizica etc., inclusiv filosofia;

(b) sunt construite diverse sisteme formale în care  $\overline{P \& \bar{P}}$ ,  $P \& \bar{P} \rightarrow Q$ ,  $\bar{P} \rightarrow (P \rightarrow Q)$ , expresiile simbolice ale principiului noncontradicției și ale principiului *ex falso*, nu mai sunt teze logice;

(c) sistemele formale astfel obținute sunt interpretate, apoi, în teoriile din prima categorie.

Elementul de noutate față de logica standard, ca să spun așa, este că prin aceste interpretări sunt „captate“ și acele expresii pe care în mod obișnuit le numim „contradicții“ (G. Priest nu ezită să vorbească despre „contradicții adevărate“, idee nu tocmai împărtășită astăzi). În orice caz, interpretarea trebuie să satisfacă cele două mari condiții:

1) *condiția adecvării* (se alege sistemul formal cel mai potrivit domeniului respectiv);

<sup>6</sup> Newton C.A. da Costa, op. cit. p. 497.

2) **condiția trivializării** (interpretarea trebuie să evite pericolul trivializării, să se sustragă principiului *ex falso quodlibet*).

Pentru sistemele din ierarhia  $C_n$  despre care vom vorbi în capitolul următor, da Costa a construit o semantică specială (o *teorie a evaluării*, cum spune el) pentru că sistemele în cauză trebuie să satisfacă, și ele, condiția consistenței logice. Permissive față de contradicția altor domenii, aceste sisteme nu pot fi permissive față de propriile lor contradicții. Dacă se spune, prin urmare, că logica paraconsistentă este tolerantă față de ideea de contradicție (v. și principiul toleranței) atunci trebuie pusă imediat întrebarea: față de contradicția cui anume este ea tolerantă? Contradicția nu este admisă în general, cum s-ar putea crede la prima vedere, ea este admisă la un nivel, de regulă nivelul interpretării, ca să fie respinsă apoi la nivelul superior, cel al formalizării. A fost uzurpat prin aceasta principiul non-contradicției?

## Scurt istoric

Cu toate că este de dată foarte recentă, logica paraconsistentă are câteva „antecedente” logice și filosofice care merită cunoscute. Sub aspect logic sunt invocați autori și puncte de vedere pentru care nici principiul noncontradicției, nici principiul terțului exclus nu se bucură de o recunoaștere prea mare.

Printre „pionierii” domeniului este considerat J. Łukasiewicz cu studiul său *On the Principle of Contradiction in Aristotle* apărut pentru prima dată în limba germană, în 1910 și republicat, în engleză, în 1971 (*Rewiew of Metaphysics*, xxiv, pp. 485–509). Łukasiewicz pune aici sub semnul întrebării principiul aristotelic al noncontradicției în interpretare logică, ontologică și psihologică, însă acest studiu este un studiu de tinerețe, în lucrările lui de maturitate Łukasiewicz adoptă un ton mult mai moderat. Și, apoi, rațiunile pentru care Łukasiewicz contestă valabilitatea principiului noncontradicției nu sunt nici pe departe cele care fac astăzi obiectul logicilor paraconsistente.

Mai important pentru tema discuției, deși mai puțin cunoscut, este logicianul rus N. A. Vasiliev (1880–1940), student și apoi profesor la Universitatea din Kazan. Inspirat de *Geometria imaginară* a lui Lobacevsky (profesor cândva și el la Kazan), Vasiliev a încercat să construiască o „logică imaginară” în care principiile aristotelice nu mai sunt respectate. Întrebarea de la care a pornit el este: *ce „postulate” ale unui sistem logic pot fi schimbate sau eliminate fără ca prin aceasta sistemul să înceteze a mai fi logic?* Discuția este mai amplă, între altele, Vasiliev ipostaziază o lume în care unele obiecte au predicatul  $A$ , altele  $non-A$ , iar un al treilea grup de obiecte are atât  $A$ , cât și  $non-A$ . Vor exista, prin urmare, trei tipuri de propoziții în această lume: „ $S$  este  $A$ ”, „ $S$  este  $non-A$ ” și „ $S$  este  $A$  și  $non-A$ ”. Un calcul propozițional paraconsistent de tip Vasiliev și un calcul al predicatelor au fost construite de L. Puga și N. da Costa în studiul lor, *On The Imaginary Logic of N. A. Vasiliev* (1988) (v. capitolul IV, sistemele  $V$  și  $V^*$ ).

Tot din perioada de „gestație”, cum îi place lui da Costa să o numească, face parte și studiul lui St. Jaskowski, *Propositional Calculus for Contradictory Deductive*

*systems*. Studiul a apărut în 1948, însă valorificarea lui din perspectivă paraconsistentă a devenit posibilă abia după apariția lui în limba engleză (v. *Studia Logica*, 24/1969). Sistemul de logică *discusivă* (sau *discursivă*) pe care îl dezvoltă Jaskowski aici are drept scop: *a*) sistematizarea teoriilor ce conțin contradicții, în particular, a contradicțiilor care fac obiectul dialecticii, *b*) studiul teoriilor în care apar contradicții datorate ambiguității, *c*) studiul teoriilor empirice a căror postulate și supoziții de bază sunt contradictorii. Plecând de la ideile lui Jaskowski, da Costa și Dubikajdis au construit, apoi, o serie de alte sisteme formale specifice logicii discursive.

Hotărâtoare, însă, pentru constituirea logicii paraconsistente sunt cercetările lui Newton da Costa care a publicat, începând cu 1963, mai multe studii pe această temă în *Analele Academiei de Științe din Paris*. De referință este studiul lui din 1974, *On The Theory of Inconsistent Formal Systems* apărut în *Notre Dame Journal of Formal Logic*. Este expusă aici o întreagă familie de sisteme formale, așa-numitele sisteme  $C_n$ , destinate teoriilor inconsistente dar netriviiale.

În fine, foarte des invocată este și lucrarea a doi logicieni americani, N. Rescher și R. Manor, *On Inference From Inconsistent Premisses (Theory and Decision*, 1/1970). Logica combinatorică, prin viziunea ei nouă în privința paradoxurilor, a stimulat dintr-o altă direcție procesul. Cum se spune în asemenea situații, „ideea plutea în aer“.

Filosofic vorbind, logica paraconsistentă se revendică dintr-o lungă și bogată tradiție cunoscută în istoria filosofiei sub numele generic de *dialectică*. Filosofii preferați sunt Heraclit, Fichte, Schelling, Hegel, Marx ș.a. care au făcut din contradicție un veritabil principiu explicativ. Nu întâmplător sisteme mai recente de logică paraconsistentă construite de către da Costa, Wolf, Italla D'Ottaviano ș.a. poartă numele de *logică dialectică*.

După Routley și Meyer un sistem logic trebuie să îndeplinească cel puțin trei condiții pentru a putea fi apreciat ca „dialectic“: *a*) să fie închis relativ la *modus ponens*, *b*) să fie simplu inconsistent (pentru unele expresii  $P$ , să conțină ca teze atât pe  $P$ , cât și pe  $\bar{P}$ ), și *c*) să fie non-trivial (nu orice formulă este teză).

Probabil că mulți se vor întreba ce legătură există între aceste sisteme formale și dialectica lui Hegel, să zicem? Sunt de natură aceste sisteme să redea complexitatea unei asemenea gândiri?

Se admite, în general, că dialectica hegeliană nu poate fi formalizată, însă, după cum apreciază D. Marconi într-un studiu din 1979, „orice încercare viitoare de-a gândi în termeni logici despre discursul hegelian va trebui să ia obligatoriu în considerare teoria despre sistemele formale inconsistente“<sup>7</sup>.

O filosofie de inspirație paraconsistentă, numită *dialetheism*, a fost dezvoltată de G. Priest în cartea sa *In Contradiction* (1987), reluată, apoi, în *Beyond the Limit of Thought* (1995). Dialetheismul, în viziunea lui G. Priest, nu este altceva decât recunoașterea faptului că „există contradicții adevărate“ (pentru detalii, v. studiul lui L. Peňa).

Aceasta este, în mare, povestea logicii paraconsistente. Este drept că s-a bucurat de mare succes, totuși, recunoașterea ei nu s-a făcut chiar dintr-o dată și

<sup>7</sup> A. I. Arunda, op. cit., p. 99.

nici drumul ei nu a fost doar un triumf. Ca orice noutate științifică, logica paraconsistentă „a beneficiat“, și ea, de inerția sistemului exprimată, în cazul de față, prin reticența unor mari autorități. Unii au numit-o „logică de carnaval“ dată fiind originea ei latino-americană, iar Quine vorbea despre logicile „deviaționiste“ ca despre o „fantezie burlescă“. Probabil că adevărul se află și de această dată undeva pe la mijloc.

### III.

Sistemele  $C_n$  ( $1 \leq n \leq \omega$ ) construite de Newton da Costa, începând cu 1963, sunt de referință în discuțiile de și despre logica paraconsistentă, ele reprezintă miezul tare al acestora. În studiul său din 1974, da Costa enumeră patru condiții pe care trebuie să le satisfacă aceste *calcule* (sisteme formale) și anume:

1) Principiul noncontradicției  $\neg (A \ \& \ \neg A)$  să nu mai fie valid („ $\neg$ “ este semnul negației folosit de autor).

2) Din două formule contradictorii  $A$  și  $\neg A$  să nu fie posibilă deducerea unei formule oarecare  $B$  (= respingerea principiului *ex falso*).

3) Orice sistem  $C_n$ ,  $1 \leq n \leq \omega$  să poată fi extins la un calcul al predicatelor de ordinul întâi cu sau fără egalitate.

4) Sistemele  $C_n$  trebuie să conțină cea mai mare parte a schemelor și regulilor din  $C_0$  (calculul propozițional clasic) dacă ele nu interferează cu prima condiție.

### Sistemul $C_1$

Voi prezenta, în datele lui esențiale, primul și cel mai simplu sistem din familia sistemelor  $C_n$  construite de Newton da Costa. Sintaxa sistemului se compune din semnele logice obișnuite, mai puțin simbolul  $A^\circ$  care este introdus prin definiție:  $A^\circ =_{df} (A \ \& \ \neg A)$ . Operatorii  $\&$ ,  $\vee$ ,  $\supset$ ,  $\equiv$  au în  $C_1$ , toate proprietățile pe care le au ei în calculul pozitiv clasic<sup>8</sup>. Sistemul are cincisprezece postulate (reguli de deducție și scheme de axiome):

$$(1) \quad A \supset (B \supset A),$$

$$(2) \quad (A \supset B) \supset ((A \supset (B \supset C)) \supset (A \supset C)),$$

$$(3) \quad A, A \supset B / B,$$

<sup>8</sup> Operatorul „ $^\circ$ “ este un fel de operator al „normalității“. O expresie  $A$  este logic normală dacă  $A$  și  $\neg A$  nu pot fi împreună adevărate.

- (4)  $(A \& B) \supset A,$   
 (5)  $(A \& B) \supset B,$   
 (6)  $A \supset (B \supset (A \& B)),$   
 (7)  $A \supset (A \vee B),$   
 (8)  $B \supset (A \vee B),$   
 (9)  $(A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset (A \vee B \supset C)),$   
 (10)  $A \vee \neg A,$   
 (11)  $\neg\neg A \supset A$   
 (12)  $B^\circ \supset ((A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A)),$   
 (13)  $A^\circ \& B^\circ \supset (A \& B)^\circ,$   
 (14)  $A^\circ \& B^\circ \supset (A \vee B)^\circ,$   
 (15)  $A^\circ \& B^\circ \supset (A \supset B)^\circ.$

În ceea ce privește regulile de deducție,  $C_1$  admite multe dintre regulile calculului propozițional clasic, însă multe le respinge sau le reformulează cum se întâmplă, de exemplu, cu regula raționamentului prin reducere la absurd. Această regulă are aici următoarea formă:

Dacă din  $\Gamma$  și  $A$  se deduce  $B^\circ$ , și  
 din  $\Gamma$  și  $A$  se deduce  $B$ , și  
 din  $\Gamma$  și  $A$  se deduce  $\neg B$   
 atunci, din  $\Gamma$  se deduce  $\neg A$ .

O serie de scheme ale calculului propozițional clasic nu sunt valide în  $C_1$ , îndeosebi cele care exprimă principiul *ex falso* sau care sunt legate într-un fel sau altul de acesta:

- |                                       |                                 |  |
|---------------------------------------|---------------------------------|--|
| $\neg A \supset (A \supset B),$       | $(A \& \neg A) \supset B,$      | $(A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A),$ |
| $\neg A \supset (A \supset \neg B),$  | $(A \& \neg A) \supset \neg B,$ | $(A \equiv \neg A) \supset B,$                               |
| $A \supset (\neg A \supset B),$       | $\neg(A \& \neg A),$            | $(A \vee B) \& A \supset B,$                                 |
| $A \supset (\neg A \supset \neg B),$  | $A \supset \neg\neg A,$         | $(A \supset B) \supset (\neg B \supset \neg A),$             |
| $A \vee B \supset (\neg A \supset B)$ | $A \equiv \neg\neg A,$          | $(A \vee B) \supset (\neg A \supset B),$                     |

În subcapitolul II am arătat că dintr-o contradicție decurge orice și am demonstrat acest lucru folosindu-ne de schema de deducție numită *modus tollendo*



*ponens*. Or, din câte observăm, această schemă nu mai este validă în  $C_1$ . Prin urmare, sistemul nu respinge doar principiul *ex falso*, ci și schemele deductive subsumate lui. Mulți consideră că răspunzătoare pentru trivialitatea unei teorii este chiar această schemă și că ceea ce s-ar cere, de fapt, este o logică în care operatorii logici  $\neg, \vee$  să fie astfel definiți încât schema să nu mai fie valabilă (v. și studiul lui Gr. Priest: **Reductio ad absurdum et Modus Tollendo Ponens**).

Pentru demonstrațiile de validitate din  $C_1$ , da Costa s-a folosit, la început, de matrice trivalente care definesc operatorii logici  $\neg, \&, \vee, \supset$  folosiți în sistem. Dacă se consideră 1 și 2 valori desemnate, atunci se poate demonstra ușor că expresiile de mai sus nu sunt legi logice. Să luăm expresia  $\neg(A \& \neg A)$ , forma simbolică a principiului noncontradicției. Pentru cazul particular în care  $A = 2$  vom obține:  $\neg(2 \& \neg 2) = \neg(2 \& 1) = \neg 1 = 3$ . Cum 3 nu este valoare desemnată rezultă că expresia noastră nu este validă.

| A | $\neg A$ |
|---|----------|
| 1 | 3        |
| 2 | 1        |
| 3 | 1        |

| $\&$ | 1 | 2 | 3 |
|------|---|---|---|
| 1    | 1 | 1 | 3 |
| 2    | 1 | 1 | 3 |
| 3    | 3 | 3 | 3 |

| $\vee$ | 1 | 2 | 3 |
|--------|---|---|---|
| 1      | 1 | 1 | 1 |
| 2      | 1 | 1 | 1 |
| 3      | 1 | 1 | 3 |

| $\supset$ | 1 | 2 | 3 |
|-----------|---|---|---|
| 1         | 1 | 1 | 1 |
| 2         | 1 | 1 | 3 |
| 3         | 1 | 1 | 1 |

Având în vedere definițiile operatorilor logici, în  $C_1$  au loc următoarele implicații și deducții:

$$B^\circ, A \supset B \vdash \neg B \supset \neg A, \quad (A \supset \neg A) \supset \neg A,$$

$$B^\circ, A \supset \neg B \vdash B \supset \neg A, \quad (\neg A \supset A) \supset A,$$

$$B^\circ, \neg A \supset B \vdash \neg B \supset A, \quad A \supset (\neg A)^\circ.$$

Dacă se adaugă la  $C_1$  principiul noncontradicției se obține  $C_0$  (calculul propozițional clasic). În plus,  $C_1$  poate fi completat cu o negație tare „ $\neg^*$ ” definită prin  $\neg^* A \stackrel{\text{def}}{=} \neg A \& A^\circ$  care are toate proprietățile negației clasice:

$$A \vee \neg^* A, \quad (A \supset B) \supset ((A \supset \neg^* B) \supset \neg^* A)$$

$$\neg^*(A \& \neg^* A), \quad \neg^* A \supset (A \supset B)$$

$$A \equiv \neg^* \neg^* A, \quad (A \equiv \neg^* A) \supset B$$

Se spune despre un sistem netrivial  $S$  că este finit trivializabil dacă există o formulă  $F$  care adăugată axiomelor lui  $S$  face sistemul trivial. Calculul implicațional clasic, calculul pozitiv clasic, calculul intuiționist ș.a. nu sunt finit trivializabile. În schimb, calculul clasic al predicatelor este finit trivializabil. Sistemul  $C_1$  este consistent și finit trivializabil (orice formulă de tipul  $A \& \neg^* A$  face sistemul trivial).

## Sistemele $C_n$ , cu $n > 1$

Nu doar  $C_1$  satisface condițiile (1) – (4), precizează da Costa, ci o întreagă ierarhie de sisteme  $C_1, C_2, \dots, C_n, \dots, C_\omega$  care au proprietăți similare, dacă nu chiar identice, cu  $C_1$ . Pentru a construi aceste sisteme da Costa introduce mai întâi două definiții:

$$A^m =_{df} A^{\circ\circ\circ\dots\circ}, \text{ unde simbolul } \circ \text{ apare de } m \text{ ori, } m \geq 1.$$

$$A^{(m)} =_{df} A^1 \& A^2 \& \dots \& A^m$$

Postulatele lui  $C_n$ ,  $1 < n < \omega$ , sunt postulatele lui  $C_1$  cu excepția postulatelor (12) – (15) care sunt înlocuite cu:

$$(12') \quad B^{(n)} \supset ((A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A))$$

$$(13') \quad A^{(n)} \& B^{(n)} \supset (A \& B)^{(n)}$$

$$(14') \quad A^{(n)} \& B^{(n)} \supset (A \vee B)^{(n)}$$

$$(15') \quad A^{(n)} \& B^{(n)} \supset (A \supset B)^{(n)}$$

Sistemele din ierarhia  $C_n$ ,  $0 \leq n < \omega$  sunt decidabile și finit trivializabile, în timp ce  $C_\omega$  nu este finit trivializabil (postulatele lui  $C_\omega$  sunt doar (1) – (11), nu și restul). O altă particularitate care merită să fie reținută este că fiecare sistem din ierarhia  $C_0, C_1, C_2, \dots, C_\omega$  este mai tare decât cel care îi succede. Prin urmare, dacă vrem să evităm trivialitatea lui  $C_n$  este de preferat să-l alegem pe  $C_{n+1}$  sau, pentru și mai multă siguranță, pe  $C_\omega$ . Întrucât orice sistem  $C_n$ ,  $1 \leq n < \omega$  este consistent vor exista expresii valide pentru cazul general  $n$  și pentru toate cazurile lui particulare ( $n = 0, 1, \dots, \omega$ ):

$$B^{(n)}, A \supset B \vdash \neg B \supset \neg A, \quad B^{(n)}, A \supset \neg B \vdash B \supset \neg A,$$

$$B^{(n)}, \neg A \supset B \vdash \neg B \supset A, \quad B^{(n)}, \neg A \supset \neg B \vdash B \supset A,$$

$$(A \supset \neg A) \supset \neg A, \quad (\neg A \supset A) \supset A,$$

$$A^{(n)} \vdash (\neg A)^{(n)}, \quad A^{(n)(n)}.$$

Care este utilitatea acestor calcule? Dincolo de destinația lor inițială, aceea de a fi interpretate în domeniul unor teorii inconsistente dar netriviiale, aceste calcule pot fi aplicate și în analiza unor binecunoscute paradoxuri. Iată, pe scurt, cum poate fi analizat paradoxul mincinosului în termenii logicii paraconsistente.

Fie  $\Lambda$  un limbaj intuitiv care îl conține pe  $C_n$ ,  $0 \leq n \leq \omega$  și în care putem vorbi despre propoziții așa cum o facem, de pildă, în limbajul natural. Da Costa ia cazul particular în care  $n = 1$  și dă paradoxului mincinosului următoarea formulare:

$$(\alpha) \quad \text{Propoziția } \alpha \text{ implică propria sa negație.}$$

Din supoziția că  $\alpha$  este adevărată se deduce  $\neg\alpha$  și din supoziția  $\neg\alpha$  se deduce  $\alpha$ . Deci  $\alpha \& \neg\alpha$ , respectiv,  $\alpha \equiv \neg\alpha$ . Dar cum în  $C_1$ ,  $(A \& \neg A) \supset B$ ,  $(A \equiv \neg A) \supset B$ ,  $\neg A \supset (A \supset B)$  etc. nu sunt expresii valide, propoziția  $\alpha$  nu prezintă nici un fel de dificultate pentru  $\Lambda$ . Nu același lucru se întâmplă dacă reformulăm paradoxul folosind forma tare a negației:

( $\beta$ ) Propoziția  $\beta$  implică negația sa tare.

Printr-un raționament similar obținem  $\beta \& \neg^* \beta$ . Însă  $(A \& \neg^* A) \supset B$  este validă în  $C_1$ , deci propoziția  $\beta$  face din  $\Lambda$  un limbaj trivial. Fiecare limbaj  $\Lambda_n$ ,  $0 \leq n < \omega$ , cu excepția lui  $\Lambda_\omega$ , își are propriile sale formulări ale paradoxului pentru care respectivul limbaj devine un limbaj trivial. Concluzia lui da Costa este că nu toate autoraportările sunt lipsite de sens chiar dacă unele dintre ele sunt autocontradictorii, cum s-a văzut mai sus.

## Semantica sistemelor $C_n$

O semantică bivalentă pentru familia de sisteme  $C_n$  a fost construită de Newton da Costa și E. H. Alves, în 1977. Autorii procedează progresiv, ei construiesc mai întâi semantica sistemului  $C_1$  după care, prin generalizare, obțin regulile semantice corespunzătoare celorlalte sisteme.

Fie  $\mathcal{S}$  mulțimea formulelor din  $C_1$ , iar  $\Delta$  și  $\Gamma$  submulțimile acesteia. Se definește în continuare o mulțime  $\Gamma^* = \{A \in \mathcal{S} : \Gamma \vdash A\}$  care nu este altceva decât mulțimea formulelor logic deduse din  $\Gamma$ .

Următoarele definiții și teoreme fixează conținutul principalelor concepte care stau la baza acestei interpretări semantice (pentru a nu încălca expunerea m-am rezumat doar la enunțarea teoremelor).

**Definiția 1.** Mulțimea  $\Gamma$  este inconsistentă dacă există cel puțin o formulă  $A$  astfel că  $A, \neg A \in \Gamma$ ; în caz contrar,  $\Gamma$  este consistentă.

**Definiția 2.** Mulțimea  $\Gamma$  este trivială dacă  $\Gamma^* = \mathcal{S}$ ; în caz contrar,  $\Gamma$  este netrivială.

**Definiția 3.** Mulțimea  $\Gamma$  este maximal netrivială dacă ea este netrivială și, oricare ar fi  $A$ , dacă  $A \notin \Gamma$ , atunci  $\Gamma \cup \{A\}$  este trivială.

**Teorema 1.** Dacă  $\Gamma$  este o mulțime maximal netrivială de formule, atunci:

$$\Gamma \vdash A \Leftrightarrow A,$$

$$A \in \Gamma \Rightarrow \neg^* A \notin \Gamma,$$

$$A \in \Gamma \text{ sau } A \notin \Gamma,$$

$$\vdash A \Rightarrow A \in \Gamma,$$

$$A, A^\circ \in \Gamma \Rightarrow \neg A \notin \Gamma,$$

$$A, A \supset B \in \Gamma \Rightarrow B \in \Gamma,$$

$$A^\circ \in \Gamma \Rightarrow A \notin \Gamma,$$

$$A^\circ \in \Gamma \Rightarrow (\neg A^\circ) \in \Gamma$$

**Observație:** În aceste expresii  $\Rightarrow$  și  $\Leftrightarrow$  sunt metasimboluri pentru implicație și echivalență (citește: „dacă ... atunci ...”, respectiv, „dacă și numai dacă...atunci...“).

**Definiția 4.** Se numește *evaluare* a lui  $C_1$ , o funcție  $v: \mathfrak{S} \rightarrow \{0, 1\}$  astfel că:

- 1) Dacă  $v(A) = 0$ , atunci  $v(\neg A) = 1$ ,
- 2) Dacă  $v(\neg\neg A) = 1$ , atunci  $v(A) = 1$ ,
- 3) Dacă  $v(B^\circ) = v(A \supset B) = v(A \supset \neg B) = 1$ , atunci  $v(A) = 0$ ,
- 4) Dacă și numai dacă  $v(A \supset B) = 1$ , atunci  $v(A) = 0$  sau  $v(B) = 1$ ,
- 5) Dacă și numai dacă  $v(A \& B) = 1$ , atunci  $v(A) = v(B) = 1$ ,
- 6) Dacă și numai dacă  $v(A \vee B) = 1$ , atunci  $v(A) = 1$  sau  $v(B) = 1$ ,
- 7) Dacă și numai dacă  $v(A \& B)^\circ = 0$ , atunci  $v(A^\circ) = 0$  sau  $v(B^\circ) = 0$ ,
- 8) Dacă și numai dacă  $v(A \vee B)^\circ = 0$ , atunci  $v(A)^\circ = 0$  sau  $v(B)^\circ = 0$ .
- 9) Dacă  $v(A^\circ) = v(B^\circ) = 1$ , atunci  $v(A \vee B)^\circ = v(A \& B)^\circ = v(A \supset B)^\circ = 1$ .

**Observație.** Aceste condiții nu urmează întocmai expunerea autorilor.

**Teorema 2.** Dacă  $v$  este evaluarea lui  $C_1$  și este definită prin condițiile 1) – 7), atunci  $v$  are următoarele proprietăți:

$$v(A) = 1 \Leftrightarrow v(\neg^* A) = 0,$$

$$v(A) = 0 \Leftrightarrow v(\neg^* A) = 1,$$

$$v(A) = 0 \Leftrightarrow v(A) = 0 \text{ și } v(\neg A) = 1$$

$$v(A) = 1 \Leftrightarrow v(A) = 1 \text{ sau } v(\neg A) = 0.$$

**Definiția 5.** O evaluare  $v$  este numită *singulară* dacă există cel puțin o formulă  $A$  astfel că  $v(A) = v(\neg A) = 1$ ; în caz contrar,  $v$  este numită *normală*.

**Definiția 6.** O formulă  $A$  este validă dacă, pentru orice evaluare  $v$ ,  $v(A) = 1$ .

**Definiția 7.** O evaluare  $v$  este modelul unei mulțimi  $\Gamma$  de formule dacă  $v(A) = 1$  pentru orice formulă  $A$  din  $\Gamma$ .

**Definiția 8.** Dacă pentru orice model  $v$  a lui  $\Gamma$  are loc  $v(A) = 1$ , atunci  $A$  este consecința semantică a lui  $\Gamma$  și se notează  $\Gamma \models A$ . În particular,  $\models A$  este o prescurtare pentru  $\emptyset \models A$  și înseamnă că  $A$  este validă.

**Teorema 3.** Dacă simbolizăm cu  $\vdash A$  faptul că  $A$  este teoremă (teză) în  $C_1$ , atunci au loc relațiile:  $\Gamma \vdash A \Rightarrow \Gamma \models A$ ,  $\vdash A \Rightarrow \models A$ ,  $\Gamma \models A \Leftrightarrow \Gamma \vdash A$  ș. a.

**Teorema 4.** Există mulțimi inconsistente de formule maximal netriviale. În plus, orice mulțime netrivială de formule este conținută într-o mulțime maximal netrivială.

**Teorema 5.** Orice mulțime netrivială de formule are un model (există evaluări singulare și, bineînțeles, evaluări normale).

**Teorema 6.** Există mulțimi inconsistente dar netriviale de formule care au modele.

**Teorema 7.** (M. Fidel) Sistemul  $C_1$  este decidabil.

Decidabilitatea lui  $C_1$  se demonstrează în baza unei evaluări  $v: \mathfrak{S} \rightarrow \{0,1\}$  care satisface condițiile 2) – 8) ale definiției 4) plus alte câteva condiții:

- 1)  $v(\neg A) = 0 \Rightarrow v(A) = 1$ ,
- 2)  $v(A \supset B)^\circ \Rightarrow v(A) = v(\neg A) = 1$  sau  $v(B) = v(\neg B) = 1$ ,
- 3)  $v(A \& B)^\circ = 0 \Rightarrow v(A) = v(\neg A) = 1$  sau  $v(B) = v(\neg B) = 1$ ,
- 4)  $v(A \vee B)^\circ = 0 \Rightarrow v(A) = v(\neg A) = 1$  sau  $v(B) = v(\neg B) = 1$ .

Pentru a decide asupra unei formule în  $C_1$  se construiește un fel de matrice a formulei (sau *quasi matrice*, în limbajul autorilor). Calculul se face după regulile cunoscute plus câteva reguli speciale. De pildă, negarea valorii 1 se face bifurcând linia lui 1 în 1 și 0 pentru subformula a cărei valoare o negăm. Dacă în matrice o formulă are peste tot valoarea 1, atunci ea este validă în  $C_1$ . De exemplu, formula  $\neg(A \vee B) \supset \neg A \& \neg B$  nu este validă în  $C_1$  pentru că matricea ei nu are peste tot valoarea 1. În schimb,  $\neg(A \& B) \supset \neg A \vee \neg B$  este validă.

Generalizarea semanticii lui  $C_1$  la  $C_n$ ,  $1 \leq n < \omega$ , este imediată. Definițiile și teoremele sunt aceleași cu excepția celor referitoare la negație unde apar două modificări:  $\neg^* A$  devine  $\neg^{(n)} A$  care este o prescurtare pentru  $\neg A \& A^{(n)}$ , iar  $A^\circ$  devine  $A^{(n)}$ . De pildă,  $(A^{n-1} \& \neg A^{n-1})^{(n)}$  este validă în  $C_1$  dar nu în  $C_2$ .

## Câteva extinderi și aplicații

Sistemele  $C_n$  pot fi dezvoltate în cel puțin două direcții – ca sisteme modale și ca sisteme predicative de diferite ordine. Sistemele modale se construiesc înlocuind pur și simplu calculul propozițional clasic cu unul din sistemele ierarhiei  $C_n$ ,  $1 \leq n < \omega$ . De pildă,  $C_1T$ ,  $C_1B$ ,  $CS1 - C_1S5$  sunt sistemele modale clasice ( $T$ ,  $B$ ,  $S1 - S5$ ) asociate lui  $C_1$ . Sintaxa acestor sisteme este aceeași cu sintaxa lui  $C_1$  la care se adaugă semnul necesității „ $\Box$ ”. Operatorul posibilității se introduce prin definiție:  $\Diamond A = \neg \Box \neg A$ .

Axiomele lui  $C_1T$  sunt axiomele lui  $C_1$  plus axiomele modale:

$$\Box A \supset A,$$

$$\Box (A \supset B) \supset (\Box A \supset \Box B)$$

$$A^\circ \supset (\Box A)^\circ$$

$$A / \Box A$$

Dacă se adaugă la acestea și  $\Box A \supset \Box \Box A$  se obține sistemul  $C_1S4$ , iar dacă se adaugă  $A \supset \Box \Diamond A$  se obține sistemul  $C_1B$ . În fine, dacă la  $C_1T$  se adaugă  $\Diamond A \supset \Box \Diamond A$  se obține sistemul  $C_1S5$ .

Este important de reținut că sistemele modale bazate pe  $C_n$  au principalele proprietăți ale acestora. De exemplu, în  $C_1T$  schema  $A \ \& \ \neg A \supset B$  nu este validă. Există însă și alte diferențe față de sistemele clasice, de pildă, forma modală a principiului *ex falso*, respectiv,  $\Box \neg A \supset \Box (A \supset B)$  deși validă în  $T$ , ea nu mai este validă în  $C_1T$ .

Sistemele  $C_1, C_2, \dots, C_\omega$  pot fi dezvoltate și ca sisteme predicative de ordinul întâi cu sau fără identitate. Pentru aceste sisteme, da Costa folosește simbolurile  $C_1^*, C_2^*, \dots, C_\omega^*$ , respectiv  $C_1^=, C_2^=, \dots, C_\omega^=$ . Cel mai simplu va fi sistemul  $C_1^*$  obținut din  $C_1$  plus următoarele postulate (axiome și scheme de deducție):

$$(I) \quad \frac{C \supset A(x)}{C \supset \forall x A(x)}$$

$$(II) \quad \forall x A(x) \supset A(t),$$

$$(III) \quad A(t) \supset \exists x A(x),$$

$$(IV) \quad \frac{A(x) \supset C}{\exists x A(x) \supset C}$$

$$(V) \quad \forall x (A(x))^\circ \supset (\forall x A(x))^\circ$$

$$(VI) \quad \forall x (A(x))^\circ \supset (\exists x A(x))^\circ,$$

(VII) Dacă  $A$  și  $B$  sunt congruente sau sunt obținute una din cealaltă prin suprimarea cuantorilor, atunci  $A \equiv B$  este o axiomă.

O primă deosebire față de sistemul clasic al logicii predicatelor este că în  $C_1^*$  transcrierile celor doi cuantori prin relațiile de Morgan nu mai sunt valabile. Există și alte deosebiri asupra cărora nu insist aici.

Calcululele  $C_n^*$ ,  $n > 1$  se obțin din postulatele lui  $C_n$ , postulatele (I) – (IV) introduse mai sus, plus axiomele:

$$(V_n) \quad \forall x (A(x))^{(n)} \supset (\forall x A(x))^{(n)}$$

$$(VI_n) \quad \forall x (A(x))^{(n)} \supset (\exists x A(x))^{(n)}$$

În fine, calcululele  $C_1^=, C_2^=, \dots, C_\omega^=$  se obțin din  $C_1^*, C_2^*, \dots, C_\omega^*$ , în aceeași manieră în care  $C_0^=$  se obține din  $C_0^*$ . De pildă, pentru a-l obține pe  $C_1^=$  adăugăm la  $C_1^*$  două noi axiome:

$$(I') \quad x = x,$$

$$(II') \quad x = y \supset A(x) \supset A(y),$$

Calcululele  $C_n^*$  sunt consistente dar indecidabile. De asemenea, ele sunt finit trivializabile (mai puțin  $C_\omega^*$  care nu este finit trivializabil). Alte teoreme privind proprietățile acestor calculule sunt introduse indirect, prin trimitere la cartea lui S.C. Kleene, *Introduction to Metamathematics*. Nu intru în detalii pentru că nu fac obiectul acestei introduceri (din rațiuni didactice este de preferat să înaintăm de la simplu spre complex, evitând complicațiile inutile).

Așa cum am spus și în capitolul precedent, sistemele în cauză sunt sau trebuie să devină logica subiacentă unor teorii inconsistente dar netriviale. Un prim exemplu ne este oferit de Newton da Costa, el aparține teoriei mulțimilor și este expus în *On The Theory of Inconsistent Formal Systems*.

Newton da Costa construiește un sistem logico-aritmetic  $NF_1$  care conține sistemul lui Quine din *New Foundations...*, așa-numitul sistem  $NF$ . În timp ce  $NF$  este consistent,  $NF_1$  este inconsistent dar netrivial, el permite derivarea paradoxului lui Russell. Printr-o teoremă specială se demonstrează că netrivialitatea lui  $NF_1$  implică consistența lui  $NF$ .

Logica lui  $NF_1$  este  $C_1^=$ . Mai mult decât atât, pot fi construite o infinitate de teorii inconsistente ale mulțimilor, să zicem  $NF_1, NF_2, \dots, NF_\omega$ , care au proprietăți similare cu  $NF_1$  și care au drept logică subiacentă sistemele  $C_1^=, C_2^=, \dots, C_\omega^=$ . Afirmția rămâne valabilă și în cazul în care am schimba sistemul lui Quine de teoria mulțimilor cu sistemul Zermelo-Fraenkel sau cu sistemul Neumann-Gödel-Bernays.

### III.

Odată ce ideea paraconsistenței s-a impus, lucrurile au mers mai departe de la sine. S-au conturat, de la început, două direcții de dezvoltare – una care mergea pe linia sistemelor  $C_n$  în încercarea de a aprofunda semantic și sintactic aceste sisteme; alta, în care se încercau noi modalități de abordare. Atât sub un aspect, cât și sub celălalt, contribuțiile lui da Costa au fost hotărâtoare. Sugestiile venite din direcția aplicațiilor au stimulat foarte mult procesul pentru că fiecare domeniu își are specificitatea sa când este vorba de exemplificarea paraconsistenței. În momentul de față cercetările sunt extrem de ramificate însă putem distinge și aici câteva linii generale.

1) *Cercetări care au ca obiect perfecționarea sistemelor  $C_n$  sau sisteme cu o destinație asemănătoare ( $C_1^+$ , de exemplu, este  $C_1$  în varianta lui Béziau).* Alte sisteme au fost construite de către F. G. Asenjo, Routley și Meyer, G. Priest, I. D'Ottaviano, D. Batens și foarte mulți alții.

2) *Cercetări privind dezvoltarea unei teorii paraconsistente a modelelor* (da Costa și Kotas, da Costa-Arunda-Chuaqui, da Costa-Béziau-Bueno ș.a.).

3) *Dezvoltarea unei teorii paraconsistente a mulțimilor și a unei matematici paraconsistente* (da Costa, Bueno, Mortensen).

4) *Identificarea unor noi domenii de aplicare.* A apărut chiar ideea unei „tehnologii para“ după modelul tehnologiilor „fuzzy“ care și-au avut punctul de plecare în logica fuzzy (v. și cercetările așa-numitului „grup de la Toulouse“).

5) *Dezvoltări cu caracter filosofic. Reține atenția cartea lui da Costa, Logici clasice și neclasice* (tradusă de curând în limba română) și cărțile lui Gr. Priest, *In Contradiction* (1987) și *Beyond The Limits of Thought* (1995, reeditare 2001). Există, însă, și alte abordări filosofice despre care cititorul se poate informa chiar din această carte.

### Sistemele logicii imaginare (Vasiliev)

O importantă resursă în ceea ce privește dezvoltarea logicii paraconsistente a constituit-o chiar istoria ei. Cei câțiva „pionieri“ – J. Łukasiewicz, A. N Vasiliev, St. Jaskowski ș.a. – l-au inspirat pe Newton da Costa în obținerea altor sisteme mai mult sau mai puțin asemănătoare sistemelor din familia  $C_n$ . Împreună cu Dubikajtis, de exemplu, el a dat o nouă axiomatizare logicii lui Jaskowski, iar



logica relevanței i-a inspirat sistemele  $P$ ,  $P^*$ . Împreună cu Leila Z. Puga, a construit sistemele  $V$  și  $V^*$  după logica imaginară a lui Vasiliev.

Sistemul  $V$  este un sistem de logică propozițională cu unsprezece postulate (nouă axiome și două scheme de deducție):

- (1)  $A \rightarrow (B \rightarrow A),$
- (2)  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C)),$
- (3)  $A, A \rightarrow B / B,$
- (4)  $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A,$
- (5)  $(A \wedge B) \rightarrow A,$
- (6)  $(A \wedge B) \rightarrow B,$
- (7)  $A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B)),$
- (8)  $A \rightarrow (A \vee B),$
- (9)  $B \rightarrow (A \vee B),$
- (10)  $(A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C)),$
- (11)  $(\sim A \rightarrow B) \rightarrow ((\sim A \rightarrow \sim B) \rightarrow A).$

**Restricție.** În postulatele (1) – (11), expresiile  $A$  și  $B$  nu sunt expresii atomare, ci moleculare astfel că sistemul  $V$  este logica pozitivă plus axioma (11). Eliminând restricția din această axiomă se obține calculul propozițional clasic.

Dacă  $p$  și  $q$  sunt variabile propoziționale, atunci

$$\sim (p \wedge \sim p), p \vee \sim p \text{ și } p \equiv \sim \sim p$$

nu sunt teoreme. Sunt, în schimb, teoreme formulele:

$$\sim p \vee \sim \sim p, \sim(\sim p \wedge \sim \sim p), \sim \sim \sim p \equiv \sim p \text{ etc.}$$

Dacă în locul variabilelor propoziționale sunt considerate formule moleculare ( $A, B, \dots$ ) sistemul va avea alte teoreme:

$$A \vee \sim A, \sim(A \wedge \sim A), A \rightarrow (\sim A \rightarrow B) \text{ ș.a.}$$

Pentru interpretarea sistemului, autorii au construit matrice tetravalente în care:

1 înseamnă „adevăr clasic“,

0 înseamnă „fals clasic“,

1\* înseamnă „adevăr care nu satisface principiul noncontradicției“,

0\* înseamnă „fals care nu satisface principiul terțului exclus“.

În paranteză fie spus, da Costa are o teorie a *qvasi adevărului* (adaptare a conceptului de adevăr la domeniul teoriilor paraconsistente) astfel că cele patru valori logice pot fi privite și din perspectiva ideii lui de *qvasi adevăr*.

|    |   |  |    |   |   |    |    |  |    |   |   |    |    |  |    |   |   |    |    |
|----|---|--|----|---|---|----|----|--|----|---|---|----|----|--|----|---|---|----|----|
|    | ~ |  | →  | 0 | 1 | 0* | 1* |  | ∧  | 0 | 1 | 0* | 1* |  | ∨  | 0 | 1 | 0* | 1* |
| 0  | 1 |  | 0  | 1 | 1 | 1  | 1  |  | 0  | 0 | 0 | 0  | 0  |  | 0  | 0 | 1 | 0  | 1  |
| 1  | 0 |  | 1  | 0 | 1 | 0  | 1  |  | 1  | 0 | 1 | 0  | 1  |  | 1  | 1 | 1 | 1  | 1  |
| 0* | 0 |  | 0* | 1 | 1 | 1  | 1  |  | 0* | 0 | 0 | 0  | 0  |  | 0* | 0 | 1 | 0  | 1  |
| 1* | 1 |  | 1* | 0 | 1 | 0  | 1  |  | 1* | 0 | 1 | 0  | 1  |  | 1* | 1 | 1 | 1  | 1  |

Dacă la postulatele lui V se adaugă:

- (1')  $\forall x A(x) \rightarrow A(t)$ ,      (4')  $\frac{A(x) \rightarrow B}{\exists x A(x) \rightarrow B}$ ,
- (2')  $\frac{A \rightarrow B(x)}{A \rightarrow \forall x B(x)}$ ,      (5')  $\forall x (x = x)$ ,
- (3')  $A(t) \rightarrow \exists x A(x)$ ,      (6')  $(x = y) \rightarrow (A(x) \rightarrow A(y))$ ,

obținem sistemul **V\*** de logica predicatelor, un sistem paraconsistent și paracomplet. Noțiunea de *paracompletitudine* este nouă, ea înseamnă că sistemul formal despre care vorbim este (sau poate fi) logica unei teorii incomplete dar maximale. Ca și în cazurile anterioare, cele două sisteme pot avea diverse dezvoltări rezultate din nevoia adecvării lor la domeniile de interpretare.

## Logicile relevanței

În logica relevanței (Anderson și Belnap, 1975) schema  $A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$  nu este validă și nici regula  $A, \neg A \vdash B$  nu se aplică (antecedentul și consecventul într-o astfel de implicație trebuie să satisfacă cerința relevanței logice). Da Costa a construit sistemele **P**, **P\*** care sunt logici ale relevanței, iar Routley și Meyer au construit alte două sisteme numite *logici dialectice* – sistemele **DM** și **DL**. Primul are ca operatori primitivi, pe  $\rightarrow$ ,  $\&$  și  $\neg$ , iar ca operator definit pe  $\vee$ . Sistemul **DM** are douăsprezece postulate (axiome și reguli):

- (1)  $A \rightarrow A$ ,
- (2)  $((A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C)$ ,
- (3)  $(A \& B) \rightarrow A$ ,
- (4)  $(A \& B) \rightarrow B$ ,
- (5)  $((A \rightarrow B) \& (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \& C))$ ,

- (6)  $(A \& (B \vee C)) \rightarrow ((A \& B) \vee (A \& C)),$   
 (7)  $\neg\neg A \rightarrow A,$   
 (8)  $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow \neg A),$   
 (9)  $(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(A \& B),$   
 (10)  $p_0 \& \neg p_0,$  (unde  $p_0$  este o constantă propozițională)  
 (11)  $A, A \rightarrow B / B,$   
 (12)  $A, B / A \& B.$

Sistemul **DL** se obține din **DM** adăugând la postulatele (1) – (7), (9), (11) alte cinci postulate:

- (a)  $A \rightarrow (A \vee B),$   
 (b)  $B \rightarrow (A \vee B),$   
 (c)  $((A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C),$   
 (d)  $(\neg A \& \neg B) \rightarrow \neg(A \vee B),$   
 (e)  $A \rightarrow B / \neg B \rightarrow \neg A,$

Cele două sisteme, inclusiv dezvoltările lor predicative, aparțin logicii relevanței și au fost concepute de Routley și Meyer în vederea formalizării dialecticii. Sânt discutabile „aptitudinile” lor dialectice, apreciază da Costa și Marconi, totuși, ca sisteme de logică paraconsistentă sunt printre cele mai reușite<sup>9</sup>.

## Logicile antinomice

În 1966 matematicianul F. G. Asenjo de la Universitatea din Pittsburgh a publicat un „calcul al antinomiilor” care are la bază distincția sa dintre contradicție și antinomie. Contradicția, spune Asenjo, se obține deductiv și este relativă la context spre deosebire de antinomie care sunt independente de orice context deductiv. În general, propozițiile sunt adevărate sau false însă antinomiile sunt atât adevărate, cât și false.

Calculul lui Asenjo are trei valori de adevăr: T (=adevărul), F (=falsul) și o valoare combinată T & F. Operatorii logici se definesc prin matrici trivalente care, interesant, corespund logicii lui Kleene.

Un al doilea calcul al antinomiilor a fost construit de Asenjo și J. Tamburino în 1975, el este tot un calcul trivalent în care  $0 = T$ ,  $1 = F$  și

<sup>9</sup> da Costa, N.C.A. și Marconi, D., *On Overview of Paraconsistent Logic*, p. 15.

$2 = T \ \& \ F$ . Sistemul formal **L**, cum mai este cunoscut acest calcul, conține două categorii de variabile – cele care pot lua doar valoarea 0 sau 1 și cele care nu au decât valoarea 2, acestea corespund propozițiilor antinomice. Operatorii se definesc în maniera cunoscută:

|     |          |      |   |   |   |               |   |   |   |            |   |   |   |          |   |   |   |
|-----|----------|------|---|---|---|---------------|---|---|---|------------|---|---|---|----------|---|---|---|
| $A$ | $\neg A$ | $\&$ | 0 | 1 | 2 | $\rightarrow$ | 0 | 1 | 2 | $\equiv^o$ | 0 | 1 | 2 | $\equiv$ | 0 | 1 | 2 |
| 0   | 1        | 0    | 0 | 1 | 2 | 0             | 0 | 1 | 1 | 0          | 0 | 1 | 1 | 0        | 0 | 1 | 2 |
| 1   | 0        | 1    | 1 | 1 | 1 | 1             | 0 | 0 | 0 | 1          | 1 | 0 | 1 | 1        | 1 | 0 | 1 |
| 2   | 2        | 2    | 2 | 1 | 2 | 2             | 0 | 1 | 2 | 2          | 2 | 1 | 2 | 2        | 2 | 1 | 2 |

Relația de identitate „ $\equiv$ ” este definită astfel încât oricare ar fi  $x$  și  $y$ , nu are loc  $x = y$  și  $x \neq y$ . În schimb, pentru apartenență există o pereche  $x, y$  astfel că  $x \in y$  și  $x \notin y$ . Axioma separării este definită prin

$$(\exists y)(x) (x \in y \equiv F(x)),$$

unde  $x$  este liber în  $F(x)$  dar nu în  $y$ . Relativ la clasa lui Russell  $R=\{x:R \notin R\}$  se demonstrează în **L** că  $R \in R \ \& \ R \notin R$ .

Un sistem logic asemănător întrucâtva sistemului **L** a construit Gr. Priest în studiul său *Logic of Paradox*. Sistemul **LP**, cum este cunoscut sistemul lui Priest, aparține logicii relevanței și are la bază o mulțime cu trei valori logice:  $V = \{\{1\}, \{0\}, \{1,0\}\}$  în care  $\{1\}$  este adevărul,  $\{0\}$  este falsul, iar  $\{1, 0\}$  este paradoxalul (adevăr și fals).

Regulile semantice se formulează cu ajutorul operației de evaluare definită ca o aplicație  $v$  de la  $F$  la  $V$  ( $F$  este mulțimea formulelor propoziționale):

- (1)  $1 \in v(\neg A)$ , dacă și numai dacă  $0 \in v(A)$ ,
- (2)  $0 \in v(\neg A)$ , dacă și numai dacă  $1 \in v(A)$ ,
- (3)  $1 \in v(A \wedge B)$ , dacă și numai dacă  $1 \in v(A)$  și  $1 \in v(B)$ ,
- (4)  $0 \in v(A \wedge B)$ , dacă și numai dacă  $0 \in v(A)$  sau  $0 \in v(B)$ ,
- (5)  $1 \in v(A \vee B)$ , dacă și numai dacă  $1 \in v(A)$  sau  $1 \in v(B)$ ,
- (6)  $0 \in v(A \vee B)$ , dacă și numai dacă  $0 \in v(A)$  și  $0 \in v(B)$ .

O expresie  $A$  este logic validă, simbolic  $\models_R A$ , dacă pentru orice evaluare  $v$ ,  $1 \in v(A)$ . Asemănător se definește și relația de consecință logică:  $\Sigma \models_R A$  dacă pentru orice evaluare  $v$ , sau  $1 \in v(A)$  sau pentru unii  $B \in \Sigma$ ,  $1 \notin v(B)$ . Aceste condiții de adevăr, conchide Priest sunt paraconsistente întrucât nu are loc  $\{A, \neg A\} \models_R B$  (v. și G. Priest, *Sisteme de logică paraconsistentă*).

## Logici dialectice

Multe sisteme de logică paraconsistentă sunt numite „dialectice“ fie din cauza afinității lor cu anumite sisteme de gândire dialectică, fie pentru că sunt destinate formalizării unor concepte și principii dialectice. Împreună cu da Costa, R. G. Wolf a construit sistemul **DL** de logică dialectică destinat formalizării principiului unității opușilor formulat de McGill și Parry (în orice continuu concret există un interval în care ceva este atât  $A$ , cât și  $\neg A$ ).

Sistemul are ca operatori primari pe  $\supset$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\neg$  și  $^\circ$  (operatorul stabilității). „ $A^\circ$  este adevărată“ înseamnă „ $A$  are un comportament logic normal“, sau  $\neg(A \wedge \neg A)$ . La axiomele logicii pozitive clasice (axiomele  $A1 - A10$ ), **DL** mai adaugă opt axiome, și anume:

- (1)  $\neg(A \wedge B) \equiv (\neg A \vee \neg B)$ ,
- (2)  $\neg(A \vee B) \equiv (\neg A \wedge \neg B)$ ,
- (3)  $(A^\circ \wedge B^\circ) \supset ((A \supset B)^\circ \wedge (A \wedge B)^\circ \wedge (A \vee B)^\circ \wedge (\neg A)^\circ)$ ,
- (4)  $(A^\circ \wedge B^\circ) \supset ((A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A))$ ,
- (5)  $A^\circ \supset (\neg\neg A \supset A)$ ,
- (6)  $A^{\circ\circ} \equiv A^\circ$ ,
- (7)  $A^\circ \supset ((A \vee \neg A) \wedge ((A \supset B) \vee (\neg A \supset B)))$ ,
- (8)  $\neg A^\circ \supset ((A \vee \neg A \supset B) \vee (A \wedge \neg A))$ ,

În **DL** nu este valabilă nici  $\neg(A \wedge \neg A)$  și nici  $A \vee \neg A$ . Conform axiomei (7) dacă  $A^\circ$  este validă, atunci  $A$  și  $\neg A$  nu pot fi împreună adevărate și nici împreună false, iar prin axioma (8) se arată că dacă  $A$  nu este logic normală, atunci  $A$  și  $\neg A$  sunt împreună adevărate și împreună false<sup>10</sup>.

Interesante sunt și logicile lui D. Batens, așa-numitele *logici dinamice dialectice* (*dynamic dialectical logics*). În opinia autorului, aceste logici incorporează paraconsistența (prin atitudinea lor față de contradicție), dar au și câteva trăsături mai aparte:

1) Sunt logici *dinamice*. Regulile de deducție în aceste sisteme logice se schimbă pe parcursul demonstrației, iar propozițiile care sunt derivabile într-un moment al demonstrației nu sunt derivabile într-un alt moment.

2) Sunt logici *dialectice*. „Numesc aceste logici dialectice, spune autorul, întrucât dinamica lor depinde esențial de apariția inconsistențelor în mulțimea propozițiilor derivate la un moment dat“<sup>11</sup>. În plus, pretinde autorul, aceste logici „surprind trăsături esențiale ale noțiunilor dialecticii tradiționale“. Se pare că

<sup>10</sup> A. I. Arunda, op. cit., pp. 120–121.

<sup>11</sup> D. Batens, *Dynamic Dialectical Logic* în G. Priest, R. Routly, J. Norman (eds.) *Paraconsistent Logic...*, p. 187.

pentru mulți autori, contradicția este condiția nu doar necesară ci și suficientă a oricărei dialectici (logica paraconsistentă este apreciată de Batens drept o „logică dialectică statică“).

3) Sunt logici *adaptive*. Dacă  $\alpha$  este o mulțime de premise, demonstrațiile printr-o logică dinamic dialectică se adaptează continuu la  $\alpha$  până se ajunge la o mulțime de consecințe finale. Spunem că  $A$  este *consecință finală* din  $\alpha$  dacă este posibilă construirea unei demonstrații pentru  $A$  din  $\alpha$  astfel încât  $A$  rămâne derivabilă în orice stadiu al oricărei demonstrații din  $\alpha$ .

4) Sunt logici *non-monotonice*. În 1981, G. J. Massey a făcut următoarea observație asupra argumentelor valide: „... după cum știe oricine, un argument deductiv rămâne valid oricâte alte premise i se adaugă”<sup>12</sup>. Asemenea argumente, cum este silogismul, de pildă, sunt numite astăzi *argumente* sau *inferențe monotone* (sau *monotone*). Argumentele care nu au această proprietate se numesc *non-monotonice* (sau *non-monotone*). Logicile dinamic dialectice sunt nonmonotonice în acest sens:  $A$  poate fi o consecință finală din  $\alpha$  fără a fi o consecință finală din  $\alpha \cup \beta$ .

Un prim sistem de logică dinamic dialectică este așa-numita *logică extensional propozițională regular paraconsistentă* (RPEPL) cu zece axiome și două reguli de deducție. O variantă simplificată este sistemul DPI din care face parte și deducția de mai jos pe care o oferim drept exemplu de proces deductiv în context dialectic:

|      |                   |          |                                |                             |
|------|-------------------|----------|--------------------------------|-----------------------------|
| (1)  | $\sim p \ \& \ q$ | premisă  | –                              | $\emptyset$                 |
| (2)  | $q \supset p$     | premisă  | –                              | $\emptyset$                 |
| (3)  | $q \vee \sim r$   | premisă  | –                              | $\emptyset$                 |
| (4)  | $r \supset q$     | premisă  | –                              | $\emptyset$                 |
| (5)  | $\sim p$          | (1)      | $A \ \& \ B / A,$              | $\emptyset$                 |
| (6)  | $r$               | (1)      | $A \ \& \ B / B,$              | $\emptyset$                 |
| [(7) | $\sim q$          | (2), (5) | $A \supset B, \sim B / \sim A$ | $p$ ] se suprimă la (9),    |
| [(8) | $\sim r$          | (3), (7) | $A \vee B, \sim A / B$         | $p, q$ ] se suprimă la (9), |
| (9)  | $p$               | (4), (6) | $A \supset B, A / B$           | $\emptyset$                 |
| (10) | $q$               | (3), (6) | $A \vee \sim B, B / A$         | $r$                         |

<sup>12</sup> D. Batens, op. cit., p.181.

Din premise sunt deduse toate contradicțiile posibile ceea ce face ca, în timp, demonstrațiile să-și schimbe cursul. Atât (5), cât și (6) se deduc în mod simplu din (1). Întrucât  $p$  se comportă consistent la (6) îl putem deduce imediat pe (7) adăugând în coloana a cincea pe  $p$ . (8) se deduce din (3) și (7) întrucât  $q$  este consistent la (7), deci îl adăugăm aici și pe  $q$ . La (9),  $p$  nu se mai comportă consistent, deci suprimăm liniile (7) și (8) și continuăm în acest fel până la consecința finală.

#### IV.

Marea varietate și diversitate a acestor sisteme a pus cu acuitate problema sistematizării lor în câteva categorii și clase de asemănare. Există în momentul de față mai multe tentative de clasificare dintre care cea mai des invocată este clasificarea lui Diego Marconi. Clasificarea are la bază trei interpretări date principiului *ex falso*, respectiv:

- (a)  $A, \neg A / B$ ,
- (b)  $A \& \neg A / B$ ,
- (c)  $(A \& \neg A) \rightarrow B$ , sau
- (c')  $A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$ .

Conform acestor interpretări, un sistem formal este:

- (1) Paraconsistent în sens slab, dacă nu satisface regula (a),
- (2) Paraconsistent în sens tare, dacă nu satisface regula (b),
- (3) Paraconsistent în sens tezial, dacă nu satisface pe (c).

În tabelul de mai jos sunt date șapte clase de asemănare în funcție de cum respectă sau nu respectă aceste sisteme criteriile (a), (b) și (c). Semnul „+” din dreptul unei reguli indică faptul că respectiva regulă este respectată, iar semnul „-”, că nu este respectată. Vor rezulta, în consecință, șapte clase sau „categorii de asemănare“:

|     | I | II | III | IV | V | VI | VII |
|-----|---|----|-----|----|---|----|-----|
| (a) | + | +  | +   | +  | - | -  | -   |
| (b) | + | +  | -   | -  | + | +  | -   |
| (c) | + | -  | -   | +  | + | -  | +   |

Sistemul  $C_1$ , de exemplu, face parte din grupa (familia) I, el este paraconsistent în toate sensurile (nu este clar dacă și un sistem din grupa VII trebuie considerat tot ca un sistem paraconsistent). De altfel, clasificarea trebuie luată cu rezerve pentru că aceste criterii nu sunt independente și s-ar putea întâmpla ca unele dintre clase să se intersecteze nevid (același sistem să aparțină mai multor clase). În orice caz, grupate astfel, sistemele paraconsistenței pot fi înțelese mai unitar și, lucru foarte important, pot fi asociate unor destinații precise – grupa cutare poate fi mai adecvată logicilor antinomice, să zicem, în timp ce grupa cutare este mai adecvată teoriei mulțimilor și așa mai departe.

Dat fiind că am prezentat aceste sisteme la modul neutru, fără alte comentarii, închei prezentarea cu câteva observații critice.

## Aspecte logice

Ceea ce vreau să observ din punct de vedere logic este că: 1) logica paraconsistentă, la fel ca logica polivalentă cu care se și înrudește îndeaproape, nu „acționează” direct asupra principiilor, ci asupra unor legi logice, ceea ce, după părerea mea, nu este același lucru; 2) că existând mai multe tipuri de negație vor exista, *a fortiori*, mai multe tipuri de contradicție și s-ar putea întâmpla ca nu toate aceste contradicții să aibă proprietatea *ex falso*; 3) că nu este clarificată îndeajuns problema opozițiilor logice (contradicție, contrarietate, subcontrarietatea etc.) și problema raporturilor dintre ele. În fine, 4) că nu este definitivată problema implicației paraconsistente și a inferenței pe care o „subîntinde” aceasta.

În ceea ce privește prima problemă, se întrevede, de la început, următoarea dificultate: pe de o parte logica paraconsistentă nu recunoaște principiul non-contradicției, iar pe de altă parte toate sistemele de logică paraconsistentă trebuie să satisfacă condiția consistenței logice, să fie necontradictorii, cu alte cuvinte. Unde este valabil, atunci, principiul noncontradicției și unde nu mai este valabil el?

Am spus în capitolul doi că pot fi contradictorii domeniile de interpretare ale sistemelor paraconsistente, dar nu și sistemele formale ca atare, acestea sunt și trebuie să rămână consistente logic. Principiul noncontradicției nu a fost anulat, cel mult limitat, însă problema fiind mai complicată va trebui să reconsiderăm statutul acestor principii, să vedem ce sunt și, mai ales, ce nu sunt ele. Pentru că am vorbit despre această problemă cu altă ocazie, mă rezum aici la câteva aspecte:

(1) Discuția despre principii angajează distincția teoretic – metateoretic. La nivelul teoriilor avem de-a face cu legi logice, principiile se formulează la nivel metateoretic. Presupunând că *MT* este metateorie în raport cu teoriile  $T_1, T_2, \dots, T_n$ , un principiu formulat în *MT* este valabil pentru oricare dintre *T*.

(2) Principiile se „proiectează” la nivelul teoriilor sub formă de *legi logice*. Prin urmare,  $\neg(A \ \& \ \neg A)$ , respectiv,  $A \vee \neg A$  nu sunt principiile ca atare, ci doar „proiecțiile” acestor principii în limbajul logicii propozițiilor. Ele sunt *legi logice* și nu principii. Am putea spune, eventual, „legea noncontradicției”, „legea terțului



exclus“, „legea identității“ așa cum spunem „legea dublei negații“, „legea contrapozitiei“ etc.

(3) Suspendarea principiului are ca efect suspendarea unora dintre legi, în primul rând legea corespunzătoare lui, însă niciodată suspendarea legii nu este suficientă pentru suspendarea principiului. Nici logica polivalentă și nici logica intuționistă nu au anulat principiul terțului exclus, cel mult i-au impus unele restricții, l-au obligat la anumite reformulări (anulat într-o formă, principiul reapare sub o altă formă, suspendat într-o parte el reapare într-o altă parte).

(4) Fiecare principiu poate fi formulat logic și ontologic. Atât sub un aspect, cât și sub celălalt formularea principiilor reclamă condițiile de timp și raport. Principiul noncontradicției va avea, atunci, următoarea formulare: *în același timp și sub același raport o propoziție nu poate fi adevărată împreună cu negația ei*. Altă formulare: *o propoziție nu poate fi și adevărată și falsă*. Sau: *este imposibil ca propozițiile unei contradicții să fie împreună adevărate* etc. Nu există deci o singură formulare a principiului, ci o clasă de formulări echivalente (o „clasă de echivalență“).

Dacă ținem să dăm principiului o formă simbolică, aceasta va fi:

$$(1) \quad \forall t \forall r \neg \hat{\Diamond}[A(t,r) \& \neg A(t,r)],$$

unde  $t$  și  $r$  sunt timpul, respectiv, raportul, iar  $A$  este o metavariabilă.

Complexitatea principiului poate fi apreciată sub cel puțin trei aspecte: a) al domeniului celor două variabile, b) al operatorului negației, c) al modalității posibil.

Să luăm cazul negației. Dacă  $p$  este o variabilă propozițională, vor exista trei forme de negație nemodală, și anume: „Nu este adevărat  $p$ “, „Este fals  $p$ “ și „Din  $p$  rezultă ceva fals“. Simbolizăm adevărul cu „ $v$ “, falsul cu „ $f$ “ și definim cele trei negații după cum urmează:

$$N_1 p \Leftrightarrow p \neq v$$

$$(2) \quad N_2 p \Leftrightarrow p = f$$

$$N_3 p \Leftrightarrow p \rightarrow v$$

Logica bivalentă nu poate sesiza deosebiriile dintre aceste negații, ele se definesc aici prin același tabel de adevăr. Deosebiriile încep să apară abia când trecem de la bivalență la polivalență. Fac această observație pentru că da Costa folosește pentru sistemele sale matrice trivalente și chiar tetravalente.

Să dezvoltăm această idee introducând pe lângă adevăr și fals o a treia valoare nespecificată  $x$ . Cele trei negații se definesc conform aceluiași scheme însă valorile lor nu mai sunt aceleași:

| $p$ | $N_1 p$ | $N_2 p$ | $N_3 p$ |
|-----|---------|---------|---------|
| v   | f       | f       | f       |
| f   | v       | v       | v       |
| x   | v       | f       | x       |

Înseamnă deci, că într-un atare sistem logic nu există o singură negație, ca în logica bivalentă, ci trei negații diferite, fiecare conținând negația bivalentă ca pe un caz particular. Existând trei tipuri de negații, logic ar fi să existe și trei tipuri de contradicții:

$$\{p, N_1 p\}$$

$$(3) \quad \{p, N_2 p\}$$

$$\{p, N_3 p\}$$

Dacă, într-adevăr, așa stau lucrurile, atunci nu putem evita câteva întrebări:

Care sunt proprietățile acestor negații, în particular, prin ce proprietăți se aseamănă și prin ce diferă ele?

Care dintre aceste negații apar în sistemele lui da Costa (sau în alte sisteme paraconsistente cu semantică polivalentă)?

În fine, pentru care dintre aceste negații și contradicții este valabilă proprietatea *ex falso*?

Fără a intra în detalii observăm cu „ochiul liber“ că în sistemul  $C_1$  avem de-a face cu o negație de tip  $N_1$  pentru care *ex falso* nu este o proprietate valabilă (ca și în  $C_1$ , conjuncția „ $p \& N_1 p$ “ nu este întotdeauna falsă). Aceasta nu înseamnă prea mare lucru pentru că în același sistem îl putem defini pe  $N_2$  care are această proprietate. În general, cu cât un sistem admite mai multe semnificații logice, cu atât este mai mare numărul negațiilor care pot fi definite în acel sistem. Or, conform teoremei lui Arunda, sistemele  $C_n$  nu sunt decidabile prin matrici finite, deci putem presupune că fiecare sistem admite un număr infinit de asemenea negații. Dacă cel puțin una dintre aceste negații admite proprietatea *ex falso*, s-ar putea spune că sistemul însuși o admite, iar faptul că noi luăm sau nu în considerare această negație este o simplă chestiune de opțiune personală.

Dar sunt aceste negații cu adevărat diferite între ele? Și în ce ar consta, la urma urmei, diferențele lor?

General vorbind, diferențele dintre definițiile unui operator logic constau în proprietățile pe care le are respectivul operator relativ la fiecare definiție în parte. Același lucru este valabil și pentru negație. În tabelul de mai jos am notat dubla negație, terțul exclus, noncontradicția și *ex falso* (pe care eu le consider și ca proprietăți ale negației) cu DN, TE, NC, EF și am indicat cu „+“ și „-“ faptul că o negație are o astfel de proprietate sau nu o are.

|        | DN | TE | NC | EF |
|--------|----|----|----|----|
| $N_1p$ | –  | +  | –  | –  |
| $N_2p$ | –  | +  | +  | +  |
| $N_3p$ | +  | –  | –  | –  |

**Prima observație:** Nici una dintre negații nu are toate proprietățile enumerate (m-am limitat aici doar la patru proprietăți însă există și altele la fel de importante).

**A doua observație:** Nu există două negații care să aibă aceleași proprietăți (proprietățile comune și necomune sunt mereu altele).

În fine, *necontradicția* și *ex falso* apar aici ca proprietăți echivalente (dacă o negație are (sau nu are) proprietatea *necontradicției*, ea are (sau nu are) proprietatea *ex falso*, și invers)<sup>13</sup>.

În concluzie, există mai multe forme de negație, iar faptul că logica paraconsistentă nu ia în considerare decât unele dintre aceste negații reprezintă, fără îndoială, una din principalele ei limite (îngustându-și perspectiva asupra negației, logica paraconsistentă pierde din vedere aspecte esențiale ale contradicției logice).

Criticii paraconsistenței au formulat și alte obiecții relativ la negația sistemelor  $C_n$ , cum ar fi: *a)* aceste negații sunt neextensionale, *b)* ceea ce generează o astfel de negație nu este contradicția, ci contrarietatea, adică o opoziție logic mai slabă decât contradicția. Or, numai dintr-o contradicție se poate deduce orice, nu și dintr-o contrarietate.

Această ultimă obiecție, după părerea mea, nu-și atinge ținta. În primul rând, contradicția și contrarietatea se implică reciproc (ceea ce nu înseamnă că sunt echivalente). De exemplu, dacă *A* și *B* sunt în raport de contrarietate, atunci va exista o propoziție *C* astfel că *A* este în contradicție cu *C*, iar *B* îl implică pe *C* (pentru exemplificare vezi propozițiile silogistice *SaP* și *Sep*).

Dar nici pretenția că negația paraconsistentă ar da un raport de contrarietate nu este tocmai clară.

Când spunem noi că două propoziții sunt în raport de contrarietate? Când adevărul uneia implică falsul celeilalte, când propozițiile nu pot fi împreună adevărate dar pot fi împreună false. Dacă notăm contradicția cu *C* și contrarietatea cu *C'* putem defini cele două concepte prin:

$$C(v) = f, C(f) = v$$

(4)

$$C'(v) = f, C'(f) = x$$

Observăm că dacă *p* este adevărată, contradictoria ei este falsă, la fel contrara; dar dacă *p* este falsă, contradictoria ei este adevărată, în timp ce contrara ei poate fi sau adevărată sau falsă, după caz, și am notat acest lucru cu „*x*” (nu trebuie să-l considerăm pe „*x*” o valoare logică alături de adevăr și fals, el are aici o cu totul altă funcție).

<sup>13</sup> *Ex falso* este principiul noncontradicției în forma lui restrânsă.

Prin urmare, contradicția poate fi asimilată negației, în timp ce contrarietatea nu, ea nu este conținută în definiția nici uneia dintre negații. Ca să fie mai clar, între  $(A \ \& \ B)$  și  $\neg(A \ \& \ B)$  în  $C_1$  raportul nu este de contrarietate ci de contradicție (dacă „ $\neg$ ” este, într-adevăr, negație), însă, lucru interesant, această contradicție are proprietatea *ex falso*, în timp ce contradicția  $(A \ \& \ \neg A)$  nu o are. Prin urmare, chiar dacă admitem că  $C$  (definit mai sus) ar putea fi un semn de negație (identic sau doar analog cu „ $\neg$ ”), semnul  $C'$  este al unui concept care doar implică negația dar care nu este, propriu-zis, negație.

Date fiind aceste probleme ar fi de dorit să dispunem de un sistem formal în care să putem defini conceptele logice de contradicție, contrarietate și subcontrarietate – un sistem al „opозиțiilor”, cu alte cuvinte – în care să putem deduce toate proprietățile acestor opозиții pentru a vedea exact ce implică și ce nu implică fiecare.

Am insistat asupra negației paraconsistente, însă trebuie spus că probleme, cel puțin la fel de importante, ridică și implicația. Încă nu-mi dau seama dacă putem vorbi despre o implicație paraconsistentă și dacă există realmente o inferență specifică acestei implicații. Exprimă oare logica relevanței toate exigențele logicii paraconsistente în privința implicației? Chiar dacă centrul de greutate al discuțiilor cade astăzi pe problema negației, respectiv, contradicției (există și câteva cărți de dată foarte recentă despre negație) n-ar fi exclus ca și din direcția implicației să mai vină unele surprize. Dar atunci: *a*) care sunt proprietățile formale ale acestor implicații? (deocamdată știm mai bine cum *nu trebuie* decât cum *trebuie* să fie ea), și *b*) care sunt, la drept vorbind, *inferențele paraconsistente*? Legat de aceste probleme s-ar putea invoca unele teorii logice actuale care ating și problemele implicației (*default logic, conditional logics for defeasible reasoning* ș.a.), teorii care au gravitat o vreme pe orbita paraconsistenței, dar care evoluează astăzi într-un cadru conceptual mult diferit având și finalități diferite. Faptul că aceste logici apar împreună cu logicile paraconsistenței într-o carte cum este *Reasoning with Actual and Potential Contradictions* (eds. Ph. Besnard și A. Hunter) poate fi înțeles și ca o apropiere a lor pe linia implicației logice.

## Aspecte filosofice

Există și câteva probleme filosofice care ar merita discutate, în primul rând problema dialecticii. Am văzut că multe dintre sistemele logicii paraconsistente poartă denumirea de *logică dialectică* (*dialectică, dialetheică* etc.) fiind destinate de autorii lor, printre care și da Costa, formalizării unor teorii sau principii dialectice.

Logicizarea dialecticii nu este o idee nouă, însă ea nu a dat rezultate notabile și îmi este greu să cred că lucrurile s-au schimbat prea mult astăzi. Dacă vechii dialecticieni erau slabi logicieni, nici noii logicieni nu sunt mai buni dialecticieni. Totuși, problema este pusă și, cum se spune de obicei în asemenea situații, o problemă bine pusă este pe jumătate rezolvată.

Tema oricărei dialectici este contradicția, însă nu contradicția logică (aici este marea problemă a logicienilor noștri), ci contradicția ontologică, contradicția înțeleasă ca principiu al existenței și devenirii. Dacă distingem dialectica existenței de dialectica cunoașterii vom distinge, *ipso facto*, și între contradicțiile ontologice și contradicțiile gnoseologice care sunt, atât unele, cât și celelalte, forme particulare ale contradicției dialectice. În „abecedarul dialecticii“, însă, contradicția logică este cu totul altceva decât contradicția dialectică. Ontologizarea contradicției logice, respectiv, logicizarea contradicției ontologice sunt formele cele mai comune ale încălcării acestei distincții.

Logicile paraconsistenței, spune D. Batens, renunță la presupuziția consistenței „lumii“, în genere, exceptând doar anumite categorii de propoziții cum sunt propozițiile conjunctive, de exemplu. Ideea semantică pe care se bazează logicile dinamic dialectice este radical diferită: lumea este presupusă a fi consistentă, mai puțin acele părți ale ei care trebuie să fie inconsistente pentru ca premisele să fie adevărate<sup>14</sup>.

După părerea mea, categoriile de consistență și inconsistență nu au ce căuta aici. Dacă lucrurile sunt contradictorii (în sens dialectic) asta nu înseamnă că ele sunt inconsistente sau că lumea, ca atare, este inconsistentă. Lumea nu este nici consistentă, nici inconsistentă, consistentă sau inconsistentă este doar cunoașterea noastră despre lume, cunoaștere care se exprimă prin concepte, propoziții, raționamente, teorii etc. Doar acestea pot fi consistente, inconsistente sau paraconsistente, însă condiția consistenței se menține chiar și atunci când obiectul cunoașterii devine chiar inconsistența. O prejudecată adânc înrădăcinată în „dialectizările“ logicii, atât în cele vechi, cât și în cele mai noi, este că propozițiile contradictorii sunt adevărate întrucât reflectă contradicții, că dacă *a* este atât *A*, cât și *non-A*, propoziția „*a* este *A* și *non-A*“ trebuie neapărat să fie adevărată. Logic vorbind, aceasta este o naivitate, însă pretenția unora că logicile paraconsistenței ar fi mai apte pentru formalizarea dialecticii se bazează tocmai pe astfel de argumente.

Pentru a lămuri chestiunea am putea recurge la autoritatea lui Aristotel care a fost nu doar un mare logician, ci și un foarte mare dialectician. Schițez ideea fără a intra în detalii.

În *Categorii*, Aristotel distinge substanțele prime (= lucrurile individuale) de substanțele secunde (= speciile și genurile). El formulează în acești termeni unul din cele mai importante postulate ale ontologiei sale substanțialiste: *dacă substanțele prime nu ar exista, ar fi imposibil pentru orice alt lucru să existe*.

Printre determinările substanțelor prime este și aceea că ele nu au contrar, dar pot primi determinări contrare. Prin urmare, acest scaun nu este negația unui alt scaun și nici a vreunui alt lucru, problema negației nu se pune în acești termeni. El poate, în schimb, dobândi însușiri contrare – din bun să devină rău, din nou să devină vechi, din frumos să devină urât și așa mai departe. Schematic, dacă *a* în momentul *t* este *F* și într-un moment ulterior *t'* este *non-F*, devenirea lui *a* nu este

<sup>14</sup> D. Batens, op. cit., p. 188.

altceva decât unitatea dintre F și *non-F*. Ceea ce nu înseamnă că *a* este F și *non-F* în același timp, el este F într-un moment și *non-F* într-un alt moment, este F sub un raport și *non-F* sub un alt raport. Aristotel insistă asupra condiției *timp* pentru ca, mai târziu, Kant să adauge *raportul*, acestea reprezentând coordonatele contradicției logice și ontologice, deopotrivă. Nu trebuie să confundăm, așadar, contradicția logică cu contradicția ontologică și, mai ales, nu trebuie să confundăm contradicția logică cu acele contradicții aparente gen „scaunul este nou și vechi“, „omul este bun și rău“, „fereastra este și înăuntru și în afară“ etc. Acestea sunt propoziții eliptice, forme prescurtate de propoziții din care lipsesc tocmai condițiile de timp și raport. Nici un om nu este bun și rău în același timp, el este bun într-un moment și rău într-altul, este bun sub un anumit raport și rău sub un alt raport (cred că ceva de acest gen se ascunde și în mult discutata problemă a complementarității).

Dacă F și *non-F* sunt proprietăți, ele se exprimă prin concepte, însă nu prin concepte contradictorii ci prin concepte contrare întrucât, cel mai adesea, ele sunt speciile aceluiași gen. Relația de contrarietate nu este o relație binară, cum s-ar crede la prima vedere, ci una ternară – *A* este contrar lui *B* relativ la *C* (*C* fiind genul lor). Hegel va ontologiza raportul de contrarietate, făcând din cele două specii teza și antiteza, iar din gen sinteza lor. Toate raporturile logice dintre concepte devin acum raporturile unor abstracții reificate, a unor abstracții tratate ca lucruri. Hegel subestimează logica formală însă dialectica lui nu este decât o „logică solidificată“, rădăcinile ei își trag seva chiar din această logică. Mi se pare exagerată, de aceea, pretenția că dialectica hegeliană nu poate fi înțeleasă logic sau că ea ar presupune un alt fel de logică. Dialectica nu presupune o altă logică, cel mult o anumită dezvoltare a logicii (se poate spune că logica paraconsistentă este logica formală ajunsă într-un anumit stadiu al dezvoltării ei istorice). Cu cât este mai rafinată și evoluată din punct de vedere științific logica formală, cu atât mai mult va contribui ea la clarificarea și dezvoltarea dialecticii.

Aceasta în privința contradicției ontologice. Dialectica cunoașterii ridică probleme diferite deși înrudite. Paradoxul este o formă a contradicției dialectice, este contradicția specifică cunoașterii văzută în procesualitatea dezvoltării ei istorice.

Există, după Gheorghe Enescu, trei modalități principale în care contradicția logică poate afecta activitatea umană practică și/sau teoretică: *a) paralogistic* (din eroare), *b) sofistic* (cu intenție) și *c) antinomic* sau paradoxal (din necesitate). Ceea ce deosebește, așadar, paradoxul de alte forme ale contradicției logice este necesitatea și obiectivitatea, aceste contradicții, arată Enescu, țin de însuși procesul istoric al dezvoltării cunoașterii.

Enescu explică fenomenul paradoxurilor prin câteva principii dialectice care aplicate condițiilor concrete ale formulării paradoxurilor dau ceea ce numește el „mecanismul dialectic al contradicțiilor“. În *Paradoxurile logico-matematice și procesul cunoașterii* el spune că „... dincolo de limitele domeniului lor propriu de aplicație opozițiile polare își pierd sensul și se transformă una în alta: mulțime = element, adevăr = fals, predicabil = impredicabil, se conține = nu se

conține și așa mai departe<sup>15</sup>. Obiectiv, conchide Enescu, împinse dincolo de anumite limite aceste opoziții își pierd „rațiunea de a fi“.

Ideea că paradoxurile apar în „limitele gândirii“ stă la baza dialetheismului lui Graham Priest, care este, după cum am mai spus, una dintre cele mai bine articulate filosofii ale logicii paraconsistente (am văzut că principala lui carte se numește *Beyond the Limits of Thought*). Enescu nu este un logician al paraconsistenței, acest lucru este clar, însă concepția sa dialectică asupra paradoxurilor și asupra logicii, în general, devansează cu cel puțin trei decenii dialetheismul lui Graham Priest<sup>16</sup>.

Fără îndoială se pot spune încă foarte multe lucruri despre logica paraconsistentă, aici m-am rezumat doar la câteva aspecte, chestiuni „la prima vedere“, cum se spune. Că unele dintre pretențiile ei s-au dovedit nerealiste este de înțeles, în definitiv, fiecare noutate științifică aduce cu sine exagerări și pretenții nejustificate. În mod cert, însă, ea a pus și multe probleme reale. Existența teoriilor inconsistente dar netriviiale este un fapt științific confirmat, logica paraconsistentă fiind prima tentativă mai serioasă de instrumentare a dificultăților pe care le ridică funcționarea acestor teorii. Inițiind acest demers, logica paraconsistentă s-a văzut nevoită să pună în discuție teme și probleme ce păreau de mult definitive. Tema contradicției și a negației sunt de primă instanță, dar există încă multe altele (problema adevărului, de exemplu) pe care începem să le vedem astăzi într-o altă lumină. Este o dovadă în plus că în știință nimic nu este definitiv, că vine o vreme când trebuie să regândim chiar și principiile ei cele mai sigure – în cazul de față, principiul noncontradicției. N-ar fi exclus să asistăm și la alte răsturnări de situație, dat fiind că logica paraconsistentă este o disciplină în plină dezvoltare astăzi.

## Bibliografie

- [1] ANDERSON, A. R., BELNAP, N. D. – *Entailment. The Logic of Relevance and Necessity*, vol. I, Princeton University Press, 1975.
- [2] DA COSTA, N.C.A. – „Calculs propositionnels pour les systèmes formels inconsistants“, *C. R. Acad. Sc. Paris*, Series A, 257, 1963.
- [3] DA COSTA, N.C.A. – „Calculs de prédicates pour les systèmes formels inconsistants“, *C. R. Acad. Sc. Paris*, t. 258, 1964.
- [4] DA COSTA, N.C.A. – „Calculs de prédicates avec égalité pour les systèmes formels inconsistants“, *C. R. Acad. Sc. Paris*, t. 258, 1964.
- [5] DA COSTA, N.C.A., ARUNDA, A. J. – „Sur une hiérarchie des systèmes formels“, *C. R. Acad. Sc. Paris*, t. 259, 1964.
- [6] DA COSTA, N.C.A. – „On The Theory of Inconsistent Formal Systems“, în *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. XV, nr.4/ 1974.
- [7] DA COSTA, N.C.A., ALVES, E. H. – „A Semantical Analysis of The Calculi  $C_n$ “, în *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. XVIII, nr. 4/ 1977.

<sup>15</sup> Gh. Enescu, *Paradoxurile logico-matematice și problema cunoașterii*, în Gh. Enescu, *Paradoxuri, Sofisme, Aporii*, p. 154.

<sup>16</sup> Pentru detalii, v. Gh. Enescu, *Criză și revoluție în știință*, în Gh. Enescu, *Paradoxuri, Sofisme, Aporii*, p. 420.

- [8] DA COSTA, N.C.A., DUBIKAJTIS, L. – *On Jaskowski's Disscusive Logic*, în A. I. Arunda, N. C.A. da Costa și R. Chuaqui (eds.) *Non Classical Logics, Model Theory and Computability*, North Holland Pbls. Company, p. 37, 1977.
- [9] DA COSTA, N.C.A., PUGA, Z. L. – „On The Imaginary Logic of N. A. Vasiliev“, în *Zeitschr. F. math. Logik und Grundaglen d. math.* Bd. 34, S., 1988.
- [10] DA COSTA, N.C.A., BUENO, O. – „Paraconsistency: Toward a Tentative Interpretation“, *Theoria*, Nr. 40/ 2001.
- [11] DA COSTA, N.C.A., MARCONI, D. – „On Overview of Paraconsistent Logic in The 80's“, în *Journal of Non-Classical Logic*, vol. VI, nr.1/ 1989.
- [12] DA COSTA, N.C.A., BEZIAU, J.-Y., BUENO, O. – „Paraconsistent Logic în a Historical Perspective“, în *Logique et Analyse* 150 – 151 – 152, 1995.
- [13] DA COSTA, N.C.A. – *Logique classiques et non classiques. Essai sur les fondements de la logique*, Masson, Paris, Milan, Barcelone, 1997.
- [14] ENESCU, GH. – *Dicționar de logică*, ed. a doua, Editura Tehnică, București, 2003.
- [15] ENESCU, GH. – *Paradoxuri, sofisme, aporii*, Editura Tehnică, București, 2003.
- [16] HUNTER, A., BESNARD, PH. (eds.) – *Reasoning With Actual and Potential Contradictions*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/ Boston/ London, 1998.
- [17] KNEALE, W. și M. – *Dezvoltarea logicii*, vol. I, Editura Dacia, Cluj Napoca, 1974.
- [18] NOVICOV, P. S. – *Elemente de logică matematică*, Editura Științifică, București, 1966.
- [19] PRIEST, G. – *Beyond The Limits of Thought*, Cambridge University Press, 1995.
- [20] PRIEST, G., ROUTLEY, R., NORMAN J. (eds.) – *Paraconsistent Logic. Essays on The Inconsistent*, Philosophia Verlag, München Hamdem Wien, 1989.





**ÎNTÂLNIREA  
CU CONTRADICȚIA**

**LOGICILE  
PARACONSISTENȚEI**

*De la Heraclit încoace, trecând prin Hegel și Marx, iar în zilele noastre prin Wittgenstein, au existat filosofi care au admis că în teoriile și contextele raționale ce exprimă cunoștințe legitime, contradicția poate fi acceptată. „Dacă ar fi descoperită o contradicție în aritmetică, spunea Wittgenstein, acest lucru ar demonstra doar că o aritmetică ar putea aduce mari servicii prin această contradicție.“ Pentru anumiți gânditori, existența contradicției reprezintă, de altfel, o caracteristică esențială a oricărei teorii ce reflectă vreo porțiune restrânsă a realității. Totuși, până în urmă cu câțiva ani, nici un filosof nu s-a străduit să dezvolte sisteme logice paraconsistente menite să-i justifice sau să-i facă plauzibile ideile, fapt ce nu poate să nu ne surprindă.*

**Newton da COSTA**

*În ceea ce privește „logicile paraconsistente“ ele însele cuprind o anumită dificultate: deși admit contradicția în afară, n-o admit în interiorul teoriei logice. În acest fel ele nu au construit o teorie bazată pe negația principiului noncontradicției, ci o teorie fără teorema (sau axioma) necontradicției. Poate în viitor se vor descoperi modele interesante ale acestei teorii, deocamdată nu prezintă nici o utilitate, doar dacă nu avem în vedere exercițiile pe care le implică studiul lor sub aspect metalogic.*

**Gheorghe ENESCU**

# Paraconsistența: căt're o posibilă interpretare<sup>1</sup>

Newton C.A. da COSTA

Otávio BUENO

*Matematicianul trebuie să ia în calcul nu doar acele teorii care se apropie de realitate ci, ca în geometrie, toate teoriile logice posibile; și trebuie să aibă întotdeauna grijă să obțină o vedere completă asupra consecințelor rezultate din sistemul de axiome.*

David HILBERT: *Probleme matematice*, 1901.

## Introducere

În peisajul filosofic contemporan este general acceptat rolul crucial pe care l-a avut și continuă să-l aibă logica. Domenii întregi ale filosofiei, de la teoria cunoașterii și filosofia științei până la metafizică și etică, au suferit modificări adânci prin introducerea aparatului conceptual datorat teoriilor logice.

Mai delicat stau lucrurile când se pune problema înțelegerii filosofice a logicii înseși, în particular, a logicilor neclasice. Unul dintre obiectivele majore ale prezentei lucrări este de a apăra un punct de vedere mai aparte asupra acestei chestiuni, un punct de vedere care spune adio (sau, cel puțin, așa sperăm) altor interpretări ale logicii și ne referim aici îndeosebi la probleme privind natura logicii și la aplicațiile ei. Strategia noastră constă în examinarea unui caz mai special, respectiv, al logicii paraconsistente, logica sistemelor inconsistente, dar netriviiale (pentru detalii, v. Arruda, 1980; D'Ottaviano, 1990 și da Costa, Béziau și Bueno, 1996). Dintre toate logicile neclasice, aceasta este poate cea mai puțin obișnuită, cel puțin din perspectiva viziunii aristotelice: după cum bine se știe, în logica paraconsistentă principiul non-contradicției nu este întotdeauna valid. Formal nu este nici o dificultate în descrierea acestei posibilități; lucrurile se schimbă

---

<sup>1</sup> Newton C. A. da Costa, O. Bueno, *Paraconsistency: Towards A Tentative Interpretation*, în *Theoria*, vol. 16, nr. 40/2001. Traducere de Ioan Buș (N.T.).

substanțial atunci când trebuie să facem înțeles ceea ce se petrece. Acesta este un caz ce necesită interpretare. Dar întrebarea se ridică în mod natural: ce, la acest nivel, este o interpretare?

După ce răspundem, pe scurt, la această întrebare vom da o interpretare mai particulară logicii paraconsistente și vom indica cum intră aceasta în legătură cu anumite confuzii filosofice ce se nasc pe parcurs. Vom discuta câteva motivații ale logicii paraconsistente, precum posibilitatea utilizării ei în teoria mulțimilor. De asemenea, vom aborda rolul distincției dintre logicile pure și cele aplicate în înțelegerea paraconsistenței și aplicarea logicii paraconsistente în studiul mulțimilor lui Russell, al algebrelor booleene paraconsistente și al teoriei silogismului.

O ultimă avertizare. Noi concepem această lucrare drept o discuție preliminară a unor probleme logice și filosofice legate de paraconsistență. Nu intenționăm să dezvoltăm aici analiza lor, ci suntem mai degrabă interesați de *prezentarea* unui cadru general de discuție.

## 1. Logică, matematică, paraconsistență

Dacă se dorește înțelegerea sensului și naturii logicii este important să se clarifice, de la început, că în ziua de azi ea este un domeniu al cunoașterii la același nivel cu matematica. Astfel ea se divide în două domenii (cum se va examina în subcapitolul 3, al acestui capitol): unul pur și unul aplicat. Din punct de vedere pur se studiază anumite structuri abstracte, cum sunt limbajele formale, modelele și mașinile Turing. Vom prezenta câteva observații asupra acestor trei tipuri de structuri (desigur, mai sunt multe alte structuri, dar nu ne vom ocupa de ele aici).

Un limbaj formal este o structură abstractă ce codifică anumite laturi ale limbajului comun. Din perspectiva logic-algebrică este vorba de o algebră liberă. De fapt, o teorie a limbajelor formale poate fi dezvoltată algebric: tehnicile algebrice pot fi atunci aplicate, iar conceptele logice standard au o versiune algebrică. De exemplu, în logica clasică, o *teorie* devine un *filtru*, o *teorie consistentă* se transformă într-un *filtru adecvat*, o *teorie completă* într-un *ultra-filtru*, teorema de incompletitudine a lui Gödel dă naștere anumitor *filtre* ce nu sunt *ultra-filtre* etc. Din perspectiva logicii pure, metoda algebrică este mai generală și totodată mai convenabilă decât aceea bazată pe limbajele formale. De obicei, se susține că, alături de Frege, logica a fost retrasă din cadrul algebric pe care Boole i l-a dat, și că acest lucru a fost un progres. Astăzi se știe că acest lucru este fals, iar logica algebrică ne arată acest lucru destul de clar. Având ca bază algebra se poate clasifica și studia nu doar logica clasică, ci și logicile non-clasice, care astăzi proliferază într-o măsură considerabilă: logica intuiționistă, logica polivalentă, logica fuzzy, logica paraconsistentă, logica non-alethică, logica non-lineară, logica substructurală, logica probabilistică, logica cuantică etc.

Teoria modelelor generale se ocupă nu doar cu modele ale limbajelor formale clasice, cum ar fi calculul clasic al predicatelor de ordinul I, care este cel mai cunoscut, dar și cu modele ale limbajelor heterodoxe: non-clasice, valorizate boolean, modele ale limbajelor clasice, modele clasice ale teoriilor intuiționiste (de exemplu, modele Kripke); modele cuantice ale limbajelor legate de mecanica cuantică (v. Takeuti, 1981a și 1981b); modele clasice ale teoriilor paraconsistente și modele paraconsistente ale acestor teorii și așa mai departe. Astfel, se poate dovedi că logica intuiționistă de ordin I Brouwer-Heyting este completă conform semanticii clasice Kripke, deși este incompletă și incompletabilă în contextul unei logici intuiționiste (Gödel).

Astăzi există mai multe *semantici* distincte construite, la fel ca și cea clasică, în interiorul teoriei standard a mulțimilor, cum ar fi, pentru a menționa doar câteva, semanticile paraconsistente, cuantice și booleene. Aceste semantici pot fi generalizate într-o teorie generală de valori, care combină idei algebrice, topologice și ale teoriei mulțimilor. Aceste modele obținute prin forțare (Cohen) și prin teoria mulțimilor constructive a lui Gödel cad în interiorul teoriei modelelor generale, iar aceia care nu sunt familiarizați cu aceste teme nu au cunoștință de starea curentă a evoluției logicii. Dacă ne amintim că teoria clasică a modelelor ne-a dat deja câteva topici pe care nu le putem ignora (modele prime, modele saturate, categoricitatea în potență și teorema lui Morley, omisiunea tipurilor, eliminarea cuantificatorilor, câmpurile închise real, clasificarea teoriilor – Shellah etc.), imediat se observă enorma bogăție a teoriei modelelor generale sau a semanticii matematice. (Pentru mai multe comentarii asupra semanticii, vezi da Costa, Bueno și Béziau, 1995.)

Teoria mașinilor, sau teoria recurenței, a fost dezvoltată în ultimii ani în așa fel încât literatura de specialitate nu mai poate fi urmărită în toate detaliile sale. La temele tradiționale – cum ar fi funcții recursive, teorema lui Rice, ierarhia aritmetică, ierarhia analitică, limbaje Post etc. –, au fost adăugate multe altele, făcând acest domeniu al logicii și mai bogat. Unii au încercat, de exemplu, să extindă noțiunea de calculabilitate prin mașini Turing sau funcții recursive, cum este cazul lui Smale și al colaboratorilor săi.

Tot ce a fost amintit mai sus reprezintă dovezi pentru teza că dezvoltarea logicii pure este la fel ca dezvoltarea matematicii pure. A înțelege natura și semnificația sa înseamnă a înțelege, în general, semnificația și natura matematicii pure. Este suficient să notăm aici că progresul ei, cel puțin în principiu, este realizat pe un nivel *a priori* și abstract; experiența (la care ne referim într-un sens comprehensiv) legată atât de viața obișnuită, cât și de știință are doar o valoare euristică.

Cu privire la logica aplicată, lucrurile sunt destul de diferite, la fel ca în cazul matematicii aplicate. Logica, gândită, de exemplu, ca știința formelor de inferență valide este plasată în acest domeniu, adică în domeniul logicii aplicate. Problema în acest caz constă în descoperirea structurilor abstracte care reflectă mecanismul real al inferențelor deductive într-un anumit domeniu. Astfel, se studiază inferențele descoperite în viața cotidiană atât în matematica tradițională și constructivă, cât și în mecanica cuantică și științele naturii.

Opusă componentei pure, logica aplicată nu este articulată pe un nivel abstract și *a priori*. Din contră, ea depinde într-o anumită manieră de experiență (într-un sens comprehensiv) și, de asemenea, de factorii pragmatici (simplitate

teoretică, intuitivitate, capacitatea de sistematizare și așa mai departe). Din acest motiv studiul *constructiv* al gândirii matematice *constructive* nu se potrivește cu schemele logicii clasice; cu alte cuvinte, categoriile și procesele logicii clasice (principiul terțului exclus, metoda clasică de *reductio ad absurdum* etc.) nu pot reflecta mecanismele ce susțin gândirea constructivă. De aici existența diferitelor logici *constructive* (Brouwer-Heyting, Griss,...). Analog, mecanica cuantică standard (cum se va argumenta în subcapitolul 3.2 al acestui capitol) pare că duce către logici non-clasice, atunci când se dorește o apreciere adecvată a ceea ce se petrece în domeniul cuantic (logici modulare, logici orthomodulare, structuri Kochen-Specker (v. Kochen și Specker, 1967 etc.).

Topicile prezentate în această lucrare, numeroase, dar legate între ele, au fost alese pentru a clarifica anumite aspecte ale naturii logicii paraconsistente, semnificația și importanța ei. Ar trebui să fie clar de la început, că tot ce se spune privind logica în general se susține, de asemenea, în mod evident, și în ceea ce privește logica paraconsistentă. În particular, cea din urmă poate fi văzută atât ca un subiect pur cât și ca unul aplicat. În primul caz, la fel ca restul matematicii înseși, se discută structurile conceptuale definite și investigate într-o manieră *a priori*. În al doilea caz, considerată ca o disciplină aplicată, depinde de experiență și de constrângerile pragmatice.

Distincția între logica aplicată și cea pură în cadrul domeniului paraconsistenței este extrem de importantă, ea permite în particular o examinare mai bună a anumitor probleme. După cum vom vedea în subcapitolul 3.1 al acestui capitol, unii specialiști critică anumite sisteme paraconsistente pentru aceea că în aceste sisteme legea substituției echivalențelor nu se susține; iar ei preferă ca această lege să fie validă. În orice caz, din perspectiva logicii pure o astfel de critică va fi similară cu aceea făcută de un algebrist ce dorește ca doar grupurile comutative să fie studiate...

Nu mai puțin, dintr-un punct de vedere aplicat, o astfel de discuție poate fi relevantă, considerând că se apreciază anumite aplicații, de exemplu, în domeniul științei principiilor și folosirii calculatorului. Din nefericire, totuși, de cele mai multe ori nu se întâmplă acest lucru, fiind doar ca și cum cineva ar avea acces la o logică platonică, luată ca standard de comparare pentru toate logicele alternative avute în vedere. Din contră, când se are în vedere o problemă a logicii paraconsistente aplicate (de exemplu, pentru sistemele specializate) are sens studierea unei anume proprietăți, cum este cea deja menționată, dacă este sau nu întâlnită în sistemul logic descris. Mai mult, este posibil să întrebăm dacă în anumite sisteme specializate, pentru a lucra cu părți contradictorii de informații, este bine ca logica presupusă, de natură paraconsistentă, să aibă o a doua negație care să se comporte în manieră clasică.

Fiind prezentate aceste considerații generale asupra logicii, matematicii și paraconsistenței, înainte de a privi, în subcapitolul 3, anumite aspecte ale statutului teoretic al celei din urmă vom examina pe scurt câteva dintre principalele motivații pentru prezentarea ei.

## 2. Motivație: paraconsistență și teoria mulțimilor

Vorbind despre axiomatizarea teoriilor fizice, Hilbert a scris cuvintele de mai sus pe care noi le-am luat ca *motto*; cuvinte care într-adevăr ghidează orice cercetare axiomatică. În aceeași măsură se poate spune că logica paraconsistentă a apărut în urma aplicării acestei norme hilbertiene la axiomatizarea teoriei mulțimilor.

Într-adevăr, teoria naivă a lui Cantor s-a bazat în principal pe două principii fundamentale: postulatul extensionalității (dacă mulțimile  $x$  și  $y$  au aceleași elemente, atunci ele sunt egale), și postulatul separării sau comprehensiunii (orice proprietate determină o mulțime compusă din obiectele care au această proprietate). Ultimul postulat, în limbajul standard (de ordinul I) al teoriei mulțimilor, devine următoarea formulă (sau schemă de formulă):

$$(1) \quad \exists y \forall x (x \in y \leftrightarrow F(x))$$

Acum, este suficient să înlocuim formula  $F(x)$ , în (1), cu  $x \notin x$  și se obține paradoxul lui Russell. Astfel, principiul separării (1) este inconsistent. Deci, dacă se adaugă (1) la logica de ordinul I, concepută ca logică a limbajului teoriei mulțimilor, se obține o teorie trivială.

Există, de asemenea, alte paradoxuri, cum ar fi cele ale lui Curry și Moh Schaw-Kwei care indică faptul că (1) este trivial sau, mai precis, trivializează limbajul teoriei mulțimilor, dacă logica presupusă este clasică, chiar ignorând negația. Cu alte cuvinte, logica clasică pozitivă este incomparabilă cu (1); același lucru se poate spune și despre câteva alte logici, cum ar fi cele intuiționiste.

Teoriile clasice ale mulțimilor se disting prin restricțiile impuse formulei (1), pentru a evita paradoxurile. Pentru ca teoria astfel obținută să nu devină prea slabă, axiomelor de extensionalitate și separație (cu tot cu restricții) li se adaugă altele, în funcție de fiecare caz în parte.

Astfel, de exemplu, pentru Zermelo-Fraenkel (ZF) separația este formulată în următorul mod:

$$(2) \quad \exists y \forall x (x \in y \leftrightarrow (F(x) \wedge x \in z)),$$

unde variabilele sunt supuse, evident, unor condiții. Astfel, în ZF,  $F(x)$  determină submulțimea de elemente ale mulțimii  $z$  ce are proprietatea  $F$  (sau satisface formula  $F(x)$ ). Pe de altă parte, în sistemul Kelly-Morse, separația este următoarea:

$$(3) \quad \exists y \forall x (x \in y \leftrightarrow (F(x) \wedge \exists z (x \in z)))$$

Și, în sfârșit, în NF-ul lui Quine este angajată noțiunea stratificării, iar schema separării are următoarea formă:

$$(4) \quad \exists y \forall x (x \in y \leftrightarrow F(x)),$$

considerând că formula  $F(x)$  poate fi stratificată (pe lângă condițiile standard ce privesc variabilele).

Oricum, adoptând *motto*-ul lui Hilbert, putem întreba dacă va fi posibil să examinăm problema dintr-un punct de vedere diferit: ce este necesar pentru a menține schema (1) fără restricții (fără referire la condițiile variabilelor)? Răspunsul este imediat: trebuie schimbată logica presupusă, astfel încât (1) nu duce inevitabil la trivializare. Schema separației, fără „mari” restricții, duce la contradicții. Astfel, o logică de acest gen trebuie să fie paraconsistentă.

Încet, s-a verificat că există infinit mai multe moduri de a face restricțiile clasice ale schemei separației mai slabe, fiecare corespunzând diferitelor categorii de logici paraconsistente. Mai mult, logicile foarte slabe au fost formulate și pe baza lor se poate angaja, fără trivializare, schema (1). Unele teorii ale mulțimilor în care formulele (2), (3) și (4) de separație sunt fie combinate, fie adoptate izolat au fost, de asemenea, construite.

Un punct important este că unele teorii ale mulțimilor paraconsistente îl conțin pe cel clasic, în formulările Zermelo-Fraenkel, Kelly-Morse și Quine. Astfel, paraconsistența duce, dincolo de domeniul clasic, și permite, printre altele, reconstrucția matematicilor tradiționale (v. da Costa, Béziau și Bueno, 1998; da Costa, 1999; da Costa, Bueno și Volkov, 1999 și Mortensen, 1995). Se poate spune că teoriile paraconsistente extind teoriile clasice, așa cum geometria imaginară a lui Poncelet include geometria standard „actuală”.

Mai departe, trebuie să abordăm o dificultate descoperită în însăși temelia logicii. Logica elementară clasică (va fi suficient să luăm în considerare doar o parte din ce este pozitiv) și postulatul separației sunt deopotrivă evidente; suntem chiar obligați să susținem că sunt evidente și intuitive în mod egal. Oricum, ele sunt reciproc incompatibile și constituie astfel un caz de evidențe incompatibile – ceea ce creează o dificultate din perspectiva logicii clasice.

Fără a prezenta detaliile analizei filosofice, vom nota doar că teoriile clasice adoptă o abordare particulară, iar teoriile paraconsistente o altă abordare. Toate acestea sunt în perfectă armonie cu citatul din Hilbert: trebuie explorate toate posibilitățile. Accentuăm că o astfel de explorare contribuie la o mai bună înțelegere a însăși poziției clasice: o mai bună înțelegere a negației; a posibilității discursului, chiar dacă se respinge parțial principiul non-contradicției; a dovedi că acest principiu este cel puțin parțial adevărat, și așa mai departe.

Este natural să credem că fiind întemeiate pe oarecare motivații diferite și prezentând trăsături diferite, logica paraconsistentă și cea clasică pot oarecum să fie în dezacord atât cât le permite statutul lor teoretic. Totuși, situația poate fi alta – problemă de care ne vom ocupa în continuare.



### 3. Paraconsistența: considerații asupra statutului teoretic

#### 3.1. Logica pură, logica aplicată și paraconsistența

Logica este de obicei înțeleasă ca un domeniu analitic și *a priori*; se consideră că este independentă de experiență, și că legile sale sunt compatibile cu orice stare de lucruri contingentă ce se poate petrece. Această perspectivă, oricât de răspândită ar fi, nu este pusă la îndoială; într-adevăr așa cum sublinia Heisenberg cu mult timp în urmă:

(...) dacă cineva vrea să vorbească despre particulele atomice, trebuie să folosească fie schemele matematice ca unic supliment al limbajului natural, fie să-l combine cu un limbaj ce uzează o logică modificată, fie chiar cu o logică ce nu este bine definită (Heisenberg, 1958, p. 46).

La fel notează și Schrödinger:

Așa cum ochiul minții pătrunde distanțe din ce în ce mai mici și momente din ce în ce mai scurte, vedem că natura se comportă cu totul altfel de cum observăm corpurile vizibile și palpabile ce ne înconjoară, vedem că *nici* un model fasonat după experiențele noastre pe scală largă nu poate fi adevărat (Schrödinger, 1952).

Ambele considerații coroborează un fapt uimitor: mecanica cuantică inevitabil conduce la fundamentări logice diferite de cele clasice. Atâta cât știm, și după cum vom argumenta în secțiunea următoare, se pare că există o logică cuantică mult diferită de ceea ce se petrece în cadrul logicii tradiționale. Nu mai puțin, după cum se știe, întreaga argumentare ce privește întemeierea logică a fizicii cuantice nu este dezvoltată în linii *a priori*; în schimb, experimente, cum este cel al lui Gerlach și Stern asupra spin-ului particulelor, precum și legile cuantice, cum este principiul lui Heisenberg, trebuie luate în considerare – iar acestea sunt experiențele și legile ce ne-au făcut să reexaminăm baza logicii presupuse de fizică.

Logica intuiționistă, în ce o privește, este unul din modurile adecvate angajate pentru a sistematiza gândirea constructivă în matematică. Logica clasică nu reflectă în nici un fel activitatea constructivă a matematicienilor deoarece depinde de presupuziția implicită că ei lucrează în domenii compuse din obiecte *deja date* a căror existență nu reprezintă o problemă în cadrul muncii lor constructive.

Astfel, logica cuantică și cea intuiționistă aduc dovezi pentru teza că logica, în aplicațiile sale, depinde de trăsăturile particulare ale domeniului pe care îl organizează. Se înțelege că ne referim aici la sisteme logice aplicate și nu la logica pură. Desigur, cel care studiază logica pură poate elabora și studia orice sistem, independent de experiență. Totuși, cu privire la aplicații, există o inter-conexiune între dimensiunea ei logică și domeniul aplicației ce se bazează în special pe

considerații pragmatice, totuși, și alte aspecte sunt relevante în vederea individualizării logicii proxime în acest context cum ar fi raționarea euristică și natura domeniului studiat.

Privind analiticitatea logicii, aceste lucruri par îndoielnice chiar și în cadrul logicii clasice. Acest fapt generează teme ca independența de axioma alegerii și de ipoteza *continuum*-ului, care nu pot fi ușor catalogate drept enunțuri analitice (după cum nu este analitică nici formularea axiomei lui Zermelo și nici măcar întrebările legate de acest fapt și problemele generate). Însăși logica de ordin superior – logica ordinelor superioare și teoria mulțimilor – ne trimite la axiome de manieră existențială; mai mult, logica elementară are ceea ce putem numi trăsături sintetice legate de semantica sa, care implică topici asupra teoriei mulțimilor de natură non-analitică.

De asemenea, se susține ceva similar pentru semantica fizicii cuantice care nu poate fi bazată pe semantica standard, pe noțiuni ale teoriei mulțimilor. După cum susține Manin:

Noua fizică cuantică ne-a arătat modele de entități cu diferite comportamente. Chiar „mulțimea” de fotoni dintr-o oglindă, sau electronii dintr-o bucată de nichel sunt mai puțin cantorieni decât „mulțimea” firelor de nisip. În general, o „infinitate fizică” cu o probabilitate ridicată arată mult mai complicat și interesant decât o simplă infinitate de „lucruri”. (Manin, 1974, p. 36).

Pe de altă parte, concepții realiste *à la* Frege și Gödel, după care logica procură cele mai generale trăsături ale universului, par a fi susținute doar pe baze foarte speculative (de exemplu, Tarski le consideră un fel de superstiții sau chestiuni mistice). Astăzi, dată fiind proliferarea teoriilor logice heterodoxe, în special existența unei infinități de logici paraconsistente conținând o importantă parte din logica tradițională, susținerea unei perspective realiste extreme devine o sarcină dificilă.

Aceste observații au o importantă motivație: să justifice, deși indirect, unele teze despre logica paraconsistentă. De fapt, când un sistem paraconsistent este construit ca o teorie pură, principale sale trăsături nu sunt evident deschise, în general, la critici, decât dacă arată că sunt triviale. De exemplu, se obișnuiește să se critice anumite logici propoziționale paraconsistente pentru faptul că nu au relații de congruență ce implică toți conectorii (în particular, nu este cazul ca  $\vdash \alpha \leftrightarrow \beta$  implică  $\vdash \neg \alpha \leftrightarrow \neg \beta$ ). În locul acestor logici, unii specialiști au propus alte logici, care prezintă relații de congruență naturale, dar care satisfac legea non-contradicției  $\neg (\alpha \wedge \neg \alpha)$ , lege care, desigur, nu se susține în celelalte logici. Acum, strict vorbind, o astfel de discuție pare a fi ori lipsită de sens, ori pur speculativă, deoarece logicile care nu au relații de congruență au fost formulate ca logici pure, iar în acest domeniu (ca și în matematica pură), libertatea este enormă – toate alternativele trebuie să poată fi, în principiu, explorate. Oricum, aceste tipuri de critici nu ratează locul, în logica aplicată, unde se pot angaja argumente pragmatice și motive concrete (care depind de experiență, într-un mod comprehensiv).

Pe scurt, credem că o argumentare exclusiv filosofică, luată în sine, nu rezolvă problemele tehnice nici ale logicii pure, nici ale celei aplicate. Oricum,

considerațiile bazate pe alte rațiuni, legate de domenii ce sunt încă în studiu, sunt cele care contează în logica aplicată.

Întâmplător, într-o anumită măsură, una din cele mai importante aplicații ale logicii constă în construcția matematicii; astfel, o logică care nu este suficient de puternică pentru a obține părți considerabile ale matematicii clasice întâmpină o grea dificultate. Acest punct a fost deja remarcat de însuși Hilbert, când a susținut (deși poate puțin grăbit în generalizarea rolului legilor logicii lui Aristotel în construcția matematicii):

Dar noi nu putem abandona nici folosirea principiului terțului exclus și nici a altei legi a logicii aristotelice exprimate în axiomele noastre, din moment ce construcția analizei este imposibilă fără ele (Hilbert, 1927, p. 471).

Tot ce am argumentat până aici se potrivește cazului sistemelor paraconsistente care, notăm *en passant*, au găsit multe aplicații în inteligența artificială, în științele principiilor și folosirii calculatorului și în bazele științelor empirice (v., e.g., într-o imensă literatură, Subrahmanian, 1987; Blair și Subrahmanian, 1987 și 1988; Kifer și Subrahmanian, 1992).

### 3.2. Logica, mecanica cuantică și paraconsistența

O trăsătură uimitoare a cercetării secolului douăzeci constă în faptul că au fost create unele logici, diferite de cea clasică (de exemplu: logica intuiționistă, logica polivalentă, logica cuantică etc.). Astfel, o nouă problemă a luat naștere: cum să justificăm, în fiecare caz particular, legitimitatea angajării uneia din aceste logici? Un exemplu tipic al acestei probleme poate fi găsit în mecanica cuantică în care folosirea logicii tradiționale nu este în nici un fel neproblematică.

Această circumstanță este cea care a condus la o ruptură a logicii în cele două părți menționate mai sus. Accentuez încă odată acest punct: avem pe de o parte, logică pură care se dezvoltă analog matematicii pure, în principiu, într-o manieră abstractă și *a priori*, iar pe de altă parte, logica aplicată angajată, de exemplu, în inferențele obișnuite, în gândirea constructivă și în mecanica cuantică. În logica pură se găsesc topici cum ar fi ierarhia analitică, ierarhia aritmetică, modele saturate, algebra poliadică, algebra cilindrică, topologia și axiomele lui Martin, forțare, modele valorizate boolean etc.

În logica aplicată o temă centrală este cea legată de logica mecanicii cuantice: care este logica naturală presupusă pentru teoria pre-formală despre acest domeniu fizic? Pentru a răspunde la această întrebare trebuie depășite două probleme de bază.

(1) După cum un copleșitor grup de dovezi tinde să arate, logica cuantică, conform lucrărilor de pionierat ale lui von Neumann și Birkhoff, încalcă legile distributive ale logici clasice:

$$\alpha \wedge (\beta \vee \gamma) \leftrightarrow (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$$

(2) Particulele elementare distrug teoria uzuală a identității sau, mai precis, noțiunea de identitate (sau de egalitate) nu pare a fi aplicată potrivit la acestea: cum au arătat Schrödinger, Heisenberg, Weyl [cf. Weyl, 1963] și alți fizicieni, discursul despre egalitatea sau diferența particulelor este pur și simplu lipsit de sens.

Putem avea o idee, deși doar schițată și mai degrabă schematică a primei dificultăți prin referirea la un exemplu (destul de simplificat).

În mecanica cuantică standard fiecare electron posedă un moment cinetic unghiular, sau un spin, a cărui valoare este totdeauna  $+1/2$  sau  $-1/2$ ; deoarece, dacă momentul lui este în direcția  $x$  este denotat prin  $e_x$ , atunci  $e_x = +1/2$  sau  $e_x = -1/2$ . Pe de altă parte, dat fiind așa-numitul principiu al lui Heisenberg, nu se poate măsura momentul cinetic unghiular care este în două direcții (distincte) simultan.

Fie atunci  $x$  și  $y$  două direcții distincte. Să presupunem că s-a măsurat momentul lui cinetic unghiular pe direcția  $x$  și că  $e_x = +1/2$ ; deci,  $e_x = +1/2$  este adevărat. Oricum, după cum s-a spus,  $e_y = +1/2 \vee e_y = -1/2$  este totdeauna adevărat (în orice situație). Deci, se poate deduce că conjuncția

$$(I) \quad e_x = +1/2 \wedge (e_y = +1/2 \vee e_y = -1/2)$$

este, de asemenea, adevărată. Din (I), dată fiind distributivitatea conjuncției în relație cu disjuncția, urmează:

$$(II) \quad \begin{aligned} e_x = +1/2 \wedge (e_y = +1/2 \vee e_y = -1/2) &\leftrightarrow \\ \leftrightarrow (e_x = +1/2 \wedge e_y = +1/2) \vee (e_x = +1/2 \wedge e_y = -1/2) \end{aligned}$$

După cum s-a văzut, componenta din stânga bicondiționalului este adevărată oricum dat fiind că nu se poate măsura simultan momentul lui cinetic unghiular care este în direcții distincte  $x$  și  $y$ ; componenta din dreapta este fie falsă, fie fără sens. Astfel, aplicarea logicii clasice dă naștere unor dificultăți.

Sunt mai multe căi posibile pentru a încerca să menținem logica tradițională și pentru a depăși problema ridicată de (II). Nu mai puțin, până acum nici una nu a primit acceptul tuturor. (Pur și simplu nu funcționează dacă se propune schimbarea mecanicii cuantice standard cu o altă teorie, deoarece despre prima este vorba; de asemenea, nu este suficient să notăm că măsurătoarea este cea care „creează” valoarea de spin, și astfel propoziția „ $e_y = +1/2 \vee e_y = -1/2$ ” nu este nici adevărată și nici falsă, deoarece o asemenea observație contrazice logica clasică etc.)

Problema care privește posibilitatea aplicării categoriei egalității la particulele elementare este într-adevăr delicată, iar soluția ei nu pare a fi simplă. Atât teoria tradițională a mulțimilor, cât și matematica construită în cadrul acesteia presupun teoria egalității. În continuare se poate spune că un grup de electroni, de exemplu, nu constituie o mulțime, în sensul clasic.

Concluzionând, sunt multe obstacole care privesc posibilitatea aplicării logicii clasice la mecanica cuantică.

Chiar și semantica acestei teorii ridică dificultăți dat fiind că metodele semanticii standard sunt elaborate în interiorul teoriei tradiționale a mulțimilor. O astfel de situație este deja luată în considerare chiar în manualele bune de logică, cum este cel al lui Manin:

Analizarea fenomenelor mecanicii cuantice relevă o divergență profundă între structurile logice interne ale macrocosmosului și cele ale microcosmosului. Deși explicarea acestor diferențe prin mijloacele limbajului natural și al logicii naturale este foarte dificilă și, în ultimă analiză, totdeauna rămâne un sentiment de insatisfacție, aceste încercări de explicare continuă. Dezvoltarea acestor baze ale fizicii în secolul douăzeci ne-a învățat o importantă lecție. Crearea și înțelegerea acestor baze s-a dovedit că are foarte puțin de-a face cu abstracțiile epistemologice care erau foarte importante pentru criticii bazelor matematicii din secolul douăzeci: finitudine, consistență, construibilitate și, în general, noțiunile carteziene de claritate intuitivă. În schimb, principii cu totul neprevăzute au intrat în centrul atenției: complementaritatea, conjuncția neclasică, funcția probabilistică a adevărului. Electronul este infinit, capricios și liber, și nu împărtășește dragostea noastră pentru algoritm (Manin, 1977, pp.82–83).

Întreaga discuție aduce dovezi în favoarea tezei că logica, cel puțin în ceea ce privește aplicațiile sale, nu este legată în întregime de condiționări *a priori*. Într-adevăr, principiile ce ghidează aplicațiile sale sunt aceleași cu cele ce ghidează aplicațiile oricărei teorii matematice, de exemplu, sunt similare celor ce privesc geometria pură.

În sfârșit, vrem să evidențiem că un nou tip de logică cuantică a fost propusă de Dalla Chiara și Giuntini: logici cuantice paraconsistente [cf. Dalla Chiara și Giuntini, 1989]. Acestea sunt forme slabe ale logicii cuantice, în care principiile non-contradicției și terțului exclus nu se susțin. După cum argumentează autorii, aceste logici pot fi văzute ca „abstracții logice” ale clasei tuturor *efectelor* din abordarea operațională a mecanicii cuantice, având, de asemenea, unele aplicații interesante în acest domeniu.

## 4. Paraconsistența: câteva aplicații tehnice

Fiind examinate pe scurt unele caracteristici teoretice ale logicii paraconsistente, în cele ce urmează vom lua în considerare unele dezvoltări tehnice din cadrul paraconsistenței. Acum, principalul nostru scop este să indicăm unele trăsături uimitoare ce pot fi găsite atunci când o astfel de logică este angajată ca logică presupusă a raționării matematice. Pe de o parte, deși poate nu *chiar așa* de surprinzător, date fiind principalele sale caracteristici ca logică particulară și non-clasică în care principiul non-contradicției este oarecum restricționat, sunt obținute unele rezultate cu adevărat neobișnuite (cel puțin cu privire la intuițiile noastre clasice) – dar de un remarcabil interes. Pe de altă parte, și în legătură directă

cu acest punct, contrar naturii acestor rezultate, șablonul și tipul de raționare implicată pentru a le obține sunt chiar standard, complet similare practicii matematice curente. Deși proprietățile obiectelor „contradictorii” se pot studia într-un cadru paraconsistent, nu înseamnă că „totul este posibil”. Pur și simplu nu se poate dovedi despre obiecte orice se dorește. Chiar dacă sunt contradictorii, aceste obiecte, după cum este cazul, *nu* sunt triviale. La fel ca în cazul celor standard studiate în cadrul ramurilor clasice ale matematicii, acest tip de obiecte are aceeași independență de gândurile și dorințele noastre: unele proprietăți se susțin, iar altele nu.

Astfel, din punct de vedere metodologic, o matematică paraconsistentă nu este în nici un fel amenințătoare sau, cel mult, este la fel de înfricoșătoare pe cât poate fi o matematică clasică; iar din perspectivă euristică se obțin unele rezultate interesante. Ce putem spera mai mult de la un cadru matematic? (Aceasta este evident o întrebare retorică; dar pentru aceia care au luat-o în serios, menționăm din nou că până și în cazul problemei aplicării, un astfel de cadru progresează destul de bine, în particular în cazul inteligenței artificiale și mai general în ceea ce privește părțile inconsistente de informație.)

Mai mult, cu o logică paraconsistentă putem formula definiții și putem raționa în prezența contradicțiilor, fără a le elimina (cum este cazul folosirii logicilor clasice pentru sistematizarea mulțimilor de credințe consistente asupra unui domeniu). Putem prezenta aici o analogie cu geometria: introducerea elementelor improprie (Desargues, Poncelet, ...), sau a elementelor imaginare ori ideale (Poncelet, Plücker, Klein, ...) în geometrie nu ridică nici o dificultate intrinsecă dezvoltării ei; și acest lucru se petrece chiar dacă intuițiile spațiului comun nu se mai susțin.

Oricum, în loc să argumentăm aceste puncte în termeni *a priori*, și în loc să prezentăm unele detalii viitoare despre ele, vom privi un caz particular, concret, relevant pentru scopurile noastre, formulând și întemeind unele rezultate asupra unui celebru „obiect contradictoriu”: mulțimea lui Russell. În subcapitolul 4.2, al acestui capitol, va fi construită o algebră booleană paraconsistentă și, în final, în subcapitolul 4.3 al acestui capitol vom prezenta pe scurt o analiză semantică a logicii paraconsistente.

## 4.1. Mulțimea lui Russell și paraconsistența

Vom lucra în interiorul teoriei paraconsistente a mulțimilor, ale cărei detalii nu le prezentăm (unele dintre aceste detalii, cum sunt acelea ce privesc restricțiile ce sunt incluse în schema separației, pot fi găsite în da Costa, 1964 și da Costa, 1986; v., de asemenea, da Costa, Béziau și Bueno, 1998). Este suficient să notăm că, în cadrul teoriei paraconsistente a mulțimilor, există mulțimi cum este cea al lui Russell, mulțimea putere (mulțimea tuturor submulțimilor unei mulțimi date) și mulțimea unitate a altei mulțimi; mai mult, se susțin regulile logicii intuiționiste sau pozitiv clasice la fel ca și principiul terțului exclus. La fel ca în cazul logicii clasice, există o infinitate de teorii paraconsistente ale mulțimilor; în unele dintre ele e.g., două mulțimi nu pot fi simultan egale și diferite, dar în altele da. Mai mult, în unele dintre aceste teorii putem deriva paradoxurile Burali-Forti și

al lui Cantor (v. da Costa, Béziau și Bueno, 1998; pentru detalii privind matematicile paraconsistente, v. e.g., da Costa, 1999; Mortensen, 1995 și da Costa, Bueno și Volkov, 1999).

### Definiția 1 (Mulțimea lui Russell)

$$R = \{x: x \notin x\}$$

### Teorema 1

$$R \in R \wedge R \notin R.$$

**Demonstrație.** Avem dată definiția lui  $R$ ,  $x \in R \leftrightarrow x \notin x$ . Deci, înlocuim  $x$  cu  $R$ :  $R \in R \leftrightarrow R \notin R$ . Oricum, dacă  $R \in R$ , urmează că  $R \notin R$ , și dacă  $R \notin R$  atunci  $R \in R$ . Prin urmare, conform terțului exclus,  $R \notin R$ . Similar se poate demonstra că  $R \in R$ .

### Teorema 2

$$y \in \{x\} \leftrightarrow y = x.$$

**Demonstrație.** Este o consecință imediată a definiției lui  $\{x\}$ .

### Teorema 3

$$x \in R \rightarrow \{x\} \in R.$$

**Demonstrație.** Fie cazurile:  $\{x\} \notin \{x\}$  și  $\{x\} \in \{x\}$ . În primul caz,  $\{x\} \in R$ , prin definiția lui  $R$ . În al doilea caz,  $\{x\} = x$  și, dată fiind ipoteza,  $\{x\} \in R$ .

### Teorema 4

$$x, y \in R \rightarrow \{x, y\} \in R.$$

**Demonstrație.** Avem fie cazul  $\{x, y\} \notin \{x, y\}$ , fie cazul  $\{x, y\} \in \{x, y\}$ . În prima ipoteză,  $\{x, y\} \in R$ . În a doua, urmează fie  $\{x, y\} = x$ , fie  $\{x, y\} = y$ , și, încă odată având ipoteza, rezultă  $\{x, y\} \in R$ .

### Teorema 5

$$\{\{x, R\}\} \in R.$$

**Demonstrație.** Într-adevăr, fie  $\{\{x, R\}\} \in \{\{x, R\}\}$ , fie  $\{\{x, R\}\} \notin \{\{x, R\}\}$ . În al doilea caz este evident că  $\{\{x, R\}\} \in R$ . În primul caz, conform teoremei 2,

urmează că  $\{\{x, R\}\} = \{x, R\}$  și astfel,  $x = R = \{x, R\}$ ; prin urmare,  $x = R$ , și dat fiind că  $R \in R$ , conform teoremei 4,  $\{x, R\} \in R$ . În consecință, conform teoremei 3,  $\{\{x, R\}\} \in R$ .

**Teorema 6** (Arruda și Bates, 1982)

$$\cup R = V, \text{ unde } V = \{x: x = x\}.$$

**Demonstrație.** Este suficient să dovedim, pentru orice  $x$ , că  $x \in \cup R$ . Presupunem (1)  $\{x, R\} \notin \{x, R\}$ ; deci,  $\{x, R\} \in R$  și, prin definiția reuniunii,  $x \in \cup R$ . Pe de altă parte, dacă (2)  $\{x, R\} \in \{x, R\}$ , atunci fie  $\{x, R\} = x$ , fie  $\{x, R\} = R$ . Dacă  $\{x, R\} = R$ , urmează că  $x \in \cup R$ . Dacă  $\{x, R\} = x$ , avem  $\{\{x, R\}\} = \{x\}$ , și dat fiind că  $\{\{x, R\}\} \in R$  (teorema 5), urmează că  $\{x\} \in R$ ; și în conformitate,  $x \in \cup R$ .

**Observație.** Deci, o teorie a mulțimilor împreună cu mulțimea lui Russell are în general o clasă universală. (O teorie clasică a mulțimilor de tipul ZF cu o clasă universală a fost dezvoltată în Church (1974); în da Costa (1986) a fost extinsă la o teorie paraconsistentă a mulțimilor.)

**Definiția 2.**  $\wp(x)$  denotă mulțimea putere al lui  $x$ .

**Teorema 7** (Arruda)

$$\dots \subset \wp(\wp(R)) \subset \wp(R) \subset R$$

**Demonstrație.** Dacă  $x \in \wp(R)$ ,  $x \subset R$ . Acum, fie  $x \notin x$ , fie  $x \in x$ . Dacă  $x \notin x$ ,  $x \in R$ ; dacă  $x \in x$ , dat fiind că  $x \subset R$ , urmează că  $x \in R$ . Deci,  $\wp(R) \subset R$ .

Mai mult, dacă  $x \in \wp(\wp(R))$ , atunci  $x \subset \wp(R)$ , și din rezultatul precedent,  $x \subset R$ ; deci,  $x \in \wp(R)$ . Astfel,  $\wp(\wp(R)) \subset \wp(R) \subset R$ . Această demonstrație se poate completa ușor.

Rezultatele adiționale privind  $R$  sunt următoarele:

**Teorema 8**

$$\emptyset \in R, \{\emptyset\} \in R, \{\{\emptyset\}\} \in R, \dots$$

**Teorema 9**

$$\exists x (x \notin R).$$

**Teorema 10**

$$x, y \in R \rightarrow \langle x, y \rangle \in R.$$



### **Teorema 11**

$$x \subset R \rightarrow x \in R.$$

### **Teorema 12**

$$R \times R \subset R.$$

Dată fiind teorema 5, se poate demonstra că  $R$  este, după cum a și fost, un „model intern” al teoriei mulțimilor în care lucrăm. Mai mult, dat fiind că  $\cup R = V$ , urmează că existența lui  $R$  implică existența unor mulțimi infinite.

Proprietățile lui  $R$  nu sunt în nici un fel arbitrare. Astfel, nu se poate dovedi orice în ceea ce privește  $R$ , fără a dovedi totodată că unele teorii clasice ale mulțimilor sunt inconsistente (v. da Costa, 1986 și, de asemenea, da Costa, 1964).

Pe lângă  $R$ , nu este dificilă introducerea în studiu a relațiilor lui Russell:

$$\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \in R_{n,i} \leftrightarrow \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \in x_i.$$

Se dovedește ușor că:

### **Teorema 13**

$$R_{n,i} \in R_{n,i} \wedge R_{n,i} \notin R_{n,i}.$$

### **Teorema 14**

$$V \times V \times \dots \times V = \cup R_{n,i},$$

unde produsul din stânga are  $n$  termeni.

Este clar că  $R_{1,1}$  este  $R$ , unde obținem  $\langle x \rangle = x$ .

## **4.2. O algebră booleană paraconsistentă**

În cadrul diverselor teorii paraconsistente ale mulțimilor de un anumit tip, se poate aprecia intuitiv o mulțime ca o pereche ordonată de mulțimi, în sensul clasic, ce sunt parte a unui univers-mulțime  $V$ . Astfel, o mulțime  $X$  este perechea  $\langle X_1, X_2 \rangle$ , unde

- (1)  $x \in X$  dacă și numai dacă  $x \in X_1$ ;
- (2)  $x \notin X$  dacă și numai dacă  $x \in X_2$ ;
- (3)  $x \in X$  și  $x \notin X$  este echivalent cu  $x \in X_1$  și  $x \in X_2$ .

Dat fiind că principiul terțului exclus este menținut în unele teorii paraconsistente ale mulțimilor trebuie ca  $X_1 \cup X_2 = V$ . Dacă  $X_1 \cap X_2 = \emptyset$ , se obține o mulțime *clasică*.

Să privim colecția de mulțimi construită pe  $V$ , care va fi notată prin  $\mathcal{V}$ . Un element din  $\mathcal{V}$  se numește *mulțime paraconsistentă* sau *p-mulțime*. În ceea ce urmează vom schița o algebră a *p-mulțimilor*  $\mathcal{V}$ . Vom presupune că *p-mulțimile* aparțin teoriei clasice a mulțimilor, de exemplu ZF.

### Definiția 1 (Reuniunea)

Dacă

$$X = \langle X_1, X_2 \rangle \text{ și } Y = \langle Y_1, Y_2 \rangle,$$

atunci

$$X \cup Y = \langle X_1 \cup Y_1, X_2 \cap Y_2 \rangle.$$

**Definiția 2.** Notăm prin „1” perechea  $\langle V, \emptyset \rangle$  și prin „0” perechea  $\langle \emptyset, V \rangle$ .

**Teorema 1.** Toate identitățile următoare se susțin:

$$X \cup X = X;$$

$$X \cup Y = Y \cup X;$$

$$(X \cup Y) \cup Z = X \cup (Y \cup Z);$$

$$1 \cup X = 1;$$

$$0 \cup X = X.$$

### Definiția 3 (Intersectarea)

Dacă

$$X = \langle X_1, X_2 \rangle \text{ și } Y = \langle Y_1, Y_2 \rangle,$$

atunci

$$X \cap Y = \langle X_1 \cap Y_1, X_2 \cup Y_2 \rangle.$$

**Teorema 2.** Identitățile următoare sunt proprietăți ale intersectării:

$$X \cap X = X;$$

$$X \cap Y = Y \cap X;$$

$$(X \cap Y) \cap Z = Z \cap (Y \cap X);$$

$$1 \cap X = X;$$

$$0 \cap X = 0.$$

**Definiția 4 (Complementul)**

Dacă

$$X = \langle X_1, X_2 \rangle,$$

atunci

$$X' = \langle X_2, X_1 \rangle.$$

**Definiția 5 (Incluziunea)**

Dacă

$$X = \langle X_1, X_2 \rangle \text{ și } Y = \langle Y_1, Y_2 \rangle,$$

atunci

$$X \subset Y \text{ implică } X_1 \subset Y_1 \text{ și } X_2 \subset Y_2.$$

**Teorema 3.** Se susțin următoarele identități:

$$X'' = X;$$

$$1' = 0;$$

$$0' = 1;$$

$$X \cup X' \subset 1$$

$$0 \subset X \cap X'.$$

**Teorema 4.** Acestea sunt unele proprietăți ale incluziunii:

$$X \subset X;$$

$$\text{Dacă } X \subset Y \text{ și } Y \subset X, \text{ atunci } X = Y;$$

$$\text{Dacă } X \subset Y \text{ și } Y \subset Z, \text{ atunci } X \subset Z;$$

$$0 \subset X;$$

$$X \subset X \cup X';$$

$$X \cap X' \subset X;$$

$$X \subset 1.$$

**Definiția 6.** Structura

$$P = \langle \mathcal{V}, \cap, \cup, ', 0, 1 \rangle$$

se numește *algebră booleană paraconsistentă*.

Prin angajarea acestei structuri se pot formaliza câteva șabloane paraconsistente de raționare, așa cum este cazul algebrei booleene clasice unde se pot pune în termeni algebrici diferitele inferențe clasice. Mai mult, se poate verifica dacă mecanismul logicii paraconsistente, avut în vedere aici, nu exclude logica clasică, dar o extinde într-un anumit sens; deși, dintr-un alt punct de vedere, el poate fi inclus în structurile logicii tradiționale. Desigur, aceste observații sunt valabile pentru categorii particulare de structuri paraconsistente; oricum, ele sunt de o mare importanță pentru întemeierea faptului că atât logica paraconsistentă, cât și matematica paraconsistentă, atât cât le înțelegem, nu distrug nici logica tradițională și nici matematica standard, ci doar le completează și, în unele cazuri, le extind.

Structura algebrei booleene paraconsistente este în mod evident mai bogată decât cea clasică. Astfel, de exemplu, se pot introduce doi operatori,  $\alpha_1$  și  $\alpha_2$ , așa încât, dat fiind  $p$ -mulțimea  $X$ ,  $\alpha_1(X) = X_1$  și  $\alpha_2(X) = X_2$ , unde  $X_1$  și  $X_2$  fac parte dintr-o altă algebră booleană, algebra clasică a submulțimilor lui  $\mathcal{V}$  etc.

Când structura  $P$ , în definiția 6, este astfel încât, pentru orice  $X = \langle X_1, X_2 \rangle$ , se petrece  $X_1 \cap X_2 = \emptyset$  se obține o algebră booleană ce în esență este algebra obișnuită a submulțimilor lui  $\mathcal{V}$ .

În acest fel, se poate construi o teorie generală a structurilor paraconsistente (algebrice, topologice, de ordine etc.) obținând astfel o generalizare a teoriei tradiționale a structurilor, cum este Bourbaki (cf. Bourbaki, 1968). Mai mult, structurile paraconsistente, cum sunt cele descrise în această secțiune, au fost aplicate în mai multe domenii, cum sunt științele principiilor și folosirii calculatoarelor, inteligența artificială și programarea logică (v. e.g. Subrahmanian, 1992). Acestea aduc o puternică motivație studiului lor.

### 4.3. Analiza semantică a unei logici paraconsistente

Nu este dificil de elaborat o logică paraconsistentă cu cuantificatori monadici (extensia la cazul poliadic nu reprezintă o provocare serioasă) cu o semantică bazată pe teoria mulțimilor Zermelo-Fraenkel (ZF). Construcția este similară cazului teoriei fuzzy a mulțimilor care este, de obicei, construită în cadrul ZF.

Logica construită aici o vom numi  $M$ . Limbajul său este acela al calculului cuantificațional uniform monadic clasic (există o singură variabilă  $x$  individuală), cu constante individuale, dar fără identitate. Simbolurile predicative sunt notate prin majuscule latine, iar constantele individuale prin minuscule latine.

O structură pentru  $M$  este o structură semantică de următorul tip:

$$S = \langle V, P', Q', R', \dots, a', b', c', \dots \rangle,$$

unde  $V$ , universul structurii, este o mulțime non-vidă,  $P' = \langle P_1, P_2 \rangle$ ,  $P_1 \subset V$ ,  $P_2 \subset V$  și  $P_1 \cup P_2 = V$ ;  $Q' = \langle Q_1, Q_2 \rangle$ ,  $Q_1 < V$ ,  $Q_2 < V$  și  $Q_1 \cup Q_2 = V$  etc., și  $a', b', c', \dots$  sunt elemente ale lui  $V$ . De exemplu,  $P'$  este un predicat (paraconsistent); dacă un element

$k \in V$ , astfel încât  $k \in P_1$ ,  $k$  satisface  $P$ ; dacă  $k \in P_2$ , atunci  $k$  nu satisface  $P$ . Este evident că dacă  $k$  aparține simultan lui  $P_1$  și lui  $P_2$ ,  $k$  satisface și nu satisface  $P$ .

O interpretare a lui  $M$  în  $S$  îi corelează fiecărui simbol predicativ din  $M$  un predicat paraconsistent din  $S$  și fiecărei constante individuale câte un element  $a', b', c', \dots$ , după cum este și normal. Diagrama limbajului  $M(S)$  se definește în manieră standard și orice interpretare poate fi extinsă tuturor numelor introduse (în sensul lui Shoenfield; v. Shoenfield, 1967).

Să definim acum o evaluare asociată unei interpretări. Pentru acest lucru vom expune câteva notații.

Dată fiind formula  $F$ , vom nota prin  $F^*$  formula obținută din  $F$  în următorul mod: (a) eliminare  $\rightarrow$  și  $\leftrightarrow$  prin definițiile uzuale, fie în termeni de  $\neg$  și  $\vee$ , fie  $\neg$  și  $\wedge$ ; (b) fiecare negație este transportată „părții interne“ a formulei, astfel încât afectează doar subformulele atomice sau negațiile acestor subformule din  $F$ .

Dacă  $I$  este o interpretare a lui  $M$  în  $S$ ,  $v_1$ , sau doar  $v$ , este evaluarea asociată. Se poate defini astfel, unde  $F$  este o propoziție din  $M(S)$ :

$$(1) \quad v(F) = v(F^*);$$

$$(2) \quad v(G \vee H) = 1 \Leftrightarrow v(G) = 1 \text{ sau } v(H) = 1;$$

$$(3) \quad v(G \wedge H) = 1 \Leftrightarrow v(G) = v(H) = 1;$$

$$(4) \quad v(\neg^{2n+1} P(k)) = v(\neg P(k));$$

$$(5) \quad v(\neg^{2n} P(k)) = v(P(k));$$

$$(6) \quad v(P(k)) = 1 \Leftrightarrow k \in P_1;$$

$$(7) \quad v(P(k)) = 0 \Leftrightarrow k \notin P_1;$$

$$(8) \quad v(\neg P(k)) = 1 \Leftrightarrow k \in P_2;$$

$$(9) \quad v(\neg P(k)) = 0 \Leftrightarrow k \notin P_2;$$

$$(10) \quad v(\forall x G(x)) = 1 \Leftrightarrow v(G(k)) = 1, \text{ pentru orice nume sau constantă } k;$$

$$(11) \quad v(\forall x G(x)) = 0 \Leftrightarrow v(G(k)) = 1, \text{ pentru orice nume sau constantă } k;$$

$$(12) \quad \text{„}v(\exists x G(x)) = 1\text{“ este definită în modul uzual;}$$

$$(13) \quad \text{„}v(\exists x G(x)) = 1\text{“ este, de asemenea, definită în modul uzual.}$$

Este clar că în această definiție se presupune că elementul  $k$  denotă un nume sau o constantă individuală, că  $I$  îl atribuie pe  $P$  lui  $P'$  etc.

Astfel, se definește în  $M$ :  $\models_M F$  dacă, pentru orice interpretare  $I$  și evaluare  $v_I$ ,  $v_I(F) = 1$ .

Fiind dată o formulă  $F^*$ , prin  $F^{*\circ}$ , se denotă următoarea formulă: se înlocuiește în  $F^*$  fiecare ocurență a lui  $P$  cu  $P_1$  (noul simbol predicativ) și  $\neg P$  cu  $P_2$  (noul simbol predicativ, altul decât  $P_1$ ) etc. Deci, pentru orice simbol predicativ  $P$  din  $M$ , asociem două noi predicate  $P_1$  și  $P_2$ ; pentru  $Q$  asociem  $Q_1$  și  $Q_2$  etc.

Să adăugăm la  $M$  un nou simbol al implicației,  $\supset$ , caracterizat semantic prin condiția clasică:  $v(G \supset H) = 1$  dacă și numai dacă  $v(G) = 0$  sau  $v(H) = 1$ . Mai mult, să mai adăugăm lui  $M$  noile simboluri predicative  $P_1$  și  $P_2$ ,  $Q_1$  și  $Q_2$ , ..., admitând că în nici o formulă nu există ocurențe ale  $\supset$  ce vizează negații. Atunci, o axiomatizare pentru  $M$  este următoarea:

- (1) Un sistem de postulate pentru calculul uniform pozitiv clasic, relativ la  $\supset$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\forall$  și  $\exists$ .
- (2)  $P_1 \vee P_2, Q_1 \vee Q_2, \dots$
- (3)  $F^{*\circ} / F$ , pentru orice formulă în care nu există nici o ocurență a  $\supset$ .

Urmează că:  $\vdash_M F \Leftrightarrow \models_M F$ .

Enunțăm pe scurt câteva teoreme din  $M$ :

$$\vdash_M F \wedge F \rightarrow G$$

$$\vdash_M \neg (F \wedge \neg F)$$

$$\vdash_M F \vee (F \supset G)$$

$$\vdash_M \forall x \neg (Px \wedge \neg Px)$$

$$\vdash_M (F \vee \neg F)$$

$$\vdash_M \forall x (Px \vee \neg Px)$$

Oricum, regulile și propozițiile de mai jos *nu* se susțin în  $M$ :

$$F, F \neg G / G$$

$$Pa \wedge \neg Pa \supset G$$

$$\neg (Pa \wedge \neg Pa)$$

Predicatele  $R$ , cum ar fi  $R_1k \wedge R_2k$ , nu sunt satisfăcute de nici un  $k$  în  $V$  și sunt numite clasice. În acest caz  $v(Ra \wedge \neg Ra) = 0$  pentru orice  $a$  în  $V$ , iar  $R$  are un comportament clasic.

Cum am prezentat deja,  $M$  reprezintă într-un punct de plecare, de exemplu, pentru dezvoltarea silogisticii paraconsistente – la fel cum este cea descrisă în secțiunea următoare. Mai mult, poate fi, de asemenea, angajată ca bază pentru o silogistică a cărei natură a fost schițată de N.A. Vasiliev, unul dintre predecesorii logicii paraconsistente. (Pentru o prezentare a perspectivei sale și pentru referințe la lucrările sale, v. Arruda, 1984.)

## 5. Studiu de caz: silogismul și paraconsistența

În această secțiune o aplicație a cadrului general furnizat de logica paraconsistentă va fi făcută la ceea ce este probabil cel mai vechi domeniu al logicii tradiționale: teoria silogismului. Principala sarcină este angajarea logicii paraconsistente în articularea acestei teorii și examinarea validității inferențelor tradiționale.

După o scurtă trecere în revistă, în subcapitolul 5.1 al acestui capitol, a câtorva aspecte ale silogisticii clasice, în subcapitolul 5.2 al acestui capitol vom prezenta pe scurt câteva răspunsuri posibile la această problemă.

### 5.1. Silogistica clasică

În cadrul logicii tradiționale, ce ia naștere din diverse surse prin procese de modificare și adaptare a ideilor lui Aristotel, silogismul categoric are un rol important. S-a dovedit că sistemul tradițional nu este coerent, iar aici îl vom interpreta într-una din manierele posibile.

Există patru tipuri de propoziții categorice ce alcătuiesc nucleul logicii tradiționale: (1) cele universal afirmative: ( $A$ ) orice  $a$  este  $b$  (orice om este muritor); (2) cele particular afirmative: ( $I$ ) unii  $a$  sunt  $b$  (unii oameni sunt muritori); (3) cele universal negative: ( $E$ ) nici un  $a$  nu este  $b$  (nici un om nu este muritor); și (4) cele particular negative: ( $O$ ) unii  $a$  nu sunt  $b$  (unii oameni nu sunt muritori). În propozițiile  $A$ ,  $I$ ,  $E$ ,  $O$ ,  $a$  și  $b$  sunt termeni, legați de copulă (verb);  $a$  este subiectul, iar  $b$  este predicatul. Urmând propunerea lui Łukasiewicz putem simboliza aceste propoziții astfel:  $Aab$ ,  $Iab$ ,  $Eab$  și  $Oab$ . (Pentru interpretarea lui Aristotel de către Łukasiewicz, v. Łukasiewicz, 1971.) Presupunem că termenii ce apar în propoziții nu sunt vizi, adică, clasele asociate lor au elemente (aceasta pare a fi poziția lui Aristotel) și, de asemenea, că astfel de clase nu sunt singulare, i.e., că nu au doar un singur membru (prin urmare nici un termen nu este nume propriu).

Urmând considerațiile standard vom interpreta propozițiile categorice din calculul predicativ monadic clasic de ordinul I în următoarea manieră:

*Aab*  $\forall x(a(x) \rightarrow b(x))$

*Iab*  $\exists x(a(x) \wedge b(x))$

*Eab*  $\forall x(a(x) \rightarrow \neg b(x))$

*Oab*  $\exists x(a(x) \wedge \neg b(x))$

Fiind dată această interpretare, putem examina mai multe părți ale logicii tradiționale determinând validitatea atât a formulelor cât și a inferențelor.

Având în vedere propozițiile categorice, logica tradițională se ocupă cu patru mari teme: (1) pătratul opozițiilor; (2) teoria conversiunii; (3) inferențele imediate; și (4) teoria silogismului categoric. Le vom prezenta pe scurt pe fiecare.

**Opoziția.** După cum se știe, deși această figură nu se găsește în lucrările lui Aristotel, propozițiile *A*, *I*, *E* și *O* sunt ordonate pe vârfurile unui pătrat, unde *A* și *O*, *E* și *I* sunt numite contradictorii, *A* și *E* contrare etc. De exemplu, se poate arăta că două propoziții contradictorii nu sunt ambele adevărate și nici ambele false (una este negarea celeilalte) etc.

**Conversiunea.** Conversiunea constă în schimbarea fie a poziției termenilor dintr-o propoziție categorică, fie a cantității (faptul de a fi universală sau particulară), fie a calității (afirmativă sau negativă), fie a naturii termenilor ei (din pozitivi, de exemplu, *animal*, în negativi, *non-animal*, și viceversa). Sunt trei tipuri fundamentale de conversiune: cea simplă, cea bazată pe accident și obversiunea\*, prin combinarea lor rezultă noi tipuri de conversiune. Logicianul se ocupă în principal cu determinarea validității unor astfel de operații: când din propoziții adevărate derivă alte propoziții adevărate. De exemplu, făcând apel la conversiunea prin accident se poate conchide că „Unele animale sunt oameni“ din propoziția „Orice om este animal“. Pentru a exprima obversiunea prin calcul predicativ monadic, presupunem că pentru orice predicat  $p(x)$  există un corelat  $p'(x)$ , astfel încât  $\forall x(\neg p(x) \leftrightarrow p'(x))$ .

**Inferențe imediate.** Acest tip de inferențe au doar o premisă. Teoriile opoziției și conversiunii aduc criterii pentru testarea validității lor. Astfel, bazându-ne pe teoria conversiunii, din *Aab* putem conchide *Iba*, cum poate fi arătat în cadrul calculului predicativ monadic. Un alt exemplu este următorul: din *Aab* se poate conchide *Iab*, prin subordonare, o relație examinată în cadrul teoriei opozițiilor și o inferență validă în cadrul calculului monadic.

**Silogismul categoric.** Un silogism categoric, sau, pe scurt, un silogism, constă într-o inferență cu două premise și o concluzie, ambele fiind propoziții categorice. Se știe că sunt 256 silogisme posibile, distribuite în patru figuri, fiecare

---

\* **Notă:** Este neclar de ce autorii consideră obversiunea și celelalte inferențe imediate drept cazuri particulare ale conversiunii (*N.T.*).



dintre ele având moduri valide. În cazul nostru, avem șase moduri valide în fiecare figură, în total, 24 silogisme valide. În mod tradițional aceste silogisme au nume. Pentru prima figură: *Barbara*, *Celarent*, *Darii*, *Ferio*, *Barbari* și *Celaront*; pentru a doua figură: *Cesare*, *Camestres*, *Festino*, *Baroco*, *Cesaro* și *Camestrop*; a treia figură: *Darapti*, *Disamis*, *Datisi*, *Felapton*, *Bocardo* și *Ferison*; și a patra figură: *Bramantip*, *Camenes*, *Dimaris*, *Fesapo*, *Fresison* și *Camenop*. Vocalele și consoanele din aceste nume au anumite sensuri care nu sunt relevante pentru scopurile noastre aici. (Pentru mai multe detalii istorice asupra silogismului tradițional, cf. Kneale și Kneale, 1988, pp.23–112.)

## 5.2. Silogistica paraconsistentă

Similar silogisticii tradiționale care a fost interpretată prin calculul predicativ monadic, putem dezvolta o silogistică paraconsistentă. Ea se bazează, de exemplu, pe calculul monadic corespunzător logicii paraconsistente a predicatelor  $C_1^*$ . Pentru a ajunge acolo este suficient să transformăm propozițiile  $A$ ,  $I$ ,  $E$  și  $O$  în  $C_1^*$ : transformările sunt la fel, din punct de vedere formal, cu cele prezentate deja în ultima secțiune ce se bazează pe cadrul clasic.

Două observații scurte trebuie făcute în acest context: (1) Deducțiile pozitive valide în  $C_0^*$ , calculul predicativ clasic, sunt, de asemenea, valide și în  $C_1^*$ ; adică, atunci când nu este implicată nici o negație explicită, deducțiile pozitive din  $C_0^*$  și cele din  $C_1^*$  sunt aceleași; (2) În  $C_1^*$  se pot găsi predicate „paraconsistente” astfel că, de exemplu, există elemente ce satisfac predicatul și, în același timp, nu satisfac predicatul; i.e., pentru unele predicate  $p$  se susține:

$$\exists x (p(x) \wedge \neg p(x)).$$

Astfel, bazându-ne pe argumente mai degrabă similare celor găsite în cazul clasic, se poate verifica validitatea inferențelor și se pot schimba în conformitate teoriile opoziției, conversiunii, inferențelor imediate și silogismului. (Fiecare predicat din universul de discurs are trei părți: cea a elementelor ce-l satisfac, cea a elementelor ce nu-l satisfac și cea a elementelor care îl satisfac și nu-l satisfac. Simpla reprezentare grafică procură evidența pentru validitatea, sau pentru ne-validitatea anumitor inferențe și conversiuni.)

Bazându-ne pe o astfel de abordare se poate argumenta următorul rezultat. În logica paraconsistentă  $C_1^*$  toate modurile primei și celei de a treia figuri a silogismului sunt valide; din figura a doua nu este valid nici unul, iar din figura a patra doar modurile *Bramantip* și *Dimaris* sunt valide.

Merită menționat că  $C_1^*$  are o negație puternică, de manieră clasică, și dacă se adoptă o astfel de negație în interpretarea raționării silogistice, se obține teoria clasică.

Cum se știe, Łukasiewicz a axiomatizat teoria silogismului categoric bazată pe calculul propozițional clasic admitând anumite propoziții categorice drept axiome specifice, precum și câteva definiții adecvate. Bazându-se pe calculul propozițional paraconsistent, de exemplu, calculul  $C_1$  (cf. da Costa, 1974), putem, de asemenea, formula o axiomatizare pentru silogistica paraconsistentă articulată în linii paralele celei deja menționate. În plus, notăm că există mai multe extensii sau modificări a silogisticii lui Aristotel ce admit, de asemenea, versiuni paraconsistente, cum ar fi cele ale lui Hamilton, de Morgan și Gergone.

## 6. Observații finale

Din observațiile anterioare se pot trage câteva concluzii ce schițează perspectiva unică a logici paraconsistente și, în general, a logicii contemporane. Vom rezuma câteva, lăsând dezvoltarea lor unor lucrări viitoare.

(1) Logica paraconsistentă, ca opusă celei clasice, chiar dacă este o logică ce ne permite să examinăm proprietățile „obiectelor contradictorii“, cum este mulțimea lui Russell, nu conduce la trivializare și, în plus, pur și simplu *nu* este cazul ca aceste obiecte să aibă orice trăsătură imaginabilă. Într-o oarecare măsură, ele se comportă la fel de normal ca un alt obiect clasic standard.

(2) Ceea ce am vrut să sugerăm aici este că logica paraconsistentă este neutră din punct de vedere filosofic, în același sens în care este neutră și matematica. Cea din urmă, la fel ca și prima, nu poate justifica prin ea însăși vreo poziție metafizică sau, în general, „speculativă“. (Nu mai trebuie menționat că, oricum, logica și matematica la fel ca și activitățile logicienilor și matematicienilor pot fi interpretate filosofic.)

(3) În această privință vrem să accentuăm că *nu se poate* dovedi că interpretările filosofice „speculative“ ale logicii paraconsistente *nu pot fi adevărate* (deși poate fi, de asemenea, dificil de a dovedi că sunt adevărate). Interpretarea noastră, nu mai puțin, nefiind implicată în astfel de abordări „speculative“ pare a fi mai acceptabilă din punct de vedere filosofic.

(4) Odată făcută distincția între logica pură și cea aplicată, pare normal să susținem că ultima nu este limitată exclusiv la considerente *a priori*, ci depinde de trăsăturile particulare ale domeniului în care este aplicată (sau de modul propozițional de reprezentare). După cum susține von Neumann:

Ideea de bază este că sistemul logic ce este folosit trebuie derivat din experiențe acumulate, relative la principala aplicație pe care vrem să o facem – logica trebuie să se inspire din experiență. (von Neumann, 1937, p. 2)

## Bibliografie

- [1] ARRUDA, A.I. – *A Survey of Paraconsistent Logic*, în Arruda, Chuaqui, și da Costa (eds.) (1980), pp. 1–41, 1980.
- [2] ARRUDA, A.I. – „N.A. Vasiliev: A Forerunner of Paraconsistent Logic“, *Philosophia Naturalis* 21, pp. 472–491, 1984.
- [3] ARRUDA, A.I., BATENS, D. – „Russell's Set versus the Universal Set in Paraconsistent Set Theories“, *Logique et Analyse* 25, pp. 121–136, 1982.
- [4] ARRUDA, A., CHUAQUI, R., ȘI DA COSTA, N.C.A. (eds.) – *Mathematical Logic in Latin America*, Amsterdam, North-Holland, 1980.
- [5] BATENS, A., ș.a. (eds.) – *Proceedings of the World Congress of Paraconsistency*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [6] BELTRAMETTI, E., VAN FRAASSEN, B.C. (eds.) – *Current Issues in Quantum Logic*, New York, Plenum Press, 1981.
- [7] BLAIR, H.A., SUBRAHMANIAN, V.S. – „Paraconsistent Logic Programming“. *Proc. 7th Intl. Conf. on Foundations of Software Technology and Theoretical Computer Science*. Lecture Notes in Computer Science, vol. 310, Berlin, Springer-Verlag, pp. 340–360, 1987.
- [8] BLAIR, H.A., SUBRAHMANIAN, V.S. – „Paraconsistent Foundations for Logic Programming“, *The Journal of Non-Classical Logic* 5, pp.45–73, 1988.
- [9] BOURBAKI, N. – *Theory of Sets*, Boston, Mass., Addison-Wesley, 1968.
- [10] BROWDER, F.E. (eds.) – *Mathematical Developments Arising from Hilbert Problems* (Proceedings of the Symposium in Pure Mathematics, XXVIII), Providence, American Mathematical Society, 1974.
- [11] CHURCH, A. – *Set Theory with a Universal Set*, in Henkin (ed.) (1974), pp. 297–308, 1974.
- [12] DA COSTA, N.C.A. – „Sur un Systeme Inconsistent de la Theorie des Ensembles“, *Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l'Academie des Sciences*, Paris, 258, pp. 3144–3147, 1964.
- [13] DA COSTA, N.C.A. – „On the Theory of Inconsistent Formal Systems“, *Notre Dame Journal of Formal Logic* 15, pp. 497–510, 1974.
- [14] DA COSTA, N.C.A. – „On Paraconsistent Set Theory“, *Logique et Analyse* 115, pp. 361–371, 1986.
- [15] DA COSTA, N.C.A. – „Paraconsistent Mathematics“, forthcoming in Batens ș.a. (eds.) [1999], 1999.
- [16] DA COSTA, N.C.A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. – „Aspects of Paraconsistent Logic“, *Bulletin of the Interest Group in Pure and Applied Logics* 3, pp.597–614, 1995a.
- [17] DA COSTA, N.C.A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. – „Paraconsistent Logic in a Historical Perspective“, *Logique et Analyse* 150, pp. 151–152, 111–125, 1956.
- [18] DA COSTA, N.C.A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. – *Elements of Paraconsistent Set Theory* [in Portuguese], Campinas, Colecao CLE, 1998.
- [19] DA COSTA, N.C.A., BUENO, O. – „Consistency, Paraconsistency and Truth (Logic, the Whole Logic and Nothing but the Logic)“, *Ideasy Valorei* 100, pp. 48–60, 1996.
- [20] DA COSTA, N.C.A., BUENO, O., BÉZIAU, J.-Y. – „What is Semantics? A Brief Note on a Huge Question“, *Sorites-Electronic Quarterly of Analytical Philosophy* 3, pp. 43–47, 1995.
- [21] DA COSTA, N.C.A., BUENO, O., VOLKOV, A. – *Outline of a Paraconsistent Category Theory*, University of Sao Paulo, California State University and University of Parana, 1999.
- [22] DALLA CHIARA, M.L., GIUNTINI, R. – „Paraconsistent Quantum Logics“, *Foundations of Physics* 19, pp. 891–904, 1989.
- [23] D'OTTAVIANO, I. – „On the Development of Paraconsistent Logic and da Costa's Work“, *The Journal of Non-Classical Logic* 7, pp. 89–152, 1990.
- [24] HEISENBERG, W. – *Physics and Philosophy*, London, Allen & Unwih, 1958.
- [25] HENKIN, L. (eds.) – *Proceedings of the Tarski Symposium*, Providence, American Mathematical Society, 1974.
- [26] HILBERT, D. – *The Foundations of Mathematics*. English translation of the original 1927 German paper reprinted in van Heijenoort (eds.) (1967), pp. 464–479, 1927.
- [27] KIFER, M., SUBRAHMANIAN, V.S. – „Theory of Generalized Annotated Logic Programming and its Applications“, *Journal of Logic Programming* 12, pp. 335–367, 1992.

- [28] KNEALE, W., KNEALE, M. – *The Development of Logic*, Oxford, Clarendon Press. First published in 1962, 1988.
- [29] KOCHEN, S., SPECKER, E. – „The Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics“, *Journal of Mathematics and Mechanics* 17, pp. 59–87, 1967.
- [30] LUKASIEWICZ, J. – „On the Principle of Contradiction in Aristotle“, *Review of Metaphysics* 24, pp. 485–509, 1971.
- [31] MANIN, YU.I. – *Problems of Present Day Mathematics – Foundations*, in Browder (eds.) (1974), 1974.
- [32] MANIN, YU.I. – *A Course in Mathematical Logic*, New York, Springer-Verlag, 1977.
- [33] MORTENSEN, C. – *Inconsistent Mathematics*, Dordrecht, Kluwer, 1995.
- [34] SCHRODINGER, E. – *Science and Humanism*, Cambridge, Cambridge University Press, 1952.
- [35] SHOENFIELD, J.R. – *Mathematical Logic*, Reading, Mass., Addison-Wesley Publishing Company, 1967.
- [36] SUBRAHMANIAN, V.S. – „On the Semantics of Quantitative Logic Programs“, *Proc. 4th IEEE Symp. on Logic Programing*, San Francisco, Computer Society Press, pp. 173–182, 1987.
- [37] TAKEUTI, G. – *Quantum Set Theory*, în Beltrametti și van Fraassen (eds.) (1981), 1981a.
- [38] TAKEUTI, G. – *Two Applications of Logic to Mathematics*, Princeton, Princeton University Press, 1981b.
- [39] VAN HEIJENOORT, J. (eds.) – *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1967.
- [40] VON NEUMANN, J. – *On Alternative Systems of Logics*, manuscris nepublicat, von Neumann Archives, Library of Congress, Washington, D.C., 1937.
- [41] WEYL, H. – *Philosophy of Mathematics and Natural Science*, New York, Atheneum, 1963.

### **Mulțumiri**

*Dorim să-i mulțumim lui Steven French pentru comentariile asupra unei versiuni anterioare a acestei lucrări. De asemenea, datorăm mulțumiri celor doi cititori anonimi pentru folositoarele lor sugestii.*



# Sistemele logicii paraconsistente<sup>1</sup>

Graham PRIEST

Richard ROUTLEY

## 1. Paraconsistența: caracterizare și motivare

Fie  $\models$  o relație de consecință logică. Relația  $\models$  poate fi definită fie semantic, fie teoretic<sup>2</sup>, fie în alte feluri. Din punct de vedere semantic,  $\Sigma \models A$  are loc dacă și numai dacă toate formulele din  $\Sigma$  sunt adevărate într-o evaluare oarecare, iar  $A$  este și ea adevărată. Teoretic,  $\Sigma \models A$  are loc dacă și numai dacă, pentru o anumită mulțime de reguli, există o derivare a lui  $A$ , ale cărei premise se găsesc, toate, în  $\Sigma$ .  $\models$  este *explozivă* dacă și numai dacă pentru orice  $A$  și  $B$ ,  $\{A, \sim A\} \models B$ . Ea este *paraconsistentă*, dacă și numai dacă nu este explozivă. O logică este *paraconsistentă* dacă și numai dacă relația sa de consecință logică este de acest fel. Dacă o logică este definită în termenii unei mulțimi de teze, ea poate avea mai multe relații de consecință asociate. De exemplu,  $\{A_1 \dots A_n\} \models B$ , dacă și numai dacă  $\vdash (A_1 \wedge \dots \wedge A_n) \rightarrow B$  sau  $\vdash (A_1 \rightarrow (\dots \rightarrow A_n \rightarrow B)) \dots$  sau  $A_1, \dots, A_n \rightarrow B$  (ultima reprezentând relația de conservare a teoremei sau inferența slăbită). În acest caz toate relațiile de consecință asociate ar trebui să fie paraconsistente.

Fie  $\Sigma$  un sistem de propoziții (*statements*).  $\Sigma$  este *inconsistent*, dacă și numai dacă, pentru anumiți  $A$ ,  $\{A, \sim A\} \subseteq \Sigma$ .  $\Sigma$  este *trivial* dacă și numai dacă pentru oricare  $B$ ,  $B \in \Sigma$ . Ceea ce este important de spus despre logica paraconsistentă este că ea oferă baza pentru teoriile inconsistente dar non-triviale. Cu alte cuvinte, există sisteme de propoziții legate prin consecință logică, ce sunt inconsistente dar non-triviale. Acest lucru este uneori considerat ca o definiție

---

<sup>1</sup> G. Priest, R. Routley, *Systems of Paraconsistent Logic*, în G. Priest, R. Routley, J. Norman (eds.), în *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag, München, 1989. Traducere de Claudiu Mesaroș (N.T.).

<sup>2</sup> Se mai spune „sintactic“ (N.T.).

alternativă a „paraconsistenței” și, deoarece consecința logică este tranzitivă, ea este echivalentă cu definiția originară. Ideea este aceasta: dacă  $\Sigma$  este o teorie inconsistentă dar non-trivială atunci, evident, relația de consecință este paraconsistentă. În mod convers, să presupunem că  $\{A, \sim A\} \not\models B$ . Fie  $\Sigma$  închiderea (closure) tranzitivă pentru  $\{A, \sim A\}$  prin consecință logică. Atunci  $\Sigma$  este inconsistentă, dar  $B \notin \Sigma$ . Datorită echivalenței, orice teorie inconsistentă dar non-trivială poate fi numită *paraconsistentă*; în aceeași situație se află orice situație teoretică a cărei închidere deductivă oferă o teorie paraconsistentă.

Care ar fi motivația interesului pentru logica paraconsistentă? Printre multe altele, există o motivație ce provine din teoria demonstrației și o motivație semantică.

## 1.1. Motivația teoriei demonstrației

Această motivație pleacă de la faptul că există teorii interesante  $T$  care sunt inconsistente dar non-triviale. Evident, logica subiacentă a unor asemenea teorii trebuie să fie paraconsistentă, de unde decurge nevoia studierii logicii paraconsistente. Este ușor să dăm exemple de teorii inconsistente dar non-triviale, după cum se va vedea în cele ce urmează. Un prim exemplu, ce va apărea iar și iar, este teoria naivă a mulțimilor, acea teorie a mulțimilor bazată pe schema de axiome a abstracției complete,  $\exists y \forall x (x \in y \leftrightarrow A)$ . Aceasta, împreună cu extensionalitatea, caracterizează concepția intuitivă despre mulțimi. Teoria este inconsistentă deoarece generează paradoxurile teoriei mulțimilor (de exemplu, dacă  $R$  este mulțimea Russell, definită ca  $\{x: \sim x \in x\}$ , argumentele paradoxale standard arată că  $R \in R$  și  $\sim R \in R$ ). Totuși este non-trivială deoarece există multe poziții despre mulțimi pe care noțiunea intuitivă le respinge pe bună dreptate (de exemplu, că  $\{\Lambda\} \in \Lambda$ , unde  $\Lambda$  este mulțimea vidă). Un exemplu asemănător și la fel de important este semantica naivă, teoria adevărului bazată pe schema  $T$  completă,  $Tr \ulcorner A \urcorner \leftrightarrow A$ . Aceasta caracterizează concepția intuitivă a adevărului. Ea este inconsistentă deoarece generează paradoxurile semantice (de exemplu, paradoxurile mincinosului). Totuși, este non-trivială deoarece există multe opinii despre adevăr pe care noțiunea naivă le respinge (de exemplu, că

$$Tr \ulcorner A \vee B \urcorner \leftrightarrow Tr \ulcorner A \urcorner \vee Tr \ulcorner B \urcorner.$$

Alte teorii inconsistente dar non-triviale provin din istoria științei. Să luăm, de exemplu, versiunea Newton-Leibniz a calculului integral și infinitesimal. Să ne concentrăm asupra versiunii leibniziene. Aceasta era inconsistentă deoarece avea nevoie de diviziunea prin infinitezimale. Deci, dacă  $\alpha$  este orice infinitezimal,  $\alpha \neq 0$ . Totuși ea cerea ca infinitezimalele și produsele lor să fie neglijate în valoarea finală a derivatei. Astfel,  $\alpha=0$  (cum a indicat Berkeley în critica sa asupra calculului)<sup>3</sup>. Cu

<sup>3</sup> Berkeley, 1734. Mai multe detalii despre poveste pot fi găsite în Boyer, 1949.

toate acestea, calculul era cu certitudine non-trivial. Nici Newton, nici Leibniz și nici Bernoulli, Euler, și așa mai departe, nu ar fi acceptat că

$$\int_0^1 x \, dx = \pi$$

Un al exemplu, foarte interesant, de teorie inconsistentă dar non-trivială, din istoria științelor, este teoria atomului a lui Bohr<sup>4</sup>. În acord cu aceasta, un electron se poate mișca pe orbita nucleului unui atom fără să radieze energie. Dar, în acord cu ecuația lui Maxwell, care făcea parte integrantă din teoria lui Bohr despre activitatea atomului, un electron accelerat, cum este cel aflat pe orbită, trebuie să genereze energie. Și cu toate acestea, teoria lui Bohr era non-trivială. Dacă cineva i-ar fi sugerat lui Bohr că din teoria sa se înțelege că electronii se mișcă pe orbite pătrate, ar fost întâmpinat, pe bună dreptate, cu o reacție aspră. Multe alte exemple de teorii inconsistente, dar non-triviale din istoria științelor, s-ar mai putea da<sup>5</sup>. S-ar putea argumenta cu un real succes că întregul corp al științei, la orice moment dat, este o asemenea teorie<sup>6</sup>. Aceste două exemple sunt însă suficiente pentru scopul nostru, unul pur ilustrativ.

Un al treilea grup de exemple de teorii inconsistente dar non-triviale cuprinde anumite sisteme de informații care nu reprezintă teorii decât într-un sens limitat. Ceea ce justifică totuși includerea lor aici este faptul că din informații se fac, destul de des, inferențe. În mod ideal, ele pot fi considerate ca fiind sisteme de teorii deductiv închise. Se pot da multe exemple aici, după cum urmează<sup>7</sup>.

Printre cele mai interesante exemple nefilosofice se numără anumite corpuri legislative cum sunt sistemele de drept și constituțiile. Următorul exemplu este unul ipotetic, dar el funcționează perfect. Constituția unei anumite țări poate conține următoarele clauze:

- (a) „Nici o persoană de sex feminin nu are dreptul de a vota“,  
și  
(b) „Toți deținătorii de proprietăți au dreptul de a vota“.

Putem, de asemenea, presupune că legea comună stipulează că femeile nu pot deține proprietăți. În timp, luminile emancipării aduc schimbări și acea parte a legii se modifică, permițând femeilor să dețină proprietăți. Inevitabil, în cele din urmă, o femeie, să o numim Jan, se va duce la cabina de vot pretinzând dreptul respectiv. Rezultă un caz problematic ce arată că legea este inconsistentă. În acord cu legea, Jan are și nu are dreptul de a vota. Dar în același timp legea nu este trivială. Dacă totuși cineva ar pretinde dreptul de vot pentru pisica sa, în acord cu

<sup>4</sup> Lakatos, 1970, paragraful 3, capitolul 2.

<sup>5</sup> v. de exemplu, Feyerabend, 1978, capitolul IV.

<sup>6</sup> Priest, 1980.

<sup>7</sup> Introducerile la părțile III și IV ale acestui volum (*trimerile de acest fel se fac la volumul original, din care a fost tradus acest articol – N.T.*)

(a) și (b), nu ar ajunge prea departe. Există exemple istorice reale, mult mai complexe și deci mult mai controversabile, de situații legislative inconsistente. Două exemple reale sunt cazurile Riggs *versus* Palmer și Proclamația de Emancipare a lui Lincoln. În primul caz, dreptul legal de moștenire a fost contrazis de principiul legal conform căruia nimeni nu poate dobândi o proprietate prin crimă: cel decedat fusese de fapt ucis de către binefăcător. În al doilea caz, eliberarea sclavilor fără compensație, sclavii fiind fără îndoială proprietate legală, a contrazis Al Cincilea Amendament, care spune că proprietatea nu poate fi luată fără o compensație justă<sup>8</sup>.

Alte exemple de informații inconsistente din care se trag inferențe includ: datele prezentate juraților într-un tribunal; informația introdusă într-un computer; sistemele de credințe ale unei persoane<sup>9</sup>. În fiecare din aceste cazuri inconsistența informației poate fi vădită, deși, de fiecare dată, din aceste informații se efectuează inferențe. Totuși, este indiscutabil că nimeni nu este liber să conchidă orice din aceste informații, după bunul său plac. Este deci stabilit că există teorii inconsistente dar non-triviale.

## 2.2. Motivația semantică

O a doua motivație a interesului pentru logica paraconsistentă este faptul că există contradicții adevărate, altfel spus, există enunțuri adevărate de tipul  $A$  și  $\sim A$ . Din această cauză, unele inferențe de forma  $A, \sim A / B$  nu pot fi considerate ca păstrătoare de adevăr (*truth-preserving*), și cu atât mai puțin valide, din moment ce unele enunțuri sunt neadevărate. Prin urmare, logica este paraconsistentă.

Nu este dificil să găsim exemple de astfel de contradicții adevărate. Sub influența paradoxurilor lui Zenon, Hegel a crezut că un obiect în mișcare realizează o contradicție: un obiect în mișcare este și nu este în același timp într-un anumit loc<sup>10</sup>. Oricum, este indiscutabil că validitatea argumentelor lui Zenon este îndoielnică<sup>11</sup>. Putem spune, prin urmare, că aceste exemple dialectice de contradicții adevărate nu sunt cu totul plauzibile. Exemple mult mai plauzibile de contradicții adevărate pot fi însă oferite de paradoxurile logice. Sunt exemple de argumente din teoria mulțimilor și semantică, ce par a fi argumente perfect valabile dar cu concluzii contradictorii. Dacă lucrurile stau cu adevărat așa, atunci cu siguranță concluziile contradictorii sunt adevărate. Cei care își propun să nege această concluzie trebuie să arate că argumentele paradoxurilor nu sunt de fapt valabile. Această situație ridică problema locului în care trebuie identificată

<sup>8</sup> Pentru Riggs și Palmer, v. 115 N.Y. 506, 22 N.E 188, 1889 și Dworkin, 1977, p. 23. Despre Proclamația de Emancipare, v. Hook, 1962, p. 28. Secțiunea în care se face această observație conține o discuție a altor câteva inconsistente din Declarația Americană a Drepturilor Omului.

<sup>9</sup> Pentru multe exemple de sisteme de credințe inconsistente, v. R. și V. Routley, 1975. Pentru elaborarea exemplului cu computerul, v. N. D. Belnap Jr., 1977.

<sup>10</sup> Hegel, 1812, vol. I, cartea 2, § C.

<sup>11</sup> v. Capitolul II, p. 77f unde pot fi găsite alte discuții asupra lui Hegel și Zenon (*indicația se referă la volumul original – N.T.*)



nevaliditatea. Este o măsură a indecidabilității locului nevalidității faptul că nu există încă nici un consens asupra acestei localizări, (cum este cazul cu paradoxurile lui Zenon), chiar și la vreo 2000 de ani după descoperirea paradoxurilor logice.

Dar cum se poate ca o contradicție să fie adevărată? Foarte simplu. Să considerăm următorul exemplu de propoziție:

(c) Aceasta este o propoziție falsă în limba română<sup>12</sup>

Propoziția are două componente, un subiect („aceasta“) și un predicat („este o propoziție falsă în limba română“). Fiecare dintre cele două componente are anumite condiții semantice. Astfel, condiția semantică pentru „aceasta“ este referința sa la un anumit obiect, în acest caz chiar (c) însuși. Condiția semantică a predicatului este că se aplică în mod adevărat, la o anumită clasă de obiecte, anume propozițiile false în limba română. Bineînțeles, (c) este contradictorie. Cu alte cuvinte, condițiile semantice ale componentelor lui (c) *supradetermină* valoarea sa de adevăr. O determină să fie atât adevărată, cât și falsă. Evident, se poate afirma, în mod dogmatic, că acest lucru nu este corect, că am fixat greșit condițiile semantice ale componentelor sau ceva de felul acesta. Dar aceasta înseamnă a ridica consistența la condiția unei constrângeri semantice inviolabile; or, de ce am presupune așa ceva? Condițiile semantice nu sunt ceva lăsat de Dumnezeu și nici măcar de vreun Hilbert care să le fi descântat pentru consistență înainte de a le da drumul în lume. Ele au crescut, bucată cu bucată, într-un mod arbitrar. Ar fi chiar miraculos ca ele *să fie* consistente. Condițiile semantice pot fi considerate ca determinând un câmp de sens. Supradeterminarea condițiilor de adevăr produce singularități și discontinuități ale câmpului. Dar ele sunt de așteptat și nu interferă în nici un fel cu restul câmpului. Bineînțeles aceasta este doar o metaforă, dar ne poate ajuta să spargem o prejudecată.

Odată depășite aceste blocaje mentale legate de consistență, putem găsi și alte exemple plauzibile de contradicții adevărate. De exemplu, în corpul legislativ ipotetic descris anterior, se pare că „Jan are dreptul legal de vot“ și „Jan nu are dreptul legal de vot“ sunt ambele adevărate. Un exemplu mai controversat<sup>13</sup> privește aplicarea termenilor multicriteriali. De pildă, pentru a determina dacă o expresie de genul „sub 0 grade Celsius“ se aplică în mod corect la o anumită situație, putem observa fie comportamentul unui termometru cu alcool, fie comportamentul unui termometru termo-electric, dacă oricare dintre ele funcționează corect. Ele funcționează pe principii foarte diferite și nici unul nu este mai fundamental decât celălalt pentru determinarea sau pentru înțelegerea temperaturii. Un anume comportament al oricăruia dintre aceste două instrumente oferă condiții suficiente pentru aplicarea corectă sau pentru negarea termenului „sub 0 grade Celsius“, și, ambele, au șanse egale să determine un sens operațional al expresiei. În mod normal, lumea este în așa fel încât aceste două criterii stau sau cad numai

<sup>12</sup> În original: „*This is a false sentence of English*“ (N.T.)

<sup>13</sup> Acest exemplu este dezvoltat mai mult în introducerea la partea a patra, unde sunt date alte două exemple plauzibile de contradicții adevărate, cum ar fi cele puse de anumite obiecte imposibile din teoria obiectelor a lui Meinong.

împreună. Totuși, într-o anume situație ele se diferențiază. Într-o asemenea situație atât aserțiunea că fraza se aplică, cât și aserțiunea că negația ei se aplică, sunt adevărate. Prin simetrie, nici una din cele două variante nu este mai adevărată decât cealaltă, deci, ori ambele sunt adevărate, ori ambele sunt false. A presupune că ambele sunt false ar însemna în primul rând să negăm caracterul lor de criterii. Deci ambele trebuie să fie adevărate. Un exemplu istoric de particularizare în acest fel a criteriilor este experimentul Michaelson-Morley. Pe baza măsurătorilor barei rigide, „Brațele interferometrului Michaelson-Morley sunt congruente“ este un enunț adevărat. Dar pe baza măsurătorilor timpului consumat de razele de lumină, „Brațele interferometrului Michaelson-Morley nu sunt congruente“ este adevărat<sup>14</sup>.

Există în mod clar o relație între motivațiile teoretică și semantică pentru paraconsistență. Dacă raționamentul semantic este corect, atunci și cel teoretic este corect. Căci, dacă  $S$  este mulțimea lucrurilor adevărate într-un domeniu oarecare ce conține contradicții adevărate, atunci  $S$  este o teorie inconsistentă dar non-trivială. Oricum, este posibilă acceptarea motivației teoretice chiar fără acceptarea celei semantice, mai puternice. Căci se poate susține că există teorii inconsistente dar non-triviale care sunt interesante, au aplicații importante, proprietăți folositoare, și așa mai departe, fără acceptarea adevărului lor. Instrumentaliștii și formalistii nu ar avea, evident, nici o problemă în acceptarea unei asemenea teme, deși ar putea la fel de bine să aibă dificultăți în deosebirea clară a poziției dialectice mai puternice față de poziția slabă, mai pragmatică<sup>15</sup>. Dacă fiecare dintre poziții se poate susține pe alte temeuri, este o altă problemă, pe care o vom analiza în detalii în cele ce urmează. Într-adevăr, unele dintre problemele ridicate până aici vor putea fi detaliate din punct de vedere filosofic în introducerile următoare. Discuția de până aici este menită a indica doar câteva dintre motivațiile interesului pentru paraconsistență.

## 2. Abordări ale teoriei logice paraconsistente.

### Taxonomia sistemică inițială a logicii paraconsistente. Formule de gradul zero

După ce am arătat că logica paraconsistentă este bine motivată, ar trebui acum să specificăm o teorie logică paraconsistentă. Un lucru este cât se poate de clar, anume, că logica clasică cu două valori este inutilizabilă: ea este explozivă dar nu este paraconsistentă. Din aceeași cauză, nici extensiile ei, cum ar fi logica modală, nu sunt de folos. Nici logica intuiționistă, cu extensiile ei, căci și acestea sunt explozive, în virtutea principiilor de extindere ca  $A \rightarrow \sim A \rightarrow B$  și  $A \wedge \sim A \rightarrow B$ . Multe alte logici mai puțin cunoscute (dar nu mai puțin semnificative) sunt în aceeași situație de a nu îndeplini condițiile paraconsistenței, fiind în consecință inadecvate logic pentru a se acomoda cu anumite teorii și poziții

<sup>14</sup> Pentru mai multe discuții, v. Priest, 1980.

<sup>15</sup> Acesta este unul din *multiplele* motive de suspiciune față de asemenea poziții.

științifice sau filosofice importante. Printre ele se numără diferitele logici conective sau larg relevante (de exemplu, sistemele ce satisfac anumite principii ce leagă antecedentul de consecvent), în particular logica conectivă ce validează silogismul disjunctiv,  $A \wedge (\sim A \wedge B) \rightarrow B$ , reținând anumite forme reziduale ale regulii tranzitivității. Reprezentative sunt logicile conceptiviste cum ar fi sistemele Parry și logica conectivistă<sup>16</sup>. Mai mult, alte logici tehnic paraconsistente, cum este logica minimală, nu sunt *paraconsistent interesante* deoarece, deși evită dezastrul trivializării teoriilor inconsistente, au același efect pentru o clasă întreagă de enunțuri sintactic determinată. De exemplu, logica minimală ar trebui să susțină, în orice teorie inconsistentă, toate enunțurile de forma  $\sim B$  în virtutea principiului său de răspândire  $A \rightarrow \sim A \rightarrow \sim B$ .

În afară de aceste date negative, sunt prea puține lucruri clare. Cum ar trebui să arate o teorie logică paraconsistentă? Există trei răspunsuri, destul de bine elaborate, la această întrebare. Ceea ce urmează va fi, în mare, o încercare de a explica aceste trei abordări și de a stabili, pe cât posibil, care este abordarea cea mai viabilă. Deși nu se pretinde că acestea sunt singurele abordări, o abordare fundamental diferită de ele și bine motivată în același timp este dificil de imaginat, din următoarele motive: orice logică adecvată – adecvată pentru relația de bază a deducției – va conține un conector de implicație,  $\rightarrow$ , conformă cu *modus ponens*, de exemplu:  $A, A \rightarrow B / B$ . De unde urmează că orice logică paraconsistentă adecvată va trebui să rupă paradoxurile negative ale implicației, ca  $\sim A \rightarrow A \rightarrow B$ , și există foarte multe strategii generale pentru aceasta, compatibile cu paraconsistența. O primă distincție este cea dintre abordările care nu sparg paradoxurile pozitive corespunzătoare, cum ar fi  $A \rightarrow B \rightarrow A$  și deci sunt în mod caracteristic obligate să sacrifice părți din teoria negației, în particular contrapозиția, iar, pe de altă parte, abordările care, de asemenea, apără paradoxurile pozitive. Abordările de primul tip, numite *plus-pozitive*, pot, precum intuiționismul, să se folosească la maximum de logica pozitivă a lui Hilbert (sau de extensii ale ei), în timp ce abordările de al doilea tip, putând păstra teoria negației intactă, trebuie să adopte o logică pozitivă mai puțin extravagantă, fie un tip oarecare de logică modală, fie o logică pozitivă relevantă. Abordarea modală nu poate fi chiar cea obișnuită – deși condițiile de substituție modale pot fi păstrate, justificând folosirea termenului

<sup>16</sup> Detalii ale acestor logici, precum și dovezi pentru faptul că ele nu îndeplinesc condițiile de paraconsistență, sunt date în capitolul 2 din R Routley ș.a. (1982). v., în special, p. 93 și p. 101. Logicile conexive devin paraconsistente deoarece admit inferența  $\{A, \sim A\} \models B$ . Ideea, argumentată sintactic (p. 93), poate fi reargumentată semantic, după cum urmează: deoarece în logicile conexive  $A$  și  $\sim A$  se anulează reciproc,  $A$  și  $\sim A$  nu vor fi niciodată designate împreună, iar  $A \wedge \sim A$  este întotdeauna non-designată. Astfel, atât  $\{A, \sim A\} \models B$ , cât și  $\{A \wedge \sim A\} \models B$  se susțin (pe motive de conservare a designației), iar logicile conexive nu sunt paraconsistente. Separat față de acest lucru, logicile conexive ar fi inutilizabile pentru scopuri dialectice. Căci, după cum a procedat și Wittgenstein (v. discuția din introducerea la partea întâi a cărții), contradicția se opune lucrurilor, eliminând astfel multe raționamente legitime. Argumentul cum că logica lui Parry și altele la fel (de exemplu, sistemul lui Zinoviev) nu pot fi paraconsistente, formulat, de asemenea, sintactic (p. 101), poate fi, de asemenea, reformulat semantic. Căci, în semantica dată până acum pentru aceste sisteme,  $A$  și  $\sim A$  nu sunt niciodată designate împreună, iar  $A \wedge \sim A$  nu este designat.

„modal”<sup>17</sup> – deoarece cerințele de paraconsistență ar fi violate de următoarea trecere prin conjuncție:

- (1)  $B \wedge \sim B \rightarrow B$ , din simplificare,  $A \wedge B \rightarrow A$ , o teză modală.
- (2)  $A \wedge \sim A \leftrightarrow B \wedge \sim B$ , din moment ce  $A \wedge \sim A$  și  $B \wedge \sim B$  nu diferă, de exemplu, în condițiile de adevăr, în orice lumi modale (adică posibile și complete), unde  $C \leftrightarrow D$  este  $(C \leftrightarrow D) \wedge (D \leftrightarrow C)$
- (3)  $A \wedge \sim A \rightarrow B$ , din 1 și 3 prin condițiile de substituție (modale).
- (4)  $\{C, D\} \models C \wedge D$  adică adjuncția, o regulă modală obișnuită.
- (5)  $\{A, \sim A\} \models B$ , din 3 și 4.

Ceva trebuie să rezulte, iar ceea ce a rezultat a și trebuit să rezulte, în abordarea modală, anume adjuncția, rezultând astfel abordarea *non-adjunctivă* a paraconsistenței. Căci pentru a abandona echivalența (2) însoțind substitutivitatea, ar însemna a abandona abordarea modală, în favoarea unei abordări relevante, în timp ce respingerea lui (1) ar însemna opțiunea pentru conectivism care, din moment ce blochează inferența din inconsistență, nu este deloc înrudit cu paraconsistența (cum am arătat deja), și în orice caz conduce din nou la o abordare *larg relevantă* sau conexională.

Cele trei abordări principale sunt, respectiv, abordarea non-adjunctivă, abordarea plus-pozitivă (a lui da Costa) și abordarea (larg) relevantă. Vom investiga aceste tipuri de sisteme prin intermediul semanticii lor proprii deoarece acestea oferă, în opinia noastră, cea mai clară înțelegere a puterii și slăbiciunii abordărilor. Măsura în care logica paraconsistentă diferă de logica clasică este dată mai ales de nivelul propozițional. Prin urmare, discuția noastră se va concentra în primul rând asupra nivelului de ordin zero. Cuantificatorii și alte instrumente de ordin zero pot fi adăugate într-o manieră evidentă și directă tuturor sistemelor considerate. Oricum, la nivelul de ordin zero este util și relevant să separăm fragmentul de grad zero de restul celorlalte. Fragmentul de grad zero al acestor sisteme privește numai conectorii funcționali de adevăr,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\sim$ , și câteva dintre dezacordurile teoretice importante între abordări apar deja la acest nivel. Gradele mai înalte privesc comportamentul arătat al implicației,  $\rightarrow$ , probleme de care este cel mai bine să ne ocupăm separat. În consecință, vom începe discuția la nivelul de grad zero și vom păstra problemele implicaționale pentru secțiunea următoare.

<sup>17</sup> v. de exemplu, abordarea asupra logicii modale în *RLR*, capitolul 1, de care depinde argumentul din text.

## 2.1. Sisteme non-disjunctive: sistemul lui Jaśkowski

Abordarea non-disjunctivă a fost inițiată de către Jaśkowski<sup>18</sup> (v. Studiu introductiv). Această direcție a fost dezvoltată mai departe din punct de vedere formal de către da Costa și câțiva colaboratori<sup>19</sup>, pentru ca, recent, să reapară în discuție, într-o formă ușor deghizată, în opera lui Rescher și Brandom<sup>20</sup>. Ideea de bază este următoarea: un (segment de) discurs poate fi produs de către diferiți participanți. Fiecare contribuie la discurs prin producerea unei informații presupuse a fi autoconsistentă, dar care poate contrazice informația celorlalți. (Poate că un exemplu reprezentativ ar fi cel al informației prezentate unui juriu la tribunal; un alt exemplu este cel al datelor din diferite surse introduse într-un computer). Lucrurile care se susțin (sau sunt adevărate) în discurs sunt cele spuse de către un participant<sup>21</sup>. Cum poate fi formalizată această abordare? Putem presupune că fiecare participant are o poziție. Aceasta este povestea pe care el/ea intenționează să o spună, setul de lucruri în care crede etc., și, dacă este autoconsistentă, ea poate fi identificată cu setul de lucruri adevărate într-o evaluare propozițională clasică, sau o lume posibilă din logica modală standard. Discursul reprezintă suma pozițiilor participanților. De unde, lucrurile care se susțin în discurs sunt lucrurile care se susțin în oricare dintre lumile reprezentate de către pozițiile participanților. Prin urmare, fie  $\mathcal{M}$  un model de lume posibilă din logica modală. Să spunem  $S_5$ , pentru precizie. (Diferitele logici modale vor da naștere la diferite logici paraconsistente; vom interveni atunci când diferențele devin semnificative). Definiția „ $A$  se susține în lumea  $w$  ( $w \models A$ )” este una obișnuită. Vom defini „ $A$  se susține discursiv în  $\mathcal{M}$  ( $\mathcal{M} \models_{df} A$ ) după cum urmează:

$$\mathcal{M} \models_{df} A, \text{ dacă și numai dacă pentru o lume } w \text{ în } \mathcal{M}, w \models A. \quad (\alpha)$$

Vom putea acum defini validitatea logică discursivă și consecința logică discursivă într-un fel evident:

$$\models_{df} A, \text{ dacă și numai dacă pentru oricare } \mathcal{M}, \mathcal{M} \models_{df} A$$

$$\Sigma \models_{df} A \text{ dacă și numai dacă pentru oricare } \mathcal{M}, \text{ fie } \exists B \in \Sigma \mathcal{M} \not\models_{df} B, \text{ ori } \mathcal{M} \models_{df} A.$$

Este evident că lucrurile care sunt valide logic discursiv sunt exact lucrurile care sunt valide  $S_5$ . În particular, o formulă  $A$  adevărată funcțional, de grad zero, este validă logic discursiv dacă și numai dacă ea este o tautologie cu două valori. Prin contrast, relația de deductibilitate nu este una clasică. Căci, în mod clar,  $\{A, \sim A\} \not\models_{df} B$ . Un contramodel este ușor de specificat; el nu face decât să reflecte imaginea discursului cu *input*-uri contradictorii.

<sup>18</sup> Jaśkowski, 1948.

<sup>19</sup> v. de pildă da Costa și Dubikajtis, 1968; Kotas și da Costa, 1978.

<sup>20</sup> Rescher și Brandom, 1980. O formă mai sofisticată poate fi găsită în Scotch și Jennings, 1987. Majoritatea criticilor noastre se aplică și acolo.

<sup>21</sup> Ideea poate fi identificată până și la iaini. Ea re apare în gândirea clasică greacă (v. cap.1).

Dar, deși motivația pentru logica paraconsistentă discursivă este clară și inteligibilă, având rădăcini istorice sănătoase, există îndoieli grave privind adecvarea sa la motivația de bază a paraconsistenței. Căci o logică discursivă incipientă nu este adjunctivă. Este ușor de observat că  $\{A \wedge B\} \models_{df} A$ . Oricum, este la fel de ușor vizibil că  $\{A, B\} \not\models_{df} A \wedge B$ . Aceasta înseamnă că conjuncția are un comportament non-standart, ceea ce nu înseamnă că, în sine, aceasta ar fi o problemă dificilă. În orice logică paraconsistentă există *ceva* cu comportament non-standard (adică non-clasic). Oricum, în acest caz particular se aruncă o îndoială asupra faptului dacă conjuncția *este cu adevărat* o conjuncție în logica discursivă. Căci conjuncția este acel conector care are următoarele condiții de adevăr:  $\ulcorner A \wedge B \urcorner$  este adevărat (într-o lume) dacă și numai dacă  $A$  este adevărat și  $B$  este adevărat (în acea lume). Deci *ceva* care neagă adjunctia nu mai este o conjuncție. Bineînțeles, nu există nici o obiecție particulară împotriva existenței operatorului non-standard „ $\wedge$ ” cu condiții de adevăr curioase și deci semnificație ciudată. Dar există o critică serioasă că „ $\wedge$ ” nu are condiții de adevăr recursive, adică, este imposibil de găsit o condiție  $\psi$  astfel încât

$$\mathcal{M} \models_{df} A \wedge B, \text{ dacă și numai dacă } \psi (\mathcal{M} \models_{df} A, \mathcal{M} \models_{df} B)^{22}.$$

O observație și mai importantă este aceea că nu există nici o obiecție împotriva existenței unei conjuncții genuine în sistem. Poate că, atunci, logica discursivă suferă de o omisiune? Să presupunem că adăugăm o conjuncție genuină la limbaj cu următoarele condiții

$$\mathcal{M} \models_{df} A + B, \text{ dacă și numai dacă } \mathcal{M} \models_{df} A \text{ și } \mathcal{M} \models_{df} B \quad (\beta)$$

Problema este în acest moment dată de felul în care putem defini condițiile de adevăr ale funcțiilor de adevăr ale propozițiilor de forma  $A + B$ . Există două posibilități.

Prima este să putem găsi anumite formule care țin de limbajul modal neargumentat, cu doi parametri propoziționali, cu care  $+$  poate fi identificat. Condiția ( $\alpha$ ) oferă condițiile de adevăr ale formulelor în mod direct. Această abordare a fost adoptată de către da Costa, care definește conjuncția discursivă folosind functorul de posibilitate  $M$  astfel:

$$A \wedge_{df} B = MA \wedge B^{23}.$$

<sup>22</sup> De ce semantica non-recursivă este nesatisfăcătoare filosofic se explică mai jos. Adevărul enunțului se vede imediat din faptul că putem avea  $\mathcal{M} \models_{df} B$  și  $\mathcal{M} \models_{df} C$  în timp ce  $\mathcal{M} \models_{df} A \wedge B$  dar  $\mathcal{M} \not\models_{df} A \wedge C$ . Astfel, nu există o asemenea condiție  $\psi$  în metalimbajul set-teoretic standard (extensional) al logicii modale.

<sup>23</sup> v. de exemplu, da Costa și Dubikajtis, 1968.

Se poate vedea foarte repede că această conjuncție discursivă satisface condiția ( $\beta$ ), cel puțin în S5. De fapt lipsa simetriei dintre  $A$  și  $B$  în definiția lui  $\wedge_{df}$  este neplăcută și face ca definiția să pară una plutitoare. Ar fi mai clar dacă am defini

$$A + B = MA \wedge MB \quad (\gamma)$$

Condiția ( $\beta$ ) este încă satisfăcută.

Problemele acestei abordări ale conjuncției sunt de două feluri. mai întâi, este complet opac de ce un functor modal ca  $M$  trebuie să-și bage nasul în sensul conjuncției extensionale ordinare. Dacă ( $\beta$ ) fixează extensiunea lui  $+$ , ( $\gamma$ ) fixează sensul. Ceea ce face clară ideea că  $+$  nu este o conjuncție ordinară, chiar dacă are extensiunea potrivită.

În al doilea rând, această abordare a conjuncției distruge cu totul relațiile normale dintre conjuncție, disjuncție și negație. De exemplu, nimic din ceea ce urmează nu se susține:

$$\{\sim A\} \models_{df} \sim (A + B);$$

$$\{\sim A + \sim B\} \models_{df} \sim (A \vee B);$$

$$\{\sim A \vee \sim B\} \models_{df} \sim (A + B).$$

Aceasta reprezintă puțin mai mult decât consecințele faptului că un functor modal a încurcat lucrurile în conjuncție. Trebuie spus din nou că anumite relații logice clasice vor trebui să devină paraconsistente. Oricum, această distrugere a relațiilor menite să funcționeze între conjuncție, negație și disjuncție este un avertisment împotriva conjuncției discursive. Acest lucru este adevărat cu precădere atunci când există și alte opțiuni (cum este cea relevantă) care conservă virtual toate aceste relații.

Cealaltă posibilitate este să refuzăm identificarea lui  $A + B$  cu orice alt functor propozițional din limbajul neargumentat, dar să dăm condițiile de adevăr ale compuşilor propozițiilor  $+$  în felul obișnuit, de exemplu

$$\mathcal{M} \models_{df} \sim (A + B), \text{ dacă și numai dacă } \mathcal{M} \not\models_{df} A + B$$

și, în mod similar, pentru conjuncție și disjuncție. Acest lucru conservă toate relațiile clasice dintre conjuncție, disjuncție și negație. Apar însă alte probleme. În particular, se reinstanciază o formă foarte generală de non-paraconsistență. Putem vedea ușor că

$$\{A + B, \sim (A + B)\} \models_{df} C$$

și, ca un caz special,

$$\{A + A, \sim (A + A)\} \models_{df} C.$$

Este mai dificil să discernem existența unei relații între premise și concluzie, dar este oricum o situație mai bună decât oribila *ex falso quodlibet*. Dacă un participant la discuție ar spune „Plouă și plouă“, iar *celălalt* ar spune „Nu, nu este cazul“, întreaga situație ar exploda într-un mod anti-intuitiv. Nimeni nu poate accepta această opțiune, dacă ia în *serios* paraconsistența.

Cea de a doua obiecție la abordarea discursivă a logicii paraconsistente este mult mai serioasă decât prima. Ea privește relația de consecință logică, relație care este (cum se potrivește unei logici paraconsistente!) prea puternică și prea slabă în același timp.

Mai întâi, este prea puternică. Se vede ușor că  $\{A\} \models_{df} B$  dacă și numai dacă  $B$  este o consecință clasică cu două valori a lui  $A$ . Aceasta înseamnă că logica discursivă este numai pe jumătate paraconsistentă, căci totul rezultă în mod discursiv dintr-o contradicție conjugată:  $\{A \wedge \sim A\} \models_{df} B$ . Ceea ce protejează logica discursivă de căderea în non-paraconsistență este tocmai comportamentul non-standard al conjuncției. Pentru că validitatea discursivă bazată pe o singură premisă coincide cu validitatea clasică, logica discursivă nu se potrivește deloc cu logica subiacentă a unora din cele mai importante teorii inconsistente<sup>24</sup>. De exemplu, în mod clasic,  $\{\exists y \forall x (x \in y \leftrightarrow x \notin x)\} \models \exists y (y \in y \wedge y \notin y)$ , și  $\exists y (y \in y \wedge y \notin y) \models B$ . Deci, dacă  $\Sigma$  este mulțimea de instanțe ale schemei de abstracție a teoriei mulțimilor, atunci  $\Sigma \models_{df} B$ . Astfel, logica paraconsistentă discursivă este total nepotrivită, ca și logica subiacentă a teoriei naive a mulțimilor. Similar, este la fel de nepotrivită ca și logica subiacentă a semanticii naive.

Rescher și Brandom încearcă să evite această dificultate<sup>25</sup> sugerând că instanțele schemei abstracției care dau naștere la probleme care trebuie să fie împărțite în două jumătăți. Astfel instanța care generează paradoxul lui Russell devine o pereche ce cuprinde  $\forall x (x \in R \rightarrow x \notin x)$  și  $\forall x (x \notin x \rightarrow x \in R)$ . Teoria mulțimilor este atunci împărțită în două teorii esențial diferite, dintre care una o conține pe prima, iar cealaltă pe a doua dintre jumătăți. Fiecare dintre aceste două teorii se susține într-o lume posibilă diferită.

De fapt, această strategie are numai aparența paraconsistenței. În esență ea nu este decât o poziție clasică revizionistă. Căci, curățarea unei teorii inconsistente până la obținerea unor subteorii consistente este un joc<sup>26</sup> pe care teoreticienii clasici ai mulțimilor l-au jucat timp de optzeci de ani. Clasicii sunt foarte satisfăcuți cu ambele din cele două fragmente ale teoriei mulțimilor prezentate mai sus. Deci, această linie nu ia în *serios* prima motivație a teoriilor inconsistente (ca fiind opuse fragmentelor consistente ale teoriilor inconsis-

<sup>24</sup> Provocarea este una serioasă din moment ce aceasta este una din motivațiile fundamentale ale paraconsistenței, alături de cea citată de Jaśkowski, 1948, p. 143 ff.

<sup>25</sup> Rescher și Brandom, 1980, cap. 10. O propunere similară, ce slăbește drastic teoria mulțimilor, fusese investigată mai devreme de Gilmore, 1973, în teoria sa parțială a mulțimilor.

<sup>26</sup> Rămâne un joc important, care, cu ajutorul teoriei paraconsistenței, poate fi abordat într-o manieră absolut sistematică pentru prima dată. Pentru a fi partiționată, teoria poate fi acum formalizată non-trivial.



tente). Tot ceea ce Rescher și Brandom adaugă la poziția clasică este insistența asupra adevărului ambelor fragmente. Oricum, clasicul va înțelege acest lucru ca însemnând „adevărat într-o anumită lume posibilă” și nu va exista nici un dezacord. Nici discursivistul nu va putea obiecta la adresa înțelesului clasic. Căci acesta este, în cele din urmă, punctul în care ajunge și propria sa înțelegere asupra adevărului paraconsistent.

Cealaltă parte a obiecției la adresa consecinței logice discursive acuză slăbiciunea sa. Mai exact, fie  $\Sigma$  un set nenul de formule de gradul zero și fie  $A$  o formulă de gradul zero. Atunci, dacă  $\Sigma \models_{df} A$ , există un oarecare  $B \in \Sigma$  astfel încât  $\{B\} \models_{df} A$ . Pentru vizualizare, să presupunem, prin *reductio*, că nu există nici un  $B \in \Sigma$  astfel încât  $\{B\} \models_{df} A$ . Pentru orice  $B$  vom putea găsi un model  $\mathcal{M}_B$  astfel încât, relativ la o lume oarecare  $w$  în  $\mathcal{M}_B$ ,  $B$  este adevărat în  $w$ , în timp ce, pentru nici o lume  $w$ ,  $A$  nu este adevărat în  $w$ . Fie  $\mathcal{M}$  colecția tuturor lumilor în fiecare  $\mathcal{M}_B$ . Atunci  $\mathcal{M}$  este un contramodel pentru  $\Sigma \models_{df} A$ .

Prin urmare nu există ceva numit inferență discursivă validă cu mai multe premise!<sup>27</sup> Ceea ce arată că, în calitate de logică destinată realizării inferențelor în situațiile reale de viață, logica discursivă este inutilă. (Acest lucru este important deoarece una dintre principalele motivații ale paraconsistenței este aceea că concluziile utile trebuiau să fie extrase din datele inconsistente reale, cum ar fi legi, evidențe judiciare etc. Logica paraconsistentă ar trebui să fie, cum spune Jaśkowski, „destul de bogată pentru a permite inferența practică”)<sup>28</sup>. Nu există premise care să poată fi combinate pentru a trage concluzii. Ne putem închipui că fiecare participant la discuție ar oferi câte un enunț lung, conjugat. Ori, chiar prin motivație, contribuția fiecărui participant nu trebuie să fie considerată ca fiind conjugată. Urmarea unui discurs este nici mai mult nici mai puțin decât urmarea contribuției fiecărui participant în parte. (Din enunțul martorului  $A$ , cum că Jones era în cameră, și din enunțul martorului  $B$ , cum că nu mai era nimeni în cameră, judecătorul nu poate infera că Jones era singura persoană aflată în cameră!). Ceea ce arată că logica discursivă nu este cu totul acceptabilă nici măcar în acord cu propria sa *rațiune de a fi*, anume extragerea inferențelor raționale din datele inconsistente provenite din diverse surse. Or, ambele abordări ale paraconsistenței pe care le vom lua în discuție sunt mai adecvate acestui scop.

Putem sintetiza simplu discuția anterioară. Logica discursivă poate avea fie o singură premisă, fie mai multe. În primul caz este una clasică. În al doilea caz ea nu este de fapt o logică. În nici unul dintre cazuri însă ea nu este potrivită pentru investigarea teoriilor inconsistente. Problema principală a abordării discursive este că ea nu ia în serios cea de a doua motivație, cea dialectică (că există contradicții adevărate). Contradicțiile pot fi „adevărate”, dar aceasta se reduce pentru ele la „adevărat în lumi posibile diferite”. Mai mult, fiecare lume posibilă este consistentă, pe gustul clasicilor: abordarea este mult prea modală pentru a se putea

<sup>27</sup> Abordarea lui Jennings și Scotch evită această dificultate.

<sup>28</sup> Jaśkowski, 1948, p. 145.

adevăta în mod satisfăcător la inconsistență<sup>29</sup>. Pentru toate aceste motive, abordarea modală non-adjunctivă a paraconsistenței trebuie să fie abandonată.

## 2.2. Sistemele plus-pozitive: sistemele principale ale lui da Costa

Studiul cel mai detaliat al sistemelor plus-pozitive a fost inițiat (cum am văzut deja) de către da Costa, care a propus o familie de logici paraconsistente,  $C_i$ , unde  $1 \leq i \leq \omega$ <sup>30</sup>. Sistemele diferă în anumite detalii, dar împărtășesc aceeași motivație semantică de bază. De fapt, sistemele axiomatice au fost primele, semantica fiind ulterioară<sup>31</sup>. Dar semantica este calea cea mai relevantă către abordarea lui da Costa, așa încât ne vom concentra asupra ei, în particular asupra semanticii sistemului  $C_\omega$ .

Spre deosebire de logica discursivă, da Costa ia în serios ideea că există contradicții adevărate, pe care le formalizează în felul următor. Dat fiind un limbaj propozițional, o *evaluare da Costa* este o funcție  $v$  care dă fiecărei formule valoarea 1 (adevărat) sau 0 (fals), satisfăcând următoarele condiții:

- (1)  $v(A \wedge B) = 1$ , dacă și numai dacă  $v(A) = 1$  și  $v(B) = 1$
- (2)  $v(A \vee B) = 1$ , dacă și numai dacă  $v(A) = 1$  sau  $v(B) = 1$
- (3)  $v(\sim A) = 1$ , dacă  $v(A) = 0$
- (4)  $v(A) = 1$ , dacă  $v(\sim \sim A) = 1$

Există, de asemenea, condiții și pentru  $\supset$ , pe care le vom lua în considerare mai târziu. Poate fi arătat că aceste condiții de mai sus sunt caracteristice pentru partea de grad zero a lui  $C_\omega$ . Condițiile pentru  $\wedge$ ,  $\vee$  sunt normale și asigură faptul că ele sunt cu adevărat conjuncție și disjuncție. Deviația de la logica clasică se găsește numai în condițiile pentru  $\sim$ . (3) asigură că cel puțin unul din  $A$ ,  $\sim A$  este adevărat (deși ambii pot fi). Iar rațiunea de a fi pentru (4) pare să fie ceva de genul următor: dacă nu este cazul că non- $A$ , atunci, dacă (din (3)) unul dintre  $A$  și  $\sim A$  este adevărat,  $A$  este adevărat. Adevărul logic și consecința sunt definite în modul uzual:

<sup>29</sup> O critică detaliată a abordărilor modale asupra chestiunilor non-modale (cum ar fi deducibilitatea, implicarea, paraconsistența) este cuprinsă în *RLR*, capit.1, mai ales 1.6. Aceasta nu înseamnă că nici un functor intensional nu violează adjuncția: unii o fac cu siguranță, dar abordarea potrivită nu este una modală.

<sup>30</sup> Acest autor a scris câteva lucrări pe această temă. Punctul de pornire cel mai indicat este da Costa, 1974. Sistemele  $C$  nu sunt singurele sisteme paraconsistente după da Costa: lui  $i$  se datorează, de asemenea, alături de Arruda, sistemele de bază  $P$ ; v. prima introducere la partea întâi a cărții. O abordare pozitivă diferită este a lui Peña, 1989.

<sup>31</sup> da Costa și Alves, 1976; Loparić, 1977.

$\Sigma \models_C A$ , dacă și numai dacă pentru toate evaluările  $v$ ,  $v(A) = 1$ ,  
sau pentru un oarecare  $B \in \Sigma$ ,  $v(B) \neq 1$ .

$\models_C A$ , dacă și numai dacă, pentru toate evaluările  $v$ ,  $v(A) = 1$ .

În mod clar, nici  $\{A, \sim A\} \models_C B$ , nici  $\{A \wedge \sim A\} \models_C B$  nu au loc.

Problemele abordării da Costa nu sunt atât de evidente ca și cele ale sistemelor non-adjunctive. Oricum, în final ele spun același lucru.

Prima obiecție este că această condiție (4) a semanticii lui da Costa este rău motivată. (4) pare să urmeze din (3). (De fapt nu urmează, căci ar fi redundant). Argumentul decurge prin citirea lui „ $v(\sim \sim A) = 1$ ” ca „nu este cazul că  $\sim A$ ”, presupunând apoi că aceasta înseamnă  $v(\sim A) = 0$ . Aceasta este eroarea echivocației, din moment ce inferența de la  $v(\sim \sim A) = 1$  la  $v(\sim A) = 0$  este nevalidă chiar și în termenii lui da Costa.

Fără acest argument, motivația pentru condiția (4) este total obscură în această abordare. Dacă valorile de adevăr ale lui  $A$ ,  $\sim A$  și  $\sim \sim A$  sunt suficient de independente pentru ca toate trei să fie adevărate, de ce nu ar fi suficient de independente și pentru a-i permite primei să fie false și celorlalte două să fie adevărate? Putem compara această situație cu următoarea abordare de care ne vom ocupa, unde conexiunea în valori de adevăr între un enunț și negația lui cade, în mod natural, în afara motivațiilor. Bineînțeles, condiția (4) ar putea fi eliminată din semantica lui da Costa. În acel caz negația nu ar avea virtualmente nici una din proprietățile asociate în mod tradițional cu negația. (Și sunt destul de puține în orice caz). Acest lucru ar întări argumentul nostru cum că negația lui da Costa nu este o negație reală.

A doua obiecție la semantica lui da Costa este că nu este recursivă. Deși semantica non-recursivă este indispensabilă pentru o mulțime de scopuri tehnice, există motive suficiente pentru ca ea să nu fie satisfăcătoare din punct de vedere filosofic. Argumentele sunt bine cunoscute, punctul crucial fiind următorul: din moment ce vorbitorii unei limbi sunt capabili să înțeleagă propoziții pe care nu le-au mai auzit niciodată, sensul sau semnificația unei propoziții trebuie să fie determinată prin semnificația componentelor ei. În particular, o semantică adecvată trebuie să specifice recursiv semnificația unei propoziții în termenii semnificațiilor componentelor ei. Astfel, în general, specificarea condițiilor semantice trebuie să fie recursivă. Or, semantica lui da Costa nu este deloc recursivă din moment ce condițiile de adevăr pentru  $\sim A$  nu sunt determinate prin condițiile de adevăr ale lui  $A$ . (Dacă  $v(A) = 1$ ,  $v(\sim A)$  poate fi 1 sau 0). Astfel, această semantică este una problematică. Și încă, acest argument împotriva semanticii lui da Costa nu este concludent. El ar putea fi întâmpinat spunând că semnificația nu este complet determinată de către condițiile de adevăr și că mai există un factor implicat, să-l numim *sens*. Se poate astfel argumenta că, în timp ce condițiile de semnificație sunt recursive, condițiile de adevăr ale unei sintagme pot depinde de sensul (mai degrabă decât de valoarea de adevăr) a componentelor ei. În particular, valoarea de adevăr a lui  $\sim A$  poate fi determinată prin „factorul de sens  $X$ ” al lui  $A$ . Această

abordare generală a semnificației este desigur cea adoptată în semantica lui Montague. Nu ne vom întoarce la analiza adecvării acestei abordări generale la teoria semnificației, este suficient doar să observăm câteva lucruri. Mai întâi, chiar dacă această abordare ar putea fi făcută funcțională (și, în general, acest lucru nu este posibil<sup>32</sup>), semantica lui da Costa, în forma ei dată, este radical incompletă. În al doilea rând, dacă această abordare ar funcționa ea ar arăta că  $\sim$  nu este negația extensională cu care suntem obișnuiți, ci un oarecare functor radical intensional. Desigur, această idee poate fi contrazisă, dar ea este prima evidență pe care o invocăm spre dovedirea faptului că negația lui da Costa nu este o negație adevărată.

Să ne întoarcem de la evaluările lui da Costa spre adevărurile logice de grad zero din abordarea lui. Din moment ce fiecare evaluare clasică este o evaluare da Costa atunci obținem că dacă  $\models_C A$ ,  $A$  este o tautologie clasică cu două valori. Conversa nu este adevărată, oricum. Excepția cea mai notabilă este legea non-contradicției:

$$\sim (A \wedge \sim A) \quad (\epsilon)$$

Omisiunea acesteia dintr-un sistem de logică paraconsistentă nu este surprinzătoare și nici nu este o coincidență faptul că ea se întâmplă în sistemul lui da Costa. El pune drept condiție a adecvării cu o logică paraconsistentă faptul ca  $(\epsilon)$  să nu fie valid<sup>33</sup>. Rațiunea de a fi a omisiunii lui  $(\epsilon)$  pare să fie destul de clară: anumite enunțuri de forma  $A \wedge \sim A$  sunt adevărate. În orice caz, trebuie să procedăm cu prudență. Aceasta nu rezolvă problema, nici măcar pentru standardele lui da Costa. Căci, faptul că  $A \wedge \sim A$  este adevărat nu interzice lui  $\sim(A \wedge \sim A)$  să fie, de asemenea, adevărat. De fapt, insistența asupra absenței lui  $(\epsilon)$  ca și condiție de adecvare la o logică paraconsistentă este mult prea puternică. Este suficient pentru un paraconsistentist să adopte  $(\epsilon)$ , după cum se va vedea din următoarea abordare pe care o vom examina. Evident, dacă aderăm la  $(\epsilon)$ , atunci orice contradicție  $A \wedge \sim A$  (să o numim *contradicție primară*) va genera o alta,  $(A \wedge \sim A) \wedge \sim (A \wedge \sim A)$  (să o numim *contradicție secundară*). Nu există, oricum, o opreliște *a priori* pentru ca un paraconsistentist să facă acest lucru.

Înseamnă că cel mai bine este să menținem sau să respingem  $(\epsilon)$ ? Nu dorim să fim prea dogmatici. Oricum, probabil că orice caz împotriva lui  $(\epsilon)$  se va articula în jurul indezirabilității contradicțiilor secundare. Am putea invoca în mod verosimil „briucul“, spunând că contradicțiile nu trebuie multiplicat mai mult decât necesar. Chiar dacă acest lucru este corect (chiar este?), nu ne va duce prea departe decât dacă știm ce este „necesitatea“. Considerăm cazul favorabil lui  $(\epsilon)$  mult mai plauzibil. Iată cum se desfășoară o parte din el. Legea non-contradicției a

<sup>32</sup> De fapt, se poate arăta că, până și sub condiția slabă că nici o non-teoremă nu are același sens cu o teoremă oarecare, sistemul mai puternic  $C_1$  al lui da Costa nu are o semantică a sensului recursivă non-trivială. Presupunând că ar avea, fie  $S$  mulțimea sensurilor (submulțimilor lumilor posibile sau orice altceva) și fie  $\cong$  relația dintre două formule care au același sens. Atunci mulțimea de formule formate prin  $\cong$  ar fi o algebră cât non-trivială pentru  $C_1$ . Dar nu există o asemenea algebră pentru  $C_1$ , după cum arată Mortensen (1980).

<sup>33</sup> da Costa, 1974, p. 498.

fost considerată tradițional ca o proprietate centrală, dacă nu o caracteristică definitorie, a negației. Lucru valabil nu numai pentru logicienii tradiționali sau clasiști, ca Aristotel sau Russell, dar și pentru cei care au crezut în adevărul contradicției, cum este cazul lui Hegel<sup>34</sup>. Dacă o considerare a negației violează legea non-contradicției, aceasta este o evidență *prima facie* a faptului că *aceea* considerare este eronată. Aceasta este cea de-a doua dovadă a faptului că *negația da Costa nu este negație*.

De fapt, putem formula și mai precis această teză. În mod tradițional,  $A$  și  $B$  sunt sub-contrarii dacă  $A \vee B$  este un adevăr logic.  $A$  și  $B$  sunt contradictorii dacă  $A \vee B$  este un adevăr logic și dacă  $A \wedge B$  este logic fals. Distincția dintre contradicție și sub-contrarietate este făcută, deci, de cea de a doua condiție. Or, în abordarea lui da Costa avem  $A \vee \sim A$  ca adevăr logic. Dar  $A \wedge \sim A$  nu este logic fals. Astfel,  $A$  și  $\sim A$  sunt sub-contrarii, nu contradictorii. Deci negația lui da Costa nu este negație, din moment ce negația este un functor de contradicție, nu un functor de sub-contrarietate.

Să ne întoarcem acum la relația de consecință logică. Din nou, se vede imediat că ea este o sub-relație de consecință logică clasică cu două valori. Relațiile următoare nu se susțin, ceea ce arată că este vorba despre o sub-relație clară.

$$\{\sim A\} \models_C \sim (A \wedge B); \quad \{\sim (A \vee B)\} \models_C \sim A$$

$$\{A\} \models_C \sim \sim A; \quad \{\sim A \wedge \sim B\} \models_C \sim (A \vee B) \quad (\kappa)$$

$$\{\sim A \vee \sim B\} \models_C \sim (A \wedge B)$$

Nici acestea nu se susțin, după cum vom vedea mai târziu:

$$\{A \supset B\} \models_C (\sim B \supset \sim A)$$

( $\lambda$ )

$$\{A \supset B, A \supset \sim B\} \models_C \sim A$$

De aici se vede că negația da Costa nu are virtualmente nici una din proprietățile inferențiale tradițional asociate cu negația. (Am putea compara această situație cu negația din următoarea abordare pe care o vom discuta, care are toate proprietățile de mai sus). Aceasta este încă o dovadă care arată că negația lui da Costa nu este negație reală. Am invocat dovezi suficient de puternice până aici și cazul se poate considera închis. Este momentul să ne întrebăm ce este de fapt negația da Costa?

Cheia acestei probleme este oferită de discuția despre adevărurile logice. Am văzut că negația da Costa se comportă ca un operator de sub-contrarietate, nu ca un operator de contradicție. Într-adevăr, condițiile de adevăr ale negației lui (3)

<sup>34</sup> Cel puțin pentru logica formală. (v. Hegel, 1830, nota la §20, p. 32).

fac această înțelegere a negației aproape obligatorie. Prin urmare sugerăm că negația lui da Costa este un operator ce transformă o formulă într-una sub-contrară. Aceasta nu numai că explică condițiile de adevăr ale lui  $\sim$  ca și comportamentul adevărilor logice, dar, de asemenea, este confirmată și din alte motive. Mai întâi, dacă  $\sim$  este un operator de sub-contrarietate, atunci ar trebui să ne așteptăm ca toate principiile inferențiale ( $\kappa$ ), ( $\lambda$ ) să cadă, ceea ce se și întâmplă. În al doilea rând, acest lucru explică de ce  $\sim$  nu este veri-funcțional. Căci, valoarea de adevăr a unei sub-contrare a lui  $A$  nu este determinată de valoarea de adevăr a lui  $A$ . Astfel,  $\sim$  nu este un functor extensional. Toate acestea se încadrează în tabloul nostru.

Prin urmare,  $\sim A$  este o sub-contrară a lui  $A$ , dar care? Căci, deși contradictoria unui enunț este unică, el poate avea mai multe sub-contrarii. Care este  $\sim A$ ? Trebuie să fie o sub-contrarie care să satisfacă condiția (4) a semanticii. Ceea ce, oricum, nu este deloc suficient pentru a determina functorul  $\sim$  în mod unic. Dacă  $A$  și  $B$  sunt sub-contrarii *oarecare*, atunci functorul care face trecerea de la  $A$  la  $B$  și invers satisface această condiție. Nu există alte constrângeri asupra lui  $\sim$ , care să determine care functor subcontrar este el. De unde, răspunsul la această întrebare trebuie să fie radical indeterminat.

Reprezintă lipsa unui operator de negație simplă în sistemele  $C$  o simplă problemă de omisiune? Răspunsul este un rapid și elementar „Nu“. Căci, dacă am adăuga un operator,  $-$ , împreună cu condițiile evidente pentru negație,

$$v(-A) = 1, \text{ dacă și numai dacă } v(A) = 0,$$

ar fi ușor să observăm că non-paraconsistența ar fi reinstanciată. Căci, atunci,  $\{A \wedge -A\} \models_C B$ . Astfel, sistemele  $C$  își obțin paraconsistența numai cu prețul renunțării la negație.

Cât despre abordarea generală a lui da Costa asupra formulelor de grad zero, ea proiectează aceeași situație și asupra abordărilor plus-pozitive mai comprehensive. Înainte de a lăsa deoparte aceste abordări, oricum, merită să discutăm felul în care da Costa întărește sistemul  $C_\omega$  pentru a obține sistemele  $C_i$ ,  $1 \leq i < \omega$ . De dragul exactității, ne vom fixa atenția asupra lui  $C_1$  (deși toate observațiile se aplică în mod asemănător celorlalte).

Este clar că într-o evaluare da Costa există două feluri de enunțuri: cele „paradoxale“, cum ar fi  $v(A) = v(\sim A) = 1$ , respectiv cele „clasice“, de exemplu:  $v(A) \neq v(\sim A)$ . Deși logica clasică nu se susține pentru toate propozițiile, este rezonabil să presupunem că se susține pentru propozițiile care au valori clasice (de fapt, în  $C_\omega$  nu se susține). Mai mult, este suficient de rațional să presupunem că aceasta s-ar putea exprima, într-un anume fel, în limbajul însuși. În particular, putem scrie „ $A^0$ “ pentru „ $A$  are o valoare de adevăr clasică“; atunci ceea ce urmează este rațional:

$$\begin{aligned} \text{Dacă } B \text{ este un compus al lui } A_1 \dots A_n \text{ și } \Gamma \models_C A_1^0 \wedge \dots \wedge A_n^0, \text{ atunci} \\ \Gamma \models_C B, \text{ dacă și numai dacă } B \text{ este o consecință clasică a lui } \Gamma. \end{aligned} \quad (\xi)$$

Obținerea acestei relații este exact mișcarea motivațională de la  $C_\omega$  la  $C_1$ .

Mai întâi, va trebui produs un operator „ $\circ$ ” de „clasicitate”. Există două abordări diferite cu puțință aici. Abordarea sintactică constă în a identifica pe „ $A$  este paradoxal” cu „ $A \wedge \sim A$ ” și a defini în consecință „ $A$  are o valoare clasică ( $A^0$ )” ca „ $\sim (A \wedge \sim A)$ ”. Abordarea semantică constă în a da condițiile de adevăr pentru  $A^0$  în mod direct:

Dacă  $\nu(A) \neq \nu(\sim A), \nu(A^0) = 1$

Dacă  $\nu(A) = \nu(\sim A) = 1, \nu(A^0) = 0$

Da Costa vrea să urmeze ambele abordări. El definește  $A^0$  ca  $\sim (A \wedge \sim A)$ . De aici urmează prima dintre condițiile semantice. Căci, dacă  $\nu(A) \neq \nu(\sim A)$ ,  $\nu(A \wedge \sim A) = 0$  și  $\nu(A^0) = \nu(\sim (A \wedge \sim A)) = 1$ . Oricum, a doua nu are loc în semantica  $C_\omega$ . Deci trebuie întărită cu un nou postulat semantic:

Dacă  $\nu(A \wedge \sim A) = 1, \nu(\sim (A \wedge \sim A)) = 0^{35}$ . (μ)

Singurele alte postulate semantice pentru  $C_1$  asigură că toate formulele compuse în întregime din formule cu valori clasice au valori clasice, astfel:

Dacă  $\nu(A^0) = \nu(B^0) = 1$ ,  
atunci  $\nu((A \wedge B)^0) = \nu((A \vee B)^0) = \nu((A \supset B)^0) = \nu((\sim A)^0) = 1$ .

Aceste condiții asigură că ( $\xi$ ) se susține<sup>36</sup>, îndeplinind astfel motivația.

Sunt câteva observații de făcut în legătură cu extinderea lui  $C_\omega$  cu un operator de „clasicitate”. Prima este că ea nu afectează în nici un fel concluziile noastre despre interpretarea negației da Costa. Chiar și în  $C_1$ , negația este non-extensională, legea non-contradicției cade și la fel toate principiile de inferență ( $\kappa$ ) și ( $\lambda$ ). Astfel, concluzia noastră cum că  $\sim$  este un operator de sub-contrarietate rămâne în picioare (deși, bineînțeles, constrângerile extra-semantice asupra lui  $\sim$  adaugă alte constrângeri asupra problemei identificării lui  $\sim A$ , sub-contrara lui  $A$ ). A doua și cea mai importantă observație este că adăugarea unui operator de clasicitate în acest fel conduce la o nouă problemă. Este ușor verificabil că pentru orice formulă  $B$ ,  $\nu(B \wedge \sim B \wedge B^0) = 0$ , pentru oricare  $\nu$ . Astfel,

$$\{B \wedge \sim B \wedge B^0\} \models_{C_1} A. \quad (\zeta)$$

De unde, dacă am putea cumva demonstra o teoremă de forma  $B \wedge \sim B \wedge B^0$ , lucrurile se reduc la trivialitate. Dar este simplu să producem o teoremă de această formă într-un limbaj semantic închis (cum observă da Costa)<sup>37</sup>. Din construcția uzuală auto-referențială putem găsi un enunț  $\beta$  astfel încât  $\beta \leftrightarrow (\sim \beta \wedge \beta^0)$ . (Această

<sup>35</sup> Formularea da Costa este echivalentul: dacă  $\nu(A \supset B) = \nu(A \supset \sim B) = 1$ , atunci  $\nu(A) = 0$ .

<sup>36</sup> da Costa, 1974, teorema 18.

<sup>37</sup> da Costa, 1974, pag. 505.

propoziție este falsă și are o valoare de adevăr clasică). Este atunci ușor să demonstrăm cu un raționament valid în  $C_1$  (de fapt, în  $C_\omega$ ) că  $\beta \wedge \sim \beta \wedge \beta^0$ . Un argument similar poate fi obținut în teoria naivă a mulțimilor. În concluzie,  $C_1$  este total nepotrivit pentru a formaliza două dintre cele mai importante teorii paraconsistente. Mai mult, problema se extinde mult mai mult asupra altor teorii paraconsistente, ca și la formele restrânse ale teoriei mulțimilor<sup>38</sup>.

Acesta reprezintă, bineînțeles, un argument suplimentar major împotriva abordării de tip  $C_1$  a paraconsistenței. Oricum, învățătura pe care trebuie să o tragem de aici este una mai generală. Din moment ce situația nu apare în același fel în  $C_\omega$ , problema privește operatorul de clasicitate. Putem localiza problema mult mai precis. În demonstrația lui  $\beta \wedge \sim \beta \wedge \beta^0$ , singurul fapt specific despre  $\beta^0$  care este folosit este că  $\sim(\beta^0) \rightarrow \beta \wedge \sim \beta$  și aceasta este garantată de către definiția sintactică a lui  $A^0$ . Ceea ce produce cazul special de *ex falso quodlibet* ( $\zeta$ ) sunt, anume, condițiile semantice ale lui  $B^0$ . Astfel, abordarea semantică asupra unui operator de clasicitate și abordarea sintactică sunt incompatibile. Deși ele pot părea plauzibile, una trebuie să cedeze. Să mergem acum la cea de a treia abordare a paraconsistenței. Este cea relevantă, considerată de către ambii autori<sup>39</sup>.

### 2.3. Abordarea relevantă

Există câteva moduri de a începe, din punct de vedere semantic. Vom alege una care a părut (mai ales clasiștilor) a fi mai simplu de abordat<sup>40</sup>. La fel ca și abordarea lui da Costa, abordarea relevantă ia în serios ideea că anumite enunțuri sunt adevărate și false. Oricum, în loc să insiste asupra unicității valorii de adevăr pe care poate să o ia fiecare propoziție, permite dualitatea valorii de adevăr a fiecărui enunț.

Formal, fie  $V = \{\{1\}\{0\}\{1,0\}\}$ . Aici,  $\{1\}$  este (clasicul) adevărat și numai adevărat;  $\{0\}$  este (clasicul) fals și numai fals;  $\{1,0\}$  este (paradoxalul) adevărat și fals.

O evaluare este o aplicație  $v$  a mulțimii formulelor de grad zero pe mulțimea  $V$  astfel încât:

(1a)  $1 \in v(\sim A)$ , dacă și numai dacă  $0 \in v(A)$

(1b)  $0 \in v(\sim A)$ , dacă și numai dacă  $1 \in v(A)$

(2a)  $1 \in v(A \wedge B)$ , dacă și numai dacă  $1 \in v(A)$  și  $1 \in v(B)$

(2b)  $0 \in v(A \vee B)$ , dacă și numai dacă  $0 \in v(A)$  sau  $0 \in v(B)$

(3a)  $1 \in v(A \wedge B)$ , dacă și numai dacă  $1 \in v(A)$  sau  $1 \in v(B)$

(3b)  $0 \in v(A \vee B)$ , dacă și numai dacă  $0 \in v(A)$  și  $0 \in v(B)$

<sup>38</sup> v. mai ales, Arruda, 1982. De asemenea, Arruda și Batens, 1982.

<sup>39</sup> v. de exemplu, Priest, 1980a și Routley, 1979.

<sup>40</sup> Aceasta este calea lui Priest, 1979, deși am formulat-o în maniera lui Dunn, 1976. Pentru o abordare alternativă asupra semanticii logicii relevante de grad zero, v. Routley și Routley, 1972. Acestea și alte abordări sunt elaborate și discutate în *RLR*, subcapitolele 3.1. și 3.2.



Adevărul logic și consecințele sunt definite în manieră evidentă.

$\Sigma \models_R A$ , dacă și numai dacă, pentru toate evaluările  $\nu$ ,  
fie  $1 \in \nu(A)$ , fie, pentru un anumit  $B \in \Sigma$ ,  $1 \notin \nu(B)$ ;

$\models_R A$ , dacă și numai dacă, pentru toate evaluările  $\nu$ ,  $1 \in \nu(A)$

Este simplu să observăm că aceste condiții de adevăr sunt paraconsistente, de exemplu  $\{A, \sim A\} \not\models_R B$ . Mai mult, condițiile de adevăr par foarte familiare. Într-adevăr, ele nu sunt altele decât cele clasice. Bineînțeles, în cazul clasic, cea de a doua condiție din fiecare pereche este redundantă, dar nu mai este cazul în momentul în care am obținut înțelegerea paraconsistentă conform căreia lucrurile pot fi atât adevărate, cât și false.

Câteva dintre caracteristicile cele mai importante ale relației de deductibilitate sunt după cum urmează:

$$\{A, B\} \models_R A \wedge B$$

$$\{A \wedge B\} \models_R A$$

$$\{A\} \models_R A \vee B$$

$$\text{Dacă } \{A\} \models_R C \text{ și } \{B\} \models_R C, \text{ atunci}$$

$$\{A \vee B\} \models_R C$$

$$\text{Dacă } \{A\} \models_R B \text{ și } \{B\} \models_R C, \text{ atunci } \{\sim A\} \models_R \sim (A \wedge B)$$

$$\{A\} \models_R C$$

$$\{\sim A, \sim B\} \models_R \sim (A \vee B)$$

$$\{\sim (A \vee B)\} \models_R \sim A$$

$$\{A\} \models_R \sim \sim A$$

$$\{\sim \sim A\} \models_R A$$

$$\{\sim A \vee \sim B\} \models_R \sim (A \wedge B) \text{ (și toate celelalte principii de Morgan)}$$

Mai mult, este la îndemână să stabilim că  $\models_R A$ , dacă și numai dacă  $A$  este o tautologie clasică cu două valori<sup>41</sup>.

Aceste proprietăți ne permit să observăm mai ușor că această abordare evită problemele celor două abordări anterioare. Spre deosebire de sistemele non-adjunctive, ea are o conjuncție adecvată și o relație de deductibilitate cu mai multe premise, non-trivială. Proprietățile negației sunt clare și simple, fără a mai fi nevoie de adăugarea unor postulate semantice suplimentare, ca și în abordarea lui da Costa, pentru asigurarea negației duble. Mai mult, nu există nici o îndoială că negația acestei abordări *este* negație. Semantica este recursivă și extensională. Astfel,  $\sim$  nu este un functor intensional. Atât legea terțului exclus, cât și cea a non-contradicției se susțin, iar negația are toate relațiile de deductibilitate

<sup>41</sup> Priest, 1979, teorema III.8.

necesare<sup>42</sup>. S-ar putea încerca să se arate că negația acestui sistem nu este cu adevărat o negație. Dar, în virtutea tuturor punctelor anterioare, nu s-ar prea găsi temeieri pentru așa ceva. Negația lui  $A$  este acel enunț care este adevărat dacă  $A$  este fals și fals dacă  $A$  este adevărat. Dar aceasta este exact ceea ce spun condițiile relevante de adevăr.

O caracteristică convenabilă a semanticii este că mulțimea de adevăruri logice de grad zero este exact mulțimea de tautologii clasice. Acest lucru arată că este vorba despre o mulțime stabilă de formule valide în ambele contexte, clasic și inconsistent. Mai mult, arată că, într-un sens, logica paraconsistentă relevantă subsumează logica clasică la nivelul său de grad zero.

Întorcându-ne la relația de deductibilitate, este simplu de observat că ea este o sub-relație a celei clasice. Într-adevăr, spre necazul non-paraconsistenței, aceasta trebuie să fie o sub-relație adecvată. Cei care ar parcurge lista de consecințe valide dată mai sus, fără a fi familiari cu logica relevantă, s-ar putea întreba ce anume din logica clasică este paraconsistent nevalid. Răspunsul este: principiul silogismului disjunctiv:

$$\{A, \sim A \vee B\} \models B$$

precum și congenererele sale, ca

$$\{A, \sim (A \wedge B)\} \models \sim B$$

acesta este de fapt singurul principiu important al inferenței clasice care este respins de către abordarea paraconsistentă relevantă. În ciuda acestui fapt, respingerea lui a atras numeroase polemici din diverse direcții. O discuție detaliată a problemei ar necesita un ocol important<sup>43</sup>. Oricum, este bine să facem câteva remarci. Mai întâi, așa cum am arătat chiar la început, dacă este să luăm paraconsistența în serios, ceva din logica clasică trebuie respins. Nu există prin urmare nici un argument împotriva acestei abordări *per se* care să arate că silogismul disjunctiv este respins. Într-adevăr, abordarea relevantă evită pierderile din logica clasică la un minimum la nivelul de grad zero. Ambele abordări pe care le-am discutat anterior pierd silogismul disjunctiv și altele pe lângă el. Aceasta este singura pierdere a poziției paraconsistente relevante. Mai mult, pierderea silogismului disjunctiv nu este un dezastru atât de mare pe cât s-ar crede. Mai întâi, multe din cazurile de silogism disjunctiv care apar în practica naturală folosesc un „sau” intensional,  $\underline{\vee}$ . Acesta poate fi definit simplu

$$A \underline{\vee} B = \sim A \rightarrow B.$$

Silogismul disjunctiv intensional

$$\{A, \sim A \underline{\vee} B\} \models B$$

este cu siguranță valid<sup>44</sup>. De fapt este ceva mai mult decât *modus ponens*.

<sup>42</sup> Toate relațiile ( $\kappa$ ) din subcapitolul 2.2. din această secțiune se susțin. Vom vedea la implicație că și cele pentru ( $\lambda$ ) se susțin.

<sup>43</sup> O discuție aprofundată se găsește în Priest, 1989 și Routley, 1978. Detalii, în *RLR*.

<sup>44</sup> Anderson și Belnap, 1975, §16.3.

Al doilea și cel mai important motiv este că, deși silogismul disjunctiv este în general nevalid, el este utilizabil în anumite contexte. Problema trebuie tratată cu grijă, cum se arată într-o altă lucrare a acestui volum<sup>45</sup>. Oricum, în linii mari, problema este aceasta. Motivul pentru care silogismul disjunctiv cade este că propoziția  $A$  poate fi paradoxală. Dacă  $A$  și  $\sim A$  sunt adevărate, atunci vor fi adevărate și  $A$  și  $\sim A \vee B$ , oricare ar fi  $B$ . Oricum, dacă acest caz este eliminat, nu se mai pot găsi alte contra-exemple la silogismul disjunctiv. Astfel, dat fiind că nu suntem într-o situație paradoxală (una în care  $A$  să fie și adevărată și falsă), silogismul disjunctiv poate fi utilizat în mod legitim. Putem observa imediat că dacă silogismul disjunctiv este adăugat la logica paraconsistentă relevantă de grad zero, ceea ce rezultă este logica clasică. Prin urmare, vedem că în contexte consistente non-paradoxale (care sunt oricum singurele permise de către logica clasică), logica clasică este acceptabilă. Astfel, slăbiciunea generală a silogismului disjunctiv nu mai este o problemă.

O dată cu această respingere – a celei mai importante obiecții la adresa logicii paraconsistente relevante – putem conchide că abordarea relevantă a paraconsistenței este cea mai bună, cel puțin la nivelul de grad zero.

O ultimă observație: dacă admitem saturarea valorilor de adevăr (de exemplu: în cazul propozițiilor care sunt adevărate și false), ar putea părea firesc să acceptăm și suspendarea valorilor de adevăr (de exemplu: propoziții care nu sunt nici adevărate și nici false). De fapt, toate abordările asupra paraconsistenței pe care le-am discutat pot fi modificate într-un mod evident, astfel încât să accepte această posibilitate. Oricum, problema suspendării valorilor de adevăr este una separată, neimplicată în nici un fel de către poziția paraconsistentă. În consecință, problemele ridicate de modificarea acestor logici în vederea acceptării suspendării valorilor de adevăr nu sunt, strict vorbind, relevante pentru paraconsistență. Pentru acest motiv putem evita luarea lor în discuția de față<sup>46</sup>.

---

<sup>45</sup> Priest, 1989.

<sup>46</sup> Drept exemplu pentru felul în care pot fi modificate semanticile, putem lua în considerare pe cele prezentate în această secțiune. Nu facem decât să extindem  $\vee$  pentru a include mulțimea vidă (ca și în Dunn, 1976). Restul rămâne la fel. Este ușor să verificăm că principalul efect este garantarea faptului că  $\not\models A \vee \sim A$  și că de fapt nu există teoreme! Relația de consecință este evident non-trivială. Un fenomen similar se întâmplă atunci când semantica este extinsă pentru a permite un operator de implicație. În acest caz, deși logica are teoreme, nici una nu este pur extensională, adică nu conține doar  $\wedge$ ,  $\vee$  și  $\sim$ . Existența sau eliminarea teoremelor pur extensionale are o relevanță mică pentru paraconsistență: ea poate fi construită în ambele feluri. Oricum, pentru motivele indicate în text, considerăm că o semantică ce nu validează legile terțului exclus și non-contradicției se expune acuzației de a nu oferi o interpretare semantică a *negației*. O discuție asupra slăbiciunilor valorilor de adevăr în contextul teoriei lui Meinong poate fi consultată în *EMJB* §1.2.

### 3. Abordări ale teoriei logice paraconsistente: implicația

Până acum ne-am concentrat asupra trăsăturilor unor diverse abordări ale paraconsistenței la nivelul de grad zero. În orice caz, toate abordările au operatori de implicație diferiți, ceea ce nu este accidental. Implicația este un conector logic esențial. Orice logică adecvată trebuie să-și justifice funcționalitatea. Analiza clasică a operatorului de implicație  $\rightarrow$  identifică  $A \rightarrow B$  cu  $A \supset B$  (sau  $\sim A \vee B$ ). Aceasta duce la o ecuație a lui *modus ponens*,  $A, A \rightarrow B / B$ , cu silogismul disjunctiv, care (cum am văzut la sfârșitul subcapitolului anterior) este respinsă în toate abordările semantice pe care le-am discutat. Totuși, *modus ponens* este principiul fundamental al implicației. Nici un alt operator care nu îndeplinește această condiție nu este implicație. De unde, fiecare dintre abordări trebuie să găsească un calcul diferit, non-clasic, al implicației.

#### 3.1. Sisteme non-adjunctive: sistemul lui Jaśkowski

Din moment ce abordările non-adjunctive utilizează semantica lumilor posibile, operatorul implicației naturale în acest context ar părea să fie implicația strictă. Să definim  $A \rightarrow B$ , în mod uzual, ca fiind  $\Box (A \supset B)$ . Se verifică atunci imediat că  $\{A, A \rightarrow B\} \models_{df} B$ . Observăm că, deși implicația strictă suferă din cauza paradoxurilor care *par* să o facă nepotrivită pentru paraconsistență (de exemplu:  $(A \wedge \sim A \rightarrow B)$ ), totuși nu este cazul *dat fiind că* adjuncția cade. Jaśkowski este conștient de această posibilă definiție a implicației<sup>47</sup>, deși optează pentru o altă posibilitate pe care o vom discuta pe scurt. În plus, vom discuta problema dacă implicația strictă este un operator de implicație satisfăcător în contextul logicii discursive.

Răspunsul este că nu. Primul punct este că, deși *modus ponens* se susține pentru implicația strictă dacă logica modală subiacentă este S5, el cade pentru alte logici mai slabe. Oricum, cele două obiecții mai importante le vom întâlni de câteva ori în această secțiune, fiind util să le numim.

Prima obiecție este **obiecția irelevanței**. Ideea este că o implicație ar trebui să se susțină între  $A$  și  $B$  numai în virtutea unui conținut comun între  $A$  și  $B$ . Valoarea de adevăr a unei implicații nu ar trebui să depindă numai de valoarea de adevăr a uneia din componentele ei, nici de valoarea modală a unei componente. Implicația este *esențial relațională*. Deși destul de banal, acest lucru se opune ortodoxiei clasice (deși nu celei tradiționale). Este semnul eficienței îndochinării clasice faptul că irelevanța logicii clasice nu a fost văzută ca un defect ce trebuia remediat, fiind nevoie de acea imensă cantitate de argumente<sup>48</sup> în încercarea de a deschide ochii oamenilor în fața

<sup>47</sup> Jaśkowski, 1948, p. 147.

<sup>48</sup> De exemplu, v. Anderson, Belnap, 1975; Routley ș.a., 1982; Routley, Norman, 1988.

problemei și a le reorienta mintea către Adevăr. Oricum, dată fiind imensa cantitate de texte care s-au scris cu privire la relevanță, ar fi inutil pentru noi să mai reluăm argumentele aici. Nu putem decât să subscriem, sau să re-subscriem, la argumentele lui Anderson, Belnap, Meyer, ale noastre și ale altora, asupra relevanței implicației. Logica relevanței și logica paraconsistentă nu sunt unul și același lucru. Este posibil să avem o logică paraconsistentă irelevantă (cum vom vedea în cele ce urmează) și invers<sup>49</sup>. De unde, relevanța nu este *de rigueur* pentru un paraconsistentist. Totuși, în procesul re-elaborării logicii am putea foarte bine să obținem o re-acreditare a implicației, caz în care irelevantă ar fi o eroare a logicii paraconsistente.

Toate bune până aici. Dar ce *este*, exact, cerința de relevanță? Iarăși, aceasta este o întrebare adâncă, dar, din moment ce cartea de față este una despre paraconsistență, din fericire o putem ocoli. Tot ceea ce este necesar pentru scopurile noastre este un test de irelevantă, scop pentru care testul de împărțire a variabilei al lui Anderson și Belnap va fi cât se poate de folositor<sup>50</sup>. O condiție suficientă pentru ca o logică (pur) propozițională să fie irelevantă este ca ea să aibă o teoremă (adevăr logic) de forma  $A \rightarrow B$ , unde  $A$  și  $B$  nu au nici o variabilă propozițională comună. Într-un asemenea caz,  $A$  și  $B$  nu au nici un conținut comun. Ajungând până aici, se observă imediat că implicația strictă este irelevantă, chiar și în context discursiv. Căci  $\models_{df} (A \wedge \sim A) \rightarrow B$ ,  $\models_{df} B \rightarrow (A \vee \sim A)$ , precum și toate celelalte orori ale implicației stricte. Astfel, această abordare a implicației cade în fața obiecției asupra relevanței.

A doua obiecție este *obiecția Curry*. Există un argument, datorită lui Curry<sup>51</sup>, conform căruia, în anumite condiții, teoria naivă a mulțimilor și semantica sunt triviale, adică în ele se poate demonstra orice. Argumentul poate lua diferite forme. Iată una dintre ele.

Fie  $\beta$  propoziția „Dacă această propoziție este adevărată, atunci și  $A$  este adevărată“, unde  $A$  este arbitrară, de exemplu:

$$\beta = \ulcorner Tr \beta \rightarrow A \urcorner.$$

Prin schema de adevăr a semanticii naive,

$$Tr \beta \leftrightarrow (Tr \rightarrow A). \quad (1)$$

De unde, prin absorbția  $(C \rightarrow (C \rightarrow D)) / C \rightarrow D$ , de la stânga la dreapta,

$$Tr \beta \rightarrow A. \quad (2)$$

Astfel, din (1), (2) și *modus ponens*,

$$Tr \beta, \quad (3)$$

iar din (2), (3) și *modus ponens*,

$$A.$$

<sup>49</sup> De exemplu, studiul original al lui Ackermann, *Strenge Implikation*, în 1956, care utilizează silogismul disjunctiv în formarea regulilor.

<sup>50</sup> Anderson, Belnap, 1975, p. 32f.

<sup>51</sup> Curry, 1942. Versiuni diferite se găsesc în Priest, 1979 și Meyer, Routley, Dunn, 1979.

Astfel, dacă semantica naivă se bazează pe o logică ce conține *modus ponens* și absorbția, ea este trivială. Un rezultat similar se obține în teoria naivă a mulțimilor. Unul din motivele principale ale logicii paraconsistente era investigarea teoriilor inconsistente interesante, dintre care, poate cele mai interesante, sunt teoria naivă a mulțimilor și semantica. Astfel, orice logică ce conține atât *modus ponens*, cât și absorbția, este o logică paraconsistentă inadecvată. De fapt, din moment ce *modus ponens* este esențial pentru orice operator de implicație, urmează că o logică paraconsistentă este criticabilă dacă conține absorbția.

Se vede ușor că *absorbția este adevărată despre implicația strictă*, de exemplu  $\{A\} \rightarrow (A \rightarrow B) \models_{df} A \rightarrow B$ . Prin urmare aceasta nu este o implicație paraconsistentă adecvată.

*A treia* și ultima obiecție împotriva implicației stricte, pe care o prezentăm, este *similară cu a doua*, dar puțin mai parohială. Există un motiv în plus pentru care implicația strictă nu este adecvată rolului de implicație subsidiară a teoriei naive a mulțimilor și a semanticii. Aceasta deoarece  $\{A \leftrightarrow \sim A\} \models_{df} B$ , unde  $\leftrightarrow$  reprezintă co-implicația strictă. O aplicație a axiomei abstracției din teoria naivă a mulțimilor (sau schema de adevăr a semanticii naive), cu operatorul de implicație considerat ca implicație strictă, dă  $\{x \mid x \notin x\} \in \{x \mid x \notin x\} \leftrightarrow \sim \{x \mid x \notin x\} \notin \{x \mid x \notin x\}$ , de unde, din nou, teoria naivă a mulțimilor și semantica sunt triviale.

Cum am spus mai înainte, Jaśkowski nu a acceptat „candidatul” modal evident, implicația strictă, ca pe o implicație. El a acceptat ceva numit „implicație discursivă” ( $\supset_d$ ), definită astfel:

$$A \supset_d B, \text{ dacă și numai dacă } MA \supset B.$$

Amintindu-ne că lucrurile adevărate într-o lume posibilă reprezintă povestea sau poziția unui anumit participant la discurs, putem înțelege sensul dat de Jaśkowski pentru  $A \supset_d B$  că „dacă cineva spune că A, atunci B”<sup>52</sup>. Lăsând deoparte problema adecvării acestui sens, este ușor de verificat că implicația discursivă satisface cel puțin *modus ponens*:

$$\{A, A \supset_d B\} \models_{df} B.$$

În orice caz, implicația discursivă o duce un pic mai bine decât implicația strictă. Se poate stabili imediat, cum a făcut Jaśkowski însuși<sup>53</sup>, lucrul următor:

Fie A orice formulă care conține numai conectorul  $\supset$ , și fie  $A_d$ , A cu fiecare ocurență a lui „ $\supset$ ” înlocuită cu „ $\supset_d$ ”. Atunci  $\models_{df} A_d$ , dacă și numai dacă A este o tautologie cu două valori.

Demonstrația este următoarea: să presupunem că A este o tautologie cu două valori. Trebuie să arătăm că pentru fiecare  $\mathcal{M}$ ,  $A_d$  se susține în  $\mathcal{M}$ , care, datorită teoremei de completitudine pentru S5 este adevărat dacă și numai dacă  $MA_d$  este o teoremă a lui S5. Să considerăm acum  $MA_d$ . Se verifică ușor că

<sup>52</sup> Jaśkowski, 1948, p. 150.

<sup>53</sup> Jaśkowski, 1948, teoremele 1,3.

$\models_{S_5} M (A \supset_d B) \Leftrightarrow \exists (M A \supset M B)$ . Prin aplicarea repetată a acestei echivalențe stricte putem transforma pe toți „M” în  $M A_d$ , înlocuind fiecare „ $\supset_d$ ” cu „ $\supset$ ”. Vom ajunge la o formulă care este o instanță de substituție a lui  $A$ , cu siguranță demonstrabilă în  $S_5$ . Invers, să presupunem că  $A$  nu este o tautologie. Fie  $w$  o lume clasică în care el nu se susține și fie  $\mathcal{M}$  modelul care conține numai acea lume. Atunci  $\mathcal{M} \models M B \Leftrightarrow B$  și, din moment ce  $A_d$  este obținut din  $A$  prin inserarea potrivită a lui  $M$ ,  $\mathcal{M} \not\models A_d$ .

Astfel, calculul pur al implicației discursive este tocmai calculul pur al implicației materiale. Nu este adevărat că fragmentul de logică discursivă  $\sim, \wedge, \vee, \supset_d$ , este identic cu logica clasică. De exemplu, este ușor de verificat că  $\not\models_{df} A \supset_d (\sim A \supset_d B)$ . Oricum, rezultatul inițial face destul rău, căci el arată, mai întâi, că implicația discursivă, ca și implicația materială, cade în fața obiecției de irelevanță, din moment ce, de exemplu,  $\models_{df} A \supset_d (B \supset_d B)$ ; în al doilea rând, arată că implicația discursivă cade în fața obiecției lui Curry din moment ce  $(A \supset_d (A \supset_d B)) \supset_d (A \supset_d B)$  este o tautologie clasică.

Implicația discursivă nu cade însă în fața altei obiecții formulate față de implicația strictă, și aceasta numai datorită dexterității lui Jaśkowski. Să presupunem că ar trebui să definim echivalența discursivă  $\equiv_d$  în felul acesta:  $A \equiv_d B = (A \supset_d) \wedge (B \supset_d A)$ ; va fi ușor de verificat că  $\{A \equiv_d \sim A\} \models_{df} B$ , iar astfel obiecția se va aplica. Dându-și seama de aceasta (dar neputând da nici un argument), probabil că Jaśkowski va opta să definească  $A \equiv_d B$  ca  $(A \supset_d B) \wedge (B \supset_d M A)$ . Prin aceasta se evită problema. Oricum, se introduce o versiune nesimetrică a echivalenței care este, în mod intuitiv, o operație simetrică. Mai mult, rezultatul este eșecul formulei clare și dezirabile  $(A \equiv_d B) \supset_d ((A \supset_d B) \wedge (B \supset_d A))$ , deși implicația conversă rămâne.

S-ar putea crede că ar fi mai bine să definim  $A \supset_d B$  ca  $M A \supset M B$ . Aceasta acceptă interpretarea perfect naturală „dacă  $A$  se susține discursiv,  $B$  se susține discursiv”. Definită astfel, ea va satisface în continuare *modus ponens* și, acum mai mult, echivalența discursivă va putea fi definită evitând dezastrul, din moment ce

$$\{(M A \supset M \sim A) \wedge (M \sim A \supset M A)\} \not\models_{df} B.$$

Oricum, această definiție a lui  $\supset_d$  nu ar fi rezolvat celelalte probleme. Căci, un argument analog celui anterior arată că, chiar și redefinit, fragmentul pur  $\supset_d$  al teoriei este același cu fragmentul pur de implicație materială din logica clasică. De unde, abordarea cade atât în fața obiecției de irelevanță, cât și în fața celei a lui Curry.

Implicația discursivă, definită fie în felul lui Jaśkowski, fie în felul sugerat de noi, are câteva trăsături indezirabile. Mai precis, ea încalcă câteva reguli ale implicației naturale, de exemplu:

$$\{A \supset_d B\} \models_{df} \not\models B \supset \sim A \qquad \{A \supset_d B, A \supset_d \sim B\} \not\models_{df} \sim A,$$

în timp ce satisface reguli curioase cum ar fi:

$$\models_{df} (A \wedge \sim A) \supset_d B \qquad \models_{df} A \supset_d (B \vee \sim B).$$

Pentru toate aceste motive implicația discursivă este o abordare inadecvată a implicației. O întrebare firească ce trebuie pusă este dacă există vreo definiție a implicației discursive care să fie satisfăcătoare. Natural, consecințele fiecărei definiții trebuie să fie tratate separat. Totuși, este simplu să găsim o singură obiecție adresată *oricărei* definiții.

Fie  $\varphi(p, q)$  orice enunț modal cu doi parametri propoziționali  $p, q$ . Atunci  $\varphi(p, q)$  nu este o definiție adecvată pentru implicație. Căci, ori  $\not\models_{df} \varphi(p, p)$ , adică identitatea implicațională cade, ori  $\models_{df} \varphi(p, p)$ . În acest caz fie  $A$  orice propoziție logic adevărată. Cu siguranță,  $\models_{df} \varphi(A, A)$ . Apoi, fie  $q$  orice parametru propozițional care nu se află în  $A$ . Atunci, din moment ce  $\models_{ssA} \varepsilon \rightarrow q \vee \sim q$ ,  $\models_{df} \varphi(A, q \vee \sim q)$ . Astfel implicația cade în fața obiecției de relevanță.

În mod similar, sistemele plus-pozitive nu respectă cerințele de adecvare pentru paraconsistență, după cum vom explica în continuare.

### 3.2. Sistemele plus-pozitive: sistemele principale ale lui da Costa

Din nou vom începe cu sistemul cel mai accesibil al lui da Costa,  $C_\omega$ . Semantica pentru sistemul complet  $C_\omega$ , incluzând și operatorul său de implicație, grație lui Loparić<sup>54</sup>, ia următoarea formă: o *semievaluare* este orice aplicație  $v$  de la formule la  $\{0, 1\}$  care satisface condițiile pentru o evaluare da Costa de grad zero (vezi mai sus), plus următoarele condiții pentru  $\supset$ :

dacă  $v(A \supset B) = 0$ , atunci  $v(B) = 0$ ;

dacă  $v(A \supset B) = 1$ , atunci  $v(A) = 0$  sau  $v(B) = 1$ .

O *evaluare*  $C_\omega$  este orice semievaluare  $v$  astfel încât pentru orice formulă  $B$  de forma  $A_1 \supset (A_2 \supset A_3 \dots A_n) \dots$ , unde  $A_n$  nu este de forma  $C \supset D$ , dacă  $v(B) = 0$  există o semievaluare  $v'$  astfel încât  $v'(A_i) = 1$ , pentru orice  $i$  astfel încât  $1 \leq i < n$ , și  $v'(A_n) = 0$ . Adevărul logic și consecința sunt acum definite în maniera uzuală.

Aceste semantici pentru  $C_\omega$  complet nu sunt, prin ele însele, de foarte mare folos. Ne vom îndepărta deci de maniera noastră obișnuită de analiză logică prin intermediul semanticii și vom aborda, în schimb, pe  $C_\omega$ , prin intermediul teoriei demonstrației (*proof theory*). Axiomele standard pentru  $C_\omega$  sunt următoarele<sup>55</sup>.

<sup>54</sup> Loparić, 1977.

<sup>55</sup> Newton C.A. da Costa, 1974.



- (1)  $A \supset (B \supset A)$
- (2)  $(A \supset B) \supset ((A \supset (B \supset C)) \supset (A \supset C))$
- (3)  $(A \wedge B) \supset A [(A \wedge B) \supset B]$
- (4)  $A \supset (B \supset (A \wedge B))$
- (5)  $A \supset (A \vee B) [B \supset (A \vee B)]$
- (6)  $(A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset ((A \vee B) \supset C))$
- (7)  $A \vee \sim A$
- (8)  $\sim \sim A \supset A$

Singura regulă de inferență este *modus ponens* pentru  $\supset$ .

Cunoscătorii intuiționismului vor recunoaște că axiomele (1) și (2) sunt axiome pentru calculul pur al implicației intuiționiste, iar axiomele (1) – (6) sunt axiome pentru calculul intuiționist pozitiv. Astfel,  $C_\omega$  conține ambele aceste teorii. De fapt, axiomele sugerează că fragmentul implicațional al lui  $C_\omega$  este tocmai calculul pur al implicației intuiționiste iar partea pozitivă a lui  $C_\omega$  este tocmai partea pozitivă a logicii intuiționiste. Într-adevăr, semantica lui Loparić poate fi folosită pentru a arăta că această sugestie este corectă.  $C_\omega$  este o extensie conservativă a logicii intuiționiste pozitive<sup>56</sup>.

Astfel, vedem că  $C_\omega$  este esențialmente logica intuiționistă pozitivă plus operatorul de „negație“  $\sim$  de fapt un operator de subcontrarietate  $\sim$ . Cum bine se știe, nici (7) și nici (8) nu sunt intuiționist valide, deși „opusele“ lor,  $\sim (A \wedge \sim A)$  și  $A \supset \sim \sim A$ , sunt. Aceasta arată o anumită simetrie între negația lui  $C_\omega$  și cea a logicii intuiționiste<sup>57</sup>, care se potrivește foarte bine în discuția negației lui  $C_\omega$  în subcapitolul 2.2 al acestui capitol. Căci, negația intuiționistă este privită în mod plauzibil ca un operator de contrarietate (mai degrabă decât unul de contradicție):  $A \wedge \sim A$  este logic fals, iar  $A \vee \sim A$  nu este logic adevărat. Iar legătura dintre logica modală și logica intuiționistă sugerează că negația intuiționistă a lui  $A$  trebuie înțeleasă ca ceva de felul „ $\sim A$  este demonstrabil“ sau „ $A$  nu va fi niciodată adevărat“; ambele sunt contrare lui  $A$  (cel puțin în accepțiunea normală). „Opusul“ unui operator de contrarietate este un operator de sub-contrarietate. Ceea ce este exact obiectul argumentației noastre relative la negația lui  $C_\omega$ .

Ajungând până aici, putem vedea imediat că operatorul de implicație al lui  $C_\omega$  este inadecvat, căci el, la fel ca și implicația strictă, cade atât în fața obiecției de irelevanță (din moment ce logica intuiționistă conține irelevanțe ca  $A \supset (B \supset B)$  și  $C \supset (A \supset (A \vee B))$ ), cât și în fața obiecției lui Curry (din moment ce conține  $(A \supset (A \supset B)) \supset (A \supset B)$ ).

<sup>56</sup> Loparić, 1977, p. 838.

<sup>57</sup> Acordarea unei garanții etichetei „anti-intuiționism“ se aplică uneori logicilor cum sunt sistemele  $C$ .

Tranziția de la  $C_\omega$  la  $C_1$  (și celelalte sisteme  $C_i$ ) nu face situația mai acceptabilă, dimpotrivă. Căci, dacă adăugăm la axiomele lui  $C_\omega$  și pe cele cerute de operatorul de clasicitate  $C_1$ , cum sunt

$$B^0 \supset ((A \supset B) \supset ((A \supset \sim B) \supset \sim A))$$

și

$$A^0 \wedge B^0 \supset ((A \wedge B)^0 \wedge (A \vee B)^0 \wedge (A \supset B)^0 \wedge (\sim A)^0),$$

atunci legea lui Pierce  $((A \supset B) \supset A) \supset A$  devine demonstrabilă și de aici  $C_1$  conține implicația materială clasică<sup>58</sup>. De fapt, dacă adăugăm postulatul semantic pentru operatorul de clasicitate la cele ale semanticii lui Loparić din  $C_\omega$ , vom putea apoi simplifica condiția semantică pentru  $\supset$  la cea clasică

$$v(A \supset B) = 1, \text{ dacă și numai dacă } v(A) = 0 \text{ sau } v(B) = 1,$$

iar diferența dintre evaluări și semievaluări dispăre. Această semantică poate fi apoi folosită pentru a arăta că fragmentul pozitiv din  $C_1$  este tocmai fragmentul pozitiv din logica clasică bivalentă. Astfel,  $C_1$  nu este altceva decât logica pozitivă clasică plus „negația” lui da Costa.

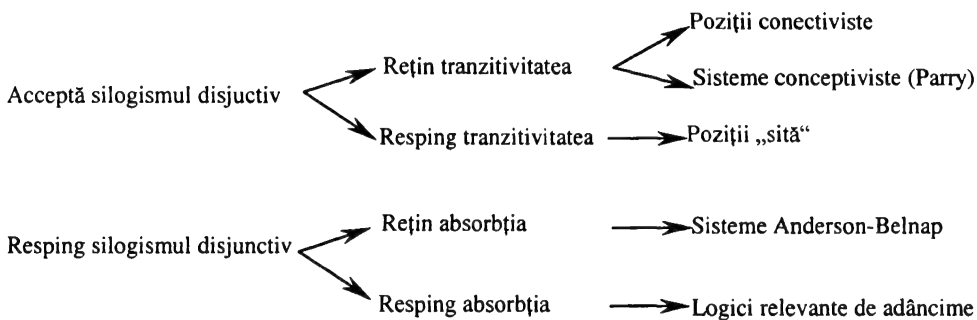
Faptul că  $C_\omega(C_1)$  conține în mod conservator fragmentul pozitiv al logicii intuiționiste (clasice) nu este un accident. Căci, unul din principiile de motivare ale lui da Costa pentru construcția sistemelor  $C$  este că ele „trebuie să conțină cea mai mare parte a regulilor schematice ale ... (logicii clasice) care nu ... (interferă cu paraconsistența lor, sau fac  $\sim(A \wedge \sim A)$  demonstrabil)”<sup>59</sup>. În acest fel, el se obligă față de un operator de implicație foarte puternic. Aceasta este o greșeală, nu numai pentru că operatorii de implicație puternici sunt irelevanți, dar și pentru că acest lucru îl forțează pe da Costa să trateze negația în mod inadecvat. De exemplu, faptul că teoria conține paradoxul  $A \supset (B \supset A)$  înseamnă că contrapозиția trebuie eliminată. Ceea ce (împreună cu tranzitivitatea implicației) conduce imediat la  $A \supset (\sim A \supset \sim B)$ , din punct de vedere paraconsistent inacceptabil. În mod similar, faptul că teoria conține paradoxul  $A \supset (B \vee \sim B)$  înseamnă că ori contrapозиția, ori legea lui de Morgan trebuie eliminată. Căci dacă ar rămâne, am avea și  $\sim(\sim B \vee B) \supset \sim A$ , și  $B \wedge \sim B \supset \sim(\sim B \vee B)$ , dat fiind  $(B \wedge \sim B) \supset \sim A$ , inacceptabil din punct de vedere paraconsistent. Aceeași observație poate fi făcută cu privire la eșecul contrapозиției în logica discursivă. Mai mult, faptul că  $\models_{df} (B \wedge \sim B) \supset_{df} A$  forțează orice paraconsistentist discursivist să renunțe la legea adjuncției  $\{A, B\} \models_{df} A \vee B$ . Astfel, deși relevanța este o chestiune separată de paraconsistență, o atitudine cavalerescă față de relevanță aduce numai nenorociri, cel puțin într-o teorie logică paraconsistentă. Nici implicația materială, nici cea intuiționistă, nici cea discursivă, nu este o abordare potrivită pentru un paraconsistentist.

<sup>58</sup> Newton C.A. da Costa, Guillaume, 1965.

<sup>59</sup> Newton C.A. da Costa, 1974, p. 498.

### 3.3. Abordarea relevantă

Toate acestea ne forțează spre o a treia abordare paraconsistentistă a implicației: cea prin intermediul implicației relevante. Pentru scopul lucrării de față luăm din nou o logică propozițională larg relevantă drept una care satisface condiția de împărțire a variabilei a lui Anderson și Belnap<sup>60</sup>. În mod clar, orice logică relevantă va evita execrabilul – din punct de vedere paraconsistent – *ex falso quodlibet* și, prin urmare, va fi un candidat *prima facie* la o logică paraconsistentă. Oricum, există multe abordări ale logicii relevante. Ele pot fi clasificate, în mod util pentru scopurile noastre, după cum urmează:



O parte din aceste abordări nu sunt adecvate pentru paraconsistență (uneori chiar explicit). Am văzut deja cazul sistemelor colectiviste și conceptiviste, care permit răspândirea inconsistenței.

Cea de a treia abordare a logicii irelevante insistă asupra faptului că o logică adecvată trebuie să fie obținută prin impunerea unei condiții de relevanță de relaționare (ca o sită) asupra conservării adevărului clasic<sup>61</sup>. Astfel,  $A \rightarrow B$  este presupus a se susține dacă  $A$  implică material (sau strict)  $B$  și  $R(A, B)$ , unde  $R$  este o relație adecvată de relevanță, se susține, de obicei, luată drept un fel sau altul de relație de semnificație<sup>62</sup>. Această abordare noi o considerăm fundamental eronată, din mai multe motive. Iată câteva.

Mai întâi, asemenea abordări iau, în mod normal (și cu o plauzibilitate superficială) împărțirea variabilei drept un criteriu suficient pentru relevanță. Dacă este așa, atunci fiecare din relațiile  $(A \wedge B) \rightarrow B$ ,  $A \rightarrow (A \vee B)$ ,  $(A \wedge (\neg A \vee B)) \rightarrow B$  devin relevant valide. Dar, acestea, plus tranzitivitatea lui „ $\rightarrow$ ” conduc, prin

<sup>60</sup> Ca și înainte, o logică pur propozițională este (în sens slab) relevantă dacă și numai dacă nu există nici o teoremă de forma  $A \rightarrow B$ , unde  $A$  și  $B$  nu au nici o variabilă propozițională în comun.

<sup>61</sup> Pentru exemple ale acestei abordări v. Epstein, 1979; Copeland, 1980; Epstein și Szerber, 1979.

<sup>62</sup> De fapt, diverse condiții de relevanță (începând cu cerințele sintactice simple cum ar fi incluziunea ori suprapunerea variabilă) pot fi impuse asupra unei varietăți mari de logici. Procedura cea mai generală permite nu doar diferitelor logici non-tranzitive, dar și unor anumite logici Parry și unor logici relevante de adâncime, să fie reprezentate ca impunând un filtru asupra logicilor clasice sau modale.

argumentul obișnuit al lui Lewis, la  $(A \wedge \sim A) \rightarrow B$ , ceea ce este vădit irelevant. Astfel, tranzitivitatea implicației trebuie abandonată<sup>63</sup>. Acesta pare a fi un principiu fundamental al implicației, aproape la fel de important ca și *modus ponens*, încât ar trebui abandonat numai în situații extreme. Din moment ce există alte abordări ce validează tranzitivitatea, aceste circumstanțe nu se obțin<sup>64</sup>.

În al doilea rând, deși aceste abordări mai degrabă evită obiecția irelevanței, ele nu scapă de obiecția lui Curry. Pentru absorbție,  $A \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow A \rightarrow B$  este o teză a acestor sisteme, alături de *modus ponens*. Căci  $A \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow A \rightarrow B$  este o teză clasică (sau strictă), iar antecedentul și consecventul sunt legate, ca în  $R(A \rightarrow (A \rightarrow B), A \rightarrow B)$  din moment ce  $R(A \rightarrow B, A \rightarrow B)$  (deoarece  $R$  este reflexiv) și astfel se leagă consecventul lui  $A \rightarrow (A \rightarrow B)$  de  $(A \rightarrow B)$ . Astfel, asemenea sisteme sunt inadecvate pentru scopurile majore ale paraconsistenței<sup>65</sup>.

În al treilea rând, relația de relevanță  $R$  ar părea să fie, cum este și luată de obicei, simetrică (dacă nu este, natura relevanței devine obscură)<sup>66</sup>. Dar să considerăm exemplul adevărat: „Astăzi este luni“ implică „Măine nu este luni“. Să scriem aceasta ca  $A \rightarrow B$ . Dacă este adevărată, atunci  $R(A, B)$  se susține, iar din moment ce  $R$  este simetrică,  $R(B, A)$  se susține de asemenea. Să presupunem acum că azi este duminică, deci  $B$  este fals. Astfel, inferența de la  $B$  la  $A$  este material conservativă de adevăr. De unde, este adevărat că „Măine nu este luni“ implică „Astăzi este luni“ – o absurditate evidentă. Un exemplu similar poate funcționa și împotriva celor care vor să impună relevanța asupra implicației stricte. „31 este un număr par mai mare decât 2“ implică „31 este un număr compus“. Oricum,

<sup>63</sup> Teoriile non-tranzitive ale implicației, aceasta fiind o trăsătură mai ales pentru tradiția de la Cambridge, merg înapoi cel puțin până la Strobe, în Evul Mediu. În mod tipic, non-tranzitivitatea rezulta prin adăugarea mai multor cerințe la implicația materială sau strictă, cel mai adesea cerințe de ordin epistemologic privind felurile în care putem cunoaște adevărul implicației. Relația inițial nespecificată,  $R$ , a implicației relaționale, este cel mai recent și, în anumite privințe, cel mai crud exemplu de încercare de eliminare a „răului“; dar, cum se întâmplă cu orice „sită“, rămâne fără fund în înfruntarea cu această sarcină, prin admiterea silogismului disjunctiv și eliminarea tranzitivității. (Asupra virtuților acestor principii, v. *RLR*, cap. 2). O altă cale, mai subtilă, de impunere a filtrului, cu o finalitate similară, este cea a lui Tennant (1984). sistemul relevant ce rezultă satisface silogismul disjunctiv, cu costul evitării tranzitivității. Astfel, sistemul este nepotrivit pentru reprezentarea multor teorii inconsistente care sunt legate prin consecință logică. Mai mult, sistemul este vulnerabil obiecției Curry.

<sup>64</sup> Un caz pentru tranzitivitate și evitarea respingerii ei este dezvoltat în *RLR*, mai ales în primele părți ale cap. 2

<sup>65</sup> Unii dintre cei mai importanți exponenți ai logicilor relaționale par să uite faptul că un rol important al logicii deductive (ca și al celei inductive de fapt) este raționarea din (sau alături de) inconsistență. Altfel, probabil că Woods și Walton nu și-ar fi început textul despre erori cu următoarea falacie atipică: „Spre deosebire de logica deductivă și inductivă, modelul plauzibil al argumentului ne permite să ne ocupăm de cazurile în care întâlnim contradicții“ (1982, p. vii).

<sup>66</sup> O relație  $R$  pentru care simetria nu este necesară este luată în considerare de către Epstein, 1979. Ea rămâne însă neinterpretată, decât în mod formal, în timp ce relația simetrică poate fi interpretată în termenii topicii distribuite sau subiectului material. Natural, există aici relații non-simetrice care prezintă interes, de exemplu relația tranzitivă a incluziunii variabile, importantă pentru anumite logici Parry. Dar acestea nu sunt, sau nu sunt doar relații de relevanță. (Pentru o discuție a logicilor Parry, v. *RLR*).

„31 este un număr compus“ nu implică „31 este un număr par mai mare decât 2“. Astfel, relevanța nu este o condiție suplimentară de luat în seamă, mai presus de conservarea adevărului<sup>67</sup>. Mai degrabă, relevanța ar trebui definită, cum face logica tradițională, în termeni de implicație<sup>68</sup>.

O abordare mult mai inspirată a logicii relevante este cea a lui Anderson și Belnap, care *încep* prin a încerca să dea seama de implicație<sup>69</sup>. Oricum, abordarea lor nu a ținut seama niciodată cu precizie de paraconsistență și toate sistemele lor de logică relevantă, anume *E*, *T* și *R*, cad în fața obiecției lui Curry. Toate conțin regula jignitoare  $A \rightarrow (A \rightarrow B) / A \rightarrow B$ <sup>70</sup>. Astfel, o logică paraconsistentă relevantă poate fi găsită numai în sistemele mai slabe decât *E*, *T* și *R*, care au devenit cunoscute drept „logici relevante de adâncime“<sup>71</sup>. Din nou, există câteva abordări diferite de acestea, dar din moment ce scopul nostru nu este acela de a trece în revistă logicile relevante, vom sublinia una singură, care are un conținut intuitiv puternic<sup>72</sup>.

Fie *L* un limbaj. Dacă *A* este o propoziție din *L*, fie [*A*] sensul sau conținutul obiectiv al lui *A*. Fie  $\leq$  relația de conținere de sens, ca în exemplul [*A*]  $\leq$  [*B*] dacă și numai dacă sensul lui *A* conține sensul lui *B* (adică, tot conținutul lui *B* este inclus în cel al lui *A*). În mod clar,  $\leq$  este o ordonare parțială. Mai mult, asumând că sensul unui compus este o funcție a sensurilor părților sale, putem defini funcțiile  $\cup$ ,  $\cap$  și  $*$  astfel: [*A*]  $\cup$  [*B*] = [*A*  $\vee$  *B*]; [*A*]  $\cap$  [*B*] = [*A*  $\wedge$  *B*]; [*A*]\* = [ $\sim$  *A*]. Se poate argumenta în mod convingător că aceste operații transformă ordonarea parțială a sensurilor într-o latice de Morgan, cum ar fi o latice distributivă pentru care  $\cup$  este alăturare,  $\cap$  este întâlnire, iar  $*$  este o involuție, de pildă o funcție astfel încât  $a^{**} = a$  și dacă  $a \leq b$ , atunci  $b^{*} \leq a^{*}$ . Astfel, de exemplu, sensul lui *A*  $\wedge$  *B* conține atât sensul lui *A*, cât și pe cel al lui *B*. Mai mult, tot ceea ce conține ambele sensuri va conține și pe cel al lui *A*  $\wedge$  *B*. Astfel, o latice de Morgan poate fi considerată ca o latice de sensuri.

<sup>67</sup> Există mult mai multe nereguli în ideea înlănțuirii, așa cum este, de exemplu, implementată în logica relațională. De pildă, ea validează falaciile Ackermann, cum ar fi  $A \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow B$ , care sunt și ele imediat contrazise în calitate de principii implicaționale și condiționale. De asemenea, ea deteriorează condițiile de substituie așteptabile și legitime, cum ar fi inter-substituirea co-implicațiilor, și poate interfera cu substituția pe variabile.

<sup>68</sup> Astfel, de exemplu, *A* este (implicațional) relevant pentru *B*, dacă și numai dacă *A* nu este independent de *B*, de pildă, dacă și numai dacă *A* este fie superimplicant, fie subimplicant, fie echivalent, fie contrar, fie sub/contrar sau contradictoriu cu *B*, de exemplu, dacă și numai dacă una din relațiile  $A \rightarrow B$ ,  $B \rightarrow A$ ,  $A \rightarrow \sim B$ ,  $\sim A \rightarrow B$  se susține.

<sup>69</sup> Anderson și Belnap, 1975.

<sup>70</sup> Chiar și o versiune a lui *R* fără axiome de absorbție conține o versiune a paradoxului Curry: v. Slaney, 1989. Mai multe argumente împotriva sistemelor Anderson și Belnap și în favoarea logicilor relevante de adâncime pot fi găsite în Priest și Routley, 1982.

<sup>71</sup> Pentru termen, v. Brady, 1982.

<sup>72</sup> Acest lucru este dat în Priest, 1980a. Este similar cu semanticile de arie a lui Routley și Routley, 1972, cu eliminarea restricției asupra *Wff* de primul grad, ceva legat de aceasta fiind tratat – și făcut explicit pentru semanticile de conținut dual – în *EMJB*, Apendix, unde se pot găsi mai multe detalii. Mai mult, aceste semantici sunt imediat încorporate în semantici mult mai familiare pentru logica relevantă; vezi de exemplu *RLR*, cap. 3.

O algebră a sensurilor ne permite să definim implicația (*entailment*) într-o manieră foarte naturală. Este plauzibil să presupunem, cum au făcut-o mulți, că o implicație (*entailment*) este adevărată numai dacă sensul antecedentului îl conține pe cel al consecventului. Astfel  $A \rightarrow B$  este adevărat, dacă și numai dacă  $[A] \leq [B]$ . Formal, dacă  $T$  este mulțimea sensurilor propozițiilor adevărate,  $[A \rightarrow B] \in T$ , dacă și numai dacă  $[A] \leq [B]$ . Este, de asemenea, rațional să presupunem că  $T$  este cel puțin un filtru primar al lăței, anume că  $a \cap b \in T$ , dacă și numai dacă  $a \in T$  și  $b \in T$ ;  $a \cup b \in T$ , dacă și numai dacă  $a \in T$  sau  $b \in T$ ; și dacă  $a \in T$  și  $a \Rightarrow b \in T$ ,  $b \in T$  (unde  $[A] \Rightarrow [B]$  este  $[A \rightarrow B]$ ).

Celelalte detalii ale lăței și filtrului de adevăr  $T$  sunt mult mai negociabile, dar este deja clar că aceste semantici arată că ceea ce urmează este logic adevărat

$$A \rightarrow A, A \rightarrow \sim \sim A, \sim \sim A \rightarrow A, A \wedge B \rightarrow A, A \rightarrow A \vee B,$$

iar următoarele inferențe sunt conservative de adevăr

$$\begin{array}{ll} A \rightarrow B, B \rightarrow C / A \rightarrow C & A \rightarrow B / \sim B \rightarrow \sim A \\ A \rightarrow B, A \rightarrow C / A \rightarrow B \wedge C & A \rightarrow C, B \rightarrow C / A \vee B \rightarrow C \\ A, A \rightarrow B / B & \end{array}$$

ceea ce este exact lucrul pe care îl așteptăm de la un operator de implicare (*entailment*)  $\rightarrow$ . De unde este clar că aceste detalii oferă baza unei semantici pentru implicare.

S-ar putea să nu fie destul de clar cum se leagă aceste semantici de cele pentru cazul de grad zero pe care le-am discutat în subcapitolul 2.3 al acestui capitol. Legătura este aceasta<sup>73</sup>: Să presupunem că definim o aplicație  $\nu$  de la formulele de grad zero până la  $\{0, 1\}$ , după cum urmează:  $1 \in \nu(A)$ , dacă și numai dacă  $A \in T$ ; și  $0 \in \nu(A)$ , dacă și numai dacă  $\sim A \in T$ . Atunci  $\nu$  este o evaluare de grad zero de felul specificat în subcapitolul 2.3 al acestui capitol. Pentru a fi mai precis, semantica de felul celei specificate face  $\nu$  o aplicație la  $V \cup \{\emptyset\}$ , permițând astfel absența valorilor de adevăr (vezi nota 46). Condiția următoare:  $a \in T$  sau  $a^* \in T$  face din  $\nu$  o aplicație la  $V$ . Astfel, aceste semantici subsumează semanticile de grad zero și le extind la grade mai mari.

O implicație bazată pe aceste semantici este extrem de satisfăcătoare pentru scopurile paraconsistenței și nu suferă din cauza nici uneia din problemele implicației specifice celor două abordări anterioare: este relevantă. Formula generatoare a paradoxului de tip Curry,  $A \rightarrow (A \rightarrow B) / A \rightarrow B$ , cade; negația are proprietățile corespunzătoare (contrapозиția, de Morgan, dubla negație) etc. Mai mult, cum vom vedea, teoria naivă a mulțimilor și semantica bazată pe acest fel de logică relevantă, deși ele pot fi inconsistente, sunt demonstrabil non-triviale<sup>74</sup>.

<sup>73</sup> Priest, 1980a, Appendix.

<sup>74</sup> Bradley, 1989.

De unde conchidem că aceasta este abordarea cea mai potrivită a implicației din punctul de vedere al scopurilor paraconsistenței și, că, mai general, abordarea relevantă a paraconsistenței este cea mai satisfăcătoare.

## Bibliografie

- [1] ACKERMANN, W. – „Begrundung einer strengen Implikation“, *Journal of Symbolic Logic* 21, pp. 113–128.
- [2] ANDERSON, A.R., BELNAP, N.D. – *Entailment*, Princeton University Press, 1975.
- [3] ARRUDA, A.I. – „Remarks on da Costa's paraconsistent set theories“, în *Proceedings of the Fifth Latin American Symposium on Mathematical Logic*, Marcel Dekker, 1982.
- [4] ARRUDA, A.I., BATENS, D. – „Russell's set versus the universal set in paraconsistent set theories“, *Logique et Analyse*, 25, pp. 121–136, 1982.
- [5] BELNAP, N.D., JR. – *A useful four-valued logic*, în J. M. Dunn și G. Epstein (eds.), *Modern Uses of Multiple-Valued Logic*, Dordrecht, Reidel, pp. 5–37, 1977.
- [6] BERKELEY, G. – *The Analyst*, în *Collected Works*, eds. A.C.Fraser, Oxford, vol. III, (1734), 1901.
- [7] BOYER, C. – *The History of the Calculus and its Conceptual development*, New York, Dover, 1949.
- [8] BRADY, R. – *The Non-triviality of Dialectical Set Theory*, volumul de față, pp. 437–471, 1989.
- [9] BRADY, R. – „Depth relevance of some paraconsistent logics“, *Studia Logica*, 43, pp. 63–74, 1984.
- [10] COPELAND, B.J. – „The trouble Anderson and Belnap have with relevance“, *Philosophical Studies*, 37, pp. 325–334, 1980.
- [11] CURRY, H. – „The inconsistency of certain formal logics“, *Journal of Symbolic Logic*, 7, pp. 115–117, 1942.
- [12] DA COSTA, N. – „On the theory of inconsistent formal systems“, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, XV, pp. 497–510, 1974.
- [13] DA COSTA, N. ȘI ALVES, E.H. – „Une semantique pour le calcul  $C_1$ “, *Comptes Rendus Hebdomadaires des Seances et l'Acad. Des Sciences*, Paris, 283A, pp. 729–731, 1976.
- [14] DA COSTA, N. ȘI DUBIKAJTIS, L. – „Sur la logique discursive de Jaskowski“, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences*, XVI, pp. 551–557, 1968.
- [15] DA COSTA N., ȘI GUILLAUME M. – „Negations composees et la loi de Peirce dans les systemes  $C_n$ “, *Portugalia Mathematica*, 24, Fasc 4, pp. 201–210, 1965.
- [16] DUNN, J.M. – „Intuitive semantics for first-degree entailments and coupled trees“, *Philosophical Studies*, 29, pp. 149–68, 1976.
- [17] DWORKIN, R. – *Taking Rights Seriously*, London, Duckworth, 1977.
- [18] EPSTEIN, R. – „Relatedness and implication“, *Philosophical Studies*, 36, pp. 137–173, 1979.
- [19] EPSTEIN, R., SZCERBA, L. – „Relatedness and interpretability“, *Philosophical Studies*, 36, pp. 225–231, 1979.
- [20] FEYERABEND, P. – *In defence of Aristotel*, în *Progress and Rationality in Science*, eds. Radnityky, G., Anderson, G., Dordrecht, Reidel, 1978.
- [21] GILMORE, P.C. – „The consistency of partial set theory without extensionality“, *I.B.M. Research Report*, RC 1973, Dec. 21, 1967, 1973.
- [22] HEGEL, G.W.F. – *Science of Logic*, English translation by A.V.Miller, London, Allen and Unwin, (1812), 1969.
- [23] HEGEL, G.W.F. – *Logic: being part one of the Encyclopedia of Philosophical Sciences*, Transl. by W.Wallace, Oxford University press, 1975.
- [24] HOOK, S. – *The Paradoxes of Freedom*, University of California Press, 1962.
- [25] JASKOWSKY, S. – „Propositional calculus for contradictory systems“, *Studia Logica*, XXIV, pp. 143–157, 1969.

- [26] KOTAS, J., DA COSTA, N. – *On the problem of Jaskowski and the logics of Lukasiewicz*, *Math. Logic: Proc. Of the 1st Brazilian Conf.*, eds: A.I.Aruda ș.a., New York, Marcel Dekker, 1978.
- [27] LAKATOS, I. – „Falsification and the methodology of scientific research programs”, *Collected Works*, vol.1, Cambridge university Press, (1970), 1978.
- [28] LOPARIĆ, A. – „Une etude semantique de quelques calculs propositionnels”, *Comptes Rendus Acad. Des Sciences*, Paris, 284A, pp. 835–838, 1977.
- [29] MEYER, R.K. ȘI DUNN, J.M. – „Curry's paradox”, *Analysis*, 39, pp. 124–128, 1979.
- [30] MORTENSEN, C. – „Every quotient algebra for  $C_1$  is trivial”, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, XXI, pp. 694–700, 1980.
- [31] PENA, L. – *Verum et Ens Convertuntur*, vol. de față, pp. 563–612, 1989.
- [32] PRIEST, G. – „Logic of paradox”, *Journal of Philosophical Logic*, 8, pp. 219–241, 1979.
- [33] PRIEST, G. – *A Dialectical Account of the Growth of Science*, unpublished typescript, 1980.
- [34] PRIEST, G. – „Sense, entailment and *modus ponens*”, *Journal of Philosophical Logic*, 9, pp. 415–435, 1980a.
- [35] PRIEST, G. – *Reductio ad absurdum et Modus Tollendo Ponens*, vol de față, pp. 613–626, 1989.
- [36] PRIEST, G., ROUTLEY, R. – „Lessons from PseudoScotus”, *Philosophical Studies* 42, pp. 189–199, 1982.
- [37] RESCHER, N., BRANDOM, R. – *The Logic of Inconsistency*, Oxford, Blackwell, 1980.
- [38] ROUTLEY, R. – „The choice of logical foundation: non-classical choices and the ultralogical choice”, *Studia Logica*, 39, pp. 77–88, 1978.
- [39] ROUTLEY, R. – „Dialectical logic, semantics and metamathematics”, *Erkenntnis*, 14, pp. 301–331, 1979.
- [40] ROUTLEY, R. – *Exploring Meinong's Jungle and Beyond*, Canberra, Australian National University (notat: EMJB), 1980.
- [41] ROUTLEY, R. ș.a. – *Relevant Logics and their Rivals*, Atascadero, CA. Ridgeview (notat: RLR), 1982.
- [42] ROUTLEY, R., NORMAN J. (eds.) – *Directions in Relevant Logics*, Nijhoff, 1988.
- [43] ROUTLEY, R., ROUTLEY, V. – „The semantics of first degree entailment”, *Nous*, 6, pp. 335–359, 1972.
- [44] ROUTLEY, R., ROUTLEY, V. – „The role of inconsistent and incomplete theories in the logic of belief”, *Communication and Cognition*, 8, pp. 185–235, 1975.
- [45] SCOTCH, P., JENNINGS, R. – „On Detonating”, vol. de față, pp. 306–327, 1989.
- [46] SLANEY, J. – *RWX is not Curry paraconsistent*, vol. de față, pp. 472–480, 1989.
- [47] TENNANT, N. – „Perfect validity, entailment and paraconsistency”, *Studia logica*, 43, pp. 181–200, 1984.
- [48] WOODS, J., WALTON, D. – *Argument, the Logic of Fallacies*, New York, McGraw-Hill, Ryerson, 1982.



# Logici paraconsistente<sup>1</sup>

Anthony HUNTER

## 1. Introducere

În raționamentele practice se întâmplă adeseori să avem „prea multă” informație cu privire la o anumită situație. Cu alte cuvinte, se poate întâmpla ca informațiile de care dispunem să fie inconsistente în sensul clasic al cuvântului. Diversitatea logicilor propuse pentru problemele raționamentului practic indică marea complexitate a acestei forme de raționare. Esențială pentru raționarea practică este, se pare, nevoia de a raționa cu informație inconsistentă fără ca logica să fie trivializată (Gabbay și Hunter, 1991; Finkelstein ș.a., 1994). Aceasta este nevoia de a deriva inferențe rezonabile fără a deriva inferențele triviale ce urmează regulii de demonstrare *ex falso quodlibet* care are loc în logica clasică.

$$\frac{\alpha, \neg\alpha}{\beta} \quad (\text{ex falso quodlibet})$$

Astfel, de exemplu, dintr-o bază informațională  $\{\alpha, \neg\alpha, \alpha \rightarrow \beta, \delta\}$ , inferențele rezonabile pot include  $\alpha$ ,  $\neg\alpha$ ,  $\alpha \rightarrow \beta$ , și  $\delta$  prin reflexivitate,  $\beta$  prin modus ponens,  $\alpha \wedge \beta$  prin introducerea conjuncției,  $\neg\beta \rightarrow \neg\alpha$  și așa mai departe. În opoziție, inferențele triviale pot include  $\gamma$ ,  $\gamma \wedge \neg\delta$  etc., prin *ex falso quodlibet*.

---

<sup>1</sup> D. Gabbay și Ph. Smets (eds.), *Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainty Management Systems*, vol. 2, editat de Ph. Besnoid și A. Hunter, *Reasoning with Actual and Potential Contradictions*, p. 11, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, 1998.  
Traducere de S. Frâncu (N.T.).

### Notă:

Întrucât mulți termeni de specialitate nu au corespondent satisfăcător în limba română, traducătoarea și-a asumat libertatea de a găsi soluțiile cele mai convenabile. Eventualele îmbunătățiri ale acestor echivalări trebuie să țină seama de definiția termenului (acolo unde o asemenea definiție există) și de utilizarea lui în context.

Soluțiile la problema informației inconsistente includ revizuirea bazei informaționale și logicile paraconsistente. Prima abordare elimină efectiv informația inconsistentă din baza informațională pentru a crea o nouă bază informațională consistentă. În opoziție, a doua abordare lasă baza informațională inconsistentă, dar interzice logicilor derivarea inferențelor triviale. Din nefericire, prima abordare presupune posibilitatea pierderii informației folositoare – există posibilitatea de fi forțați să facem o selecție prematură a noii noastre baze informaționale, sau chiar posibilitatea de a nu putea face deloc o astfel de selecție. Ne vom referi, prin urmare, la avantajele și dezavantajele abordării paraconsistente.

Principalul obiectiv al lucrării este de a prezenta o varietate de logici paraconsistente care oferă inferențe rezonabile din informația inconsistentă. Ne referim la: (1) *logicile slab negative* care folosesc întregul limbaj clasic, dar numai o submulțime a teoriei clasice a demonstrării; (2) *logicile tetravalente* care folosesc o submulțime a limbajului clasic și o submulțime a teoriei clasice a demonstrării, împreună cu o semantică intuitivă tetrivalentă; (3) *logica cvasi-clasică* care folosește întregul limbaj clasic, chiar dacă informația și problemele sunt efectiv rescrise de logică într-o formă conjunctivă normală și raționarea se exercită în principal asupra găsirii unei propoziții; și (4) *logicile argumentative* care raționează cu submulțimi consistente de formule clasice.

Aceste opțiuni se comportă în moduri diferite cu informația. Nici una nu poate fi considerată perfectă în tratarea informației inconsistente, în general. Mai degrabă ele creează un spectru de abordări. Totuși, în toate abordările pe care le-am menționat, scopul este de a nu ne îndepărta de raționarea clasică din moment ce logica clasică are multe trăsături atrăgătoare pentru reprezentarea cunoașterii și raționare.

## 2. Raționarea clasică

În acest subcapitol ne vom referi la raționarea clasică mult mai detaliat prin prezentarea unor definiții de bază ce sunt necesare dezvoltării logicilor paraconsistente.

### 2.1. Limbajul și teoria demonstrației

**Definiția 1.** Fie  $\mathcal{L}$  o mulțime de formule clasice propoziționale formate dintr-o mulțime de atomi și conectorii  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\rightarrow$  și  $\neg$ . O bază informațională  $\Delta$  este o submulțime a lui  $\mathcal{L}$ .

**Definiția 2.** Pentru fiecare atom  $\alpha \in \mathcal{L}$ ,  $\alpha$  este o variabilă și  $\neg\alpha$  este o formulă. Pentru  $\alpha_1 \vee \dots \vee \alpha_n \in \mathcal{L}$ ,  $\alpha_1 \vee \dots \vee \alpha_n$  este o formulă dacă și numai dacă

fiecare din  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  este o variabilă. Pentru  $\alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n \in \mathcal{L}$ ,  $\alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n$  este într-o formă conjunctivă normală (CNF <sup>2</sup>) dacă și numai dacă fiecare din  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  este o propoziție.

**Definiția 3.** Pentru  $\alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n \in \mathcal{L}$ , și  $\beta \in \mathcal{L}$ ,  $\alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n$  este într-o formă conjunctivă normală (CNF) a lui  $\beta$  dacă și numai dacă  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  este echivalentul clasic al lui  $\beta$ , și  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  este într-o CNF.

Pentru orice  $\alpha \in \mathcal{L}$ , o CNF a lui  $\alpha$  poate fi creată prin aplicarea distributivității, eliminării dublei negații și legilor de Morgan.

**Definiția 4.** Relația  $\vdash$  este o consecință clasică, definită în mod standard peste  $\mathcal{L}$ . Pentru o bază informațională  $\Delta$ ,  $C_n(\Delta)$  este mulțimea  $\{\emptyset \mid \Delta \vdash \emptyset\}$ .

## 2.2. Proprietățile relațiilor de consecință

Următoarele proprietăți standard ale relațiilor de consecință au fost adaptate de la cele date de Gabbay (Gabbay, 1985) și Gärdenfors și Makinson (Gärdenfors și Makinson, 1993).

**Definiția 5.** Fie  $\vdash_x$  o asemenea relație de consecință, unde  $\vdash_x \subseteq \wp(\mathcal{L}) \times \mathcal{L}$ . Introducem următoarele proprietăți:

|  |                                |
|--|--------------------------------|
| $\Delta \vdash_x \alpha$ , dacă $\Delta \vdash \alpha$   | (supraclasicalitatea)          |
| $\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \alpha$   | (reflexivitatea)               |
| $\Delta \cup \{\beta\} \vdash_x \gamma$ , dacă $\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \gamma$ și $\vdash \alpha \leftrightarrow \beta$ | (echivalența logică la stânga) |
| $\Delta \vdash_x \alpha$ , dacă $\Delta \vdash_x \beta$ și $\vdash \beta \rightarrow \alpha$                                     | (implicația la dreapta)        |
| $\Delta \vdash_x \alpha \wedge \beta$ , dacă $\Delta \vdash_x \alpha$ și $\Delta \vdash_x \beta$                                 | (conjuncția)                   |
| $\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \beta$ , dacă $\Delta \not\vdash_x \neg \alpha$ și $\Delta \vdash_x \beta$                      | (monotonicitatea rațională)    |
| $\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \beta$ , dacă $\Delta \vdash_x \alpha$ și $\Delta \vdash_x \beta$                               | (monotonicitatea simplă)       |
| $\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \beta$ dacă $\Delta \vdash_x \beta$   | (monotonicitatea)              |
| $\Delta \vdash_x \beta$ , dacă $\Delta \vdash_x \alpha$ și $\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \beta$                               | (tăietura)                     |
| $\Delta \vdash \perp$ , dacă $\Delta \vdash_x \perp$   | (conservarea consistenței)     |
| $\Delta \vdash_x \alpha \rightarrow \beta$ , dacă $\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \beta$  | (condiționalizarea)            |

<sup>2</sup> CNF – *Conjunctive Normal Form*. (N.T.)

$\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \beta$ , dacă  $\Delta \vdash_x \alpha \rightarrow \beta$  (deducția)

$\Delta \cup \{\alpha \vee \beta\} \vdash_x \gamma$ , dacă  $\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \gamma$  și  
 $\Delta \cup \{\beta\} \vdash_x \gamma$  (disjuncția)

Aceste proprietăți au fost propuse ca și condiții dezirabile ale unei relații de consecință. În particular, identificarea proprietăților care eșuează indică deviația de la logica clasică.

### 2.3. Noțiuni ale trivializării

În cele ce urmează vom defini noțiunea de *clauză trivială* și de *clauză pură* relativ la o mulțime de formule.

**Definiția 6.** Fie  $\vdash_x$  o relație de consecință, unde  $\vdash_x$  este definit prin anumite reguli de demonstrare. Deci,  $\vdash_x \subseteq \wp(\mathcal{L}) \times \mathcal{L}$ . Relația  $\vdash_x$  este trivializabilă dacă și numai dacă pentru orice  $\alpha, \beta, \{\alpha, \neg\alpha\} \vdash_x \beta$ .

În continuare avem nevoie de funcția *Atoms* ( $\Delta$ ) – care dă mulțimea de atomi folosiți în mulțimea de formule din  $\Delta$ .

**Definiția 7.** Fie  $\Delta \in \wp(\mathcal{L})$ , și  $\alpha, \beta, \gamma_1 \wedge \dots \wedge \gamma_n, \delta_1 \vee \dots \vee \delta_n \in \mathcal{L}$ ,

$$Atoms(\Delta \cup \{\beta\}) = Atoms(\{\beta\}) \cup Atoms(\Delta)$$

$$Atoms(\emptyset) = \emptyset$$

$$Atoms(\{\beta\}) = Atoms(\{\gamma\}), \text{ unde } \gamma \text{ este CNF a lui } \beta$$

$$Atoms(\{\gamma_1 \wedge \dots \wedge \gamma_n\}) = Atoms(\{\gamma_1\}) \cup \dots \cup Atoms(\{\gamma_n\})$$

$$Atoms(\{\delta_1 \vee \dots \vee \delta_n\}) = Atoms(\{\delta_1\}) \cup \dots \cup Atoms(\{\delta_n\})$$

$$Atoms(\{\neg\alpha\}) = Atoms(\{\alpha\})$$

$$Atoms(\{\alpha\}) = \{\alpha\}, \text{ dacă } \alpha \text{ este un atom}$$

**Propoziția 1.** Fie  $\Delta \subseteq \mathcal{L}$  și  $C_x(\Delta)$  închiderea față de relația de consecință a lui  $\Delta$  prin  $\vdash_x$  i.e.  $C_x(\Delta) = \{\alpha \mid \Delta \vdash_x \alpha\}$ . Pentru orice  $\Delta \subseteq \mathcal{L}$ , unde  $\Delta \vdash \perp$ , relația de consecință  $\vdash_x$  este trivială, dacă și numai dacă  $C_x(\Delta) = \mathcal{L}$ .

O logică paraconsistentă are o relație de consecință non-trivializabilă. În orice caz, din moment ce noțiunea de trivial este destul de generală, am introdus definiția celei pure. Aceasta corespunde relevanței dintre premise și consecințe.

**Definiția 8.** Un enunț  $\alpha \in \mathcal{L}$  este pur relativ la  $\Delta \in \wp(\mathcal{L})$ , dacă și numai dacă  $Atoms(\Delta) \cap Atoms(\{\alpha\}) \neq \emptyset$ . O relație de consecință  $\vdash_x$  este pură, dacă și numai dacă pentru orice  $\alpha \in \mathcal{L}$ ,  $\Delta \in \wp(\mathcal{L})$ ,  $\alpha$  este pur relativ la  $\Delta$ .

**Propoziția 2.** Dacă o relație de consecință  $\vdash_x$  este pură, atunci  $\vdash_x$  este non-trivializabilă. În orice caz, conversa nu se susține cu necesitate.

În mod evident, relația clasică de consecință  $\vdash$  este trivializabilă și nu pură.

## 2.4. Analiza bazei informaționale

Una din cele mai evidente strategii pentru tratarea inconsistenței într-o bază informațională este de a raționa cu submulțimi consistente ale bazei informaționale. Apropiată acestei abordări este aceea de a scoate din baza informațională informația care produce o inconsistență. În continuare analizăm câteva dintre problemele referitoare la aceste abordări în contextul teoriei clasice a demonstrării.

**Definiția 9.** Fie  $\Delta$  o bază informațională. Atunci:

$$CON(\Delta) = \{\Pi \subseteq \Delta \mid \Pi \not\vdash \perp\}$$

$$INC(\Delta) = \{\Pi \subseteq \Delta \mid \Pi \vdash \perp\}$$

$$MC(\Delta) = \{\Pi \in CON(\Delta) \mid \forall \Phi \in CON(\Delta) \Pi \not\subset \Phi\}$$

$$MI(\Delta) = \{\Pi \in INC(\Delta) \mid \forall \Phi \in INC(\Delta) \Phi \not\subset \Pi\}$$

$$FREE(\Delta) = \bigcap MC(\Delta)$$

unde:  $MC(\Delta)$  este mulțimea de submulțimi maximal consistente ale lui  $\Delta$ ;

$MI(\Delta)$  – mulțimea de submulțimi minimal inconsistente ale lui  $\Delta$ ;

$FREE(\Delta)$  – mulțimea de informație pe care toate submulțimile maximal consistente ale lui  $\Delta$  o au în comun.

**Propoziția 3** (Elvang-Goransson și Hunter, 1995). Fie  $\Delta$  o bază informațională. Atunci:

$$\cap MC(\Delta) = \Delta - \cup MI(\Delta)$$

Putem considera o submulțime maximal consistentă a unei baze informaționale ca reprezentând o imagine „plauzibilă” sau „coerentă” a bazei informaționale. Din acest motiv, mulțimea  $MC(\Delta)$  este importantă în mai multe definiții prezentate în secțiunea următoare. Mai mult, considerăm  $FREE(\Delta)$ , care este egal cu  $\cap MC(\Delta)$ , ca reprezentând toate informațiile „necontroversate” din  $\Delta$ . În opoziție, considerăm mulțimea  $\cup MI(\Delta)$  ca reprezentând toate informațiile „problematică” din  $\Delta$ .

**Exemplu 1.** Fie  $\Delta = \{\alpha, \neg\alpha, \alpha \rightarrow \beta, \neg\alpha \rightarrow \beta, \gamma\}$ . Aceasta dă două submulțimi maximal consistente,  $\Phi_1 = \{\alpha, \neg\alpha, \alpha \rightarrow \beta, \neg\alpha \rightarrow \beta, \gamma\}$  și  $\Phi_2 = \{\neg\alpha, \alpha \rightarrow \beta, \neg\alpha \rightarrow \beta, \gamma\}$ . De aici rezultă  $\cap MC(\Delta) = \{\alpha \rightarrow \beta, \neg\alpha \rightarrow \beta, \gamma\}$  și o submulțime minimal inconsistentă  $\Psi = \{\alpha, \neg\alpha\}$ .

**Propoziția 4** (Elvang-Goransson și Hunter, 1995). Fie  $\Delta$  o bază informațională și  $\alpha \in \mathcal{L}$ ; fie „max” un operator ce ia  $\subseteq$  – elementele maxime dintr-o mulțime de mulțimi.

$$\begin{aligned} MC(\Delta \cup \{\alpha\}) = \\ = \{\Phi \in MC(\Delta) \mid \Phi \vdash \neg\alpha\} \cup \{\Phi \cup \{\alpha\} \mid \Phi \in \max\{\Psi \in CON(\Delta) \mid \Psi \not\vdash \neg\alpha\}\} \end{aligned}$$

Putem acum folosi această propoziție pentru a arăta că  $MC(\Delta \cup \{\beta\})$  poate fi construită direct din  $MC(\Delta)$ .

**Exemplul 2.** Fie  $\Delta = \{\alpha, \gamma \wedge (\alpha \vee \neg\beta), \neg\gamma \wedge (\neg\alpha \vee \neg\beta)\}$ . Atunci:

$$MC(\Delta) = \{\{\alpha, \gamma \wedge (\alpha \vee \neg\beta)\}, \{\alpha, \neg\gamma \wedge (\neg\alpha \vee \neg\beta)\}\} \text{ și}$$

$$MC(\Delta \cup \{\beta\}) = \{\{\alpha, \gamma \wedge (\alpha \vee \neg\beta), \beta\},$$

$$\{\alpha, \neg\gamma \wedge (\neg\alpha \vee \neg\beta), \beta\}, \{\neg\gamma \wedge (\neg\alpha \vee \neg\beta), \beta\}\}.$$

**Propoziția 5** (Elvang-Goransson și Hunter, 1995). Fie  $\Delta$  o bază informațională și  $\alpha \in \mathcal{L}$ .

$$FREE(\Delta \cup \{\alpha\}) \subseteq FREE(\Delta) \cup \{\alpha\}$$

Acest rezultat se aplică în derivarea inferențelor din  $\text{FREE}(\Delta)$  din moment ce alegerea de actualizare (sub forma  $\text{FREE}(\Delta \cup \{\alpha\})$  sau  $\text{FREE}(\Delta) \cup \{\alpha\}$ ) poate afecta raționarea.

Raționarea cu submulțimi consistente ale bazei informaționale contrastează semnificativ cu logicile slab-negative, logicile tetravalente și logicile evasi-clasice. În orice caz, ea formează baza logicilor argumentative.

### 3. Logici slab-negative

Pentru a evita trivializarea, logicile slab-negative fac un compromis în ceea ce privește teoria clasică a demonstrării. Ele permit, de exemplu, noțiunile normale de conjuncție, cum ar fi  $\alpha \wedge \beta$  dacă  $\alpha$ , dar ele sunt substanțial mai slabe cu privire la negație.

Există un număr de moduri în care aceasta poate fi obținută. Un mod este de a slăbi logica clasică astfel încât acel *ex falso quodlibet* și *reductio ad absurdum* să nu mai fie valabile. Aceasta ne oferă o logică paraconsistentă numită  $C_\omega$ , propusă de da Costa (Newton da Costa, 1974).

#### 3.1. Teoria argumentării pentru $C_\omega$

În continuare oferim o prezentare a lui  $C_\omega$ . Toate schemele din logica  $C_\omega$  sunt scheme din logica clasică.

**Definiția 10.** Logica  $C_\omega$  este definită de următoarea schemă axiomatică împreună cu regulile de argumentare *modus ponens*.

$$\begin{aligned}
 &\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha) \\
 &(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)) \\
 &\alpha \wedge \beta \rightarrow \alpha \\
 &\alpha \wedge \beta \rightarrow \beta \\
 &\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha \wedge \beta) \\
 &\alpha \rightarrow \alpha \vee \beta \\
 &\beta \rightarrow \alpha \vee \beta \\
 &(\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow ((\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \vee \beta \rightarrow \gamma)) \\
 &\alpha \vee \neg \alpha \\
 &\neg \neg \alpha \rightarrow \alpha
 \end{aligned}$$

Această teorie a demonstrării oferă relația de consecință  $C_\omega$ .

**Exemplul 3.** Pentru a ilustra folosirea lui  $C_\omega$ , considerăm următorul exemplu în care există o simetrie cu privire la faptul dacă  $\alpha$  este sau nu este un  $\delta$ . Cu alte cuvinte, există un argument că  $\alpha$  este un  $\delta$  și un argument că  $\alpha$  este  $\neg\delta$ .

$$\alpha \rightarrow (\beta \wedge \gamma)$$

$$\gamma \rightarrow \alpha$$

$$\beta \rightarrow \neg\alpha$$

$$\alpha$$

Folosind teoria demonstrării putem deriva inferențe ce includ  $\alpha$ ,  $\beta$  și  $\gamma$ . Putem, de asemenea, deriva atât  $\delta$  cât și  $\neg\delta$ .

În  $C_\omega$  regulile de genul lui *modus tollens* și ale silogismului disjunctiv eșuează.

$$\frac{\alpha \rightarrow \beta, \neg\beta}{\neg\alpha} \quad (\text{modus tollens})$$

$$\frac{\alpha \vee \beta, \neg\beta}{\alpha} \quad (\text{silogism disjunctiv})$$

Multe echivalențe folositoare, de asemenea, eșuează, cum ar fi,

$$\neg\alpha \vee \beta \not\equiv \alpha \rightarrow \beta$$

$$\neg\neg\alpha \not\equiv \alpha$$

În acest sens, logicile slab-negative sunt subsisteme ale logicii clasice. În particular, compromiterea negației înseamnă că multe etape ale inferenței clasice ce includ negația eșuează în logicile slab-negative. Dar pentru a ilustra sensibilitatea acestui compromis, considerăm următorul exemplu de raționare care nu este valid în  $C_\omega$ .

**Exemplul 4.** Din schema

$$\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$$

putem deriva în  $C_\omega$  o axiomă

$$\alpha \rightarrow (\neg\beta \rightarrow \alpha)$$



Asumăm contrapозиția, care nu se susține în  $C_\omega$ :

$$(\neg\beta \rightarrow \alpha) \rightarrow (\neg\alpha \rightarrow \beta).$$

Prin tranzitivitate, va rezulta:

$$\alpha \rightarrow (\neg\alpha \rightarrow \beta)$$

care este o formă a lui *ex falso quodlibet*. Deci, contrapозиția nu poate fi o parte a lui  $C_\omega$ .

În orice caz, eliminarea regulilor de inferență clasică denotă că acești conectori propoziționali din limbaj nu se comportă într-o manieră clasică. În cazul lui  $C_\omega$  clasicul „sens” al negației – și, ca rezultat, interdefinibilitatea conectorilor clasici – a fost trădat în schimbul non-trivializării. O astfel de manifestare, după Besnard (1991), este următoarea.

**Exemplul 5.** În  $C_\omega$  silogismul disjunctiv,  $((\alpha \vee \beta) \wedge \neg\beta) \rightarrow \alpha$ , nu se susține, în timp ce *modus ponens*,  $(\alpha \wedge (\alpha \rightarrow \beta)) \rightarrow \beta$ , se susține. Astfel, de exemplu,  $\alpha$  nu rezultă din baza informațională:  $\{(\alpha \vee \beta), \neg\beta\}$ , în timp ce  $\alpha$  rezultă din baza informațională:  $\{(\neg\beta \rightarrow \alpha), \neg\beta\}$ .

Există multe exemple similare care pot fi considerate ambigue și contra-intuitive dintr-o perspectivă a raționării uzuale.

**Propoziția 6** (Hunter, 1996b). Următoarele proprietăți se susțin în cazul relației de consecință  $C_\omega$ : reflexivitatea, conjuncția, monotonicitatea, tăietura, deducția, condiționalizarea, conservarea consistenței și disjuncția.

**Propoziția 7** (Hunter, 1996b). Următoarele proprietăți eșuează în cazul relației de consecință  $C_\omega$ : supraclasicalitate, echivalența logică la stânga și implicația la dreapta.

**Propoziția 8** (Newton da Costa, 1974 și Hunter, 1996b). Relația de consecință  $C_\omega$  nu este pură și nici trivializabilă.

O prezentare alternativă a lui  $C_\omega$  este dată de o mulțime de reguli ale demonstrării deductive mai-slabă-decât-cea-clasică (Raggio, 1978).

### 3.2. O procedură a tablourilor semantice pentru $C_\omega$

Luăm acum în calcul procedura demonstrării pentru  $C_\omega$  a lui Carnielli ș.a. (1991, 1992). Metoda de demonstrare este derivată din procedura tablourilor semantice a logicii clasice.

**Definiția 11.** Formula  $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$  nu este, în general, validă dar dacă ea este valabilă pentru o formulă  $\alpha$ , atunci  $\alpha$  este o formulă normală și se va nota cu  $\alpha^\circ$ .

**Definiția 12.** Fiecare formulă  $\alpha$  este marcată cu simbolul „+” sau „-”. Formulele „+ :  $\alpha$ ”, respectiv, „- :  $\alpha$ ” se vor numi formule marcate.

Intuitiv, + :  $\alpha$  și - :  $\alpha$  pot fi interpretate ca  $\alpha$  adevărat și, respectiv,  $\alpha$  fals. Orice mulțime de mulțimi de formule marcate este numită *formă*.

**Definiția 13.** Fie  $\alpha$  și  $\beta$  două formule și  $\delta$  alte formule și/sau alte forme. În continuare sunt date o mulțime de reguli de producere care pot fi utilizate pentru a reduce o mulțime de formule fie la o nouă mulțime de formule, fie la o mulțime de mulțimi de formule:

$$\{\delta, + : (\alpha \wedge \beta)\} \Rightarrow \{\delta, + : \alpha, + : \beta\}$$

$$\{\delta, - : (\alpha \vee \beta)\} \Rightarrow \{\delta, - : \alpha, - : \beta\}$$

$$\{\delta, - : (\alpha \rightarrow \beta)\} \Rightarrow \{\delta, + : \alpha, - : \beta\}$$

$$\{\delta, + : (\neg\neg\alpha)\} \Rightarrow \{\delta, + : \alpha\}$$

$$\{\delta, - : (\neg\alpha)\} \Rightarrow \{\delta, + : \alpha\}$$

$$\{\delta, - : (\neg\neg\alpha)\} \Rightarrow \{\delta, - : \alpha\}$$

$$\{\delta, - : (\alpha \diamond \beta)^\circ\} \Rightarrow \{\delta, - : (\alpha^\circ \diamond \beta^\circ)\}, \text{ unde } \diamond \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$$

$$\{\delta, - : (\alpha \wedge \beta)\} \Rightarrow \{\{\delta, - : \alpha\}, \{\delta, - : \beta\}\}$$

$$\{\delta, + : (\alpha \vee \beta)\} \Rightarrow \{\{\delta, + : \alpha\}, \{\delta, + : \beta\}\}$$

$$\{\delta, + : (\alpha \rightarrow \beta)\} \Rightarrow \{\{\delta, - : \alpha\}, \{\delta, + : \beta\}\}$$

$$\{\delta, + : (\neg\alpha)\} \Rightarrow \{\{\delta, - : \alpha\}, \{\delta, - : \alpha^\circ\}\}$$

Fiind dată o formă  $C$ , denotăm prin  $R(C)$  rezultatul aplicării uneia dintre reguli la formă. Un tablou este o secvență de forme  $C_1, \dots, C_n$  astfel încât  $C_{i+1} = R(C_i)$ . Pentru a testa dacă o formulă poate fi *inferată* dintr-o mulțime de formule, o notăm cu simbolul  $\vdash$ , o adăugăm informației și construim un tablou. Formula poate fi inferată dacă tabloul este închis. Un tablou este închis dacă orice mulțime de formule de această formă este închisă, iar o mulțime de formule este închisă dacă există o formulă  $\alpha$  pentru care + :  $\alpha$  și - :  $\alpha$  aparțin acelei mulțimi.

**Exemplul 6.** Considerăm următoarele formule:

$$\alpha \rightarrow (\beta \wedge \gamma)$$

$$\beta \rightarrow \delta$$

$$\gamma \rightarrow \neg\delta$$

$$\alpha$$

Aplicând regulile tabloului pentru această mulțime, tabloul deschis rezultat este soluția propusă problemei introdusă de inconsistență. Aici considerăm doar două forme principale dintre care una este închisă, iar cealaltă nu este închisă. Restul formelor închise vor fi omise.

$$C_0 = \{+ : (\alpha \rightarrow (\beta \wedge \gamma)), + : (\beta \rightarrow \delta),$$

$$+ : (\gamma \rightarrow \neg\delta), + : \alpha\}$$

$$C_1 = C_0 \cup \{+ : (\beta \wedge \gamma)\}$$

$$C_2 = C_1 \cup \{+ : \beta, + : \gamma\}$$

$$C_3 = C_2 \cup \{+ : \delta, + : (\neg\delta)\}$$

$$C_4 = \{C_3 \cup \{- : \delta\}, C_3 \cup \{- : \delta^\circ\}\}$$

Mulțimea  $C_3 \cup \{- : \delta\}$  este închisă, iar mulțimea  $C_3 \cup \{- : \delta^\circ\}$  nu este închisă. Aceasta înseamnă că putem restrânge considerațiile noastre la următoarea mulțime de expresii elementare marcate ale mulțimii deschise  $\{- : \delta^\circ, + : \delta, + : \beta, + : \gamma, + : \alpha\}$ . Această mulțime ne dă soluția la problemă în sensul în care considerăm că  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , și  $\delta$  se susțin, dar că  $\delta$  este controversat. Exemplul arată că, dacă baza informațională este inconsistentă, tehnica ne permite să identificăm  $\delta$  și  $\neg\delta$  ca fiind esențiale acestei probleme de inconsistență.

Un rezultat secundar al teoriei demonstrării se poate considera, ca și în cazul metodei tablourilor semantice, că această metodă demonstrativă indică o caracterizare semantică interesantă a logicii slab-negative.

### 3.3. Aplicabilitatea logicii slab-negative

Logica  $C_\omega$  este doar una dintr-un număr de logici slab-negative interesante. Mai departe, regulile demonstrării pot fi adăugate la  $C_\omega$  pentru a da o logică mai puternică și totuși non-trivializabilă. De exemplu, logica  $PI^3$  a lui Batens (1980) și

logica VI a lui Arruda (1977). Alte logici slab-negative pot fi definite prin slăbiri alternative, dar similare, cum este cazul logicilor relevante ale lui Anderson și Belnap (1975).

Logicile slab-negative sunt folosite pentru raționarea cu informații din moment ce logica suportă *modus ponens*. Ele pot fi folosite pentru a da o orientare asupra inconsistenței și pentru a facilita acțiuni ce ar trebui luate în baza informațională. Mai mult, ele pot fi folosite fără recurs la verificări ale consistenței. În cele din urmă, logicile paraconsistente pot fi folosite ca o bază formală pentru susținerea adevărului (Matrins și Shapiro, 1988).

## 4. Logici tetravalente

Logica tetravalentă a lui Belnap (1977) aduce o interesantă alternativă la logicile slab-negative, întrucât are o nu doar o teorie a demonstrației ci și o semantică satisfăcătoare.

**Definiția 14.** Limbajul pentru logica tetravalentă este o submulțime a logicii clasice. Fie  $\mathcal{P}$  mulțimea uzuală de formule a logicii clasice care este formată folosind conectorii  $\neg$ ,  $\wedge$  și  $\vee$ . Astfel, mulțimea de formule a limbajului, denotată  $\mathcal{Q}$ , este  $\mathcal{P} \cup \{\alpha \rightarrow \beta \mid \alpha, \beta \in \mathcal{P}\}$  și deci implicația nu poate aparține seriei.

**Definiția 15.** O formulă din limbaj poate fi „adevărată“, „falsă“, „ambele“, „nici una“ pe care le denotăm prin simbolurile corespunzătoare T, F, B și N.

**Exemplul 7.** Pentru baza informațională  $\{\alpha, \neg\alpha, \beta\}$ , o repartizare acceptabilă a valorilor de adevăr este aceea în care  $\alpha$  este B,  $\neg\alpha$  este B,  $\beta$  este T și  $\gamma$  este N.

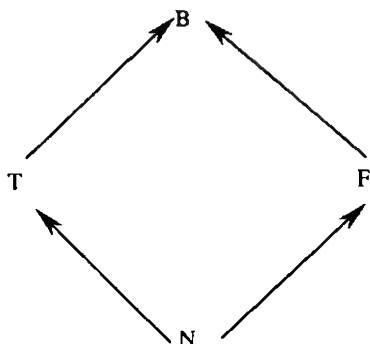


Fig. 1. Grila „aproximării“.

Intuitiv, putem privi această formă de repartizare în termenii unei grile a „aproximării“ (fig. 1). Cu cât este obținută mai multă „informație“ despre o formulă, cu atât „crește“ valoarea ei de adevăr. Cu alte cuvinte, dacă nu știm nimic despre o formulă, ea este N. Apoi, pe măsură ce dobândim informații ea devine fie T, fie F. În sfârșit, dacă dobândim prea multe informații ea devine B.

## 4.1. Semantica logicii tetravalente

**Definiția 16.** Pentru semantică se consideră o latice distributivă, laticea „logică” (fig. 2). De asemenea, considerăm un operator al involuției  $*$  care satisface condițiile: (1)  $\alpha = \alpha **$  și (2) dacă  $\alpha \leq \beta$ , atunci  $\beta^* \leq \alpha^*$ , unde  $\leq$  este relația de ordine pentru latice.

**Definiția 17.** Funcția semantică a asigării conservă monotonicitatea și complementaritatea; în laticea logică  $x \wedge y$  este intersectarea lui  $\{x, y\}$ , iar  $x \vee y$  este reunirea lui  $\{x, y\}$  dând următoarele tabele de adevăr (tabelele 1–3) pentru conectorii  $\neg, \wedge, \vee$ . Fie formulele  $\alpha, \beta$ . Inferența lui  $\beta$  din  $\alpha$  este validă dacă și numai dacă  $\beta \leq \alpha$ , unde  $\leq$  este relația de ordonare pentru laticea logică. Fie  $\alpha \rightarrow \beta$  ce semnifică faptul că inferența de la  $\alpha$  la  $\beta$  este validă în cele patru valori ale noastre, i.e.  $\alpha$  îl determină pe  $\beta$ .

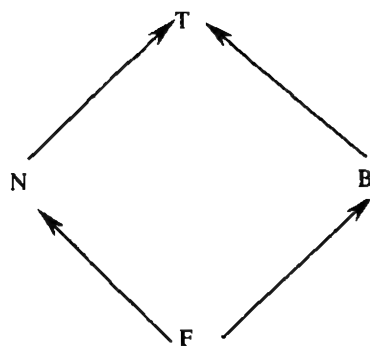


Fig. 2. Laticea „logică”.

Tabelul 1

Tabelul adevărului pentru negație

| $\alpha$     | N | F | T | B |
|--------------|---|---|---|---|
| $\neg\alpha$ | N | T | F | B |

Tabelul 2

Tabelul adevărului pentru conjuncție

| $\wedge$ | N | F | T | B |
|----------|---|---|---|---|
| N        | N | F | N | F |
| F        | F | F | F | F |
| T        | N | F | T | B |
| B        | F | F | B | B |

Tabelul 3

Tabelul adevărului pentru disjuncție

| $\vee$ | N | F | T | B |
|--------|---|---|---|---|
| N      | N | N | T | T |
| F      | N | F | T | B |
| T      | T | T | T | T |
| B      | T | B | T | B |

Nu există  $\alpha \in Q$  astfel încât funcția de repartizare semantică să desemneze totdeauna valoarea T. Totuși, există formule care niciodată nu iau valoarea F, de exemplu:  $\alpha \vee \neg\alpha$ , iar mulțimea de formule care nu ia niciodată valoarea F nu este închisă prin conjuncție. De exemplu,  $(\alpha \vee \neg\alpha) \wedge (\beta \vee \neg\beta)$ , când  $\alpha$  este N, și  $\beta$  este B.

## 4.2. Teoria argumentării pentru logica tetravalentă

Pentru a completa semantica dăm o definiție pentru relația de consecință FV a teoriei demonstrării pentru logica tetravalentă.

**Definiția 18.** Fie  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathcal{L}$ . Cele ce urmează sunt reguli de demonstrare pentru relația de consecință FV:

$$\alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_m \rightarrow \beta_1 \vee \dots \vee \beta_n \text{ dacă unii } \alpha_i \text{ sunt } \beta_j$$

$$(\alpha \vee \beta) \rightarrow \gamma, \text{ dacă și numai dacă } \alpha \rightarrow \gamma \text{ și } \beta \rightarrow \gamma$$

$$\alpha \rightarrow (\beta \wedge \gamma), \text{ dacă și numai dacă } \alpha \rightarrow \beta \text{ și } \alpha \rightarrow \gamma$$

$$\alpha \rightarrow \beta, \text{ dacă și numai dacă } \neg\beta \rightarrow \neg\alpha$$

$$\alpha \rightarrow \beta \text{ și } \beta \rightarrow \gamma \text{ implică } \alpha \rightarrow \gamma$$

$$\alpha \rightarrow \beta, \text{ dacă și numai dacă } \alpha \leftrightarrow (\alpha \wedge \beta) \text{ sau dacă și numai dacă } \beta \leftrightarrow (\alpha \vee \beta)$$

Adăugăm o extindere a definiției relației de consecință FV. Fie  $\alpha \leftrightarrow \beta$  ce semnifică că  $\alpha$  și  $\beta$  sunt echivalente semantic și pot fi intersubstituite în orice context.

$$\alpha \vee \beta \leftrightarrow \beta \vee \alpha$$

$$\alpha \wedge \beta \leftrightarrow \beta \wedge \alpha$$

$$\alpha \vee (\beta \vee \gamma) \leftrightarrow (\alpha \vee \beta) \vee \gamma$$

$$(\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma \leftrightarrow \alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)$$

$$\alpha \wedge (\beta \vee \gamma) \leftrightarrow (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$$

$$\alpha \vee (\beta \wedge \gamma) \leftrightarrow (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)$$

$$\neg\neg\alpha \leftrightarrow \alpha$$

$$\neg(\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow \neg\alpha \vee \neg\beta$$

$$\neg(\alpha \vee \beta) \leftrightarrow \neg\alpha \wedge \neg\beta$$

De asemenea,

$$\alpha \leftrightarrow \beta \text{ și } \beta \leftrightarrow \gamma \text{ implică } \alpha \leftrightarrow \gamma.$$

**Exemplul 8.** Pentru a ilustra folosirea relației de consecință FV considerăm următorul exemplu. Ca și în folosirea lui  $C_\omega$ , există un argument pentru  $\delta$  și unul pentru  $\neg\delta$ :

$$\alpha \rightarrow (\beta \wedge \gamma)$$

$$\gamma \rightarrow \delta$$

$$\beta \rightarrow \neg\delta$$

$$\alpha$$

Din  $\alpha \rightarrow (\beta \wedge \gamma)$  avem  $\alpha \rightarrow \beta$  și  $\alpha \rightarrow \gamma$ . Din  $\alpha \rightarrow \beta$  și  $\beta \rightarrow \neg\delta$  avem  $\alpha \rightarrow \neg\delta$ . Din  $\alpha \rightarrow \gamma$  și  $\gamma \rightarrow \delta$  avem  $\alpha \rightarrow \delta$ . Prin urmare,  $\alpha$  este echivalent cu  $\alpha \wedge \delta$  și  $\alpha \wedge \neg\delta$ .

Totuși, relația de consecință FV este *deviată* din relația de consecință  $C_\omega$  astfel încât nu putem separa  $\delta$  de  $\alpha$  și nici  $\neg\delta$  de  $\alpha$ . Aceasta se datorează în parte faptului că FV nu include nici *modus ponens* și nici eliminarea.

**Propoziția 9** (Hunter, 1996b). Următoarele proprietăți se susțin în cazul relației de consecință FV: reflexivitatea, conservarea consistenței, monotonicitatea și tăcătura.

**Propoziția 10** (Hunter, 1996b). Următoarele proprietăți eșuează în cazul relației de consecință FV: conjuncția, supraclasicalitatea, disjuncția, echivalența logică la stânga, deducția, condiționalizarea și implicația la dreapta.

**Propoziția 11** (Belnap, 1977; Hunter, 1996b). Relația de consecință FV nu este nici pură și nici trivializabilă.

**Propoziția 12** (Hunter, 1996b). Pentru  $\Delta \in \wp(Q)$ , fie  $C_\omega(\Delta)$  mulțimea de consecințe din  $\Delta$  prin relația de consecință  $C_\omega$  și  $CFV(\Delta)$  mulțimea de consecințe din  $\Delta$  prin relația de consecință FV. Rezultă:  $C_\omega(\Delta) \not\subseteq CFV(\Delta)$  și  $CFV(\Delta) \not\subseteq C_\omega(\Delta)$ .

### 4.3. Aplicabilitatea logicii tetravalente

Logica tetravalentă aduce o alternativă naturală și intuitivă la logicile slab-negative. Caracterizarea semantică bazată pe laticia „aproximării” și pe grila „logică” ar putea fi aplicată raționării asupra faptelor. În particular, logica pare folositoare pentru coagularea informației conflictuale. Totuși, există probleme ale raționării cu reguli, mai ales în cazul lipsei lui *modus ponens*. Ca și în cazul logicilor slab-negative, relația de consecință FV poate fi folosită fără apelul la verificările de consistență.

## 5. Logica cvasi-clasică

Așa cum am văzut la logicile slab-negative și la logicile tetravalente, slăbirea teoriei demonstrării presupune ca respectivii conectori să nu se comporte într-o manieră clasică. Pentru aceasta, o alternativă numită *logică cvasi-clasică* a fost propusă de Besnard și Hunter (Besnard și Hunter, 1995) care rescriu problemele într-o formă conjunctivă normală, iar teoria argumentării este limitată la căutarea propozițiilor ce rezultă din informație.

### 5.1. Teoria demonstrării pentru logica QC

În cele ce urmează sunt prezentate regulile demonstrative ale logicii QC, care sunt o submulțime a regulilor demonstrative clasice, și se definește noțiunea de *demonstrare QC*, care reprezintă o versiune limitată a demonstrării clasice.



**Definiția 19.** Să admitem că  $\wedge$  și  $\vee$  sunt operatori comutativi și asociativi.

$$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha} \quad (\text{eliminarea conjuncției})$$

$$\frac{\alpha \vee \alpha \vee \beta}{\alpha \vee \beta} \quad (\text{contragerea disjuncției})$$

$$\frac{\alpha \vee \beta}{\neg\neg\alpha \vee \beta} \quad (\text{introducerea negației})$$

$$\frac{\neg\neg\alpha \vee \beta}{\alpha \vee \beta} \quad (\text{eliminarea negației})$$

$$\frac{\alpha}{\neg\neg\alpha} \quad \frac{\alpha}{\alpha \vee}$$

$$\frac{\alpha \vee \beta \quad \neg\alpha \vee \gamma}{\beta \vee \gamma} \quad \frac{\alpha \quad \neg\alpha \vee \gamma}{\gamma} \quad (\text{rezoluția})$$

$$\frac{\alpha \vee (\beta \rightarrow \gamma)}{\alpha \vee \neg\beta \vee \gamma} \quad \frac{\alpha \vee \neg(\beta \rightarrow \gamma)}{\alpha \vee (\beta \wedge \neg\gamma)} \quad (\text{eliminarea implicației})$$

$$\frac{\beta \rightarrow \gamma}{\neg\beta \vee \alpha} \quad \frac{\neg(\beta \rightarrow \gamma)}{\beta \wedge \neg\gamma}$$

$$\frac{\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)}{(\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)} \quad \frac{(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)}{\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)} \quad (\text{distribuția})$$

$$\frac{\neg(\alpha \wedge \beta) \vee \gamma}{\neg\alpha \vee \neg\beta \vee \gamma} \quad \frac{\neg(\alpha \vee \beta) \vee \gamma}{(\neg\alpha \wedge \neg\beta) \vee \gamma} \quad (\text{legile lui de Morgan})$$

$$\frac{\neg(\alpha \wedge \beta)}{\neg\alpha \vee \neg\beta} \quad \frac{\neg(\alpha \vee \beta)}{\neg\alpha \wedge \neg\beta}$$

$$\frac{\alpha}{\alpha \vee \beta} \quad (\text{introducerea disjuncției – utilizată doar ca ultim pas în argumentare})$$

**Definiția 20.**  $T$  este un arbore demonstrativ, dacă și numai dacă  $T$  este un arbore în care: (1) fiecare nod este un element al lui  $\mathcal{L}$ ; (2) pentru arborii cu mai mult de un nod, rădăcina este derivată aplicând orice regulă de demonstrare a logicii QC unde premisele pentru regula de demonstrare sunt antecedentele „rădăcinii”; (3) „frunzele” sunt asumptii pentru rădăcină; și (4) orice nod, care nu

este frunză sau rădăcină este derivat aplicând orice regulă de demonstrare a logicii QC (– cu excepția introducerii regulii disjuncției).

**Definiția 21.** Fie  $\Delta \in (\mathcal{L})$ . Pentru o propoziție  $\beta$  există o demonstrare a logicii QC a lui  $\beta$  din  $\Delta$ , dacă și numai dacă există un arbore demonstrativ al logicii QC, unde fiecare frunză este un element al lui  $\Delta$  și o rădăcină a lui  $\beta$ .

**Definiția 22.** Fie  $\Delta \in \wp(\mathcal{L})$  și  $\alpha \in \mathcal{L}$ . Definim relația de consecință a logicii QC, notată cu  $\vdash_Q$ , după cum urmează:

$\Delta \vdash_Q \alpha$ , dacă și numai dacă pentru orice  $\beta_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) există o demonstrare a logicii QC pentru  $\beta_i$  din  $\Delta$ , unde  $\beta_1 \wedge \dots \wedge \beta_n$  sunt CNF ale lui  $\alpha$ .

**Exemplul 9.** Pentru  $\Delta = \{\alpha \vee \beta, \alpha \vee \neg\beta, \neg\alpha \wedge \delta\}$ , consecințele lui  $\Delta$  includ  $\alpha \vee \beta, \alpha \vee \neg\beta, \alpha, \neg\alpha$ , și  $\delta$ , dar nu includ  $\neg\delta, \gamma, \gamma \vee \emptyset$ , sau  $\neg\psi \wedge \neg\emptyset$ .

Pentru  $\Delta = \{\alpha \vee (\beta \vee \gamma), \neg\beta\}$ , consecințele lui  $\Delta$  includ  $\alpha \vee \beta, \alpha \vee \gamma, \alpha$  și  $\neg\beta$ .

**Propoziția 13** (Besnard și Hunter, 1995; Hunter, 1996a). Următoarele proprietăți se susțin în cazul relațiilor de consecință ale logicii QC: reflexivitate, conservarea consistenței și monotonicitate.

**Propoziția 14** (Besnard și Hunter, 1995; Hunter, 1996a). Următoarele proprietăți eșuează în cazul relațiilor de consecință ale logicii QC: tăietura, implicația la dreapta, echivalența logică la stânga și supraclasicalitatea.

**Propoziția 15** (Besnard și Hunter, 1995; Hunter, 1996a). Relațiile de consecință ale logicii QC sunt pure și, deci, netrivializabile.

**Propoziția 16** (Besnard și Hunter, 1995; Hunter, 1996a). Pentru  $\Delta = \emptyset$  nu există  $\alpha \in \mathcal{L}$  astfel încât  $\Delta \vdash_Q \alpha$ .

Relațiile de consecință ale logicii QC oferă multe alte inferențe netautologice în baza informațională decât orice logică slab-negativă sau tetravalentă. De exemplu, referitor la silogismul disjunctiv, logica QC oferă pe  $\beta$  din  $\{\neg\alpha, \alpha \vee \beta\}$ , de unde nici logica slab-negativă  $C_\omega$ , nici logica tetravalentă nu îl pot da pe  $\beta$ .

**Propoziția 17** (Hunter, 1996b). Pentru  $\Delta \in \wp(\mathcal{L})$ , fie  $C_\omega(\Delta)$  o mulțime de consecințe  $C_\omega$  din  $\Delta$  și fie  $CQ(\Delta)$  o mulțime de consecințe QC din  $\Delta$ . Rezultă  $CQ(\Delta) \not\subseteq C_\omega(\Delta)$  și  $C_\omega(\Delta) \not\subseteq CQ(\Delta)$ .

Propoziția aceasta rezultă din tautologiile clasice, mulțimea vidă nefiind derivabilă în logica QC. Totuși, dacă excludem considerația despre aceste tautologii, atunci logica QC este mai puternică decât logica  $C_\omega$ .

**Propoziția 18** (Hunter, 1996b). Pentru  $\Delta \in \wp(Q)$ , fie  $CFV(\Delta)$  mulțimea consecințelor FV din  $\Delta$  și  $CQ(\Delta)$  mulțimea consecințelor QC din  $\Delta$ .

Rezultă

$$CQ(\Delta) \not\subseteq CFV(\Delta) \text{ și } CFV(\Delta) \not\subseteq CQ(\Delta).$$

## 5.2. Semantica logicii QC

Semantica logicii QC este corespunzătoare teoriei demonstrării în logica QC (Hunter, 1996b). Pentru a simplifica discuția din acest capitol ne rezumăm doar la disjuncția  $\alpha_1 \vee \dots \vee \alpha_n$ , unde  $\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$  este o mulțime de variabile.

**Definiția 23.** Fie  $S$  o mulțime oarecare. Fie  $O$  o mulțime de obiecte unde  $+$   $\alpha$  este un obiect pozitiv și  $-$   $\alpha$  este un obiect negativ.

$$O = \{+ \alpha \mid \alpha \in S\} \cup \{- \alpha \mid \alpha \in S\}$$

Numim orice  $X \in \wp(O)$  un *model*.

Vom considera următoarele sensuri pentru obiecte pozitive și negative ca fiind în interiorul sau în afara unui model oarecare  $X$ .

- $+ \alpha \in X$  înseamnă că  $\alpha$  este realizabil în acest model;
- $- \alpha \in X$  înseamnă că  $\neg \alpha$  este realizabil în acest model;
- $+ \alpha \notin X$  înseamnă că  $\alpha$  nu este realizabil în acest model;
- $- \alpha \notin X$  înseamnă că  $\neg \alpha$  nu este realizabil în acest model.

Semantica aceasta poate fi și altfel văzută – dând patru valori numite „ambele“ (*both*), „adevăr“ (*true*), „fals“ (*false*), „nici una“ (*neither*). Pentru o variabilă  $\alpha$  și complementara ei  $\alpha^*$ :

- $\alpha$  este „ambele“, dacă  $\alpha$  este realizabil și  $\alpha^*$  este realizabil;
- $\alpha$  este „adevăr“, dacă  $\alpha$  este realizabil și  $\alpha^*$  nu este realizabil;
- $\alpha$  este „fals“, dacă  $\alpha$  nu este realizabil și  $\alpha^*$  este realizabil;
- $\alpha$  nu este „nici una“, dacă  $\alpha$  nu este realizabil și  $\alpha^*$  nu este realizabil.

Această descriere intuitivă coincide cu logica tetravalentă. Totuși, nu vom urma interpretarea teoretică a logicii tetravalente a conectorilor, ci vom încerca o semnificativă diferență semantică.

**Definiția 24.** Fie  $\models_3$  o relație de realizabilitate, unde  $X \in \wp(O)$ , și  $\alpha, \alpha_1, \dots, \alpha_n$  sunt variabile. Fie  $\alpha_i$  o variabilă în mulțimea de variabile  $\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$  și  $\beta$  forma disjunctivă a mulțimii de variabile  $\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\} - \{\alpha_i\}$ .

$$X \models_3 \alpha \text{ dacă } +\alpha \in X$$

$$X \models_3 \neg\alpha \text{ dacă } -\alpha \in X$$

$$X \models_3 \alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n, \text{ dacă și numai dacă } ((X \models_3 \alpha_1 \text{ sau } X \models_3 \alpha_n) \\ \text{și (dacă } X \models_3 \neg\alpha_i \text{ atunci } X \models_3 \beta))$$

De aceea realizabilitatea disjuncției încorporează o legătură între realizabilitatea complementului disjuncției și realizabilitatea rezolvantului corespunzător.

**Definiția 25.** Extindem noțiunea de realizabilitate la cea de slabă realizabilitate, notată prin  $\models_w$ :

$$X \models_w \alpha, \text{ dacă } X \models_3 \alpha$$

$$X \models_w \alpha \vee \beta, \text{ dacă } X \models_3 \alpha$$

unde  $X \in \wp(O)$  și  $\alpha, \beta$  sunt propoziții

**Definiția 26.** Fie  $\models_Q$  o relație de implicare necesară unde  $\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$  este o mulțime de propoziții și  $\beta$  este o propoziție:

$$\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\} \models_Q \beta$$

dacă și numai dacă pentru orice model  $X$  dacă  $X \models_3 \alpha_1$  și ...și  $X \models_3 \alpha_n$ , atunci  $X \models_w \beta$

**Exemplul 10.** Fie  $\Delta = \{\alpha\}$ ;  $X_1 = \{+\alpha\}$  și  $X_2 = \{+\alpha, -\alpha\}$ . Acum  $X_1 \models_3 \alpha$ , și  $X_2 \models_3 \alpha$ , în timp ce  $X_1 \models_3 \alpha \vee \beta$ , și  $X_2 \models_3 \alpha \vee \beta$ . Totuși,  $X_1 \models_w \alpha \vee \beta$  și  $X_2 \models_w \alpha \vee \beta$ , și într-adevăr  $\Delta \models_Q \alpha \vee \beta$ .

Un alt **exemplu**: fie  $\Delta = \{\alpha \vee \beta, \neg\alpha\}$ . Pentru orice model  $X$ , dacă  $X \models_3 \alpha \vee \beta$  și  $X \models_3 \neg\alpha$ , atunci  $X \models_3 \beta$ . Rezultă că  $\Delta \models_Q \alpha \vee \beta$ ,  $\Delta \models_Q \neg\alpha$ , și  $\Delta \models_Q \beta$ .

**Propoziția 19.** Pentru orice  $\alpha \in \mathcal{L}$ ,  $\{\} \#_Q \alpha$ .

**Exemplul 11.** Considerăm  $\alpha \vee \neg\alpha$ . Modelele care satisfac inclusiv  $\{\}$ , de exemplu  $X$ , unde  $+\alpha \notin X$  și  $-\alpha \notin X$ , iar  $X \#_Q \alpha$  și  $X \#_Q \neg\alpha$ . Rezultă că  $X$  satisface, de asemenea,  $\alpha \vee \neg\alpha$ .

**Propoziția 20.** Pentru un limbaj restrâns la propoziții, relația  $\vdash_Q$  este profundă și completă relativ la relația  $\models_Q$ .

Semantica și corectitudinea rezultă pentru întreg limbajul logicii QC (Hunter, 1996a).

### 5.3. Aplicabilitatea logicii cvasi-clasice

Dezvoltând o logică non-trivializabilă, sau o logică paraconsistentă, sunt necesare anumite compromisuri sau „slăbiri” ale logicii clasice. Compromisurile impuse pentru a da logica QC par a fi mai apropiate decât orice altă logică paraconsistentă pentru aplicațiile în calcule. Logica QC propune un înțeles pentru a obține toate soluțiile netriviiale dintr-o mulțime de formule, fără problema propozițiilor triviale care urmează. Totuși, constrângerile logicii QC rezultă ca fiind non-derivabile, aceasta nefiind în mod uzual o problemă pentru aplicații.

Logica QC arată caracteristica pozitivă, și anume că, nu este nevoie de atenție pentru forma specială pe care ar trebui să o aibă premisele. Aceasta este în contrast cu alte logici paraconsistente în care două formule identice prin definirea unui conector în logica clasică pot să nu conducă la o aceeași mulțime de concluzii. Exemplu dat anterior:  $\{(\neg\alpha \rightarrow \beta), \neg\alpha\}$  conduce la concluzia  $\beta$ , în vreme ce exemplul:  $\{\alpha \vee \beta, \neg\alpha\}$ , nu. Logica QC se comportă mai bine în acest sens, afirmație ilustrată de faptul că multe concluzii clasice netriviiale sunt cuprinse în logica QC.

Logica QC este, de asemenea, mai apropiată decât altele de raționamentul prin submulțimile consistente de formule (Benferhat, Dubois și Prade, 1993). În particular, logica QC nu suferă de limitarea datorată împărțirii mulțimii de formule în submulțimi compatibile: logica QC poate utiliza conținutul formulelor fără a fi constrânsă de verificarea consistenței. Mai mult, este evident avantajul logicii QC, deși ea are nevoie în toate abordările să raționeze prin submulțimi consistente.

## 6. Sisteme argumentative

În subcapitolul 2.4 al acestui capitol am trecut în revistă strategia de a trata inconsistența prin raționarea cu submulțimi de baze informaționale consistente. Problema unei astfel de abordări este că inferențele ce rezultă din submulțimile consistente ale unei baze informaționale inconsistente sunt doar slab justificate în general. Pentru a soluționa această problemă, noțiunea unui argument dintr-o bază informațională și noțiunea acceptabilității unui argument au fost dezvoltate de Elvang și Hunter (1995). Un argument este o submulțime a bazei informaționale, împreună cu inferența acelor submulțimi. Utilizând noțiunea acceptabilității, mulțimea tuturor argumentelor poate fi partiționată în mulțimi (de argumente) de grade diferite de acceptabilitate. Aceasta poate fi apoi folosită pentru a defini o clasă de relații de consecință.

**Definiția 27.** Fie  $\Delta$  o bază informațională. Un argument din  $\Delta$  este o pereche  $(\pi, \emptyset)$  astfel că  $\pi \subseteq \Delta$  și  $\pi \vdash \emptyset$ . Un argument este consistent dacă  $\pi$  este consistent. Vom nota mulțimea argumentelor din  $\Delta$  cu  $A_n(\Delta)$ , unde  $A_n(\Delta) = \{(\pi, \emptyset) \mid \pi \subseteq \Delta \wedge \pi \vdash \emptyset\}$ .  $\Gamma$  este o mulțime de argumente din  $\Delta$  dacă și numai dacă  $\Gamma \subseteq A_n(\Delta)$ .

**Definiția 28.** Fie  $\Delta$  o bază informațională. Fie  $(\pi, \emptyset)$  și  $(\Theta, \psi)$  orice argumente construite din  $\Delta$ . Dacă  $\neg \emptyset \leftrightarrow \neg \psi$ , atunci  $(\pi, \emptyset)$  este un *eliminator*<sup>3</sup> al lui  $(\Theta, \psi)$ . Dacă  $\gamma \in \Theta$  și  $\neg \emptyset \leftrightarrow \neg \gamma$ , atunci  $(\pi, \emptyset)$  este un *diferențiator*<sup>4</sup> al lui  $(\Theta, \psi)$  (*specificator*).

Eliminatorul, așa cum este definit aici, reprezintă o relație simetrică. O cale de a schimba acest lucru este de a folosi prioritățile, cum ar fi o întărire epistemică (Gärdenfors, 1988) sau o specificitate (Poole, 1985).

Pentru o bază informațională  $\Delta$ , o structură argumentativă este orice mulțime de submulțimi din  $A_n(\Delta)$ . Intenția ascunsă în spatele definiției unei structuri argumentative este aceea că diferite submulțimi din  $A_n(\Delta)$  au grade diferite de acceptabilitate. În continuare vom prezenta o structură argumentativă particulară  $A^*$  și apoi vom explica cum poate o definiție să conțină noțiuni de acceptabilitate.

**Definiția 29.** Următoarele submulțimi constituie structura argumentativă  $A^*$ , unde  $\Delta$  este o bază informațională.

<sup>3</sup> *rebutting defeater* – în textul original este tradus prin termenul „eliminator”. (N.T.)

<sup>4</sup> *undercutting defeater* – în textul original este tradus prin termenul „diferențiator”. (N.T.)

$$AT(\Delta) = \{(\emptyset, \emptyset) \mid \emptyset \vdash \emptyset\}$$

$$AF(\Delta) = \{(\pi, \emptyset) \mid \pi \subseteq \text{FREE}(\Delta) \wedge \pi \vdash \emptyset\}$$

$$AB(\Delta) = \{(\pi, \emptyset) \mid \pi \in \text{CON}(\Delta) \wedge \pi \vdash \emptyset \wedge (\forall \Phi \in \text{MC}(\Delta), \psi \in \pi \Phi \vdash \psi)\}$$

$$ARU(\Delta) = \{(\pi, \emptyset) \mid \pi \in \text{CON}(\Delta) \wedge \pi \vdash \emptyset \wedge (\forall \Phi \in \text{MC}(\Delta), \Phi \nvdash \neg \emptyset) \wedge$$

$$\wedge (\forall \Phi \in \text{MC}(\Delta), \psi \in \pi \Phi \nvdash \neg \psi)\}$$

$$AU(\Delta) = \{(\pi, \emptyset) \mid \pi \in \text{CON}(\Delta) \wedge \pi \vdash \emptyset \wedge (\forall \Phi \in \text{MC}(\Delta), \psi \in \pi \Phi \nvdash \neg \psi)\}$$

$$A\forall(\Delta) = \{(\pi, \emptyset) \mid \pi \in \text{CON}(\Delta) \wedge \pi \vdash \emptyset \wedge (\forall \Phi \in \text{MC}(\Delta) \Phi \vdash \emptyset)\}$$

$$AR(\Delta) = \{(\pi, \emptyset) \mid \pi \in \text{CON}(\Delta) \wedge \pi \vdash \emptyset \wedge (\forall \Phi \in \text{MC}(\Delta) \Phi \nvdash \neg \emptyset)\}$$

$$A\exists(\Delta) = \{(\pi, \emptyset) \mid \pi \in \text{CON}(\Delta) \wedge \pi \vdash \emptyset\}$$

Convențiile menționate pentru mulțimile de argumente sunt motivate în felul următor. „T” reprezintă argumentele tautologice – i.e. acestea rezultă din mulțimea vidă a premiselor. „F” reprezintă argumentele libere (datorită lui Benferhat ș.a., 1993) care sunt argumentele ce urmează din informațiile care sunt lipsite de inconsistențe. „B” reprezintă argumentele ascunse pentru toate premisele ce urmează din toate submulțimile de informații de consistență maximală. „RU” reprezintă argumentele care nu sunt subiecte nici pentru eliminare, nici pentru diferențiere. „U” reprezintă argumentele care nu sunt subiect pentru diferențiere. „V” reprezintă argumentele universale (esențiale datorită lui Manor și Rescher, 1970). „R” reprezintă argumentul care nu este subiect pentru eliminare. „E” reprezintă argumentele existențiale (esențiale, datorită lui Manor și Rescher, 1970) care sunt argumente cu premise consistente.

Definițiile pentru  $A\exists$ ,  $AF$ ,  $AT$  ar trebui să fie clare. Totuși le amintim.  $AR$  permite un argument  $(\pi, \emptyset)$  doar dacă nu există o submulțime de consistență maximală care să dea  $\neg \emptyset$ .  $AU$  permite un argument  $(\pi, \emptyset)$  doar dacă pentru toți  $\psi$  în  $\pi$ , nu există o submulțime de consistență maximală care să dea  $\neg \psi$ .  $ARU$  combină condițiile lui  $AR$  și  $AU$ . De notat este faptul că  $AR$  și  $A\forall$  au definiții foarte similare, cu singura diferență că „ $\Phi \nvdash \neg \emptyset$ ” în  $AR$  versus „ $\Phi \vdash \emptyset$ ” în  $A\forall$ . O remarcă similară se aplică lui  $AU$  și  $AB$ . Totuși  $A\forall$  și  $AB$  sunt întărite de  $AR$  și  $AU$ , respectiv (i.e. „ $\vdash \neg \emptyset$ ” este înlocuit cu „ $\vdash \emptyset$ ”).

**Exemplul 12.** Exemplu de bază informațională și câteva elemente în fiecare mulțime de argumente. Fie  $\Delta = \{\alpha, \neg\alpha\}$ . Atunci  $(\{\alpha, \neg\alpha\}, \alpha \vee \neg\alpha) \in A_n(\Delta)$ ,  $(\{\alpha\}, \alpha) \in A\exists(\Delta)$ ,  $(\{\alpha\}, \alpha \vee \beta) \in AR(\Delta)$ , dacă  $\beta \neq \alpha$ ,  $(\{\}, \alpha \vee \neg\alpha) \in A\forall(\Delta)$ . Mai mult,  $A\forall(\Delta) = AF(\Delta) = AB(\Delta) = ARU(\Delta) = AU(\Delta) = AT(\Delta)$ .

**Exemplul 13.** Considerăm  $\Delta = \{\neg\alpha \wedge \beta, \alpha \wedge \beta\}$ . Atunci pentru  $\Pi = \{\alpha \wedge \beta\}$ ,  $(\Pi, \beta) \in A\exists(\Delta)$ ,  $(\Pi, \beta) \in AR(\Delta)$ , și  $(\Pi, \beta) \in A\forall(\Delta)$ . Dar nu există un  $\Pi \subseteq \Delta$  astfel încât  $(\Pi, \beta) \in AU(\Delta)$ ,  $(\Pi, \beta) \in ARU(\Delta)$ ,  $(\Pi, \beta) \in AB(\Delta)$ , sau  $(\Pi, \beta) \in AF(\Delta)$ .

**Propoziția 21** (Elvang-Goransson și Hunter, 1995).

$$AT(\Delta) \subseteq AF(\Delta) = AB(\Delta) = ARU(\Delta) = AU(\Delta) \subseteq A\forall(\Delta) \subseteq AR(\Delta) \subseteq A\exists(\Delta) \subseteq A_n(\Delta)$$

În diagrama din figura 3 sunt prezentate rezultatele. Principala caracteristică este că  $A^*$  are o structură liniară și că există o echivalență a lui  $AF, AB, ARU$  și  $AU$ .

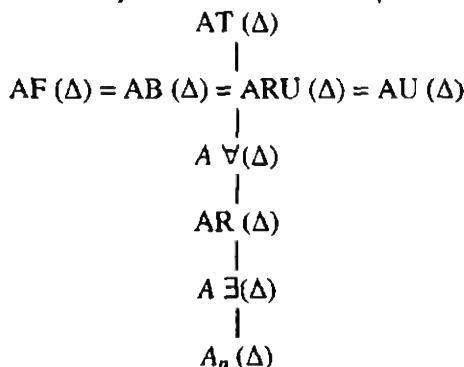


Fig. 3. Ordinca parțială în  $A^*$  indusă de  $\subseteq$ .

## 6.1. Logicile argumentative induse de $A^*$

Fiecare mulțime de argumente din  $A^*$  induce o relație de consecință. În continuare vom nota cu „ $x$ ” un membru arbitrar al sufixelor „ $T, F, B, RU, U, \forall, R, \exists, n$ ”.

**Definiția 30.** O închidere față de relația de consecință pentru orice structură de argumente este notată  $C_x$ , unde  $x \in \{T, F, B, RU, U, \forall, R, \exists, n\}$  și este definită astfel:

$$C_x(\Delta) = \{\emptyset \mid \exists \Pi \subseteq (\Pi, \emptyset) \in A_x(\Delta)\}$$

O relație de consecință, notată  $\vdash_x$  poate fi generată din închiderea consecinței așa cum era de așteptat.



$\Delta \vdash_x \emptyset$ , dacă și numai dacă  $\emptyset \in C_x(\Delta)$ .

Deși,  $\vdash_n$  este o implicație clasică, noi continuăm să ometem indicele.

**Propoziția 22** (Elvang-Goransson și Hunter, 1995).

$$\begin{aligned} CT(\Delta) \subseteq CF(\Delta) = CB(\Delta) = CRU(\Delta) = \\ = CU(\Delta) \subseteq C\forall(\Delta) \subseteq CR(\Delta) \subseteq C\exists(\Delta) \subseteq C_n(\Delta). \end{aligned}$$

În tabelul 4, sunt rezumate proprietățile relației de consecință argumentative. (Elvang-Goransson și Hunter, 1995). Condițiile mai slabe în  $C\exists$  și  $CR$  permit câteva din axiomele clasice ale relațiilor de consecință pentru a susține, cum ar fi: echivalența logică la stânga, implicația la dreapta, dar altele, cum ar fi: tăietura, proprietățile conjuncției și proprietățile disjuncției, eșuează. În contrast cu cele mai multe definiții restrictive pentru  $C\forall$ ,  $CU$ ,  $CRU$ ,  $CB$  și  $CF$ , monotonicitatea eșuează, dar tăietura și proprietățile conjuncției sunt prezervate. Un număr de proprietăți reușesc pentru toate aceste relații de consecință cum ar fi, echivalența logică de stânga, implicația la dreapta și condiționalizarea, chiar dacă anumite proprietăți eșuează pentru toate (cu excepția relațiilor de consecință  $C_n$ ) cum ar fi supraclasicalitatea și deducția.

Tabelul 4

Rezumatul proprietăților

| Proprietăți                  | $C_n$ | $C\exists$ | $CR$ | $C\forall$ | $CU$ | $CT$ |
|------------------------------|-------|------------|------|------------|------|------|
| Supraclasicalitatea          | •     | ○          | ○    | ○          | ○    | ○    |
| Reflexivitatea               | •     | ○          | ○    | ○          | ○    | ○    |
| Echivalența logică la stânga | •     | •          | •    | •          | •    | •    |
| Implicația la dreapta        | •     | •          | •    | •          | •    | •    |
| Conjuncția                   | •     | ○          | ○    | •          | •    | •    |
| Monotonicitatea rațională    | •     | •          | ○    | ○          | ○    | •    |
| Monotonicitatea slabă        | •     | •          | ○    | •          | •    | •    |
| Monotonicitatea              | •     | •          | ○    | ○          | ○    | •    |
| Tăietura                     | •     | ○          | ○    | •          | •    | •    |
| Consevară consistenței       | •     | •          | •    | •          | •    | •    |
| Condiționarea                | •     | •          | •    | •          | •    | •    |
| Deducția                     | •     | ○          | ○    | ○          | ○    | ○    |
| Disjuncția                   | •     | ○          | ○    | •          | ○    | •    |

• pentru succes și ○ pentru eșec.

De notat este cum totuși o proprietate poate eșua pentru relația de consecință, iar restricțiile acceptabilității argumentelor pot cauza proprietăți de susținere. De exemplu, proprietățile conjuncției, monotonicitatea slabă și tăietura

eșuează pentru CR, dar se susțin în  $\text{C}\exists$ . Pentru proprietățile disjuncției creșterea restricțiilor acceptabilității cauzează eșecul pentru  $\text{C}\exists$  și CR, succesul pentru  $\text{C}\forall$ , iar apoi eșecul pentru CU.

Logicile argumentative sunt, într-un sens cheie, mult mai restrictive decât alte logici paraconsistente considerate în acest capitol: dacă o pereche de formule sunt mutual inconsistente, atunci nici una din aceste logici argumentative nu va deriva vreo consecință din conjuncția celor două formule. Acesta nu este cazul nici al logicii slab negative, nici al celei tetravalente sau cvasi-clasice. Totuși, următoarele rezultate arată că logicile argumentative oferă alternative folositoare altor logici paraconsistente decât celor pe care le-am considerat.

**Propoziția 23** (Hunter, 1996b). Pentru orice  $x \in \text{T, F, B, RU, U, } \forall, \text{R, } \exists$  relația de consecință  $\vdash_x$  nu este pură și nici trivializabilă.

**Propoziția 24** (Hunter, 1996b). Pentru orice  $\Delta \in \wp(\mathcal{L})$ , fie  $C_\omega(\Delta)$  mulțimea consecințelor  $C_\omega$  din  $\Delta$  și  $C_x(\Delta)$  mulțimea consecințelor din  $\Delta$  prin relația de consecință  $\vdash_x$ . Rezultă:  $C_x(\Delta) \not\subseteq C_\omega(\Delta)$  și  $C_\omega(\Delta) \not\subseteq C_x(\Delta)$ .

**Propoziția 25** (Hunter, 1996b). Pentru  $\Delta \in \wp(\mathcal{Q})$ , fie  $\text{CFV}(\Delta)$  mulțimea consecințelor FV din  $\Delta$  și  $C_x(\Delta)$  mulțimea consecințelor din  $\Delta$  printr-o relație de consecință  $x$ . Rezultă:  $C_x(\Delta) \not\subseteq \text{CFV}(\Delta)$  și  $\text{CFV}(\Delta) \not\subseteq C_x(\Delta)$ .

**Propoziția 26** (Hunter, 1996b). Pentru  $\Delta \in \wp(\mathcal{L})$ , fie  $\text{CQ}(\Delta)$  mulțimea de consecințe QC din  $\Delta$  și  $C_x(\Delta)$  o mulțime de consecințe din  $\Delta$  printr-o relație de consecință  $x$ . Rezultă  $C_x(\Delta) \not\subseteq \text{CQ}(\Delta)$  și  $\text{CQ}(\Delta) \subseteq C_x(\Delta)$ .

Propozițiile de mai sus urmează din tautologiile clasice din mulțimea vidă care nu este derivabilă în logica QC. Totuși, dacă noi excludem considerația asupra acestor tautologii, vom vedea că logica QC este mai puternică decât relația de consecință  $\text{C}\exists$ .

## 6.2. Aplicabilitatea logicilor argumentative

Conceptul de structură argumentativă, împreună cu noțiunile de argument și acceptabilitate, reprezintă o schemă de conveniență pentru dezvoltarea instrumentelor gândirii critice. Deși ele se bazează pe definiții simple de argumentare și acceptabilitate, conceptele prezintă multe posibilități pentru viitoare nuanțări. Rămâne de văzut dacă este o taxonomie generală a structurilor argumentative, cum este cea sugerată de Pinkas și Loui (1992), și a proprietăților universale ale logicilor pe care ei le deduc.

Există, de asemenea, și alte sisteme de argumente care au fost propuse, inclusiv cele ale lui Vreeswijk (1991), Prakken (1993) și Simari și Loui (1992). Ele

diferă de logicile argumentative prin aceea că se concentrează asupra gândirii defensive: ei încorporează defensivul, sau lipsa, conectate în limbajul lor, împreună cu mecanismul asociat.

O altă abordare a acceptabilității argumentelor este dată de Dung (1993). Această abordare presupune o mulțime de argumente și o relație binară a atacurilor între perechi de submulțimi de argumente. O ierarhie a argumentelor este definită în termenii atacurilor relative „pentru“ și „împotriva“ fiecărui argument în fiecare submulțime de argumente. În acest fel, de exemplu, plauzibilitatea argumentului poate fi apărată de un alt argument din aceeași submulțime.

## 7. Discuție

Logicile paraconsistente permit extragerea de concluzii utile din informații. Ele sunt tari, în sensul că aceste concluzii sunt „rezonabile“ relativ la informații. Nu se pune problema obligației de a rezolva inconsistența, logicile funcționând satisfăcător fără a ține seama de inconsistența care rămâne. Aceste logici ne dau indicii despre sursa inconsistenței, ridicându-se la puterea deductivă a logicilor consistente.

Din păcate, logicile paraconsistente doar localizează inconsistența. Ele nu oferă strategii de a rezolva inconsistența. În contrast, multe abordări forțează consistența fără a ține cont de contextul în care a fost folosită informația. Diferitele sisteme (Kleer, 1986; Doyle, 1979) și teoria revizuirii opiniei (Gärdenfors, 1988) asigură consistența prin respingerea formulelor care sunt găsite inconsistente. În mod similar, Fagin ș.a. (1983) propun amendarea bazei informaționale când inconsistența este găsită în timpul procesului de actualizare. Chiar mai restrictivă este folosirea constrângerilor în baza informațională care interzice informațiile inconsistente chiar înscrise în baza informațională.

Activitățile intelectuale implică, de obicei, gândirea în diferite perspective. De exemplu, fie negocierea, învățarea sau unirea multiplelor opinii. Pentru acestea, susținerea consistenței absolute nu este posibilă întotdeauna. Adesea nici măcar nu este dezirabil de când aceasta poate constrânge activitățile intelectuale fără a fi necesar și poate începe prin a pierde informații importante. Într-adevăr, de când lumea reală ne forțează să lucrăm cu inconsistențe, ar trebui să formalizăm o parte din modurile informale uzuale și extralogice de a le răspunde acestor inconsistențe. Acest lucru nu se face neapărat eradicând inconsistențele, ci mai degrabă suplinind regulile logice, specificând cum ar trebui să acționăm asupra lor (Gabbay și Hunter, 1991; Gabbay și Hunter, 1993a).

În acest capitol am restrâns considerațiile la un limbaj clasic fără conectori în plus sau alte notații. Totuși, au avut loc o mulțime de propuneri interesante pentru gândirea cu informații inconsistente care extind limbajul. Acestea includ extinderea limbajului cu notații și semne, conectori absenți și anulabili și operatori

modali. Lăsând la o parte multe discuții detaliate privind folosirea operatorilor anulanabili, absenți și modali putem concluziona următoarele idei.

În raționarea uzuală formula la nivelul obiectului poate reprezenta multe tipuri de informație utilă. Totuși, este posibilă sporirea sintacticii informației prin semantica sau metanivelul informației așa cum este propus de Gabbay în *Sistemele deductive etichetate* (Gabbay, 1993). Pentru o formulă  $\alpha$ , această sporire poate permite o expresie clară a informațiilor suplimentare cum ar fi:

- siguranța ambiguă a lui  $\alpha$ ;
- originea lui  $\alpha$ ;
- prioritatea lui  $\alpha$ ;
- timpul când  $\alpha$  se susține;
- lumile posibile unde  $\alpha$  se susține;
- demonstrarea lui  $\alpha$ , de exemplu: adevărul susține sistemele.

Informațiile suplimentare conținute în acest gen de sporire sunt folosite de logică pentru a afecta consecințele gândirii. Informațiile suplimentare se pot reprezenta printr-o formulă  $\alpha$  printr-o notificare  $i$ , și în continuare ca  $i : \alpha$ , unde notificația este întotdeauna juxtapusă formulei.

Utilizând notificarea, se poate generaliza noțiunea de bază informațională. Dacă o formulă  $i : \alpha$  este într-o bază informațională  $\Delta$ , atunci nu este necesar să afirmăm că  $i : \alpha$  este „adevărat”. Sensul desemnat lui  $\alpha$  este în parte dependent de notificare. De exemplu,  $i$  poate desemna faptul că  $\alpha$  a fost „adevărat” ieri, dar nu neapărat și azi, sau  $i$  – ar putea desemna că  $\alpha$  este „adevărat” dacă nu există o formulă  $k : \beta$  astfel încât  $k$  să îi fie preferat lui  $i$ . În acest mod, noi doar gândim cu submulțimi ale informațiilor noastre care sunt de fapt „adevărate”.

Astfel de limbaje, de exemplu cel al lui Gabbay și Hunter (1993b), implică notificarea unică a informațiilor și amendarea regulilor demonstrării în cazul reproducerii etichetelor: Consecventul fiecărei reguli de demonstrare are o notificare care este o funcție a notării premiselor. În acest mod, orice inferență logică este notificată cu informarea despre informațiile și regulile de demonstrare folosite pentru a le deriva. Aceasta înseamnă că putem urmări informațiile folosite în gândire rezultând analize incoerențelor așa cum reiese. Se pot identifica sursele posibile ale problemei și se pot folosi pentru a sugera acțiuni apropiate (Hunter și Nuseibeh, 1995).

Există o mulțime de încercări de a acomoda informațiile inconsistente într-o bază informațională prin notificare. Putem vedea ideile adevărului susținut în acest mod (Fehrer, 1993). Deși, Balzer (Balzer, 1991) care sugerează „păzirea” de informațiile inconsistente pentru a minimaliza ramificațiile negative și pentru a atenționa utilizatorul incoerenței, și Naqvi și Rossi (1990) susțin că informația inconsistentă este permisă pentru a introduce baza informațională, dar timpul și

informația sunt înregistrate, iar informația mai nouă va lua locul informației anterioare rezolvând inconsistența.

În final, prioritățile au fost folosite într-o mulțime de feluri în tratarea inconsistenței (Benferhat, Dubois și Prade, 1995) și a problemei înrudite a non-monotonicității raționării. Aceasta include folosirea specificității (Poole, 1985), ordonarea teoriei prezentărilor (Ryan, 1992) și prioritatea sintaxei de bază rezultate (Benferhat ș.a., 1993).

## Bibliografie

- [1] ANDERSON, A., BELNAP, N. – *Entailment: The Logic of Relevance and Necessity*. Princeton University Press, 1975.
- [2] ARRUDA, A. – *On the imaginary logic of NA Vasilev*. In A. Arruda, N. da Costa, and R. Chuaqui, editors, *Non-classical logics, model theory and computability*. North Holland, 1977.
- [3] BALZER, R. – „Tolerating inconsistency”. In *Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Conference on Software Engineering*, pp. 158–165. IEEE Press, 1991.
- [4] BATENS, D. – „Paraconsistent extensional propositional logics”. *Logique et Analyse*, 90–91: pp.195–234, 1980.
- [5] BENFERHAT, S., CAYROI, C., DUBOIS, D., LANG, J., PRADE, H. – „Inconsistency management and prioritized syntax-based entailment”. In *Proceedings of the Thirteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence*. Morgan Kaufman, 1993.
- [6] BESNARD, PH., FARINAS DEL CERRO, L., GABBAY, D., HUNTER, A. – *Logical handling of default and inconsistent information*. In Ph Smets and A Motro, editors, *Uncertainty management in information systems*. Kluwer, 1995.
- [7] BENFERHAT, S., DUBOIS, D., PRADE, H. – „Argumentative inference in uncertain and inconsistent knowledge bases”. In *Proceedings of Uncertainty in Artificial Intelligence*, pp. 1449–1445. Morgan Kaufman, 1993.
- [8] BENFERHAT, S., DUBOIS, D., PRADE, H. – „A logical approach to reasoning under inconsistency in stratified knowledge bases”. In *Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning and Uncertainty*, volume 956 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 36–43. Springer, 1995.
- [9] BELNAP, N. – *A useful four-valued logic*. In G. Epstein, editor, *Modern Uses of Multiple-valued Logic*, pp. 8–37. Reidel, 1997.
- [10] BESNARD, PH. – *Paraconsistent logic approach to knowledge representation*. In M. de Glas and D. Gabbay, editors, *Proceedings of the First World Conference on Fundamentals of Artificial Intelligence*. Angkor, 1991.
- [11] BESNARD, PH., A. HUNTER – *Quasi-classical logic: Non-trivializable classical reasoning from inconsistent information*. In C. Froidevaux and J. Kohlas, editors, *Symbolic and Quantitative Approaches to Uncertainty*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, 1995.
- [12] CARNIELLI, W., FARINAS DEL CERRO, L., LIMA-MARQUES, M. – *Contextual negation and reasoning with contradiction*. In *Proceedings of the Eleventh International Conference on Artificial Intelligence*. Morgan Kaufman, 1991.
- [13] CARNIELLI, W., LIMA-MARQUES, M. – „Reasoning under inconsistent knowledge”. *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 2:49–79, 1992.
- [14] DA COSTA, N. C. – „On the theory of inconsistent formal systems”. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 15: 497–510, 1974.
- [15] DOYLE, J. – „A Truth maintenance system”. *Artificial Intelligence*, 12: 231–272. 1979.
- [16] DUNG, P. – „The acceptability of arguments and its fundamental role in non-monotonic reasoning and logic programming”. In *Proceedings of the Thirteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pp. 852–857, 1993.

- [17] ELVANG-GORANSON, M., HUNTER, A. – „Argumentative logics: Reasoning from classically inconsistent information“. In *Data and Knowledge Engineering*, 16, 1995.
- [18] FEHRER, D. – *A unifying framework for reason maintenance*. In M. Clarke, R. Kruse, and S. Moral, editors, *Symbolic and Qualitative Approaches to Reasoning and Uncertainty (EC-AQARU'93)*, volume 747 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 113–120, Springer, 1993.
- [19] FINKELSTEIN, A., GABBAY, D., HUNTER, A., KRAMER, J., NUSEIBEH, B. – „Inconsistency handling in multi-perspective specifications“. *Transactions on Software Engineering*, 20 (8): 569–578, 1994.
- [20] FAGIN, R., ULMAN, J., VARDI, M. – „On the semantics of updates in databases“. In *Proceedings of the Second Annual Association of Computing Machinery Symposium on Principles of Database Systems*. ACM Press, 1983.
- [21] GABBAY, D. – *Theoretical foundations of non-monotonic reasoning in expert systems*. In K. Apt, editor, *Logics and Models of Concurrent Systems*. Springer, 1985.
- [22] GABBAY, D. – *Labelled deductive systems: A position paper*. In J. Oikkonen and J. Vaananen, editors, *Proceedings of the Logic Colloquium'90*, volume 2 of *Lecture Notes on Logic*. Springer, 1993.
- [23] GÄRDENFORS, P. – *Knowledge in Flux*. MIT Press, 1988.
- [24] GABBAY, D., HUNTER, A. – *Making inconsistency respectable 1: A position paper*. In Ph. Jorrand and J. Keleman, editors, *Fundamentals of Artificial Intelligence Research*, volume 535 of *Lecture Notes of Artificial Intelligence*. Springer, 1991.
- [25] GABBAY, D., HUNTER, A. – *Making inconsistency respectable 2: Meta-level handling of inconsistent data*. In M. Clarke, R. Kruse, and S. Moral, editors, *Symbolic and Qualitative Approaches to Reasoning and Uncertainty (ECSQARU'93)*, volume 747 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 129–136. Springer, 1993.
- [26] GABBAY, D., HUNTER, A. – *Restricted access logics for inconsistent information*. In M. Clarke, R. Kruse, and S. Moral, editors, *Symbolic and Qualitative Approaches to Reasoning and Uncertainty (ECSQARU'93)*, volume 747 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 137–144. Springer, 1993.
- [27] GÄRDENFORS, P., MAKINSON, D. – „Non-monotonic inference based on expectations“. *Artificial Intelligence*, 65: 197–246. 1993.
- [28] HUNTER, A., NUSEIBEH, B. – *Managing inconsistent specifications: Reasoning, analysis, and action*. Technical report, Department of Computing, Imperial College, London, 1995.
- [29] HUNTER, A. – *Reasoning with inconsistent information using quasi-classical logic*. Technical report, Department of Computing, Imperial College, London, 1996.
- [30] HUNTER, A. – *Some results on paraconsistent logics*. Technical report, Department of Computing, Imperial College, London, 1995.
- [31] DE KLEER, J. – „An assumption-based TSM“. *Artificial Intelligence*, 28:127–162, 1986.
- [32] MANOR, R., RESCHER, N. – „On inferences from inconsistent information“. *Theory of Decision*, 1: 179–219, 1970.
- [33] MARTIN, J., SHAPIRO, S. – „A model of belief revision“. *Artificial Intelligence*, 35: 25–79, 1988.
- [34] NAQVI, S., ROSSI, F. – *Reasoning in inconsistent databases*. In *Logic Programming: Proceedings of the North American Conference*. MIT Press, 1990.
- [35] PINKAS, G., LOUI, R. – *Reasoning from inconsistency: A taxonomy of principles for resolving conflict*. In *Principles of Knowledge Representation and Reasoning: Proceedings of the Third International Conference*. Morgan Kaufman, 1992.
- [36] POOLE, D. – „A logical framework for default reasoning“. *Artificial Intelligence*, 36: 27–47, 1985.
- [37] PARKKEN, H. – „An argumentation framework in default logic“. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 9, 1993.
- [38] RAGGIO, A. – *A proof-theoretic analysis of da Costa's C<sub>ω</sub>*. In A. Arrunda, N. C. da Costa and R. Chuaqui, eds., *Mathematical Logic: Proceedings of the First Brazilian Conference*. Marcel Defalnes, 1978.
- [39] RYAN, M. – „Representing defaults as sentences with reduced priority“. In *Principles of Knowledge Representation and Reasoning: Proceedings of the Third International Conference*. Morgan Kaufman, 1992.

- [40] SIMARI, G., LOUI, R. – „A mathematical treatment of defeasible reasoning and its implementation“. *Artificial Intelligence*, 53: 125–157, 1992.
- [41] VREESWIJK, G. – *Abstract argumentation systems*. In M. De Glas și D. Gabbay, eds. *Proceedings of the First World Conference on Fundamentals of Artificial Intelligence*. Angkor, 1991.

### ***Mulțumiri***

*Lucrarea de față a fost susținută parțial de proiectul ESPRIT BRA DRUMS2 și proiectul ESPSRC VOIALA. Se cuvin mulțumiri lui Salem Benferhat și Torsten Schaub pentru lectura unei schițe mai timpurii a acestui capitol.*



# Cum îți construiești propria logică paraconsistentă.

## O introducere în logicile (in)consistenței formale<sup>1</sup>

Walter A. CARNIELLI

*Doi călugări aveau o dispută cu privire la flamura care flutura în vânt. Unul a spus: „Flamura se mișcă”. Celălalt a spus: „Vântul se mișcă”. Hui Neng a spus: „Nici flamura, nici vântul. Mintea ta este cea care se mișcă”.*

### Abstract

The logics of formal inconsistency (LFIs) are logics that allow to explicitly formalize the concepts of consistency and inconsistency by means of formulas of their language. Contradictoriness, on the other hand, can always be expressed in any logic, provided its language includes a symbol for negation. Besides being able to represent the distinction between contradiction and inconsistency, LFIs are non-explosive logics, in the sense that a contradiction does not entail arbitrary statements, but yet are gently explosive, in the sense that, adjoining the additional requirement of consistency, then contradictoriness does cause explosion. Several logics can be seen as LFIs, among them the great majority of paraconsistent logics developed under the Brazilian tradition, as well as the systems developed under the Polish tradition. We present here their semantical interpretations by way of possible-translations semantics, stressing their significance and applications to human reasoning and machine reasoning. We also give tableaux systems for some important LFIs: bC, Ci and LFI1.

Logicile inconsistenței formale (LFI-urile)<sup>2</sup> sunt logici care permit să se formalizeze explicit conceptele de consistență și inconsistență cu ajutorul formulelor limbajului acestora. Contradictorialitatea, pe de altă parte, poate întotdeauna să fie exprimată în orice logică, cu condiția ca limbajul său să includă un simbol pentru negație. Pe lângă capacitatea de a reprezenta distincția dintre contradicție și inconsistență, LFI-urile sunt logici non-explozive, în sensul că o

<sup>1</sup> Carnielli, W. A., *How to build your own paraconsistent logic: an introduction to the Logics of Formal (In)Consistency*, Brazil, Unicamp, articol prezentat în cadrul WoPaLo-Workshop on Paraconsistent Logic la European Summer School in Logic, Language and Information, Trento, Italia, 2002 și apărut în CLE e-Prints Vol. 2(7), 2002 (Section Logic), URL = [http://www.cle.unicamp.br/e-prints/abstract\\_16.html](http://www.cle.unicamp.br/e-prints/abstract_16.html). Traducere de Dumitru Gheorghiu. (N.T.)

<sup>2</sup> În versiunea în limba română apar unele modificări față de original, ca urmare a unor îmbunătățiri pe care autorul a avut amabilitatea să mi le comunice. (N.T.)

<sup>3</sup> Păstrăm în continuare abrevierile autorului după denumirile din limba engleză ale sistemelor logice, precum și ale unor principii, reguli și axiome. (N.T.)



contradicție nu implică enunțuri oarecare, dar sunt totuși ușor explozive, în sensul că, adăugând cerința suplimentară a consistenței, contradictorialitatea cauzează explozia. Mai multe logici pot fi considerate ca LFI-uri, printre acestea marea majoritate a logicilor paraconsistente dezvoltate în tradiția braziliană, ca și sistemele dezvoltate în tradiția poloneză. În cele ce urmează sunt prezentate interpretările semantice ale acestora prin intermediul semanticii traducerilor-posibile, accentuând asupra semnificației și aplicațiilor lor la raționarea umană și la raționarea automată. Dăm, de asemenea, sisteme de tablouri semantice pentru câteva LFI-uri importante: bC, Ci și LFI1.

**Termeni-cheie:** *contradicție, inconsistență, consistență, paraconsistență, tablouri semantice.*

## 1. Internalizând consistența și paraconsistența

Este universal recunoscut faptul că, în activitățile de inginerie a cunoașterii și de administrare a bazelor de date, informația inconsistentă este regula, mai curând decât excepția; contradicțiile sunt probabil inevitabile în teoriile noastre formale. Totuși, acest fapt nu reprezintă în mod necesar un neajuns; teoriile inconsistente pot fi îndeajuns de *informative* și este de dorit să învățăm să *raționăm* în mod judicios pornind de la acestea. Primul exemplu izbitor este dat de demonstrațiile obișnuite prin *reductio ad absurdum*, în care pornești de la o premisă îndoielnică  $P$  și ești foarte mulțumit să ajungi la o contradicție: această contradicție te informează că  $P$  nu era corectă, iar un pas următor rezolvă problema, permițându-ți să deduci  $\neg P$ . Ce faci, de fapt, într-o astfel de întrebuintare a lui *reductio*? Începi prin a presupune  $P$  și atunci când găsești o contradicție, treci la descărcarea supoziției, luând întreaga deducție ca o demonstrație a lui  $\neg P$ . Nu este nici o contradicție între  $P$  și  $\neg P$ , deoarece ai dedus  $\neg P$  după ce ai descărcat  $P$ , dar a fost un moment în care ai avut o contradicție la îndemână și ai decis să o folosești în mod strategic pentru a descărca ipoteza îndoielnică  $P$ , în loc de a deduce orice! Aceasta arată într-un mod clar că „logica găsirii demonstrațiilor” nu poate fi logica clasică, deoarece altfel ar fi trebuit să deduci orice dintr-o demonstrație reușită prin *reductio ad absurdum*.

Contradicțiile sunt îndeajuns de informative și în afara logicii și a matematicii. Să considerăm, de exemplu, o situație în care, în cursul unei investigații, pui două persoane să răspundă la o întrebare de tip „da-nu”, cum este „Ați fost amândoi plecați din oraș când s-a comis crima?”, încât ceea ce se va obține va fi exact unul dintre următoarele rezultate posibile: ambii ar putea răspunde „da”, ambii ar putea răspunde „nu” sau unul dintre ei ar putea răspunde „da”, în timp ce celălalt răspunde „nu”. Acum, se întâmplă că doar în *ultimul*

scenariu, în care apare o inconsistență, ești sigur că ai primit informație greșită de la una dintre surse!

Problema este că logica clasică (și extensiile logicii clasice, cum sunt logicile modale, și chiar fragmente ale acesteia, cum este logica intuiționistă), după cum este bine cunoscut, nu rezistă în fața contradicțiilor, deoarece orice teorie clasică explodează în prezența contradicțiilor, în sensul că toate propozițiile apar a fi atunci deductibile. În termeni mai formali, dată fiind o logică al cărei limbaj include un simbol  $\neg$  pentru negație, să numim o teorie *contradictorie* în această logică dacă derivă  $A$  și negația sa  $\neg A$  pentru o formulă  $A$ , să numim o teorie *trivială* dacă orice formulă  $B$  poate fi derivată din aceasta (în logica subiacentă) și în cele din urmă să numim o teorie *explozivă* dacă suplimentarea sa cu orice pereche de propoziții contradictorii  $A$  și  $\neg A$  este suficientă pentru a o face trivială. Logica subiacentă va fi numită *contradictorie*, *trivială* sau *explozivă* dacă toate teoriile acesteia sunt, respectiv, contradictorii, triviale sau explozive. Este clar că orice teorie (sau logică) trivială va fi și contradictorie (dacă orice este derivabil dintr-o teorie, în particular vor fi derivabile toate perechile de formule de forma  $A$  și  $\neg A$ ). Înăuntrul logicii clasice și a celei intuiționiste și, într-un mod general, înăuntrul a ceea ce numim logici explozive, teoriile contradictorii și cele triviale pur și simplu coincid, în virtutea caracterului exploziv al acestora, dacă logica satisface unele cerințe specifice (condițiile tarskiene), așa cum se explică mai jos.

Au fost atunci propuse *logici paraconsistente* pentru a fi logicile care să fundamenteze acele teorii contradictorii, dar non-triviale, prin intermediul slăbirii sau anulării caracterului exploziv al acestor teorii. Astfel, paraconsistența furnizează o distincție netă între noțiunile logice de *contradictorialitate*, *explozivitate* și *trivialitate*. Aceasta este prima cale către paraconsistență: dacă nu sunt contradicții prin preajmă, atunci totul este sub control (odată ce suntem într-un mediu consistent), dar dacă apar contradicțiile, ceea ce trebuie să controlăm este caracterul *exploziv* al logicii noastre subiacente.

Dar paraconsistența permite, de asemenea, să distingem între noțiunile logice de *inconsistență* și *contradictorialitate* într-un mod pur abstract. În literatură au fost propuse distincții între noțiunile de teorii *paradoxale* și teorii *antinomice*, cele paradoxale fiind identificate cu acele teorii în care inconsistențele pot să apară fără să conducă în mod necesar la trivializare, iar cele antinomice fiind identificate cu acele teorii în care orice contradicție care apare se dovedește a fi catastrofală, ca în cazul antinomiei lui Russell din teoria naivă a mulțimilor.

Primele calcule paraconsistente au fost propuse independent de Newton C.A. da Costa [14] și Jaśkowski [20] și sunt legate, de asemenea, și de ideile lui D. Nelson despre falsitatea constructibilă (ca o simetrizare sau dualizare a negației intuiționiste) din [23]. Aparatul formal al sistemelor lui da Costa este bazat pe ideea conform căreia „consistența” (sau ceea ce el numea „comportamentul docil” (*well-behavior*) al unei formule date este o condiție suficientă pentru a garanta caracterul său exploziv și conform căreia aceasta se poate reprezenta printr-o altă formulă a logicii subiacente (pentru primul său calcul,  $C_1$ , el alegea să reprezinte consistența unei formule  $A$  prin formula

$\neg(A \wedge \neg A)$  și se referea la această ultimă formulă ca fiind interpretabilă intuitiv ca „nu este cazul că atât  $A$ , cât și  $\neg A$  sunt adevărate“). Propunerea noastră, inspirată de ideea lui da Costa, este exact aceea de a introduce consistența ca o *noțiune primitivă* a logicilor noastre: logicile paraconsistente care internalizează noțiunea de consistență (introducând astfel consistența la nivelul limbajului-obiect și nu ca un concept metamatematic) vor fi numite *logici ale inconsistenței formale* (LFI-uri). Dată fiind o logică  $L$ -consistentă, se va spune că LFI-urile care extind baza pozitivă a  $L$  și au conectori în limbajul acestora pentru a exprima consistența sau inconsistența constituie *C-sisteme bazate pe  $L$* . Principala noastră contribuție este aceea de a studia o clasă largă de C-sisteme bazate pe logica clasică (între care calculele  $C_n$ ,  $0 \leq n < \omega$  nu vor fi decât exemple foarte particulare).

Internalizarea consistenței în logicile noastre va fi realizată prin adăugarea unui conector monadic „ $\circ$ “ ce exprimă consistența (și a unui alt conector „ $\bullet$ “ ce exprimă inconsistența), pe baza următoarei supoziții: *consistența* este exact ceea ce face ca o teorie să devină trivială atunci când este expusă la o contradicție<sup>3</sup>. Consistența poate fi privită ca un *element ideal*, aproape în același fel în care numerele complexe (imaginare) pot fi utilizate în calcul: atât noțiunea formală de consistență, cât și  $i = \sqrt{-1}$  sunt elemente *ideale* care fac posibile noi calcule. Ideea nu este aceea de *a valida orice falsitate*, ci aceea de *a extinde noțiunea de adevăr* [4]. Astfel, pe scurt, liniile directe fundamentale din spatele LFI-urilor sunt următoarele:

**LD1** Trivialitatea implică contradictorialitatea (dacă avem, ca de obicei, un simbol pentru negație);

**LD2** Contradictorialitatea implică inconsistența (sau, mai precis, contradictorialitatea implică „non-consistența“, întrucât consistența și inconsistența nu sunt în mod necesar duale, după cum vom vedea);

**LD3** Contradictorialitatea *plus* consistența implică trivialitatea.

În acest fel, introducem de fapt o definiție nouă și rafinată a consistenței, care se va aplica la o clasă largă de logici: consistența are aici o aromă „constructivă“: non-contradictorialitatea va fi pentru noi o condiție necesară pentru a demonstra consistența, dar nu va mai fi și *suficientă*. În cazul logicilor explozive, desigur, conceptele de non-contradictorialitate și non-trivialitate vor coincide, astfel că non-contradictorialitatea și consistența sunt, de asemenea, de identificat.

<sup>3</sup> Supoziția noastră este compatibilă cu intuiția lui Jaśkowski, [20; p. 144]: „în unele cazuri, avem de-a face cu un sistem de ipoteze care, *dacă sunt supuse unei analize prea consistente*, conduc la o contradicție internă sau la o contradicție cu o anumită lege acceptată, dar pe care le folosim într-un mod limitat în așa fel încât să nu producă o falsitate auto-evidentă“.

Putem identifica trei (meta)principii filosofice fundamentale ce guvernează sistemele logice în general:

1) **Principiul lui Pseudo-Scotus (PPS)**, cunoscut și ca *ex contradictio sequitur quodlibet* (numit de unii logicieni contemporani și *principiul exploziei*), care enunță că din orice teorie expusă la o pereche de enunțuri contradictorii  $A$  și  $\neg A$  derivă orice alt enunț  $B$ , astfel că teoria se dovedește a fi *trivială*;

2) **Principiul non-contradicției (PNC)**, care enunță că există teorii din care nu sunt derivabile astfel de contradicții; și

3) **Principiul non-trivialității (PNT)**, care enunță că există cel puțin o teorie și o propoziție  $B$  astfel încât  $B$  nu este derivabilă din această teorie.

Se spune că o teorie  $\Gamma$  este *ușor explozivă* atunci când există întotdeauna un mod de a exprima consistența unei formule date  $A$  cu ajutorul unor formule care depind cel mult de  $A$ . O logică ușor explozivă este exact o logică ce are doar teorii ușor explozive și putem să formulăm acum o „versiune ușoară” a PPS pentru o logică dată  $L$ , afirmând că această logică trebuie să fie ușor explozivă. Logicile paraconsistente ușor explozive sunt exact acele logici pe care le-am numit mai sus **LFI**-uri, logicile inconsistenței formale. În logicile pe care le vom studia în acest articol, vom presupune în general că, pentru fiecare formulă  $A$ , consistența poate fi exprimată prin operatori aflați deja la nivelul obiect (i.e. lingvistic) al acestor logici, notați prin  $\circ A$ , unde „ $\circ$ ” este „conectorul consistenței”. C-sistemele (având aici întotdeauna logica clasică drept fundal), vor fi **LFI**-uri particulare.

Există diferite alte forme de explozie, cum sunt:

1) *explozia parțială*, care nu trivializează întreaga logică, ci doar o parte a sa (de exemplu, ca atunci când o contradicție nu demonstrează orice formulă, dar demonstrează orice formulă *negată*, așa cum apare în cazul logicii intuiționiste minimale, **MIL**, a lui Kolmogorov & Johanson [21], în care, pentru orice  $\Gamma$ ,  $A$  și  $B$ , avem  $\Gamma, A, \neg A \vdash \neg B$ , deși nu este cazul că, în general,  $\Gamma, A, \neg A \vdash B$ ;

2) *explozia ex falso*, care asertează că trebuie să existe un element în logică astfel încât din acel element să decurgă orice (un fel de *particulă falsum* sau *minimală*);

3) *explozia controlabilă*, care enunță că, dacă nu toate, cel puțin unele dintre formulele noastre ar trebui să conducă la trivializare atunci când sunt luate împreună cu negațiile acestora; și

4) *explozia suplimentată*, care enunță că logicile ar trebui să aibă sau să poată defini o negație *suplimentată* sau *tare*, având drept rezultat faptul că o pereche de propoziții contradictorii  $A$ ,  $\neg A$  ar trebui să explodeze atunci când  $\neg A$  este negația tare a lui  $A$ . Toate aceste forme alternative de explozie pot fi transformate în (meta)principii logice alternative la principiul „complet” al lui Pseudo-Scotus [11].

Logicile paraconsistente studiate în acest articol nu respectă Principiul lui Pseudo-Scotus și, în plus, aceste logici nu vor respecta nici principiul referitor la

explozia parțială, dar respectă principiile referitoare la explozia ușoară, *ex falso*, explozia suplimentată și, adesea, explozia controlabilă.

Fie **For** o colecție de formule ale unui anumit limbaj care are un simbol monadic  $\neg$  pentru negație și să numim *teorie* orice submulțime a **For**. Fie o *relație de consecință*  $\vdash$  pe **For** o relație între teorii și formule ale **For**, adică  $\vdash \subseteq (\wp(\text{For}) \times \text{For})$ , unde  $\wp(\text{For})$  denotă puterea mulțimii **For**. Definim o *logică L* ca o structură  $\mathbf{L} = \langle \text{For}, \vdash \rangle$ . Relația de consecință a unei logici date este adesea definită prin axiomele și regulile sale sau printr-o interpretare semantică asociată acestei logici.

Relației  $\vdash$  i se impune adesea să îndeplinească anumite cerințe, cunoscute drept condițiile tarskiene, respectiv:

$$1) A \in \Gamma \Rightarrow \Gamma \vdash A \quad (\text{reflexivitatea})$$

$$2) (\Gamma \vdash A \text{ și } \Gamma \subseteq \Delta) \Rightarrow \Delta \vdash A \quad (\text{monotonicitatea})$$

$$3) (\Gamma \vdash A \text{ și } \Delta, A \vdash B) \Rightarrow \Gamma, \Delta \vdash B. \quad (\text{tranzitivitatea})$$

Să pregătim o logică **L** pentru discuția care urmează. În termeni formali, se spune că o teorie  $\Gamma$  a **L** este:

1) *contradictorie relativ la  $\neg$*  sau pur și simplu *contradictorie*, dacă există o formulă  $A$  astfel încât  $\Gamma \vdash A$  și  $\Gamma \vdash \neg A$ ;

2) *trivială*, dacă pentru orice  $A$ , avem  $\Gamma \vdash A$ ;

3) *explozivă*, dacă pentru orice  $A$ , avem  $\Gamma, A, \neg A \vdash B$ , pentru orice  $B$ .

La rândul său, o logică **L** este *contradictorie*, *trivială* sau *explozivă* dacă, respectiv, toate teoriile sale sunt contradictorii, triviale sau explozive.

Putem reformula acum **PNC**, **PPS** și **PNT** în termeni mai formali, pentru o logică dată **L**:

1. **Principiul non-contradicției (PNC)** pentru o logică **L**:

**L** trebuie să aibă teorii non-contradictorii, adică trebuie să existe o teorie  $\Gamma$  astfel încât pentru nici o formulă  $A$  nu are loc  $\Gamma \vdash A$  și  $\Gamma \vdash \neg A$ .

2. **Principiul lui Pseudo-Scotus (PPS, numit și Principiul Exploziei)** pentru o logică **L**:

**L** trebuie să aibă doar teorii explozive, adică, pentru orice teorie  $\Gamma$ , teoria  $\Gamma \cup \{A, \neg A\}$  este trivială.

### 3. Principiul non-trivialității (PNT) pentru o logică $L$ :

$L$  trebuie să aibă o teorie non-trivială, adică trebuie să existe o teorie  $\Gamma$  și o formulă  $A$  astfel încât  $\Gamma \not\vdash A$ .

Aceste principii au loc pentru diferite logici și se poate arăta ușor că, presupunând PPS și ținând cont de tranzitivitatea relației  $\vdash$ , PNC și PNT sunt echivalente. Astfel, pentru multe logici, inclusiv pentru logica clasică, este suficient să se presupună sau PNC, sau PNT. Pare intuitiv acceptabil faptul că PNT trebuie să fie luat drept cel mai important dintre aceste trei principii – la urma urmei, dacă PNT nu are loc pentru o anumită logică, atunci din orice  $\Gamma$  s-ar deduce orice  $A$ , iar relația  $\vdash$  ar fi totală, adică  $\vdash = (\emptyset(\text{For}) \times \text{For})$ . În acest caz,  $\vdash$  nu ar mai fi o relație deductivă foarte interesantă, căci ar înceta „să mai facă diferență“, întrucât nu ar mai exprima, susținem noi, nici un înțeles special legat de noțiunea de *derivabilitate*. De aceea, vom menține PNT de-a lungul acestui studiu, evitând considerațiile privitoare la logicile triviale.

Logicile inconsistentei formale vor defini o clasă largă de logici paraconsistente în care noțiunile de consistență și inconsistență pot fi exprimate înăuntrul logicii printr-o schemă de formule  $\Delta(A)$  care depind cel mult de  $A$ , astfel încât: i)  $\Delta(A)$ ,  $A$  este în general non-trivial; ii)  $\Delta(A)$ ,  $\neg A$  este în general non-trivial, dar iii)  $\Delta(A)$ ,  $A$ ,  $\neg A$  este trivial pentru orice teorie  $\Gamma$ , i.e.,  $\Gamma, \Delta(A), A, \neg A \vdash B$ , pentru orice  $B$ .

Despre o logică ce respectă acest principiu se va spune că respectă principiul exploziei ușoare; o LFI este astfel o logică paraconsistentă care satisface o formulare mai tolerantă a PPS (exprimată de principiul exploziei ușoare), în timp ce consideră indiscutabile PNT și PNC (căci, deși dorim ca logicile noastre să *suporte* teorii contradictorii, poate nu *dorim* ca din logicile noastre să se obțină contradicții). Logicile paraconsistente sunt adesea greșit înțelese ca logici din care se derivă contradicții. Aceasta este o greșeală flagrantă, cel puțin în formularea noastră a chestiunii: marea majoritate a logicilor paraconsistente aflate în literatura de specialitate și toate logicile paraconsistente studiate aici nu aduc nici o contradicție încastrată în axiomele acestora, iar regulile lor de deducție nu generează contradicții din axiome. Chiar și așa, datorită constrângerilor adecvate impuse forței explozivității, aceste logici pot fi folosite ca logici subiacente care permit raționarea sub contradictorialitate fără alunecarea în trivialitate. Deși există unele logici (așa-numitele *logici dialectice* sau *logici ale obiectelor imposibile* [24], de exemplu), care nu respectă nici PPS, nici PNC și au teze care nu sunt teze clasice, acest caz particular de logici paraconsistente nu va fi studiat aici. Logicile examinate în acest studiu doar suportă contradicțiile și permit raționarea cu acestea, dar nici una nu generează contradicții și nici nu validează vreo formă neașteptată de raționare. Dimpotrivă: după cum vom vedea, logicile inconsistente sunt, într-un sens, „mai conservatoare“ decât logica clasică.

## 2. Cum să îți construiești propriul C-sistem

Ideea principală este aceea de a înțelege conceptul de inconsistență într-un astfel de mod încât, în timp ce teoriile contradictorii sunt cu siguranță inconsistente, reciproca ar putea să nu fie necesar adevărată. Într-un fel similar celui în care conceptul de punct este luat în geometrie ca o noțiune primitivă care poate fi descrisă doar prin relațiile sale cu alte concepte, și inconsistența poate fi luată în logică drept o noțiune primitivă. Din acest punct de vedere, teoriile inconsistente și cele contradictorii nu coincid, așa cum vor arăta logicile noastre ale inconsistenței formale **bC** și **C<sub>i</sub>**.

Este cazul să dăm o definiție mai precisă pentru logicile inconsistenței formale (**LFI-uri**): o **LFI** este orice logică, așa cum s-a explicat mai sus, în care o noțiune sintactică de *consistență formală* poate fi definită într-un asemenea mod încât această nouă noțiune de consistență formală și noțiunea de contradicție pot fi relaționate în lumina liniei directe (LD3). În particular, așa cum vom discuta mai jos, aceasta se poate face în multe cazuri prin suplimentarea limbajului cu un nou conector și considerarea unor axiome adecvate noi.

Este posibil de identificat printre **LFI-uri** o subclasă de așa-numite **C-sisteme** ca sisteme care păstrează fragmentul pozitiv al unei alte logici consistente și în care consistența sau inconsistența sunt exprimabile cu ajutorul conectorilor. Ca o subclasă de **C-sisteme**, definim **dC-sistemele** ca acele sisteme în care noțiunea de consistență formală poate fi definită în termenii altor conectori ai limbajului. **dC-sistemele** cuprind mai multe clase de sisteme paraconsistente, inclusiv cele din ierarhia  $C_n$ ,  $0 < n < \omega$  a lui da Costa [15] și logica **D2** a lui Jaśkowski [20].

Fără îndoială, nu toate logicile paraconsistente sunt **C-sisteme**. Să considerăm, de exemplu, logica *Pac*, dată de următoarele matrice, în care atât 1, cât și 1/2 sunt valori caracteristice (cf. Avron [1], sub numele  $RM_3^>$  și Batens [2], sub numele  $PI^>$ ):

| $\wedge$ | 1   | 1/2 | 0 |
|----------|-----|-----|---|
| 1        | 1   | 1/2 | 0 |
| 1/2      | 1/2 | 1/2 | 0 |
| 0        | 0   | 0   | 0 |

| $\vee$ | 1   | 1/2 | 0   |
|--------|-----|-----|-----|
| 1      | 1   | 1   | 1   |
| 1/2    | 1/2 | 1   | 1/2 |
| 0      | 0   | 1/2 | 0   |

| $\rightarrow$ | 1 | 1/2 | 0 |
|---------------|---|-----|---|
| 1             | 1 | 1/2 | 0 |
| 1/2           | 1 | 1/2 | 0 |
| 0             | 1 | 1   | 1 |

| $\neg$ | 1   | 0   |
|--------|-----|-----|
| 1      | 0   | 1   |
| 1/2    | 1/2 | 1/2 |
| 0      | 1   | 1   |

Este ușor de văzut că în această logică, pentru nici o formulă *A* nu poate fi cazul că  $A, \neg A \vdash_{Pac} B$ , pentru orice *B*. Deci *Pac* este o logică non-explozivă și astfel paraconsistentă. Deși conjuncția, disjuncția și implicația din *Pac* sunt cât se poate de clasice (de fapt, întreaga logică pozitivă clasică este validată de matricele sale), negația din *Pac* este prea puternic non-clasică. Într-adevăr, nici o negație având toate proprietățile clasice nu este definibilă în *Pac*, deoarece orice funcție de adevăr a acestei logici care are doar valori 1/2 ca *input* va avea, de asemenea, 1/2 ca *output*. Ca o consecință, *Pac* furnizează o interpretare foarte slabă pentru negație, odată ce în această logică toate contradicțiile sunt admisibile. Alte logici

paraconsistente, cum este logica lui Priest LP definită în [24] (care este exact fragmentul fără implicație al *Pac*), sunt pur și simplu imune la orice contradicții. Aceste logici sunt sub limita C-sistemelor, care încearcă să exprime unele forme clasice de raționare.

Cu toate acestea, *Pac* poate fi cu ușurință extinsă la un C-sistem prin adăugarea unei negații tari sau a unei constante *falsum* (o particulă minimală), ceea ce va avea drept rezultat logica numită  $J_3$  (studiată de D'Ottaviano și da Costa în 1970 [19], dar care fusese introdusă deja în [25] pentru scopuri legate de teoria demonstrației, numită și CLuNs [3]). Extinderea astfel obținută este încă paraconsistentă și are toate acele teorii explozive speciale care sunt absente în *Pac*. În [13] am explorat posibilitatea de aplicare a (unei variante a) acestei logici la studiul bazelor de date inconsistente, introducând conectorul „ $\circ$ ” ca primitiv. Drept rezultat, s-a arătat că această logică (redenumită LF11, una dintre principalele „logici ale inconsistenței formale”) este adecvată, printre alte opțiuni, pentru scopul formalizării noțiunii de (in)consistență într-un mod flexibil și semnificativ. Matricele sale sunt prezentate în secțiunea 4.

Dorim să prezentăm o clasă largă de C-sisteme bazate pe logica clasică, definind câteva sisteme prin extensii axiomatice. Să numim  $C_{min}$  *logica descrisă de toate axiomele pozitive ale logicii clasice*, luând  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\rightarrow$  și  $\neg$  drept conectori primitivi, plus axiomele  $(\neg\neg A \rightarrow A)$  și  $(A \vee \neg A)$  și închisă sub regula *modus ponens* și regula substituției, adică

- (Min1)  $\vdash_{min} (A \rightarrow (B \rightarrow A));$
- (Min2)  $\vdash_{min} ((A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C)));$
- (Min3)  $\vdash_{min} (A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B)));$
- (Min4)  $\vdash_{min} ((A \wedge B) \rightarrow A);$
- (Min5)  $\vdash_{min} ((A \wedge B) \rightarrow B);$
- (Min6)  $\vdash_{min} (A \rightarrow (A \vee B));$
- (Min7)  $\vdash_{min} (B \rightarrow (A \vee B));$
- (Min8)  $\vdash_{min} ((A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C)));$
- (Min9)  $\vdash_{min} (A \vee (A \rightarrow B));$
- (Min10)  $\vdash_{min} (A \vee \neg A);$
- (Min11)  $\vdash_{min} (\neg\neg A \rightarrow A).$



În timp ce  $C_{\min}$  este pozitiv-conservatoare relativ la logica clasică, logica obținută prin eliminarea (Min9) din  $C_{\min}$  coincide cu logica  $C_w$  propusă de da Costa [15].  $C_{\min} \setminus \{(Min9)\}$ , i.e.  $C_w$ , este pozitiv-conservatoare doar relativ la logica intuționistă. Principalele proprietăți ale  $C_{\min}$  sunt rezumate mai jos (dacă nu se indică altfel, toate demonstrațiile se găsesc în [8] sau în [11]):

### Teorema 1

(i) *Metateorema deducției* are loc, i.e.  $\Gamma, A \vdash_{\min} B \Rightarrow \Gamma \vdash_{\min} (A \rightarrow B)$ ;

(ii) Teorema lui Pseudo-Scotus (tPS)  $(A \rightarrow (\neg A \rightarrow B))$  nu este demonstrabilă în  $C_{\min}$ ;

(iii) Adăugarea (tPS) la  $C_{\min}$  furnizează o axiomatizare consistentă și completă pentru *logica propozițională clasică*, CPL;

(iv) O formă de *demonstrație-pe-cazuri* are loc în  $C_{\min}$ , i.e.  $(\Gamma, A \vdash_{\min} B)$  și  $(\Delta, \neg A \vdash_{\min} B) \Rightarrow (\Gamma, \Delta \vdash_{\min} B)$ ;

(v)  $C_{\min}$  nu are nici negație tare, nici particulă minimală și nu este finit trivializabilă (adică orice teorie finită în  $C_{\min}$  este non-trivială);

(vi)  $C_{\min}$  nu are nici o teoremă negată, i.e.  $(\nvdash_{\min} \neg A)$ ;

(vii) Două formule oarecare negate diferite ale  $C_{\min}$  nu sunt deductiv echivalente.

Teorema 1(v) arată că  $C_{\min}$  (și la fel  $C_w$ ) nu poate fi un C-sistem bazat pe logica clasică sau pe logica intuționistă, din moment ce nu poate fi ușor explozivă și astfel nu poate formaliza „consistența”, în sensul precis formulat aici. În acest scop, avem nevoie de un calcul deductiv mai puternic.

Se definește atunci *logica de bază a inconsistenței formale*, **bC**, drept  $C_{\min}$  plus următoarea schemă de axiomă, numită *principiul ușor al exploziei* (în care „ $\circ$ ” este un operator monadic nou):

$$\circ A \rightarrow (A \rightarrow (\neg A \rightarrow B))$$

interpretând pe  $\circ A$  ca „A este consistentă”. Cititorul va nota că această schemă de axiomă este coerentă cu (LD3) de mai sus: o teorie contradictorie (cea care conține A și  $\neg A$ ) nu este în mod necesar trivială – teoria devine trivială dacă, pe lângă faptul că este contradictorie, formula contradictorie este consistentă. Într-un astfel de caz, chiar consistența acesteia devine contradictorie, iar această situație conduce astfel la trivialitate.

Se poate demonstra că **bC** are teoreme negate și formule negate echivalente (dar, pe de altă parte, nu are teoreme consistente, adică teoreme de forma  $\circ A$ ). Exemple de teoreme care pun în relație contradicția și consistența în **bC** sunt:

**Teorema 2**

(i)  $A, \neg A \vdash_{bC} \neg \circ A$  („dacă  $A$  este contradictorie, atunci  $A$  nu este consistentă“);

(ii)  $\circ A \vdash_{bC} \neg(A \wedge \neg A)$  („dacă  $A$  este consistentă, atunci  $A$  este non-contradictorie“, prima formă);

(iii)  $\circ A \vdash_{bC} \neg(\neg A \wedge A)$  („dacă  $A$  este consistentă, atunci  $A$  este non-contradictorie“, a doua formă)<sup>4</sup>.

Conversele regulilor de mai sus *nu* au loc în  $bC$ . De asemenea, interdefinibilitatea conectorilor este în mod obișnuit nevalidă:

**Teorema 3.** Următoarea regulă are loc în  $bC$ :

$(\neg A \rightarrow B) \vdash_{bC} (A \vee B)$ , dar nici una dintre celelalte reguli obișnuite ale lui de Morgan nu are loc în  $bC$ .

Proprietatea *intersubstitutivității echivalențelor deductive* nu este validă în  $bC$  și în multe alte logici paraconsistente, ceea ce produce dificultățile de algebrizare a acestor logici.

**Teorema 4.** În  $bC$  avem:

(i)  $(A \wedge B) \dashv \vdash_{bC} (B \wedge A)$  are loc, dar nu și  $\neg(A \wedge B) \dashv \vdash_{bC} \neg(B \wedge A)$ ;

(ii)  $(A \vee B) \dashv \vdash_{bC} (B \vee A)$  are loc, dar nu și  $\neg(A \vee B) \dashv \vdash_{bC} \neg(B \vee A)$ ;

(iii)  $(A \wedge \neg A) \dashv \vdash_{bC} (\neg A \wedge A)$  are loc, dar nu și  $\neg(A \wedge \neg A) \dashv \vdash_{bC} \neg(\neg A \wedge A)$ ;

(iv)  $(A \vee \neg A) \dashv \vdash_{bC} (B \vee \neg B)$  are loc, dar nu și  $\neg(A \vee \neg A) \dashv \vdash_{bC} \neg(B \vee \neg B)$ .

O observație importantă este aceea că în  $bC$  noțiunile „nu este consistent“ și „inconsistent“ *nu* coincid în mod necesar. Într-adevăr, chiar dacă introducem conceptul „consistent“ ca fiind intern limbajului, prin intermediul unui nou conector „ $\bullet$ “ adăugat limbajului (interpretând  $\bullet A$  ca „ $A$  este inconsistentă“),  $\circ A$  și  $\neg \bullet A$ , ca și  $\neg \circ A$  și  $\bullet A$  nu sunt în mod necesar interdefinibile, contrar a ceea ce s-ar putea conchide în mod pripit. Noțiunile „nu este consistent“ și „inconsistent“ vor fi sau nu interdefinibile în funcție de axiomele noi care vor guverna conectorii  $\bullet$  și  $\circ$ .

<sup>4</sup> În multe sisteme de logică paraconsistentă, deși  $(A \wedge \neg A)$  și  $(\neg A \wedge A)$  sunt echivalente, nu se poate demonstra că  $(A \wedge \neg A)$  și  $(\neg A \wedge A)$  sunt echivalente.

### Teorema 5

(i)  $\neg \circ A \nVdash_{\mathbf{bC}} \circ A$  („dacă  $A$  nu este inconsistentă, atunci este consistentă“ nu este demonstrabilă în  $\mathbf{bC}$ );

(ii)  $\neg \circ A \nVdash_{\mathbf{bC}} \bullet A$  („dacă  $A$  nu este consistentă, atunci este inconsistentă“ nu este demonstrabilă în  $\mathbf{bC}$ );

(iii)  $\bullet A \nVdash_{\mathbf{bC}} \neg \circ A$  („dacă  $A$  este inconsistentă, atunci nu este consistentă“ nu este demonstrabilă în  $\mathbf{bC}$ );

(iv)  $\circ A \nVdash_{\mathbf{bC}} \neg \bullet A$  („dacă  $A$  este consistentă, atunci nu este inconsistentă“ nu este demonstrabilă în  $\mathbf{bC}$ ).

În  $\mathbf{bC}$  se poate defini o nouă negație, numită *negație tare*, ca:  $\sim A =_{\text{df}} \neg \circ A$ . Această negație recuperează multe dintre trăsăturile negației clasice, deși nu pe toate. De pildă, avem  $A, \sim A \vdash_{\mathbf{bC}} B$  pentru orice  $A$  și  $B$  și astfel PPS are loc relativ la această negație tare (adică această negație este explozivă), dar  $\nVdash_{\mathbf{bC}} (A \vee \sim A)$  și  $\nVdash_{\mathbf{bC}} (A \rightarrow \sim \sim A)$ . Drept urmare, negația tare  $\sim A$  nu este clasică, cu toate că este explozivă (în termeni intuitivi,  $\sim A$  este cumva analogă cu negația intuționistă). Dar în  $\mathbf{bC}$  se poate defini o altă negație tare, aceasta având toate proprietățile negației clasice, punând

$$\circ \sim A =_{\text{df}} A \rightarrow (A \wedge \neg A).$$

O logică mai puternică a inconsistenței formale,  $\mathbf{Ci}$ , este definită adăugând la  $\mathbf{bC}$  schema de axiomă

$$\bullet A \rightarrow (A \wedge \neg A)$$

și definind

$$\circ \sim A =_{\text{df}} \neg \circ A.$$

În sistemul  $\mathbf{Ci}$ , inconsistența și contradicțiile sunt echivalente între ele, datorită faptului că  $(A \wedge \neg A) \vdash_{\mathbf{bC}} \neg \circ A$  (cum s-a observat mai sus) și a axiomei pe care tocmai am introdus-o, plus definițiile. Omitând definițiile, totuși, obținem logici intermediare între  $\mathbf{bC}$  și  $\mathbf{Ci}$ .

În plus, în  $\mathbf{Ci}$  cele două negații tari menționate mai sus sunt echivalente și dobândesc toate proprietățile negației clasice, dar este încă posibil să se definească negații tari non-clasice în  $\mathbf{Ci}$ , de exemplu prin  $\neg \neg \neg A$  și  $\neg \neg \sim A$ . Unele proprietăți ale acestei logici sunt:

**Teorema 6.** Următoarele reguli au loc în Ci:

$$(i) \quad \circ A, \bullet A \vdash_{Ci} B;$$

$$(ii) \quad \circ A, \neg \circ A \vdash_{Ci} B;$$

$$(iii) \quad \bullet A, \neg \bullet A \vdash_{Ci} B;$$

$$(iv) \quad \vdash_{Ci} \circ \circ A;$$

$$(v) \quad \vdash_{Ci} \neg \bullet \circ A;$$

$$(vi) \quad \vdash_{Ci} \neg \circ \bullet A;$$

$$(vii) \quad \vdash_{Ci} \neg \bullet \bullet A;$$

$$(viii) \quad \vdash \circ A \vdash_{Ci} (A \wedge \neg A)$$

dar următoarele nu au loc:

$$\neg(A \wedge \neg A) \vdash_{Ci} \circ A;$$

$$\neg(\neg A \wedge A) \vdash_{Ci} \circ A.$$

Ce nu are loc în această logică? PPS nu are loc, adică  $A, \neg A \not\vdash_{Ci} B$ , pentru unii  $A$  și  $B$ . Legile lui de Morgan și legile contrapозиției sunt valabile doar în forme restrânse, de exemplu  $(A \rightarrow B) \not\vdash_{Ci} (\neg B \rightarrow \neg A)$ , dar  $(A \rightarrow \circ B) \vdash_{Ci} (\neg \circ B \rightarrow \neg A)$ . De asemenea, în Ci nu se poate demonstra consistența vreunei formule, în afară de cazul în care formula se referă deja la consistență sau inconsistență, adică  $\circ A$  este demonstrabilă în Ci, dacă și numai dacă  $A$  însăși este de forma  $\neg \circ B$ ,  $\circ B$ ,  $\bullet B$  sau  $\neg \bullet B$  pentru unii  $B$ .

În lumina teoremei 6 (vii), putem considera adăugarea unor alte axiome la **Ci**, cum sunt, de exemplu:

*Levo-axiomă pentru contradictorialitate (cl)<sup>5</sup>:*

$$\neg(A \wedge \neg A) \rightarrow \circ A$$

*Dextro-axiomă pentru contradictorialitate (cd):*

$$\neg(\neg A \wedge A) \rightarrow \circ A$$

*Axiomă bi-direcțională pentru contradictorialitate (cb):*

$$(\neg(A \wedge \neg A) \vee \neg(\neg A \wedge A)) \rightarrow \circ A$$

*Axiomă globală pentru contradictorialitate (cg):*

$$(B \leftrightarrow (A \wedge \neg A)) \rightarrow (\neg B \leftrightarrow \neg(A \wedge \neg A))$$

*Extinderea dublei negații (ce):*

$$A \rightarrow \neg\neg A.$$

Un **dC-sistem** este orice sistem în care  $\circ$  și  $\bullet$  pot fi definiți în termenii altor conectori ai limbajului. În cazul sistemului  $C_1$  al lui da Costa, cel mai puternic calcul al ierarhiei sale de logici paraconsistente din [15],  $\circ A$  este definit ca  $\neg(A \wedge \neg A)$  și  $\bullet A$  este definit ca  $\neg\circ A$ , astfel încât această logică este o extensie a **Ci**, logica obținută prin adăugarea axiomei (cl) la **Ci**.

O serie de alte **dC-sisteme** distincte pot fi definite prin alegerea axiomelor adecvate de „propagare“ pentru consistență și inconsistență și sunt posibile multe alegeri diferite. În funcție de unele dintre acestea, putem obține logici paraconsistente polivalente finite sau logici paraconsistente infinit-valente (și, într-un caz extrem, chiar logica clasică).

Unele alegeri care au fost încercate pentru axiomele propagării sunt următoarele:

Prima alegere:

$$(ca) \quad (\circ A \wedge \circ B) \rightarrow \circ(A \# B), \text{ pentru toți conectorii binari } \#;$$

---

<sup>5</sup> Această axiomă este valabilă pentru sistemul  $C_1$  al lui da Costa, de exemplu, așa cum se arată în [11].

A doua alegere:

(co)  $(\circ A \vee \circ B) \rightarrow \circ(A \# B)$ , pentru toți conectorii binari #;

A treia alegere:

(cv)  $\circ(A \# B)$ , pentru toți conectorii binari #;

A patra alegere:

(cr)  $\circ(A \# B) \vdash (\circ A \vee \circ B)$ , pentru toți conectorii binari #;

A cincea alegere:

(cj1)  $\bullet(A \wedge B) \leftrightarrow (\bullet A \wedge B) \vee (\bullet B \wedge A)$

(cj1)  $\bullet(A \vee B) \leftrightarrow (\bullet A \wedge \neg B) \vee (\bullet B \wedge \neg A)$

(cj1)  $\bullet(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\bullet B \wedge A)$

A șasea alegere:

(cw)  $(\circ \neg A)$  pentru orice formulă A;

A șaptea alegere:

$\circ(A)$  pentru orice formulă A.

Acum pot fi definite mai multe C-sisteme prin moduri particulare de propagare a consistenței (sau inconsistenței), adăugând la Ci următoarele axiome:

1) (ca) plus (cl) de mai sus definesc calculul Cila, care coincide cu  $C_i$  din ierarhia  $C_n$ ;

2) (co) plus (cl) definesc calculul Cilo, echivalent cu un calcul numit  $C_i^+$  [17];

3) (cv) și (cw) plus (cb) definesc logica maximală trivalentă Cibvw, echivalentă cu  $P^1$ , introdusă în [26] (aici (cb) este demonstrabil, deci Cibvw = Civw);

4) (cv) plus (cb) și (ce) definesc logica maximală trivalentă Cibve, echivalentă cu  $P^2$ , [22] (aici (cb) este demonstrabil, deci Cibve = Cive);

5) (co) (cr) și (cw) plus (cb) definesc logica maximală trivalentă Ciborw, numită și  $P^3$  (aici (cb) este demonstrabil, deci Ciborw = Ciorw);

6) similar, **Cije** și **Ciore** definesc, respectiv, logicile maximale trivalente **LFI1** și **LFI2** studiate în [13];

7) în fine, cele șapte alegeri definesc logica propozițională clasică.

Sunt posibile multe alte combinații: logicile **Cido**, **Cibo**, **Cigo**, **Ciloe**, **Cidoe**, **Ciboe** și **Cigoe**, de exemplu, sunt toate extinse prin logica paraconsistentă trivalentă  $P^2$ . Logica **LFI1**, în cea de-a șasea alegere, dă o altă axiomatizare pentru calculul paraconsistent trivalent  $J_3$ . După cum s-a menționat mai sus, această logică a reapărut în literatură în diferite formulări.

Deși multe extensii ale logicilor inconsistentei formale sunt relativ simple, interpretările semantice reprezintă o chestiune complicată pentru paraconsistență în general. C-sistemele inițiale ale lui da Costa au fost introduse doar în termenii teoriei demonstrației și doar câțiva ani mai târziu au fost propuse semantici bivalente semi-verifuncționale pentru interpretarea acestora. Totuși, semanticele oferă un înțeles slab logicilor paraconsistente, după cum aceste semantici nu furnizează o explicație reductivă pentru prezența informației contradictorii; în particular acest fapt face dificilă aplicarea și implementarea acestora. În secțiunea următoare descriem semantici alternative atractive, numite *semantici ale traducerilor-posibile*.

### 3. Semanticele traducerilor-posibile

Piatra de la Rosetta, găsită de trupele lui Napoleon în 1799, conținea inscripții care au fost cheia descifrării scrierii hieroglifice egiptene. Descifrarea a fost posibilă doar datorită faptului că inscripțiile apar în trei forme: hieroglifică, demotică și greacă. Comparând scrierile hieroglifice și demotice cu versiunea în limba greacă și pornind de la faptul că acestea conțineau același text (această informație era efectiv înscrisă în partea scrisă în limba greacă a pietrei), Thomas Young și Jean François Champollion au putut descifra versiunile hieroglifică și demotică în 1822. *Semanticele traducerilor-posibile*, ca instrument general pentru furnizarea interpretării logicilor non-standard (și aplicat la logicile paraconsistente în [6] și [22]), sunt similare sub multe aspecte cu descifrarea Pietrei de la Rosetta (cf., de asemenea, [9] și [12]).

O *traducere* dintr-o logică  $L$  într-o logică  $L'$  este exact o corespondență dintre mulțimile de formule ale acestor logici care păstrează derivabilitatea, adică, dacă  $A$  este demonstrabilă în  $L$  din premisele  $\Gamma$  și  $*$  este o traducere din  $L$  în  $L'$ , atunci  $A^*$  trebuie să fie demonstrabilă în  $L'$  din premisele  $\Gamma^* = \{B^* : B \in \Gamma\}$ , i.e. dacă  $\Gamma \vdash A$ , atunci  $\Gamma^* \vdash A^*$ . În termeni intuitivi, ideea este de a proiecta prin intermediul traducerilor sale o logică „hieroglifică” dată într-un sistem mai simplu (de obicei, polivalent) și de a combina relațiile lor de deductibilitate pentru a obține

o semantică consistentă și completă pentru sistemul complicat inițial. Sistemul mai simplu ar juca astfel rolul limbilor cunoscute în analogia cu Piatra de la Rosetta. Putem considera acest proces ca funcționând în două direcții distincte: atunci când analizăm o logică complicată în termenii componentelor mai simple, numim procesul *dezasamblarea logicii* (*splitting logics*); dar este, de asemenea, posibil să concepem acest proces în direcția sintezei, prin definirea unei logici complexe pornind de la unele mai simple, iar în acest caz numim procesul *asamblarea logicii* (*splicing logics*).

Dăm aici un exemplu al felului în care acest tip de semantică ajută la a da înțeles contradicțiilor. Pentru Ci, logicile care joacă rolul de „limbi cunoscute simple” în analogia cu Piatra de la Rosetta vor fi copii ale logicii trivalente prezentate în cele ce urmează, având valorile T, t și F, dintre care T și F sunt „adevărul” și „falsul” absolute, în timp ce „t” poate fi văzut ca ipotetic adevărat. Înțelesurile conectorilor  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\rightarrow$  sunt fixate pentru Ci, dar înțelesul conectorilor „ $\neg$ ” și „ $\circ$ ” variază: fiecăruia dintre aceștia îi vor fi atribuite două interpretări distincte, și anume o interpretare slabă și una tare. Pentru negație,  $\neg$ , interpretarea slabă  $\neg_w$  consideră valoarea „t” ca fiind efectiv adevărul și atribuie negației lui „t” tot valoarea „t”. Pe de altă parte, interpretarea tare  $\neg_s$  nu face nici o distincție între t și T și atribuie valoarea F negației lui „t”. Pentru  $\circ$ , interpretarea slabă  $\circ_w$  ignoră distincția dintre t și T, în timp ce interpretarea tare  $\circ_s$  recunoaște valoarea „t” ca „provizoriu adevărat” și astfel ca inconsistent potențial.

| $\wedge$ | T | t | F |
|----------|---|---|---|
| T        | t | t | F |
| t        | t | t | F |
| F        | F | F | F |

| $\vee$ | T | t | F |
|--------|---|---|---|
| T      | t | t | t |
| t      | t | t | t |
| F      | t | t | F |

| $\rightarrow$ | T | t | F |
|---------------|---|---|---|
| T             | t | t | F |
| t             | t | t | F |
| F             | t | t | t |

|   | $\neg_w$ | $\neg_s$ |
|---|----------|----------|
| T | F        | F        |
| t | t        | F        |
| F | F        | F        |

|   | $\circ_w$ | $\circ_s$ |
|---|-----------|-----------|
| T | T         | T         |
| t | T         | F         |
| F | T         | T         |

Pentru sistemul Ci, mulțimea tuturor traducerilor recursive posibile care pot fi considerate este definibilă prin următoarele clauze de urmat de către orice traducere „\*” în această mulțime:

**Tr 1.** pentru atomi  $p$ ,  $p^* = p$ ,  $(\neg p)^* = \neg_w p$ ;

**Tr 2.**  $(\neg A)^* = \neg_s A^*$  sau  $(\neg A)^* = \neg_w A^*$ , pentru formule non-atomice  $A$ ;

**Tr 3.**  $(A \# B)^* = A^* \# B^*$ , pentru orice  $\# \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$ ;

**Tr 4.**  $(\circ A)^* = \circ_s A^*$  dacă  $(\neg A)^* = \neg_w A^*$  și  $(\circ A)^* = \circ_w A^*$  dacă  $(\neg A)^* = \neg_s A^*$ .



Drept exemplu, o formulă de forma  $\neg \circ \neg A$  va avea în principiu opt traduceri posibile distincte, conform clauzelor de mai sus: în cazul  $(\neg \neg A)^* = \neg_w(\neg A)^*$ ,  $(\neg \circ \neg A)^*$  va fi una dintre  $\neg_w \circ_s \neg_w A^*$ ,  $\neg_s \circ_s \neg_w A^*$ ,  $\neg_w \circ_s \neg_s A^*$  sau  $\neg_s \circ_s \neg_s A^*$ ; dacă  $(\neg \neg A)^* = \neg_s(\neg A)^*$ , atunci  $(\neg \circ \neg A)^*$  va fi una dintre  $\neg_w \circ_w \neg_w A^*$ ,  $\neg_s \circ_w \neg_w A^*$  sau  $\neg_s \circ_w \neg_s A^*$ .

Cu alte cuvinte, sintaxa va fi interpretată în diferite scenarii semantice și, desigur, avem aici infinit de multe traduceri distincte care interpretează formulele din Ci în fragmente distincte ale logicii trivalente de mai sus, conform cu alegerile pentru interpretarea conectorilor  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\rightarrow$ ,  $\neg$  și  $\circ$ .

Semanticile traducerilor posibile reprezintă un instrument puternic pentru combinarea logicilor, complementar altor metode, cum este cea a fibrării [5]. Au fost date deja semantici ale traducerilor-posibile pentru calculele din ierarhia  $C_n$  [22], pentru o versiune ceva mai tare a  $C_n$  [6]<sup>6</sup> și pot fi date pentru multe alte logici, oferind astfel o soluție la problema dificilă de a găsi semantici bune nu numai pentru logicile paraconsistente, ci și pentru alte logici verifuncționale, cu ajutorul unui caz particular, numit *semantica de asociație*.

## 4. Modelarea raționării umane și automate

Logicile paraconsistente pot fi aplicate în domeniul raționării automate și al bazelor de cunoștințe și de date. Acest prim exemplu se referă la proiectarea și implementarea bazelor de date deductive care sunt suficient de robuste pentru a rezista la contradicții ([13] și [18]). Diferiți utilizatori care au acces egal la o anumită bază de date pot introduce fapte noi și chiar reguli sau constrângeri noi, care, deși pot fi consistente din punctul de vedere al fiecărui utilizator, pot fi totuși contradictorii din punct de vedere global. Bazele de date tradiționale încearcă să detecteze informația contradictorie și apoi pornesc o procedură de „restabilire a consistenței“. Este astfel foarte natural să se încorporeze bazele de date în medii logice care permit *raționarea* cu informație contradictorie, menținându-se în același timp toate celelalte trăsături dezirabile ale logicii tradiționale, cum sunt raționarea potrivit legii terțului exclus, raționarea pe cazuri și raționarea cu ajutorul cuantorilor.

Informația stocată în bazele de date trebuie să fie controlată pentru a se verifica prezența condițiilor predefinite, numite *constrângeri de integritate*, pentru a fi integrată în siguranță în baza de date. Constrângerile de integritate sunt exprimate de enunțuri de ordinul întâi (fixate); de exemplu, o bază de date care stochează informație despre cărți poate conține cerința ca nici o carte să nu aibă mai mult decât un titlu, exprimată de următoarea formulă de ordinul întâi:

<sup>6</sup> vezi secțiunea 3, *In Translatio Veritas*, din W. A. Carnielli, (In)Consistența, contradicționalitatea și paraconsistența, din volumul de față. (N.T.)

$$\forall x \forall y \forall z ((\text{Titlu}(x, y) \wedge \text{Titlu}(x, z)) \rightarrow (y = z)),$$

în care  $\text{Titlu}(x, y)$  înseamnă „ $y$  este titlul lui  $x$ ”. Înnoirile în bazele de date tradiționale sunt efectuate doar dacă noua bază de date satisface constrângerile de integritate; dacă nu, baza de date își menține starea sa anterioară. În timp ce în bazele de date tradiționale constrângerile de integritate trebuie să fie fixate, utilizarea unei logici paraconsistente în fundal ne oferă posibilitatea schimbării în timp a condițiilor de integritate, permițând ceea ce numim *baze de date evolutive*, care par foarte interesante pentru domeniul raționării artificiale. În [13] se arată că **LFI1** și **LFI2**, ca și extensiile de ordinul întâi ale acestora, **LFI1\*** și **LFI2\*** sunt logici foarte adecvate pentru a trata bazele de date care sunt robuste în raport cu inconsistența [18].

Diferite C-sisteme pot fi tratate, de asemenea, din perspectiva *tablourilor semantice analitice* [10]. Tablourile semantice sunt foarte importante pentru aplicațiile reale, întrucât ele furnizează un înțeles operațional pentru conectori în logică. (Într-adevăr, o logică dată în termeni pur hilbertieni, fără nici un tablou semantic sau sistem secvențial este practic, inutilă din perspectiva demonstrării automate a teoremelor, care este fundamentală pentru aplicații).

### 1) Reguli semantice pentru bC:

Tablourile sunt arbori diadici, iar binecunoscuta „notație  $\alpha$ - $\beta$ ” se traduce prin: o regulă este de tipul  $\alpha$  (o  $\alpha$ -regulă), dacă consecințele sale merg în aceeași ramură a arborelui și este de tipul  $\beta$  (o  $\beta$ -regulă), dacă consecințele sale merg în ramuri diferite.

$\alpha$ -reguli pentru bC:

| $\alpha$                | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ |
|-------------------------|------------|------------|
| 1. $T(A \wedge B)$      | $T(A)$     | $T(B)$     |
| 2. $F(A \vee B)$        | $F(A)$     | $F(B)$     |
| 3. $F(A \rightarrow B)$ | $T(A)$     | $F(B)$     |
| 4. $T(\neg\neg A)$      | $T(A)$     | $T(A)$     |
| 5. $F(\neg A)$          | $T(A)$     | $T(A)$     |

$\beta$ -reguli pentru bC:

| $\beta$                 | $\beta_1$ | $\beta_2$   |
|-------------------------|-----------|-------------|
| 6. $F(A \wedge B)$      | $F(A)$    | $F(B)$      |
| 7. $T(A \vee B)$        | $T(A)$    | $T(B)$      |
| 8. $T(A \rightarrow B)$ | $F(A)$    | $T(B)$      |
| 9. $T(\circ A)$         | $F(A)$    | $F(\neg A)$ |

Următoarea este o regulă derivată de tip  $\beta$ :

|                 |        |              |
|-----------------|--------|--------------|
| 10. $T(\neg A)$ | $F(A)$ | $F(\circ A)$ |
|-----------------|--------|--------------|

Pentru a arăta că aceasta este o regulă derivată este suficient să se arate existența unui tablou închis pentru  $T(\neg A)$ ,  $T(A)$ ,  $T(\circ A)$  (se folosește regula 9).

## 2) Reguli semantice pentru Ci

$\alpha$ -regulile pentru Ci sunt aceleași ca pentru bC plus următoarele:

| $\alpha$              | $\alpha_1$   | $\alpha_2$   |
|-----------------------|--------------|--------------|
| 11. $F(\circ A)$      | $T(A)$       | $T(\neg A)$  |
| 12. $T(\neg \circ A)$ | $F(\circ A)$ | $F(\circ A)$ |

$\beta$ -regulile pentru Ci sunt aceleași ca pentru bC.

Un tablou semantic pentru bC sau Ci este *închis* dacă toate ramurile conțin formulele  $T(A)$  și  $F(A)$  pentru unii A.

## 3) Reguli semantice pentru LFII:

Așa cum s-a menționat în secțiunea 2, logica LFII este o logică paraconsistentă trivalentă cu valorile 1 și 1/2 (pentru „adevărat” și „parțial adevărat”) și 0 (pentru „fals”); matricele sunt următoarele:

| $\wedge$ | 1   | 1/2 | 0 |
|----------|-----|-----|---|
| 1        | 1   | 1/2 | 0 |
| 1/2      | 1/2 | 1/2 | 0 |
| 0        | 0   | 0   | 0 |

| $\vee$ | 1   | 1/2 | 0   |
|--------|-----|-----|-----|
| 1      | 1   | 1   | 1   |
| 1/2    | 1/2 | 1   | 1/2 |
| 0      | 0   | 1/2 | 0   |

| $\rightarrow$ | 1 | 1/2 | 0 |
|---------------|---|-----|---|
| 1             | 1 | 1/2 | 0 |
| 1/2           | 1 | 1/2 | 0 |
| 0             | 1 | 1   | 1 |

| $\neg$ | 1   | 0 |
|--------|-----|---|
| 1      | 0   | 0 |
| 1/2    | 1/2 | 1 |
| 0      | 1   | 0 |

în care 1 și 1/2 sunt valori desemnate.

$\alpha$ -regulile pentru LFII sunt aceleași ca pentru Ci (i.e.  $\alpha$ -regulile 1, 2, 3, 4 pentru bC, 11, 12 pentru Ci) plus 5\* (o modificare a regulii 5) și regulile noi 14 – 17 (putem presupune aici că  $\circ A$  este definit prin intermediul lui  $\bullet A$ ):

| $\alpha$                           | $\alpha_1$                   | $\alpha_2$                   |
|------------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 5*. $F(\neg A)$                    | $T(A)$                       | $F(\bullet A)$               |
| 13. $F(\neg \neg A)$               | $F(A)$                       | $F(A)$                       |
| 14. $F(\bullet (A \wedge B))$      | $F(\bullet A \wedge B)$      | $F(\bullet B \wedge A)$      |
| 15. $F(\bullet (A \vee B))$        | $F(\bullet A \wedge \neg B)$ | $F(\bullet B \wedge \neg A)$ |
| 16. $F(\bullet (A \rightarrow B))$ | $F(A \wedge \bullet B)$      | $F(A \wedge \bullet B)$      |
| 17. $T(\bullet (A \rightarrow B))$ | $T(A \wedge \bullet B)$      | $T(A \wedge \bullet B)$      |

$\beta$ -regulile pentru LFII sunt  $\beta$ -regulile pentru Ci (i.e.  $\beta$ -regulile 6, 7, 8, 9 pentru bC) plus:

| $\beta$                      | $\beta_1$                    | $\beta_2$                    |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 18. $T(\bullet(A \wedge B))$ | $T(\bullet A \wedge B)$      | $T(\bullet B \wedge A)$      |
| 19. $T(\bullet(A \vee B))$   | $T(\bullet A \wedge \neg B)$ | $T(\bullet B \wedge \neg A)$ |

Următoarea este o regulă derivată de tip  $\beta$  pentru LFII:

|                    |        |             |
|--------------------|--------|-------------|
| 20. $F(\bullet A)$ | $F(A)$ | $F(\neg A)$ |
|--------------------|--------|-------------|

Un tablou pentru LFII este *închis* dacă toate ramurile conțin formulele  $T(A)$  și  $F(A)$  pentru unii  $A$  sau conțin o formulă de forma  $T(\bullet\bullet A)$  sau de forma  $T(\bullet\circ A)$ . Un bun exercițiu este acela de a arăta că regula 5\* permite să se demonstreze că  $\neg(A \wedge \neg A)$  este o teoremă a LFII.

Este important să se noteze că regula 13 poate, de asemenea, să fie adăugată la bC și Ci pur și simplu prin adăugarea axiomei  $(A \rightarrow \neg\neg A)$  la aceste logici. Completitudinea și alte rezultate pot fi ușor adaptate și obținem logici ușor mai puternice.

Completitudinea rezultatelor similare pentru calculul propozițional  $C_1$  (și pentru versiunea sa de ordinul întâi  $C_1^*$ ) a fost demonstrată în [7], iar alte exemple pentru raționarea automată au fost prezentate în [10], [13] și [18].

Unele exemple de aplicații, simple și totuși ilustrative, sunt prezentate mai jos.

### Exemplul 1. Revizuirea unui concept prost definit

Așa-numita „*Nixon Diamond*”<sup>7</sup> este o problemă considerată frecvent în literatură. Să presupunem că avem următoarele enunțuri:

- 1) Nixon este Quaker ( $N \rightarrow Q$ )
- 2) Quaker-ii sunt pacifiști ( $Q \rightarrow P$ )
- 3) Nixon nu este pacifist ( $N \rightarrow \neg P$ )

Aceste enunțuri sunt evident contradictorii, presupunând că există o persoană care să aibă toate aceste proprietăți<sup>8</sup>. În acest punct, o persoană rațională ar bănuși că una dintre proprietăți trebuie să fie descalificată, dar această manevră ar fi blocată dacă toate proprietățile au același statut de încredere. Dacă toate sunt considerate ca adevărate, nu există altă posibilitate rațională decât aceea ca un concept să fie inexact sau vag sau expus la contradicții. Presupunând că se poate clarifica întotdeauna cine

<sup>7</sup> În limba engleză, cuvântul „*diamond*” înseamnă *diamant*, dar are și sensul figurat de *om incult dar virtuos* exprimat aici, ceea ce prilejuiește autorului și jocul de cuvinte din titlul celui de-al doilea exemplu. (N.T.)

<sup>8</sup> vezi supoziția „ $T(N)$ ” de mai jos. (N.T.)

este Quaker și cine nu, singurul candidat pentru inexactitate sau posibilă contradictorialitate este „pacifist”. Aceasta este exact concluzia dată de sistemul nostru din [7]. Construind un tablou semantic pentru setul de propoziții  $S$  (și adăugând  $T(N)$  pentru a garanta existența unei astfel de creaturi),

$$S = \{T(N), T(N \rightarrow Q), T(Q \rightarrow P), T(N \rightarrow \neg P)\},$$

în loc să se blocheze, sistemul conchide că  $F(\circ P)$ , adică  $P$  nu este consistent. Aceasta înseamnă cel puțin că „pacifist” nu este un concept bine definit în acest context, iar sistemul dă utilizatorului șansa de a-și revizui definiția.

### Exemplul 2. Schimbarea opiniei: din nou diamantele

Un diamant a fost furat și doar două persoane au fost prezente: Adam și Bob. Întrucât nu există dovezi (ci doar indicii) împotriva lor, judecătorul consideră inițial că ei nu sunt vinovați, adică baza sa de opinii conține  $\Delta_0 = \{\neg A, \neg B\}$ , unde enunțurile  $A$  și  $B$  stau, respectiv, pentru „Adam este vinovat” și „Bob este vinovat”. Mai târziu, diamantul a fost găsit în mașina lor, astfel că baza de opinii a judecătorului trebuie extinsă la  $\Delta_1 = \{\neg A, \neg B, A \vee B\}$ . În această situație, dacă judecătorul ar folosi *logica clasică*, el ar deriva  $\Delta_1 = \vdash_{\text{CPL}} A \wedge B$ , deoarece  $\Delta_1$  este contradictorie și conduce la explozie. Din fericire, totuși, judecătorul (și, fiindcă veni vorba, nimeni) nu ia logica clasică atât de serios: el așteaptă prudent mai multă informație. Atitudinea judecătorului poate fi formalizată prin intermediul unei LFI: folosind **bC**, **Ci** sau **LFII**, de exemplu, el nu trage această concluzie. Să alegem **LFII** pentru a-i exprima analiza.

Este clar (folosiți un tablou semantic pentru **LFII**) că  $\Delta_1 = \not\vdash_{\text{LFII}} A$  și  $\Delta_1 = \not\vdash_{\text{LFII}} B$ . O nouă investigație descoperă că doar Adam a folosit mașina de când a fost furat diamantul și astfel baza de opinii a judecătorului este din nou adusă la zi la  $\Delta_2 = \{\neg A, \neg B, A \vee B, \circ(\neg B)\}$ , unde  $\circ(\neg B)$  înseamnă că supoziția inițială despre nevinovăția lui Bob este realmente consistentă. Acum, cu ajutorul unui tablou pentru **LFII**, se poate vedea că

$$\Delta_2 \vdash_{\text{LFII}} A \text{ și } \Delta_2 \vdash_{\text{LFII}} \bullet(\neg A),$$

ceea ce înseamnă că Adam s-a dovedit acum a fi vinovat și că supoziția inițială privind nevinovăția sa era inconsistentă.

### Exemplul 3. Inventarea și rezolvarea problemelor logice

Un tip popular de problemă logică vă cere să deduceți unele fapte dintr-o teorie, dându-se un minimum de informații. De exemplu, trei persoane  $A$ ,  $B$  și  $C$  (un logician, un filosof și un matematician) locuiesc la Roma, Paris și São Paulo. Să se deducă din următoarele informații ce este și unde locuiește fiecare dintre aceste persoane:

- 1) Logicianul locuiește la Paris;
- 2) *A* nu este filosof;
- 3) *B* este logician;
- 4) *C* nu este matematician și nu locuiește la Roma;
- 5) Filosoful nu locuiește la São Paulo.

considerând că fiecare persoană locuiește într-un singur oraș și că are o singură profesie.

Informația este concepută în așa fel încât să garanteze o soluție unică: dacă problema este subdeterminată (adică informația este insuficientă), există mai mult de o soluție, iar dacă jocul este supradeterminat (adică informația este contradictorie), nu există soluție. În plus, problema poate fi exprimată în logica de ordinul întâi (sau, de fapt, întrucât universul de discurs este finit, în logica propozițională) și poate fi rezolvată automat (cu ajutorul programării logice sau, echivalent, prin intermediul tablourilor semantice).

Dacă încercați să inventați o problemă cum este aceasta, puteți considera bineînțeles informație inconsistentă și cu siguranță nu doriți să deduceți orice din această inconsistență temporară; există un mijloc de control automat al prezenței inconsistențelor și de revizuire a informației?

Da, există! Rulați programul folosind un tablou semantic pentru **Ci** (sau pentru **LFII**) și sistemul va rezolva problema sau va indica automat informația care trebuie să fie revizuită! (Problema din acest exemplu este contradictorie?).

## 5. Încheiere

Aceste însemnări intenționează să definească ideea că raționarea cu contradicții nu este numai utilă, dar este și perfect asigurată din punct de vedere logico-matematic. Am discutat, de asemenea, unele chestiuni subiacente ale paraconsistenței, indicând unele aplicații efective ale acesteia la raționarea umană și automată, precum și la modele ale bazelor de date. Am arătat cum pot fi formulate o serie de sisteme axiomatice de logică paraconsistentă și felul în care semanticile traducerilor-posibile și sistemele de demonstrare automată pot fi asociate cu unele dintre aceste acestea. De asemenea, am intenționat să arătăm cât de intuitive și atrăgătoare filosofic sunt aceste semantici.

Luând în serios sarcina de a construi logici pentru inconsistența formală, putem să controlăm mai bine unele probleme filosofice și să înțelegem rolul procedurilor contradictorii în exprimarea informației (ca în cazul demonstrațiilor prin *reductio ad absurdum*), pe lângă aplicațiile imediate la bazele de date și schimbarea opiniei.

## Bibliografie

- [1] AVRON, A. – „On an implication connective of RM”. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 27:201–209, 1986.
- [2] BATENS, D. – „Paraconsistent extensional propositional logics”. *Logique et Analyse* 90–91:195–2234, 1980.
- [3] BATENS, D. – *A survey of inconsistency-adaptive logics*. În: D. Batens, C. Mortensen, G. Priest și J.-P. van Bendegem, editori, *Frontiers in Paraconsistent Logic: Proceedings of the I World Congress on Paraconsistency*, Ghent, 1998, pp.49–73. Baldock: Research Studies Press, King's College Publications, 2000.
- [4] BUENO, O. – *Truth, quasi-truth and paraconsistency*. În: W. A. Carnielli și I.M. L. D'Ottaviano, editori, *Advances in Contemporary Logic and Computer Science: Proceedings of the XI Brazilian Conference of Mathematical Logic*, Salvador, 1996, pp.275–293. Providence: American Mathematical Society, 1999.
- [5] CALEIRO, C. și MARCOS, J. – *Non-truth-functional fibred semantics*. În: H. R. Arabnia, editor, *Proceedings of the 2001 International Conference on Artificial Intelligence (IC-AI'2001)*, v.II, pp.841–847. CSREA Press, USA, 2001.
- [6] CARNIELLI, W. A. – *Possible-translations semantics for paraconsistent logics*. În: D. Batens, C. Mortensen, G. Priest și J.-P. van Bendegem, editori, *Frontiers in Paraconsistent Logic: Proceedings of the I World Congress on Paraconsistency*, Ghent, 1998, pp.149–163. Baldock: Research Studies Press, King's College Publications, 2000.
- [7] CARNIELLI, W. A., LIMA-MARQUES, M. – „Reasoning under inconsistent knowledge”. *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 2(1):49–79, 1992.
- [8] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J. – „Limits for paraconsistency calculi”. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 40(3):375–390, 1999.
- [9] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J. – „Ex contradictione non sequitur quodlibet”. *Bulletin of Advanced Reasoning and Knowledge* 1(2001), pag.89–109. (*Proceedings of the Advanced Reasoning Forum Conference*, susținută în București, România, Iulie 2000). Colegiul Noua Europă, București (Editor: Mircea Dumitru).
- [10] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J. – *Tableau systems for logics of formal inconsistency*. În: H. R. Arabnia, editor, *Proceedings of the 2001 International Conference on Artificial Intelligence (ICAI' 2001)*, vol.II, pp.848–852. CSREA Press, USA, 2001.
- [11] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J. – *A taxonomy of C-systems*. In *Paraconsistency: The Logical Way to the Inconsistent – Proceedings of WCP'2000* (editori W.A. Carnielli, M.E. Coniglio și I. M. L. D'Ottaviano) Marcel Dekker, New York, 1–94, 2002. Pre-print disponibil la CLE e-Prints, vol. 1(5), 2001: URL=[http://www.cle.unicamp.br/e-prints/abstract\\_5.htm](http://www.cle.unicamp.br/e-prints/abstract_5.htm).
- [12] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J. – *Semantics for C-systems*. În curs de apariție.
- [13] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J., DE AMO, S. – „Formal inconsistency and evolutionary databases”. *Logic and Logical Philosophy*, 8(2):115–152. (Proceedings of the Ja\_kowski's Memorial Symposium), 2000.
- [14] DA COSTA, N. C. A. – *Inconsistent Formal Systems* (în portugheză). Teză, UFPR, Brazil, 1963. Curitiba: Editora UFPR, pp. 68, 1993.
- [15] DA COSTA, N. C. A. – „On the theory of inconsistent formal systems”. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 15(4):497–510, 1974.
- [16] DA COSTA, N. C. A., ALVES, E. – „A semantical analysis of the calculi  $C_n$ ”. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 18(4):621–630, 1977.
- [17] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. – „Aspects of paraconsistent logic”. *Bulletin of the IGPL* 3(4), pp.597–614, 1995.
- [18] DE AMO, S., CARNIELLI, W. A., MARCOS, J. – *Proceedings of the II International Symposium on Foundations of Information and Knowledge Systems*. În: Thomas Eiter and Klaus-Dieter Schewe, editori, (FoIKS, 2002), Schloß Salzau, Germany, February, 2002, pp. 67–84. Lecture Notes in Computer Science 2284, Springer-Verlag, Berlin, 2002.

- [19] D'OTTAVIANO, I. M. L., DA COSTA, N. C. A. – „Sur un problème de Jaśkowski”. *Comptes Rendus de l'Academie de Sciences de Paris (A-B)*, 270:1349–1353, 1970.
- [20] JAŚKOWSKI, S. – „Propositional calculus for contradictory deductive systems” (în poloneză). *Studia Societatis Scientiarum Torunensis*, sectio A-I:57–77, 1948. Traducere în limba engleză: *Studia Logica*, 24:143–157, 1967.
- [21] JOHÁNSSON, I. – „Der Minimalkalkül, ein reduzierter intuitionistischer Formalismus”. *Compositio Mathematica*, 4(1):119–136, 1936.
- [22] MARCOS, J. – *Possible-Translations Semantics* (în portugeză). Teză, Unicamp, Brazil, xxviii+240p, 1999. URL = <ftp://www.cle.unicamp.br/pub/thesis/J.Marcos/>
- [23] NELSON, D. – *Negation and separation of concepts in constructive systems*. În: A. Heyting, editor, *Constructivity in Mathematics: Proceedings of the colloquium held at Amsterdam*, 1957, pp. 208–225. Amsterdam: North-Holland, 1959.
- [24] PRIEST, G. – *In Contradiction. A Study of the Transconsistent*. Dordrecht: Nijhoff, 1987.
- [25] SCHÜTTE, K. – *Beweistheorie*. Springer-Verlag, 1960.
- [26] SETTE, A. M. – „On the propositional calculus P1”. *Mathematica Japonicae*, 18:181–203, 1973.

## Mulțumiri

Multe dintre rezultatele prezentate în acest articol se bazează pe cercetarea pe care am întreprins-o în colaborare cu João Marcos (IFCH-UNICAMP, Brazilia și IST, Portugalia), Marcelo E. Coniglio (CLE și IFCH-UNICAMP, Brazilia) și Sandra de Amo (UFU, Brazilia). Doresc să apreciez în mod special ajutorul valoros al lui João Marcos și Marcelo E. Coniglio în dezbaterile ideilor, verificarea demonstrațiilor, clarificarea definițiilor, îmbunătățirea exemplelor și în stimularea continuă a unor cercetări viitoare. De asemenea, mulțumesc pentru sprijinul acordat printr-o subvenție de cercetare din partea CNPq-Brazilia și a ARF (Advanced Reasoning Forum).





# Viitorul logicii paraconsistente<sup>1</sup>

Jean-Yves BÉZIAU

## 1. Logică a viitorului sau logică fără viitor?

Stefan Zweig a scris o carte intitulată *Brazilia, țară a viitorului*; se pare că profetia lui nu a fost încă îndeplinită și există o glumă tipic braziliană care spune că Brazilia este țara viitorului și va rămâne așa pentru totdeauna.

Probabil că ceva similar se poate spune despre logica paraconsistentă. După crearea sa, au fost necesari aproape 50 de ani pentru a organiza un congres mondial de paraconsistență și încă nu există un manual dedicat acesteia. Pentru comparație, după doar zece ani de la crearea sa, logica lineară este deja studiată în lumea întreagă și au fost organizate multe congrese de logică lineară. Dar este dificil de știut ce se va întâmpla. Poate că logica paraconsistentă va dăinui, iar logica lineară este doar o logică la modă, de care nu-și va mai aminti nimeni în zece ani. Sau poate că logica paraconsistentă va rămâne o curiozitate controversată, iar logica lineară se va transforma în logica oficială, înlocuind logica clasică, dominându-ne computerele, soțiile și banii.

Sau poate că logica paraconsistentă și logica lineară sunt doar variațiuni pe aceeași temă cu cea a logicii clasice. Poate că în viitor vor fi schimbări mult mai radicale, o revoluție logică similară cu cea fregeană. Va avea loc o nouă concepție despre logică față de care logica clasică va arăta așa cum arată astăzi silogistica față de logica clasică, iar logica paraconsistentă și logica lineară vor arăta ca numeroasele variațiuni și prelinsele îmbunătățiri ale silogisticii care au fost propuse

---

<sup>1</sup> *The future of paraconsistent logic*, articol apărut în *Logical Studies Online Journal*, 2, 1999. Traducere de Dumitru Gheorghiu. (N.T.)

## 2. Probleme ale paraconsistenței

### 2.1. Problema definiției logicii paraconsistente

#### 2.1.1. Logică paraconsistentă?

În linii mari, o logică paraconsistentă este o logică ce respinge principiul non-contradicției (PNC). Întrebarea este dacă o negație care nu respectă PNC este încă o negație. Pentru unii, precum Quine [82] și, mult mai recent Slater [87], răspunsul este un mare NU, pentru că, *prin definiție*, negația trebuie să respecte PNC. Dar dacă cineva reflectează două minute asupra acestei probleme, va vedea că nu este atât de simplă.

Ce este *definiția negației*? Pretenția implicită a lui Quine și Slater este că există o singură negație care este perfect și precis descrisă de logica formală clasică. Totuși, pe de o parte, este dificil de argumentat că această negație clasică dă o descriere a folosirii negației din limbajul natural și din acest motiv, o astfel de definiție apare a nu fi foarte descriptivă, ci mai curând puternic normativă, ca să nu spunem dictatorială. Pe de altă parte, așa se întâmplă și în logica matematică, întrucât mult timp oamenii au numit „negație” diferiți conectori apropiați, dar diferiți de negația clasică.

Oamenii pot argumenta că PNC este o proprietate fundamentală a negației și că nu are nici un sens să se mai folosească cuvântul „negație” pentru a denumi un conector care nu se bucură de această proprietate. Dar și principiul terțului exclus este o proprietate fundamentală a negației, un fel de dual al PNC, iar negația intuiționistă, care nu se bucură de această proprietate, este fără doar și poate numită „negație”. Așadar, de ce nu ar trebui să se permită să fie numit negație un operator care poate să apară ca un dual (v. secțiunea 3.4) al negației intuiționiste?

Chestiunea dacă o negație paraconsistentă poate fi numită în mod corect negație este încă o problemă importantă deschisă, care are două părți: (a) partea *matematică*, în care trebuie să investigăm care sunt acele proprietăți ale negației ce sunt compatibile cu respingerea PNC; (b) partea *filosofică*, în care trebuie să vedem dacă aceste proprietăți sunt suficiente pentru a caracteriza ideea de negație. Este încă multă treabă de făcut de ambele părți. În partea matematică problema nu este atât de simplă, deoarece proprietățile negației sunt de tipuri și niveluri diferite și depind de cadrul în care lucrăm și există mai multe cadre posibile (operatorul consecință tarskian standard, calculul secvențial substructural etc.). Ceea ce este cerut aici pentru a conduce așa cum trebuie o astfel de investigație este o teorie generală a logicii, o logică universală care va juca același rol pe care algebra universală îl joacă în algebră (v. [18], [21], [31]). În partea filosofică există, de asemenea, diferite idei sau teorii posibile ale negației care nu sunt compatibile și care aparțin unor contexte diferite.

### 2.1.2. „Logică paraconsistentă“?

După cum se știe, expresia „logică paraconsistentă“ a fost propusă, în 1976, de către filosoful peruvian Miró Quesada ca o soluție posibilă la o întrebare a lui da Costa. Foarte rapid, denumirea a devenit larg răspândită și chiar a jucat un rol decisiv în dezvoltarea denotației sale (v. [43], [49]).

Cu toate acestea, există mulți oameni cărora nu le place denumirea și care au încercat să o înlocuiască, fără succes, cu altceva: logică dialetheică, logică antinomică, logică parainconsistentă, logică a contradicției, teratologică, logică transconsistentă etc.

Prefixul grecesc *para* are în principal trei înțelesuri:

- (1) „împotriva“, ca în expresia *paradox* (care în limba greacă înseamnă împotriva simțului comun),
- (2) „dincolo de“, ca în expresia *paranormal*,
- (3) „foarte similar“ („înrudit“, „aproape de“), ca în expresia *paramilitar*.

Acest prefix este așadar el însuși contradictoriu, în sensul că are diferite înțelesuri incompatibile. Unii oameni resping expresia „logică paraconsistentă“, deoarece o interpretează conform celui de al treilea înțeles al lui *para* și cred că o astfel de interpretare nu se potrivește cu scopul revoluționar al logicii paraconsistente, care este acela de a ne duce nu aproape de consistență, ci dincolo de aceasta. Cei care sugerează expresia „logică parainconsistentă“ gândesc că logica paraconsistentă este dincolo de (sau aproape de) inconsistență, nu de consistență.

Ceea ce este mai puțin cunoscut este că prefixul *para* există în alte limbi cu alte înțelesuri. În Puppy-Guarana, una dintre multele limbi dispărute ale indienilor din America de Sud, înseamnă „în afara“. Deși Puppy-Guarana nu mai este deloc vorbită, multe nume proprii în Brazilia sunt din această limbă, cum este numele plajei din Rio „Ipanema“, sau cum este numele orașului „Parati“, care înseamnă „în afara ta“, sau cum este numele statului în care s-a născut da Costa, „Parana“, care înseamnă „în afara lui Na“, Na fiind numele unei faimoase zeițe indigene (v. [36]).

Expresia „logică paraconsistentă“ este astăzi bine stabilită și nu ar avea nici un sens să fie schimbată. Poate fi interpretată în multe moduri diferite, care corespund multor moduri diferite în care o logică ne permite să raționăm în prezența contradicțiilor. Cu toate acestea, cineva poate dori să aibă nume suplimentare pentru a denumi aceste moduri. Interpretând prefixul *para* în sensul său original, pe direcția ce duce de la stânga la dreapta, de la situarea conformistă confortabilă în dogma neclintită a consistenței la poziția nihilistă fermă ce ține sus flamura incandescentă a inconsistenței, avem următoarea imagine:

consistent,      neoconsistent,      transconsistent,      anticonsistent,      paraconsistent,  
parainconsistent,      antiinconsistent,      transinconsistent,      neoinconsistent,      inconsistent.

## 2.2. Probleme filosofice

Unii oameni cred în Contradicțiile Adevărate și din acest motiv apără existența logicii paraconsistente. Alții cred în Dumnezeu și din acest motiv apără existența Bisericii. În ambele cazuri, dificultatea este de a ști ce este exact obiectul credinței lor. Iar a deduce existența Contradicțiilor Adevărate pornind de la logica paraconsistentă pare a fi posibil doar printr-un raționament similar celui prin care s-ar deduce existența lui Dumnezeu pornind de la existența Bisericii, raționament obișnuit printre oamenii Bisericii, dar rar printre filosofi, Kant fiind excepția care demonstrează regula.

Într-un anumit sens, suntem înconjurați de contradicții. Dar poate că aceste contradicții sunt doar aparente sau poate că ele există efectiv, dar sunt lucruri care trebuie să fie evitate. În orice caz, se pare că logica paraconsistentă este esențială, deoarece chiar în cazul în care contradicțiile sunt doar aparente, probabil că nu putem evada din lumea aparențelor, trebuie să rămânem în peștera lui Platon, având de-a face cu contradicțiile, și chiar dacă putem sau trebuie să le evităm, probabil că logica paraconsistentă este o cale mai blândă de a face aceasta decât este logica clasică.

Unii oameni cred că logica paraconsistentă este esențială deoarece contradicțiile sunt esențiale. Ei cred că există contradicții adevărate care nu pot fi evitate sau mai mult decât atât: contradicția este esența realității.

În mod clar, există o luptă în privința contradicțiilor. Unii oameni sunt împotriva contradicțiilor, ei cred că acestea antrenează confuzia și că trebuie să fie alungate din discursul rațional, din retorica politică și metoda științifică. Pe de altă parte, sunt oameni care cred că sunt peste tot contradicții, în opoziția dintre zi și noapte, bun și rău, adevăr și falsitate și că aceste perechi sunt tocmai forțele generatoare ale realității. Că viața rezultă din împreunarea dintre Dumnezeu și Satana, că nu există fericire fără suferință, nici adevăr fără falsitate.

Oamenii care iubesc contradicțiile cred că distincția netă dintre falsitate și adevăr este prea artificială, oamenii care le urăsc cred că trebuie evitată confuzia dintre adevăr și falsitate, deoarece aceasta favorizează falsitatea, mai curând decât albul și purul adevăr. De ambele părți, oamenii sunt mai interesați să spună ceea ce cred ei că este contradicția, mai curând decât să încerce să înțeleagă ceea ce este aceasta, i.e. de ambele părți există puțini filosofi adevărați. Această situație este confirmată de ceea ce scriu oamenii despre subiectul în discuție, ceea ce este un amalgam cu densitate filosofică redusă.

Să luăm doar un singur exemplu. Unii oameni spun că paradoxul mincinosului dovedește că un limbaj natural, cum este limba română, este contradictoriu și că aceasta dovedește existența contradicțiilor adevărate. Dar pot să scriu „Plouă la Paris și nu plouă la Paris”; aceasta nu va atrage după sine că  $2+3=7$  sau că Dumnezeu este Satana. Și chiar dacă o spun, Pământul nu va exploda. Nu trebuie să confundăm limbajul nici cu realitatea, nici cu raționarea.

Oamenii pot argumenta că dacă propoziția de mai sus nu apare ca o contradicție, este pentru că o considerăm la un nivel poetic. Considerând-o la nivelul

adekvat, cel asertoric (vs. poetic), împreună cu o teorie a adevărului-corespondență, aceasta atrage după sine împrejurarea că Pământul este o uriașă plăcintă cu mere și întrucât nu pare să fie așa, trebuie să se admită că nu este posibil să plouă la Paris și să nu plouă la Paris sau că trebuie să se folosească logica paraconsistentă. Dar de ce ar trebui să o considerăm la nivelul asertoric? Poate că paradoxul mincinosului este doar un produs al puterii poetice a limbajului natural.

Viitorul logicii paraconsistente va depinde de o analiză corectă a diferitelor aspecte ale contradicției. Oamenii care spun că există contradicții peste tot, fără a avea vreun suport rațional, și că deci logica paraconsistentă este salvarea noastră, sunt asemănători cu cei care atrag atenția asupra unei boli cumplite pentru a vinde un medicament minunat, făcut special pentru a vindeca acea boală. Dar poate că nu există nici o boală, iar medicamentul este un *placebo*. Un grup de oameni pot obține puterea spunând că ei pot controla creaturi periculoase care sunt produsul propriei lor imaginații. Aceasta amintește de povestea religiilor care înspăimântau oamenii cu diavoli pentru a-i converti la bisericile respective.

Prin contrast cu un astfel de tip de abordări filosofice orientate religios ale paraconsistenței, logica matematică poate juca un rol fundamental în viitorul filosofic al logicii paraconsistente, în sens pozitiv prin construirea de sisteme matematice în care există negații paraconsistente interesante sau în sens negativ, arătând nu există astfel de sisteme.

## 2.3. Probleme matematice

### 2.3.1. În căutarea unei „bune” logici paraconsistente

Una este ideea de logică paraconsistentă și alta este un sistem matematic corespunzător acestei idei.

Evident, Vasiliev a avut ideea unei logici paraconsistente, dar el nu a construit un sistem de logică paraconsistentă [7], [12]. De atunci au fost propuse multe sisteme paraconsistente, dar toate acestea au unele defecte fundamentale, așa încât nu este deloc clar dacă logica paraconsistentă există în sensul că există o logică paraconsistentă autentică. Dar ce este o logică paraconsistentă „autentică”?

Putem propune următoarele condiții:

- criteriul negativ (respingerea lui *ex falso sequitur quodlibet*);
- criteriul pozitiv (proprietăți puternice care ne permit să vorbim despre o negație);
- o bună intuiție;
- trăsături matematice atrăgătoare.

Sunt mai multe proprietăți pe care le poate avea o negație; chestiunea este de a ști cum se poate selecta o mulțime de proprietăți dorite și cum se poate construi un sistem care să aibă acele proprietăți și numai pe acelea. Matematica poate pune capăt unor vise, arătând că nu este posibilă construirea unui sistem sau a altuia.

Un studiu matematic sistematic al negației poate să arate ce proprietăți sunt compatibile între ele și ce colecție de proprietăți poate fi armonizată într-un sistem

paraconsistent. Un astfel de studiu sistematic nu a fost încă dus prea departe. Mulți paraconsistențiști au fie o atitudine constructivistă, încercând să-și construiască propriul lor edificiu preferabil în orașul paraconsistenței, fie o atitudine deconstructivistă, încercând să distrugă alte sisteme prin găsirea unor defecte ascunse și perfide. Este păcat, deoarece multe rezultate generale despre negațiile paraconsistente sunt mult mai semnificative decât un sistem defectuos construit sau altul.

Din nefericire, aceste rezultate generale nu sunt prea bine cunoscute, nu pentru că sunt greu de înțeles, ci poate pentru că sunt negative. De exemplu, este foarte ușor de arătat [19] că toate formele de contrapозиție și *reductio ad absurdum* sunt incompatibile cu ideea de paraconsistență, dacă luăm aceste principii relativ la relația de consecință (e.g., dacă  $\neg a \vdash b$  și  $\neg a \vdash \neg b$ , atunci  $\vdash a$ ; dacă  $\neg a \vdash \neg b$ , atunci  $b \vdash a$ ). Forme slabe ale acestor principii au loc pentru negații precum negațiile intuiționistă și minimală. În cazul logicii paraconsistente, astfel de principii sunt valide doar pentru un tip de implicații care au proprietăți foarte slabe.

### 2.3.2. Paraconsistența și auto-extensionalitatea

Oricum, există unele rezultate parțiale legate de cutare sau cutare sistem sau de anvergură mai largă. Se pare că principala problemă este legată de compatibilitatea dintre teorema înlocuirii și proprietățile de bază ale negației. Urmând terminologia lui Wójcicki [99], să numim *auto-extensională* o logică în care are loc teorema înlocuirii. Logica  $C_1$  nu este auto-extensională [53], [54]. În plus, Mortensen a arătat că nu există relații non-triviale de congruență definibile în  $C_1$ . Cu toate acestea, este posibil să se dezvolte extensii ale  $C_1$  în care există unele relații non-triviale de congruență [71], [50]. Dar Urbas a arătat că  $C_1$  nu admite nici o altă extensie trivială auto-extensională decât logica clasică v. [93].

Noi nu credem că auto-extensionalitatea este în mod necesar un defect matematic pentru o logică, [24]. Dar din punct de vedere filosofic trebuie să existe o intuiție care să sprijine comportamentul non auto-extensional al unei negații.

În  $C_1$ ,  $a \wedge b$  este echivalentă logic cu  $b \wedge a$ , dar  $\neg(a \wedge b)$  și  $\neg(b \wedge a)$  nu sunt echivalente logic. În LP,  $a \vee \neg a$  este echivalentă logic cu  $b \vee \neg b$ , dar  $\neg(a \vee \neg a)$  și  $\neg(b \vee \neg b)$  nu sunt echivalente logic. Și în ambele cazuri nu există nici o justificare intuitivă ale acestor „anomalii”.

Trebuie să se găsească logici paraconsistente non-auto-extensionale în care nu apar astfel de tipuri de anomalii sau să se lucreze cu logici paraconsistente auto-extensionale. Să remarcăm limitările intrinseci ale negației într-o logică paraconsistentă auto-extensională. S-a arătat [26] că o astfel de negație nu poate respecta simultan legea dublei negații și principiul non-contradicției în forma  $\neg(a \wedge \neg a)$ . În consecință, o logică auto-extensională în care au loc toate legile lui de Morgan și în care, în plus, are loc principiul terțului exclus nu poate fi paraconsistentă.

Exemple de logici paraconsistente auto-extensionale sunt logica P1 [84], logica LDJ [95] și logica Z [32]. P1 este o *logică paraconsistentă atomare* în sensul că numai formulele atomare au un comportament paraconsistent. LDJ este o *logică paraconsistentă clasică* [90], în sensul că admite toate teoremele logicii

clasice. Atât logica paraconsistentă atomară, cât și logica paraconsistentă clasică sunt greu de apărut din punct de vedere filosofic. Dar chiar dacă se pot găsi argumente filosofice solide în favoarea paraconsistenței atomare sau a paraconsistenței clasice, punctul slab al acestor logici este probabil acela că ele delimitează domenii logice cuprinzătoare pentru paraconsistență, dar comportamentul negațiilor paraconsistente în aceste regiuni nu este suficient de puternic.

### 2.3.3. Problema unei logici paraconsistente „cuprinzătoare“

Multe logici non-clasice sunt, la nivel propozițional, jucării nostime care funcționează destul de bine, dar atunci când se dorește extinderea acestora la niveluri mai înalte, pentru a se obține o logică autentică ce dă posibilitatea de a face matematică sau alte raționamente mai complicate, apar uneori probleme dramatice. Acesta este, de exemplu, cazul logicii modale. În cazul logicii paraconsistente este dificil de a avea o opinie, deoarece problemele nu sunt rezolvate deocamdată nici măcar la nivelul propozițional.

Dacă se extinde o logică propozițională non-auto-extensională cum este  $C_1$ , la nivelurile înalte vor fi întâlnite aceleași probleme care au fost găsite la nivelul de jos, ce se pot agrava sau nu, și pot să apară probleme noi. În cazul  $C_1$ , pentru a evita probleme suplimentare, trebuie procedat cu prudență. În construcția obișnuită a limbajului logicii de ordinul întâi, două formule cum sunt  $\forall x\phi x$  și  $\forall y\phi y$  sunt diferite, dar sunt echivalente logic. În versiunea non-auto-extensională de ordinul întâi, pentru a „identifica“ aceste două formule trebuie să se adauge o axiomă suplimentară *ad-hoc* [42] sau să se modifice construcția limbajului prin folosirea, de exemplu, a pătratului lui Bourbaki [22]; în acest ultim caz, aceste două formule sunt echivalente logic, deoarece ele sunt una și aceeași formulă. Pentru a trata non-auto-extensionalitatea trebuie să se modifice și noțiunea de izomorfism pentru a se păstra conceptul de identitate [23]. Izomorfismul trebuie să fie definit ca păstrare a structurii nu numai la nivel atomar ( $aRb$  ddacă  $\iota aR\iota b$ ), ci și la toate nivelurile ( $\phi(a_1, \dots, a_n)$  ddacă  $\phi(\iota a_1, \dots, \iota a_n)$ ). Probleme suplimentare apar în legătură cu definițiile [48], dacă, de exemplu, se dorește introducerea în teoria mulțimilor a unor constante precum  $\emptyset$  sau  $\omega$  în limbajul formal. Toate aceste probleme sunt legate de non-auto-extensionalitate și deci apar în orice logică non-auto-extensională, fie aceasta  $C_1$ ,  $J3$  sau  $LP$ . În unele cazuri, în care există în limbaj unii conectori congruenți ( $C_1^+$  sau logicile lui Buchsbaum [37]), este ceva mai simplu, dar problemele de bază persistă.

Ce se întâmplă în cazul unei logici paraconsistente auto-extensionale? În cazul logicii paraconsistente  $Z$ , pentru posibila sa extensie la niveluri mai înalte se întâlnesc aceleași probleme care apar în logica modală; aceste probleme pot fi privite ca efecte secundare neglijabile, dacă nu ne concentrăm asupra aspectelor modale ale acestei logici. Pare dificil de utilizat o logică paraconsistentă clasică, precum versiunea de ordinul întâi a  $LDJ$ , pentru a dezvolta matematica paraconsistentă, deoarece la baza matematicii stau teoremele, iar acest tip de logică paraconsistentă are aceleași teoreme ca și logica clasică. Situația logicii

paraconsistente atomare nu este mai bună, întrucât atunci când contradicțiile se ivesc în matematică, acestea se ivesc mai curând la un nivel mai înalt de complexitate. Chiar și o contradicție foarte simplă, cum este paradoxul lui Russell, nu este o contradicție atomară. Poate că o logică paraconsistentă adecvată pentru matematică ar trebui să fie o *logică paraconsistentă complexă*, în care formulele pot avea un comportament paraconsistent numai dincolo de un grad de complexitate dat [33].

### 2.3.4. Teoria paraconsistentă a mulțimilor și paradoxul lui Curry-Moh Shaw Kwey

Paradoxul lui Curry-Moh Shaw Kwey arată cum se poate deriva orice din axioma nerestricționată a abstracției cu ajutorul unor foarte puține principii logice suplimentare și îndeosebi fără principii privind în mod explicit negația. Prin urmare, pentru a scăpa de paradoxul lui Russell, logica paraconsistentă nu este o alternativă la **ZF** sau la altă teorie clasică a mulțimilor bazată pe restricții ale axiomei abstracției.

Cu toate acestea, logica paraconsistentă ne permite să avem de-a face cu teoria mulțimilor în care apare o axiomă restricționată a abstracției, împreună cu o mulțime russelliană sau alte mulțimi paradoxale ([46], [52], [57]). Pentru a fi de interes, negația subiacentă trebuie să fie suficient de puternică pentru a garanta că astfel de mulțimi sunt realmente paradoxale și nu mulțimi contradictorii doar în mod aparent sau poetic. Logica paraconsistentă nu a apărut încă drept utilă pentru unele fundamente noi ale matematicii, dar poate că viitorul va aduce unele surprize prin intermediul unor tentative temerare cum sunt logicile în care o formulă poate fi identică cu negația sa [67].

## 3. Relații între logica paraconsistentă și alte logici

Ni se pare că viitorul logicii paraconsistente va depinde de relațiile sale cu alte logici și, în particular, nu împărtășim opinia adeptilor darwinieni ai paraconsistenței, care au o concepție evoluționistă despre logică, potrivit căreia doar logica paraconsistentă va supraviețui în viitor, deoarece este cea mai puternică și mai bună logică. Nu împărtășim nici concepția darwinienilor clasici și creaționiștilor relevanțiști. Credem că logica este într-o mișcare continuă, că nu există o super-logică ultimă, că natura acestei mișcări poate fi studiată într-o teorie generală a logicilor (v. Logica universală), că o logică poate fi înțeleasă așa cum trebuie doar prin intermediul unui studiu comparativ care să investigheze relațiile sale cu alte logici.



### 3.1. Logica „fuzzy” și logica polivalentă

Să încercăm să explicăm relațiile dintre logici în termenii culorilor: logica bivalentă clasică este în alb și negru, o logică polivalentă este pe atât de multicoloră, pe cât este de polivalentă, logica „fuzzy” este extrem de multicoloră, incluzând toate culorile dintre purpuriu și roz, galben și verde, alb și negru. Și astfel, care va fi culoarea logicii paraconsistente? Albastru închis, ca inteligența artificială a zodiei computerelor celui de al treilea mileniu? Din nefericire, se pare că aspectul culorii sale nu este atât de poetic, poate doar alb și negru cu o picătură de alb în negru și o picătură de negru în alb, cum este simbolul Tao. Desigur, este posibil să se combine logica paraconsistentă cu logica polivalentă multicoloră și să se obțină o picătură de roșu într-o mare de albastru și o picătură de galben într-o mare neagră.

Din punct de vedere tehnic, relațiile sunt mult mai prozaice. De exemplu, se pot utiliza matrice polivalente pentru a încerca să se definească o negație paraconsistentă, dar succesul nu este garantat. În decursul istoriei, Asenjo [5], D'Ottaviano și da Costa [58] precum și Priest [76] au prezentat negații paraconsistente construite cu matrice polivalente, dar nici una dintre aceste logici nu are un comportament satisfăcător. În particular, ele sunt non-auto-extensionale [26]. Matricele polivalente au fost utilizate și ca semantici pentru logici paraconsistente atomare, cum este logica lui Sette [84] și formularea Puga-da Costa a logicii lui Vasiliev [80]. Mai recent, oameni precum Karpenko [64], Avron [6], Tuziak [92] sau Almeida [2] au investigat într-o manieră mai generală ce se poate face cu matrice polivalente în domeniul logicii paraconsistente. În plus, autorul de față [16] a propus extinderea concepției tradiționale a polivalenței bazate pe matrice la semantica non-verifuncțională și a prezentat o astfel de semantică pentru logica paraconsistentă  $C_1$  și alte logici.

La prima vedere, polivalența pare a fi o idee atrăgătoare pentru semantica paraconsistentă. Dar poate fi doar o iluzie. Trebuie să se manifeste prudență față de amestecul dintre o diviziune binară în limbaj ( $\alpha$  și  $\neg\alpha$ ) și valori multiple în semantică și, mai general, față de filosofia sinuoasă a polivalenței, conform căreia există într-un anumit sens mai multe valori, dar în alt sens principiul bivalenței este păstrat în privința diviziunii binare dintre valori desemnate și valori non-desemnate ([51], [25]). Matricele polivalente sunt cu siguranță un instrument matematic util pentru logica paraconsistentă, așa cum sunt pentru multe logici, cum este logica clasică, atunci când este folosit, de exemplu, pentru a demonstra independența axiomelor (v. [3]). Dar nu este clar că ele sunt filosofic relevante pentru paraconsistență. Istoria a arătat că în cazul logicii modale, matricele polivalente nu funcționează, deși la prima vedere se pare că există o legătură între posibilitate și o a treia valoare. Poate că același lucru este adevărat despre logica paraconsistentă, în sensul că o logică paraconsistentă bună nu poate fi caracterizată printr-o matrice finită. Ca și pentru logicile modale, poate că semantica lui Kripke este mai nimerită (vezi secțiunea 3.3) sau poate că semantica paraconsistentă perfectă trebuie să fie construită folosindu-se tehnici noi, cum sunt semanticile traducerilor-posibile ale lui Carnielli ([40], [2]) sau semantica min-max a lui Buchsbaum [37].

### 3.2. Logica relevantă

Pentru mulți relevanțiști, logica clasică este total greșită și trebuie să fie respinsă pentru că nu este „relevantă”, în sensul că dintr-o mulțime de supoziții poți deduce o concluzie care spune ceva ce nu are nimic de a face cu lucrurile la care se referă supozițiile. *Ex falso sequitur quodlibet* nu este o deducție „relevantă”. Pentru relevanțiști, acesta este încă un exemplu care arată cât de mult este greșită logica clasică și ei cred că paraconsistențiștii au dreptate când o resping, dar ei cred, de asemenea, că aceștia nu trebuie să se oprească aici, ci să meargă mai departe și să respingă toate celelalte deducții non-relevante.

Relevantiștilor le place să spună că logica paraconsistentă este o parte a logicii relevante, iar paraconsistențiștilor le place să spună contrariul. În fapt, o logică relevantă poate fi paraconsistentă într-un mod total ne semnificativ, și acesta este cazul logicilor relevante obișnuite. Aceasta ilustrează perfect faptul că respingerea lui *ex falso sequitur quodlibet* nu este suficientă pentru a defini paraconsistența. Și este, de asemenea, foarte clar că este posibil să se dezvolte logici paraconsistente care nu sunt relevante: exemple tipice sunt logicile paraconsistente care sunt finit trivializabile sau care admit o negație clasică.

Poate că relevanțiștii au dreptate și în viitor raționamentele noastre vor fi semnificativ automatizate în așa fel încât nu va mai fi deloc posibil să scoți un iepure dintr-o pălărie, magia lui *ex falso* spulberându-se. Dar aceasta nu implică în mod necesar că vom trăi într-o lume de contradicții. Sau poate că paraconsistențiștii au dreptate și vom trăi într-o lume plină de contradicții semnificative non-explozive, dar permițând și unele tușe magice de deducție formală pură. Sau poate că logica viitorului va fi fiica logicii relevante și a celei paraconsistente, o logică a înțelesurilor contradictorii.

### 3.3. Logici modale și intensionale

În același fel în care putem prelungi logica clasică în diferite logici modale (S4, S5, B52, F242 etc.) prin adăugarea operatorilor modali ai posibilității și necesității, putem prelungi diferitele logici modale și neo-modale (temporale, epistemice, doxastice, deontice, ale convingerii, opiniei etc.) în logici paraconsistente prin adăugarea negațiilor paraconsistente.

Există multe motivații intuitive, mai puternice în acest context decât în logica pur extensională. De exemplu, conceptul de opinii contradictorii este firesc în lumea noastră, în care sunt trimise în sistemul solar rachete ce difuzează muzică spre a face ca Universul să pulseze în ritmul nebuniei omenești și în același timp mulți oameni mai au încă opinia că Pământul este plat ca un CD fabricat de un zeu ingenios sau un „*malin génie*” pentru a cânta eternul cântec al tristeții omenești.

Dar pentru a avea de-a face cu opinii contradictorii (temeri, obligații etc.) avem realmente nevoie de o logică paraconsistentă? Ceea ce dorim este să ni se permită să credem în Dumnezeu și Satana fără să admitem nimic precum existența

creaturilor verzi pe Marte. Dar poate că aceasta se poate face fără respingerea lui *ex falso sequitur quodlibet*. A crede în Satana nu înseamnă în mod necesar a nu crede în Dumnezeu; poate să însemne a crede într-un Antichrist. Formal vorbind (vom folosi simbolul „ $\circ$ ” pentru reprezentarea opiniei), putem avea o logică a opiniei în care  $\circ a, \circ \neg a \nvdash b$ , dar în care  $\circ a, \neg \circ a \vdash b$  și, mai general,  $a, \neg a \vdash b$ . Astfel, această logică poate să nu fie, strict vorbind, o logică paraconsistentă. Problema de a ști dacă putem să avem de-a face cu opinii contradictorii, în acest sens, fără a intra în domeniul paraconsistenței a fost formulată de J. Wainer [98]. Oricum, în cazul unui răspuns pozitiv la această problemă, ni se pare că, în loc de a spune că există logici ale opiniilor contradictorii care nu sunt paraconsistente, ar fi mai bine să modificăm definiția paraconsistenței pentru a include acest tip de logici în domeniul paraconsistenței. Mai general, dat fiind un operator „intensional”, „ $\heartsuit$ ”, se poate spune că o logică în care  $\heartsuit a, \heartsuit \neg a \nvdash b$ , dar în care are loc *ex falso* este o logică paraconsistentă sau, pentru a fi mai preciși, este o *logică paraconsistentă inimoasă*.

În fapt, combinările operatorilor intensionali, cum sunt modalitățile standard, cu operatori extensionali standard, cum este negația clasică, pot duce la negații paraconsistente, ceea ce a fost arătat recent de către autorul de față [30]. De exemplu, în S5,  $\Diamond \neg$  este o negație paraconsistentă cu proprietăți interesante. Din acest punct de vedere, relațiile dintre logicile modale și logicile paraconsistente par a fi un teren de cercetare foarte promițător pentru viitor: pe de o parte, putem produce negații paraconsistente noi și interesante folosind intuiții și tehnici ale logicilor modale (în special modelele Kripke), pe de altă parte, putem genera operatori intensionali cu ajutorul negațiilor paraconsistente.

### 3.4. Logica intuiționistă, logici paracomplete și logici paranormale

Logica intuiționistă apare ca un dual al unei anumite logici paraconsistente. Inversează logica intuiționistă, pune-o cu capul în jos și cu picioarele în sus – picioarele sale vor arăta ca un cap și capul său ca niște picioare – și vei obține o altă logică, o logică paraconsistentă. Dar există mai multe moduri de a inversa logica intuiționistă, totul depinde de felul în care o privești, o definești. Dacă o privești prin prisma unui calcul secvențial, vei inversa această imagine admitând doar o singură formulă la stânga și vei obține ceva [95] ce nu este în mod necesar la fel cu imaginea inversată a altei imagini, precum un dual al algebrei lui Heyting [85], dualul unei semantici Kripke sau dualul unui topos ([66], [63], [97]).

În plus, există mai multe logici paraconsistente decât toate imaginile inversate ale logicii intuiționiste, iar toate inversările logicii paraconsistente sunt cu mult mai multe decât toate imaginile posibile ale logicii intuiționiste și alcătuiesc domeniul bogat al *logicilor paracomplete* [68]. Fiecare logică paraconsistentă are un dual paracomplet și fiecare logică paracompletă are un dual paraconsistent. Dualitatea dintre paraconsistență și paracompletitudine poate fi acomodată cu orice

idee semantică, interpretare informală etc. De exemplu, din punctul de vedere al semanticii teoriei jocurilor, urmând ideea lui T. Pequeno, paraconsistența corespunde unui joc în care ambii jucători pot învinge, prin contrast cu paracompletitudinea, care corespunde unui joc în care ambii jucători pot pierde. Logica paraconsistentă și logica paracompletă apar, așadar, ca soț și soție. Afinitatea insidioasă dintre paraconsistență și paracompletitudine este exprimată în felul nord-american concis și inventiv de a vorbi prin expresia *Goluri și Suprasaturații* (*Gaps and Gluts*).

Există și logici cu goluri și suprasaturații. Lăsând la o parte terminologia nostimă și folosind din nou o terminologie *para* neo-clasică, astfel de logici, care sunt deopotrivă paraconsistente și paracomplete, sunt numite *logici paranormale* sau uneori *logici non-alethice* (în terminologia lui Miró Quesada). Printre logicile paranormale găsim logicile lui de Morgan ([13], [60]). Logicile paranormale pot avea aplicații interesante la logica intensională sau la inteligența artificială (în legătură cu logicile paranormale, e.g. [15], [61]).

Paraconsistența este o cale deschisă către domeniul promițător al logicilor paracomplete și paranormale. Prin urmare, chiar dacă în viitor logicile paracomplete și paranormale sunt cele care vor domina lumea logică, paraconsistența va juca un rol esențial în această dominare.

### 3.5. Logica non-monotonică, logica alfaberică, logici substructurale

După respingerea principiilor terțului exclus și non-contradicției se poate pune întrebarea la ce se mai poate renunța, dacă nu suntem deja în prezența unei concepții dezgolate de sens a logicii. Dar în acești ultimi ani, logicienii au mers mai departe decât artiștii post-moderni, ei au trecut la deconstrucție până la nivelul structural și au studiat logici numite *logici substructurale*. Relațiile dintre logica paraconsistentă și logicile substructurale pot fi de diferite tipuri. Paraconsistența poate să apară ca o alternativă, înlocuind respingerea principiilor structurale cu respingerea principiilor logice și evadând din lumea substructurală, sau ca o complinire, populând lumea substructurală cu contradicții.

Logica paraconsistentă poate fi privită ca o alternativă, de exemplu, la logica non-monotonică. Non-monotoniștii resping monotonicitatea deoarece ei cred că există experiențe (implicând de cele mai multe ori păsările) care arată că monotonicitatea este greșită și, în particular, că duce la unele contradicții<sup>2</sup>. Dar cel care gândește în mod paraconsistent ar respinge principiul non-contradicției și nu monotonicitatea. Strategia paraconsistentistului este mult mai inventivă: el acceptă să vadă pinguini zburând pe cerul plajelor din Hawai și pe cei din Pink Floyd

---

<sup>2</sup> Autorul face aluzie aici la următorul exemplu standard din literatura de logică non-monotonică: date fiind doar premisele: „În mod tipic, toate păsările zboară” și „Tweedy este o pasăre”, este natural să conchidem că Tweedy zboară. Dacă, însă, premisele sunt suplimentate consistent cu informația că Tweedy este pinguin și că pinguinii nu zboară, atunci este rezonabil să renunțăm la concluzia inițială și să conchidem că Tweedy nu zboară. (*N.T.*)

facând surf pe permafrostul Antarcticii. Avem impresia că viitorul va da prioritate logicii paraconsistente, dacă luăm în considerare progresul biologiei genetice, care produce deja pui de găină fără aripi, iar în viitor vom putea avea porci zburători. Într-o astfel de lume absurdă nu ar avea nici un sens să se raționeze prin lipsă (*by default*), deoarece orice ar putea fi adevărat prin lipsă.

Logica paraconsistentă poate fi privită, de exemplu, și ca o complinire la logicile alfabarice (*alfabar logics*). Acestea sunt logici în care legea auto-deductibilității,  $a \vdash a$ , nu este în general validă [65]. Se poate defini o negație paraconsistentă peste aceste logici substructurale. În astfel de logici, se poate întâmpla ca  $a, \neg a \neq a$ . Combinarea paraconsistenței cu alfabaricitatea poate fi o soluție bună pentru a obține *logici paraconsistente neutrale*, logici paraconsistente în care dintr-o contradicție este imposibil să se deducă orice, exact prin contrast cu logica clasică, în care o contradicție produce o explozie deductivă.

### 3.6. Logica non-fregeano-aristotelică

Să considerăm că planeta LOGOS a logicienilor este un dreptunghi cu o lungime de 100 km și că la extremitatea stângă a planetei (cea dreaptă, din punctul de vedere al unor extra-logosieni) există un mare grup de tipi serioși, a căror zeitate, pe care o venerază șase zile pe săptămână, este logica clasică, și că la extremitatea stângă există un grup nu mai puțin numeros de oameni mult mai agitați, unii dintre ei alergând în cerc încercând să-și prindă propria coadă și alții încercând să sară de pe LOGOS în mijlocul neantului. Paraconsistentiștii par a fi oarecum mai aproape de partea dreaptă a planetei LOGOS. Dar chiar dacă paraconsistentistul este tipul țicnit de la extrema dreaptă a planetei LOGOS, care încearcă să sară pe o altă planetă, el este, fără doar și poate, tot pe același plan logic cu logicianul clasic. Ambii sunt anorați în unele dogme ontologice fregeene și aristotelice similare.

Aceste dogme sunt multiple și alcătuiesc o concepție despre logică, încă predominantă în zilele noastre, dar care pare a fi gata să explodeze. De exemplu, o trăsătură centrală a logicii fregeano-aristotelice, aspectul său „formal“, este astăzi serios atacată. Este provocată de cei care pun accentul în logică, dar și de cei care pun accentul pe logică, arătând că este posibil să se raționeze riguros cu diagrame cum sunt diagramele Venn [86]. Cu siguranță, revoluția logicii celui de-al treilea mileniu va fi legată mai curând de o logică vizuală, decât de o logică obținută din logica clasică prin cochetarea cu formalismele standard, renunțând la o axiomă, aducând ușoare modificări alteia, eliminând regula structurală din stânga a contradicției din dreapta, adăugând valori de „adevăr“ etc., dând naștere la creaturi monstruoase cu o speranță de viață foarte scurtă.

Dacă logica paraconsistentă dorește să supraviețuiască secolului al XX-lea, aceasta trebuie să cocheteze deja cu logicile non-fregeano-aristotelice. Un proiect simplu și interesant, de exemplu, va fi cel de a arăta cum se poate raționa cu

diagrame Venn paraconsistente. Poate că astfel de diagrame paraconsistente pot aduce idei noi în analiza vizuală a logicii în așa fel încât logica paraconsistentă nu va mai fi în viitor doar un instrument ajutător, ci și o parte a nucleului noii sfere a raționalității.

## 4. Aplicații ale logicii paraconsistente

O logică poate crește ca un arbore majestuos, dominând pădurea logică prin frumusețea și grandoarea sa, dar dacă un astfel de arbore nu produce fructe, se poate transforma într-un cadavru monstruos al pădurii, care va dispărea curând.

Ca și multe alte logici non-clasice, viitorul logicii paraconsistente va depinde în cea mai mare parte de posibilele sale aplicații. Ca atare, să vedem dacă logica paraconsistentă este un arbore fructifer sau o plantă sterilă care trebuie să fie înlăturată din grădina științei.

### 4.1. Aplicații la științele omului

Poate că ființa umană reprezintă singurul fenomen natural care este contradictoriu, producând contradicții vizibile peste tot. Evident, ființa umană este plină de contradicții. Chestiunea este de a ști dacă acestea trebuie să fie blamate și respinse, considerându-le drept erori și sursă de confuzii sau trebuie luate ca „firești”, ca o parte esențială a naturii umane cu care trebuie să avem de-a face.

Dată fiind o ființă umană precum John Smith, cu dorințe și intenții contradictorii, putem să considerăm că aceasta este starea sa normală, că John Smith se comportă într-un mod paraconsistent și că logica paraconsistentă este instrumentul adecvat pentru a-i descrie comportamentul? Sau trebuie să considerăm că aceste contradicții sunt un tip de boală, care trebuie să fie eliminată pentru ca John Smith să-și redobândească sănătatea, urmând din nou calea logicii clasice?

Sunt contradicțiile iraționale? Logica paraconsistentă este logica parapsihologiei, a inconștientului lacanian, a imposturilor sokaliene<sup>3</sup>, a unor ciber-palavragii? Logica paraconsistentă este doar o curiozitate care se potrivește bine cu mărunțișurile

---

<sup>3</sup> În 1994, Alan Sokal, profesor de fizică teoretică la New York University, a trimis un articol, intitulat „Transgressing the Boundaries: Towards a Transformative Hermeneutics of Quantum Gravity”, unei prestigioase reviste americane de studii culturale, *Social Text*. Autorul, un anti-postmodernist convins, și-a conceput articolul ca parodie a genului de lucrări postmoderniste și deconstructiviste, la modă în unele medii academice americane în ultimul deceniu al secolului trecut, folosind deliberat o sumedenie de absurdități „științifice” și de erori de logică și înșesându-l cu citate din fizicieni renumiți, alese în așa fel încât, scoase din contextul original, acestea să-și piardă înțelesul inițial, precum și din figuri proeminente ale postmodernismului. Articolul a fost publicat într-un număr special al revistei *Social Text*, dedicat respingerii criticilor la adresa postmodernismului și deconstructivismului social. Imediat după apariția articolului său, în 1995, Sokal a dezvăluit farsa comisă, provocând o furtună de reacții pro și contra, deopotrivă în presa științifică și în cea obișnuită. (N.T.)

raționalismului *new age*? Sau logica paraconsistentă este a corectitudinii politice, a minorităților, pluralităților, logica ecumenicității conciliante a erei vărsătorului?

Este greu de răspuns la toate aceste întrebări. Deocamdată, pe de o parte, există un instrument matematic ciudat și, pe de altă parte, fenomene după cât se pare contradictorii, descrise prin limbaje care au structuri foarte diferite de cele ale matematicii.

Trebuie să investigăm treptat aplicațiile logicii paraconsistente și modelările matematice ale fenomenelor umane, pentru a vedea dacă găsim un punct de convergență. Se poate începe prin a examina cazuri mai concrete, cum ar fi, de exemplu, cazul detectorilor de minciuni și al mărturiilor mincinoase [27].

## 4.2. Aplicații la științele naturii

Există contradicții în natură? Să notăm mai întâi că cineva care crede în contradicții adevărate nu crede în mod necesar în contradicții naturale, întrucât, de exemplu, contradicțiile lingvistice pot fi considerate ca fiind reale, dar nu ca fiind o parte a naturii. Totul depinde, desigur, de felul în care definim și concepem natura. Dar, în general, lingvistica este considerată o știință a omului, prin contrast cu științe ale naturii, cum sunt fizica și biologia.

Contradicțiile pot să apară în multe feluri diferite în fizică. Unii oameni cred că lumea fizică este ținută laolaltă de interrelațiile forțelor antagoniste. Oricum, logica standard subiacentă fizicii este logica clasică. Aceasta nu înseamnă că o altă logică, bazată pe contradicții, nu poate conduce la o teorie echivalentă sau la o teorie mai bună, dar până acum un astfel de tip de posibilitate nu a fost dezvoltat într-un mod tot atât de sistematic și general ca și cadrul clasic. Nici măcar în cazul fizicii cuantice, unde contradicțiile apar într-un fenomen cum este dualitatea undă-particulă.

Fizicienii din școala de la Copenhaga au dezvoltat o interpretare a acestei dualități bazată pe noțiunea de complementaritate. O astfel de interpretare poate fi privită ca având o tușă de paraconsistență. Dar interpretarea de la Copenhaga a fost expusă mai curând într-un mod filosofic informal de către Bohr și Heisenberg. Paraconsistența poate fi folosită ca o posibilă formalizare a acestei interpretări, ca alternativă la alte formalizări anterioare, cum este logica polivalentă a lui P. Février [59], un logician care lua în serios ideea complementarității. Oamenii precum Newton C.A. da Costa și D.Krause lucrează în momentul de față la o abordare paraconsistentă a complementarității [55]. O altă idee a lui da Costa, care implică logica paraconsistentă în formalizarea fizicii, este *logica multideductivă*, o modalitate de a unifica teoriile contradictorii, dezvoltată în detaliu de E.G. de Souza [88]. În viitor, dacă nimeni nu va reuși să unifice micro- și macrofizica într-o teorie „clasică”, poate că logica paraconsistentă va fi un instrument esențial pentru fundamentele fizicii.

Fenomenele biologice pot fi interpretate încă mai ușor drept fenomene contradictorii. Hegel obișnuia să ia creșterea unei plante drept un exemplu tipic de fenomen contradictoriu natural. Problema este de a ști cum poate fi sistematizată și formalizată această abordare orientată spre contradicție. Până acum, nici un sistem matematic serios, bazat pe contradicții, nu a fost propus pentru biologie. Dar este adevărat și că, în general, aplicațiile logicii la biologie sunt destul de rare, în pofida interesului lui Aristotel și al lui Tarski pentru această știință. Poate că este așa pentru că logica clasică nu este deloc adecvată fenomenelor biologice. Atunci, poate că în viitor, o logică precum logica paraconsistentă va fi utilă pentru a transforma biologia în mod logic.

### 4.3. Aplicații la științele formale

Prin științe formale înțelegem aici logica, matematica și orice alt nonsens abstract general.

Atunci când, cu un secol în urmă, Cantor crea un paradis plin de *alef*-uri și alte creaturi senzuale care par a fi doar produsul unei imaginații nelimitate, el argumenta, împotriva teologilor, că matematica este liberă, în sensul că matematicianul se poate distra pe sine cu orice tip de creaturi, cu condiția să nu fie contradictorii. Contradicțiile reprezintă sfârșitul jocului. În paradisul lui Cantor contradicțiile sunt precum șerpii. Dacă întâlnești un șarpe, acesta te va mușca și va trebui să părăsești paradisul *alef*-urilor, trezindu-te în lumea de fiecare zi, plină de politicieni și de poluare.

Matematicianul este deci, într-un anumit sens, complet liber: el poate crea orice, chiar dacă acele lucruri nu au nici o aplicație sau nu sunt în nici un fel reprezentări ale realității. Dar într-un alt sens, matematicianul nu este chiar atât de liber: el este limitat sever de principiul non-contradicției. El nu poate, precum poetul, să trăiască într-o lume de iepuri zburători, *alef*-uri fericite și mincinoși sinceri.

Poate că paraconsistentistul dorește să transforme matematica într-un mod mai poetic, îngăduind mulțimi russelliene și alte creaturi dubioase, cum ar fi șerpii prietenoși, în paradisul lui Cantor.

Oricum, se pare că logica paraconsistentă nu lărgeste în mod semnificativ orizontul matematic. Dacă înlocuim consistența cu non-trivialitatea, obținem aproape aceeași lume matematică precum cea clasică. Nu este clar în ce măsură această schimbare paradigmatică permite introducerea unor noi concepte de interes matematic. Creaturi noi, cum este o mulțime russelliană, sunt probabil doar ornamente stranii și hidoase adăugate la minunata arhitectură clasică a matematicii, tot așa cum capetele de dragon sunt adăugate arhitecturii majestuoase a catedralei *Notre Dame*.



Dar poate că aceste noi creaturi, admise în paradisul matematic prin logica paraconsistentă, vor juca un rol central pe viitoarea scenă a matematicii; poate că, în cele din urmă, paraconsistența va acorda cetățenie definitivă infinitezimalelor în țara matematicii [72]. Sau poate că logica paraconsistentă ne va salva de monstrul tricefal CGC (CGC pentru Cantor-Gödel-Church), furnizând fundamente pentru matematici complete și finit decidabile [14]. Este prematur să avem o opinie, dar împotriva scepticilor care privesc aceste creaturi ca pe niște paraziți deranjați, jucării pentru logicieni infantili, ne putem aminti remarca lui George Birkhoff: „Este bine să nu uităm că multe dintre cele mai uimitoare descoperiri matematice s-au ivit ca pure *jeu d'esprit*“.

#### 4.4. Aplicații la ciber-științe

Expresia „cibernetică“ este un cuvânt din preistoria timpurilor noastre computeriale moderne, care a început să fie utilizat din nou în anii optzeci într-o formă prescurtată (cf. ciber-spățiu). Urmându-l pe profesorul Castigo de la Institutul Santa Boneca, îl vom folosi în forma sa prescurtată ca un termen generic pentru științele informației, științele cognitive, inteligența artificială, inteligența computațională etc., toate aceste științe contribuind la nașterea unui super-robot, un ciber-robot.

Cu siguranță, ciber-științele vor domina viitorul într-un mod pe care ni-l putem imagina doar superficial. Să vedem dacă logica paraconsistentă va juca un rol semnificativ în acest viitor sau dacă vom fi conduși de roboți bivalenți clasici, care nu vor fi capabili nici măcar să rădă de o contradicție.

Profesorul Tsujiski tocmai ne-a informat despre o experiență recentă care s-a desfășurat în Atelierul Butatin de la Centrul pentru Studii Avansate al Universității din São Paulo, sub conducerea profesorului Abe [1]. Un robot paraconsistent feminin numit Sophia și fratele său Anti-Sophia au supraviețuit unei confruntări cu tigri, șerpi și maimuțe, folosind logica paraconsistentă „*pétale*“ care reglementează circuitele rețelelor lor neurale (dar profesorul Tsujiski nu ne-a spus nimic despre capacitatea acestor roboți paraconsistenți de a supraviețui stresului vieții de zi cu zi din Wall Street).

În opinia noastră, această experiență, ca și alte experiențe similare [56], înfățișează foarte bine viitorul logicii paraconsistente: Noi nu știm dacă logica paraconsistentă este doar un vis nebunesc al prezentului care va dispărea curând sau este noua logică a unui viitor minunat, mai pitoresc, dar cu siguranță că mâine, chiar și într-o lume nu atât de minunată, va fi o cohortă de roboți paraconsistenți inteligenți dominând lumea noastră, poate împreună cu mulți frați „fuzzy“ și multe surori non-monotonice. Oricum, nu putem prezice dacă fratele lor mai mare va fi un robot paraconsistent pur sau un robot substructural paraconsistent turbo-polar [75].

Poate că în viitor, logica paraconsistentă va ieși de pe scena logico-matematică, manifestându-se într-un mod important doar pe scena ciber-ingineriei.

## 5. Logica paraconsistentă și cel de al treilea mileniu

Unor paraconsistentiști *new-age* le place să spună, imitându-l pe Malraux, că mileniul al treilea va fi paraconsistent sau nu va fi deloc. Nu știm exact ce înțeleg ei prin aceasta. Cu siguranță, dacă vom reuși să scăpăm de a fi anihilați de către marele grangur, aceasta nu se va întâmpla via logica paraconsistentă. Problema marelui grangur este probabil plină de contradicții, dar, întrucât 1 Ianuarie 2000 se apropie cu o viteză de 2160 secunde pe oră<sup>4</sup>, este foarte improbabil că logica paraconsistentă ne poate ajuta în izbăvirea noastră, deoarece nici nu a fost până acum aplicată la problemele grangurului. Așadar, dacă vom intra în cel de-al treilea mileniu, aceasta se va întâmpla datorită bătrânei logici binare clasice alb-negru. Dar, desigur, aceasta nu înseamnă că logica clasică va putea să ne conducă prin întregul mileniu al treilea. Poate că logica paraconsistentă va prelua ștafeta și ne va ajuta să facem față următorului *big-bang*.

### Bibliografie

- [1] ABE, J.M. – „Some recent applications of paraconsistent systems to AI”, *Logique et Analyse*, 157, pp.83–96.
- [2] ALMEIDA, J.M. DE – *Possible translations semantics*, Master Thesis, Cle-Unicamp, 1999.
- [3] ALVES, E.H. – *Logic and inconsistency : study of the calculi Cn*, Master Thesis, Cle-Unicamp, 1976.
- [4] ARIELI, O. AVRON, A. – „Reasoning with logical bilattices”, *Journal of Logic, Language and Information*, 5, pp.25–63, 1996.
- [5] ASENJO, F.G. – „A calculus of antinomies”, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 7, pp.103–105, 1966.
- [6] AVRON, A. – „Relevance and paraconsistency – a new approach”, *Journal of Symbolic Logic*, 55, pp. 707–732, 1990.
- [7] ARRUDA, A.I. – „N.A.Vasiliev : a forerunner of paraconsistent logic”, *Philosophia Naturalis*, 21, pp. 472–491, 1984.
- [8] BATENS, D. – „Paraconsistent extensional propositional logics”, *Logique et Analyse*, 90–91, pp. 195–234, 1980.
- [9] BATENS, D. – „Inconsistency–adaptive logics and the foundation of non-monotonic logic”, *Logique et Analyse*, 145, pp. 57–94, 1994.
- [10] BATENS, D. – „Inconsistencies and beyond. A logical-philosophical discussion”, *Revue Internationale de Philosophie*, 200, pp. 259–273, 1997.
- [11] BATENS, D. ș.a. (eds.) – *Frontiers in paraconsistent logic*, în curs de apariție.
- [12] BAZHANOV, V.A. – „The fate of a forgotten idea: N.A.Vasiliev and his imaginary logic”, *Studies in Soviet Thought*, 37, pp. 143–151, 1990.
- [13] BELNAP, N. – „A useful four-valued logic”, în *Modern uses of multiple-valued logic*, J.M.Dunn și G.Epstein (editori), Reidel, Dordrecht, pp.8–37, 1977.
- [14] BENDEGEM, J.P. VAN – *The strong Hilbert program*, în curs de apariție.
- [15] BÉZIAU, J.-Y. – „Calcul des séquents pour logique non-alphétique”, *Logique et Analyse*, 125–126, pp. 143–155, 1989.

---

<sup>4</sup> Mileniul al treilea a început la 1 ianuarie 2001, anul 2000 fiind ultimul an al celui de al doilea mileniu (N.T.).

- [16] BÉZIAU, J.-Y. – „Logiques construites suivant les méthodes de da Costa”, *Logique et Analyse*, 131-132, pp. 259–272, 1990.
- [17] BÉZIAU, J.-Y. – „Nouveaux résultats et nouveau regard sur la logique paraconsistente  $C_1$ ”, *Logique et Analyse*, 141-142, pp. 45–58, 1993.
- [18] BÉZIAU, J.-Y. – „Universal logic”, în *Logica'94 – Proceedings of the 8th International Symposium*, T.Children și O.Majer (editori), Academia Cehă de Științe, Praga, pp.73–93, 1994.
- [19] BÉZIAU, J.-Y. – „Théorie législative de la négation pure”, *Logique et Analyse*, 147-148, pp.209–225, 1994.
- [20] BÉZIAU, J.-Y. – „Negation : what it is and what it is not”, *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática*, 15, pag. 37–43, 1995.
- [21] BÉZIAU, J.-Y. – *Recherches sur la logique universelle*, PhD, Universitatea Paris 7, Paris, 1995.
- [22] BÉZIAU, J.-Y. – *On logical truth*, PhD, Universitatea din São Paulo, São Paulo, 1996
- [23] BÉZIAU, J.-Y. – „Identity, logic and structure”, *Bulletin of the Section of Logic*, 25, pp. 89–94, 1996.
- [24] BÉZIAU, J.-Y. – „Logic may be simple”, *Logic and Logical Philosophy*, 5, pp. 129–147, 1997.
- [25] BÉZIAU, J.-Y. – „What is many-valued logic?”, în *Proceedings of the 27th International Symposium on Multiple-Valued Logic*, IEEE Computer Society, Los Alamitos, pp.117–121, 1997.
- [26] BÉZIAU, J.-Y. – „Idempotent full paraconsistent negations are not algebraizable”, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 39, pp. 135–139, 1998.
- [27] BÉZIAU, J.-Y. – „Applications de la logique paraconsistente la justice et au droit”, în *Anais do V Congresso Brasileiro de Filosofia*, vol.2 , Brazilian Philosophical Institute, São Paulo, pp. 1119–1128, 1998.
- [28] BÉZIAU, J.-Y. – „Classical negation can be expressed by one of its halves”, *Logic Journal of the Interest Group on Pure and Applied Logics*, 7, pp. 145–151, 1999.
- [29] BÉZIAU, J.-Y. – „Paraconsistent logic ! (A reply to Slater)”, *Sorites*, 15, 2003.
- [30] BÉZIAU, J.-Y. – „S5 is a paraconsistent logic and so is first-order classical logic”, *Logical Investigations*, 9, pp. 301–309, 2002.
- [31] BÉZIAU, J.-Y. – „From paraconsistent logic to universal logic”, *Sorites*, 12, pp. 5–32, 2001.
- [32] BÉZIAU, J.-Y. – „The paraconsistent logic Z – A possible solution to Jaśkowski's problem”, în curs de apariție.
- [33] BÉZIAU, J.-Y. – „Complexical paraconsistent logic”, în curs de apariție.
- [34] BÉZIAU, J.-Y. – „What is paraconsistent logic?”, în D. Batens et al. (editori), *Frontiers of paraconsistent logic*, Research Studies Press, Baldock, pp. 95–111, 2000.
- [35] BOBENRIETH, A. – „¿Inconsistencias, Por qué no?“, *Colcultura*, Bogota, 1996.
- [36] BOBRIHNA DO LAR, A. – *Estudos sistematicos da lingua Puppy-Guarana*, Curitiba, 1761.
- [37] BUCHSBAUM, A. – *Logics of inconsistency and incompleteness: semantics and axiomatization*, Universitatea Catolică din Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1995.
- [38] BYCHOVSKI, W. – „Polar paraconsistent logic”, *Proceedings of the Poldavian Academy of Sciences*, 37, pp. 123–156, 1987.
- [39] CAORSI, C. E. – *Lógica, filosofia y psicoanálisis*, Roca Viva, Montevideo, 1994.
- [40] CARNIELLI, W.A. – *Possible-translation semantics for paraconsistent logic*, în curs de apariție în [11].
- [41] DA COSTA, N. C. A. – „Calculs propositionnels pour les systèmes formels inconsistants”, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, 257, pp. 3790–3793, 1963.
- [42] DA COSTA, N. C. A. – „Calculs des prédicats pour les systèmes formels inconsistants”, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, 258, pp. 27–29, 1964.
- [43] DA COSTA, N. C. A. – *La filosofia de la lógica de Francisco Miró Quesada Cantuarias*, în *Lógica, Razon y Humanismo*, Lima, pp. 69–78, 1992.
- [44] DA COSTA, N. C. A. – *Logiques classiques et non classiques*, Masson, Paris, 1997.
- [45] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y. – „Théorie de la valuation”, *Logique et Analyse*, 146, pp.95–117, 1994.
- [46] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y. – „Théorie paraconsistente des ensembles”, *Logique et Analyse*, 153-154, pp. 51–67, 1996.

- [47] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y. – „Overclassical logic”, *Logique et Analyse*, **157**, pp. 31–44, 1997.
- [48] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y. – „Définitions, théorie des objets et paraconsistance”, *Theoria*, **32**, pp. 367–379, 1997.
- [49] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. A. S. – „Paraconsistent logic in a historical perspective”, *Logique et Analyse*, **150-151-152**, pp. 111–125, 1995.
- [50] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. A. S. – „Aspects of paraconsistent logic”, *Bulletin of the Interest Group in Pure and Applied Logics*, **4**, pp. 597–614, 1995.
- [51] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. A. S. – „Malinowski and Suszko on many-valuedness: on the reduction of many-valuedness to two-valuedness”, *Modern Logic*, **6**, pp. 272–299, 1996.
- [52] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. A. S. – *Elementos de teoria paraconsistente de conjuntos*, Cle-Unicamp, Campinas, 1998.
- [53] DA COSTA, N. C. A., GUILLAUME, M. – „Sur les calculs  $C_n$ ”, *Anais da Academia Brasileira da Ciencias*, **36**, pp. 379–382, 1964.
- [54] DA COSTA, N. C. A., GUILLAUME, M. – „Négations composées et loi de Peirce dans les systèmes  $C_n$ ”, *Portugalia Mathematica*, **24**, pp. 201–210, 1965.
- [55] DA COSTA, N. C. A., KRAUSE, D. – *Paraconsistency and complementarity* în curs de apariție.
- [56] DA COSTA, N. C. A., SUBRAHMANYAN, V. S. – „Paraconsistent logics as a formalism for reasoning about inconsistent knowledge bases”, *Artificial Intelligence in Medicine*, **1**, pp. 167–184, 1989.
- [57] DA COSTA CAIERO, R., DE SOUZA, E. G. – „A new paraconsistent set theory: ML1”, *Logique et Analyse*, **157**, pp. 115–141.
- [58] D’OTTAVIANO, I. M. L., DA COSTA, N. C. A. – Sur un problème de Jaskowski. *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences de Paris*, **270A**, pp. 1349–1353.
- [59] FÉVRIER, P. – „Les relations d’incertitude d’Heisenberg et la logique”, *Travaux du IX-ème Congrès International de Philosophie*, tom. VI, Hermann, Paris, 1937.
- [60] FONT, J. M. – „Belnap’s four-valued logic and de Morgan lattices”, *Logic Journal of the Interest Group in Pure and Applied Logic*, **5**, pp. 413–440, 1997.
- [61] GRANA, N. – *Contraddizione e Incompletezza*, Liguore, Napoli, 1990.
- [62] JAŚKOWSKI, S. – „Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych”, *Studia Societatis Scientiarum Toruniensis*, **1A**, pp. 57–77, 1948.
- [63] JAMES, W., MORTENSEN, C. – *Categories, sheaves and paraconsistent logic*, în curs de apariție.
- [64] KARPENKO, A. – „Paraconsistent structure inside of many-valued logic”, *Synthese*, **66**, pp. 63–69, 1986.
- [65] KRAUSE, D., BÉZIAU, J.-Y. – „Relativizations of the principle of identity”, *Logic Journal of the Interest Group in Pure and Applied Logic*, **5**, pp. 327–338, 1997.
- [66] LAWVERE, F. W. – *Intrinsic co-Heyting boundaries and the Leibniz rule in certain toposes*, in *Category theory*, Springer, Berlin, pp. 279–281, 1991.
- [67] LISMONT, L. – „Logique du premier ordre anti-fondée”, *Cahiers du Centre de Logique*, **7**, pp. 69–95, 1992.
- [68] LOPARIĆ, A., DA COSTA, N. C. A. – „Paraconsistency, paracompleteness and valuations”, *Logique et Analyse*, **106**, pp. 119–131, 1984.
- [69] MARTINS, A. T. C. – *A syntactical and semantical uniform treatment for the IDL and LEI non-monotonic systems*, PhD, Universidade Federală din Pernambuco, Recife, 1997.
- [70] MORTENSEN, C. – „Every quotient algebra for  $C_1$  is trivial”, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, **21**, pp. 694–700, 1980.
- [71] MORTENSEN, C. – „Paraconsistency and  $C_1$ ”, în [79], pp. 289–305, 1989.
- [72] MORTENSEN, C. – *Inconsistent Mathematics*, Kluwer, Dordrecht, 1995.
- [73] PEQUENO, T., BUCHSBAUM, A. – *The logic of epistemic inconsistency*, în *Principles of knowledge representation and reasoning*, Morgan Kaufmann, San Mateo, pp. 453–460, 1991.
- [74] PEÑA, L. – *Contradiction et vérité*, PhD, University of Liège, Liège, 1979.
- [75] PIPOCA DEL MAR, J. – „Substructural paraconsistent turbo polar robots :how they behave and why they will rule our future”, *Padernos do Instituto do Planejamento Central da Alta Bagunça*, **678**, pp. 2221–3098, 1999.

- [76] PRIEST, G. – „Logic of paradox“, *Journal of Philosophical Logic*, 8, pp. 219–241, 1979.
- [77] PRIEST, G. – *In contradiction. A study of the transconsistent*, Nijhoff, Dordrecht, 1987.
- [78] PRIEST, G. – *Paraconsistent logic*, în curs de apariție în *Handbook of philosophical logic*, Second Edition, D. Gabbay et al. (eds.), Kluwer, Dordrecht.
- [79] PRIEST, G., ROUTLEY, R., NORMAN, J. (editori) – *Paraconsistent logic: Essays on the inconsistent*, Philosophia, Munich, 1989.
- [80] PUGA, L., DA COSTA, N. C. A. – „On the imaginary logic of N. A. Vasiliev“, *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, 34, pp. 205–211, 1988.
- [81] PYNKO, A. P. – „On Priest's logic of paradox“, *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 5, pp. 219–225, 1995.
- [82] QUINE, W. V. O. – „Philosophy of logic“, *Englewood Cliffs*, 1970.
- [83] ROUTLEY, R., ROUTLEY, V. – „Negation and contradiction“, *Revista Colombiana de Matemáticas*, 19, pp. 201–231, 1985.
- [84] SETTE, A. M. – „On the propositional calculus P1“, *Mathematica Japonae*, 16, pp. 173–180, 1973.
- [85] SETTE, A. M., ALVES, E. H., DE QUEIROZ, G.S. – *Brouwerian algebras and paraconsistent logic*, în curs de apariție.
- [86] SHIN, SUN-JOO – *The logical status of diagrams*, Cambridge University Press, Cambridge, 1993.
- [87] SLATER, B. H. – „Paraconsistent logics ?“, *Journal of Philosophical Logic*, 24, pp. 451–454, 1995.
- [88] SOUZA, E. G. DE – *Destouchess problem and heterodoxical logics : essay on the use of non classical logics in the treatement of inconsistencies in physics*, PhD, University of São Paulo, São Paulo, 1995.
- [89] SYLVAN, R. – „Variations on da Costa C-systems and dual-intuitionistic logics. 1. Analyses of  $C_\omega$  and  $CC_\omega$ “, *Studia Logica*, 49, pp. 47–65, 1990.
- [90] SYLVAN, R., URBAS, I. – „Paraconsistent classical logic“, *Logique et Analyse*, 141–142, pp. 3–24, 1993.
- [91] TSUJI, M. – „A paraconsistent theory of decision under uncertainty“, *Logique et Analyse*, 157, pp. 101–114.
- [92] TUZIAK, R. – „Finitely many-valued paraconsistent systems“, *Logic and Logical Philosophy*, 5, pp. 121–127, 1997.
- [93] URBAS, I. – *On Brazilian paraconsistent logics*, PhD, Canberra, 1987.
- [94] URBAS, I. – „Paraconsistency“, *Studies in Soviet Thought*, 39, pp. 343–354, 1990.
- [95] URBAS, I. – „Dual-intuitionistic logic“, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 37, pp. 440–451, 1996.
- [96] URCHS, M. – „Discursive logic. Towards a logic of rational discourse“, *Studia Logica*, 54, pp. 231–249, 1995.
- [97] VASYUKOV, V. L. – „A categorical semantics for paraconsistent logic“, în *Logical investigations*, vol. 2, Moscow, pp. 285–298, 1993.
- [98] WAINER, J. – *How to join two sources of information*, în curs de apariție.
- [99] WÓJCIK, R. – *Theory of logical calculi*, Reidel, Dordrecht, 1988.
- [100] WRIGHT, G. H. VON – „Truth, negation and contradiction“, *Synthese*, 66, pp. 3–14, 1986.
- [101] WRIGHT, G. H. VON – „Truth logics“, *Logique et Analyse*, 120, pp. 311–334, 1987.





# II

**ARGUMENTE  
PRO ȘI CONTRA  
CONTROVERSELE  
PARACONSISTENȚEI**

*Sunt unii care afirmă că e posibil ca un lucru să fie și totodată să nu fie și că se poate și cugeta în acest chip. Părerea aceasta se întâlnește și la mulți naturaliști. Dar noi am stabilit că este o imposibilitate ca un lucru să fie și în același timp să nu fie, și astfel am arătat că acesta e cel mai sigur principiu. Încă unii, din pricina ignoranței lor, pretind că trebuie dovedit chiar și acest principiu fundamental; dar e un semn de ignoranță și nu-ți dai seama care propoziții au nevoie să fie dovedite și care nu. Oricum, e peste putință ca toate să fie demonstrate, căci procedând astfel am merge înainte la infinit și atunci nu s-ar mai putea dovedi nimic. Dacă deci, există vreun principiu care să nu aibă nevoie de a fi demonstrat, apoi cu greu s-ar găsi altul care să întrunească într-o mai mare măsură această condiție decât acesta.*

**Aristotel**

*Toate acestea par demne de atenție dar ce se poate spune despre semnificația reală a logicii paraconsistente? Răspunsul este că există sisteme paraconsistente care se aplică realității la fel de bine ca logica clasică, de fapt, ele conțin logica clasică în calitate de parte vulubilă pentru propozițiile ce se comportă bine și coincid, parțial, cu ea. Ele servesc, astfel, la a sistematiza experiența noastră, la fel ca geometria lui Lobacevski, care aproape coincide cu geometria euclidiană în cazul aplicațiilor la lumea reală. Anumite tentative încă embrionare de formalizare a logicii dialectice și a logicii vagi coroborează cu cele spuse aici.*

**Newton da COSTA**



# **D**ialetheismul lui Graham Priest este într-un tot adevărat?<sup>1</sup>

Lorenzo PEÑA

## **1. Contradicții adevărate**

Cartea lui Graham Priest *In Contradiction* (Dordrecht: Martinus Nijhoff, 1987) este o apărare curajoasă și bine argumentată a existenței contradicțiilor adevărate. Pledoaria lui Priest în favoarea contradicțiilor adevărate – sau a „dialetheilor“, cum le numește el – nu este în nici un caz singura din filosofia analitică actuală, ca să nu mai vorbim de filosofie *tout court*. Într-un anumit sens, alte apărări ale existenței contradicțiilor adevărate sunt filosofic mai puțin „heterodoxe“ decât a sa, întrucât, spre deosebire de orientarea lui Priest, alte abordări sunt mai aproape de ideile dominante din curentul principal al filosofiei analitice, în timp ce înclinațiile sale sunt puternic anti-realiste și nu prea îndepărtate de empirismul logic al anilor treizeci.

Oricum, astfel de chestiuni îmi par aproape irelevante pentru principalele argumente din cartea lui Priest. Mult din ceea ce spune el poate fi acceptat dintr-o mare diversitate de perspective filosofice. Și, în cea mai mare parte, ceea ce spune el îmi pare corect și important. Printre argumentele sale sunt și unele mai puțin concludente, dar acestea pot fi modificate și făcute astfel mult mai convingătoare. Chiar și atunci când nu este așa, pot fi puse în loc argumente mai slabe – mai puțin cuprinzătoare, dar mai plauzibile. Și, ceea ce este mai important, este că o astfel de atenuare nu afectează principala concluzie a cărții, existența contradicțiilor adevărate.

Oricine este pregătit să accepte teza ECA – și anume că *există contradicții adevărate* – va întâlni o puternică opoziție. Un număr de oameni vor fi uluiți. „Dar este contradictoriu să spui că există contradicții adevărate!“. Ei și? Ei bine, cât despre argumente, există o deficiență lamentabilă a argumentelor împotriva ECA. Doar pretenția că ECA este contradictorie poate fi cu greu considerată drept un

---

<sup>1</sup> Graham Priest's „Dialetheism“ – *Is It Altogether True?*, articol apărut în *Sorites* 7, 1996.  
Traducere de Dumitru Gheorghiu. (N.T.)

argument. Priest a atacat în alte locuri unele argumente de acest fel, așa cum au fost ele formulate. Voi începe această prezentare critică cu o scurtă discuție a câtorva dintre acele obiecții preliminare la adresa ECA.

Principalul argument este, desigur, cel al lui Aristotel, care a fost luat întotdeauna ca un argument pentru principiul non-contradicției, dar care poate fi interpretat ca o obiecție la adresa ECA. (Dacă un argument împotriva  $\lceil p \rceil$  este același cu un argument pentru  $\lceil \text{nu-}p \rceil$  este o problemă centrală care va fi tratată la momentul potrivit în acest articol). Obiecția lui Aristotel echivalează cu aceasta, potrivit viziunii mele exegetice (deși, desigur, există o diversitate deconcertantă de interpretări): dacă ești pregătit să accepți fie și numai o singură contradicție, atunci ești obligat să accepți orice contradicție – și deci orice enunț – deoarece singurul sau cel puțin cel mai puternic temei împotriva acceptării unei contradicții este doar faptul că este una; dacă acest fapt nu te împiedică să o accepți, atunci nu mai ai nici un temei pentru a respinge orice altă pretenție contradictorie. Nu este vorba despre împrejurarea că nu poate fi găsit alt temei, ci despre împrejurarea că nici unul nu va fi atât de puternic precum simplul fapt că opinia – sau enunțul – este contradictorie/contradictoriu. Dacă cel mai puternic temei împotriva unei pretenții nu este îndeajuns de puternic, tot așa sunt și temeiurile mai slabe.

Un răspuns posibil este acela că a fi contradictorie nu este un rău pentru o opinie și deci că nu există nici un temei împotriva acelei opinii; așadar, este de-a dreptul falsă ideea potrivit căreia contradictorialitatea este cel mai puternic temei împotriva unei opinii.

Nu mi se pare că un astfel de răspuns este disponibil pentru marca specială de „dialetheism” a lui Priest – aderența la ECA. Căci se pare că el împărtășește concepția potrivit căreia contradicțiile adevărate sunt hapuri amare la înghițit, ceea ce trebuie făcut doar în mod excepțional în câteva domenii. Păstrând celelalte lucruri constante, trebuie să ne abținem de la acceptarea contradicțiilor. Ca atare, contradictorialitatea este, la urma urmei, un temei împotriva unei opinii. Cu toate acestea, Priest neagă în mod clar că este cel mai puternic temei. Dar cartea lui Priest nu furnizează vreo indicație clară cu privire la ce temeiuri sunt bune sau convingătoare împotriva unei opinii. (Voi dezvolta acest subiect ceva mai târziu).

O obiecție diferită la adresa ECA este aceea că, oricare ar fi temeiurile pentru  $\lceil p \rceil$ , acestea sunt temeiuri împotriva  $\lceil \text{nu-}p \rceil$  și reciproc. Întrucât temeiurile pentru  $\lceil p \rceil$  și  $\lceil \text{nu-}p \rceil$  sunt doar toate temeiurile pentru  $\lceil p \rceil$ , care sunt și temeiuri pentru  $\lceil \text{nu-}p \rceil$ , apare că toate temeiurile pentru  $\lceil p \rceil$  și  $\lceil \text{nu-}p \rceil$  sunt și temeiuri împotriva  $\lceil p \rceil$  și  $\lceil \text{nu-}p \rceil$ . Întrucât sunt alte temeiuri împotriva  $\lceil p \rceil$  și  $\lceil \text{nu-}p \rceil$  (și anume temeiuri pentru adevărul universal al principiului non-contradicției), balanța înclină în mod hotărât împotriva  $\lceil p \rceil$  și  $\lceil \text{nu-}p \rceil$ .

Priest respinge echivalarea dintre *temeiuri-pentru-nu-p* și *temeiuri-împotriva-p*. Cred că are dreptate, dar din nefericire dialetheismul său îmi pare incapabil

să explice ce poate fi un temei împotriva unei opinii. Noțiunile de respingere și *a-fi-un-teimei-împotriva* trebuie să rămână primitive (sau explicate una prin alta), fără nici o propoziție disponibilă în limbaj pentru a aserta ce respingere poate fi exprimată. Ceea ce este regretabil. Cum stăm cu etimologia lui „*contradicție*” ca *a-spune-împotriva*?

Anticipoz în acest stadiu miezul criticii mele viitoare. Priest nu acceptă grade de „a fi împotriva” (*against-ness*), grade de negație, grade de orice are legătură cu noțiunile pe care le explorează în cartea sa, ceea ce blochează una dintre cele mai rezonabile și directe căi către o acomodare la ceea ce susțin obiecțiile pe care le studiem. Dacă aici ar fi grade de adevăr și falsitate, am putea spune că un temei (puternic) împotriva „ $p$ ” nu este un temei pentru „ $\text{nu-}p$ ”, ci pentru o negație mai tare a lui „ $p$ ”, și anume pentru „ $\text{nu-}p$  deloc”. Astfel, obiecția ar fi respinsă pe seama eșecului său în a distinge negația naturală sau slabă de *negația tare* sau *supranegația*. Nici o astfel de mișcare nu este disponibilă pentru G. Priest.

În fine, există pretenția banalizată și de acum discreditată conform căreia din „ $p$  și  $\text{nu-}p$ ” decurge orice. Încă o dată, totuși, pretenția depinde de un număr de pași, singurul care pare a fi dispensabil în mod rezonabil fiind SD (*Silogismul Disjunctiv*). Dar respingerea SD nu este ușoară. Există utilizări clare ale SD care sunt corecte. Priest permite SD cu o clauză contextuală – și anume aceea conform căreia contradicția în domeniul la care este aplicat SD să nu apară sau să fie probabil că nu apare. Voi discuta poziția sa în această chestiune ceva mai târziu.

Alternativ, dacă am avea atât negația slabă, cât și pe cea tare, am putea spune că singurele contradicții adevărate care există implică negația slabă, în timp ce SD este valid numai pentru negația tare. Ceea ce, desigur, nu este un răspuns disponibil pentru Priest.

Conchid astfel că obiecțiile preliminare la adresa ECA eșuează și că există modalități de a le răspunde care nu sunt nerezonabile – chiar dacă cele pe care le prefer nu sunt cele ce sunt în acord cu tipul special de dialetheism al lui Priest.

Dacă obiecțiile preliminare la adresa ECA sunt departe de a fi acele argumente despre care aristotelicilor le place să creadă că sunt zdrobitoare, există mai multe argumente bune pentru ECA. Cartea lui Priest prezintă multe dintre aceste argumente. Nu că acestea ar fi zdrobitoare – chiar dacă îmi pare că Priest le consideră a fi decisive. Acceptarea contradicțiilor adevărate nu va oferi o soluție completă și definitivă tuturor problemelor din filosofie, dar va face ca lucrurile să fie mult mai ușoare în toate domeniile. La urma urmelor, multe inferențe se încheie cu concluzii contradictorii, dintre care unele pot fi luate în considerare, cu o atenuare a tensiunilor sau a constrângerilor sub care suntem obișnuiți să ne găsim. În cele din urmă, acum este deschisă o alternativă spre cumpănire, care era altădată de negândit din cauza acceptării logicii aristotelice și a rezultatelor sale.

## 2. Sunt contradicțiile adevărate între adevărul complet și falsitatea completă?

Mi se pare ciudat că, în inspectarea sa a temeiurilor pentru ECA, Priest nu ia în considerare noțiunea de grade de adevăr. Acum, această noțiune este legată de înflorirea logicilor fuzzy și a teoriilor mulțimilor fuzzy – despre care nu se suflă o vorbă în cartea lui Priest –, care au fost argumentate extensiv într-o diversitate de articole și se dovedesc a avea aplicații importante atât în teorie, cât și în practică (inginerie). Priest nu poate fi în necunoștință de cauză în privința acestor dezvoltări. El alege în mod clar să le ignore ca fiind fără sens pentru întreprinderea sa<sup>2</sup>.

Am încredere, totuși, că mulți cititori vor împărtăși impresia mea că singura valoare non-clasică pe care o acceptă Priest este exact între extremele adevărului pur și falsității pure, fiind astfel o valoare intermediară care este mai puțin adevărată decât adevărul deplin.

Să explic. Priest postulează trei valori de adevăr:  $\{T\}$ ,  $\{F\}$  și  $\{T,F\}$ . Pentru a da o descriere uniformă, putem identifica pe  $T$  cu  $\{T\}$  și pe  $F$  cu  $\{F\}$ . Atunci putem spune că valorile de adevăr sunt

(1)  $T, F$

(2) Pentru oricare două valori  $X, Z$ ,  $X \cup Z$

Nu există o a patra valoare de adevăr, întrucât reuniunea oricăreia dintre cele trei cu fiecare din celelalte două este una dintre cele trei valori.

Acum, pare evident că ceea ce avem este o trihotomie a adevărului pur, falsității pure și a amestecului dintre ele. Ceea ce are un amestec al unei proprietăți  $\Phi$  și a opusului acesteia este mai puțin  $\Phi$  decât ceea ce are doar proprietatea  $\Phi$  și îi lipsește complet opusul acesteia. Așadar, cea de a treia valoare de adevăr este intermediară, o cale de mijloc între extreme – la fel cum amestecând alb și negru se obține gri, care este mai puțin negru decât negrul și mai puțin alb decât albul, dar este mai negru decât albul și mai alb decât negrul. Amestecând ceea ce este uscat cu ceea ce este ud se obține ceva ce este intermediar, umedul.

Acum, care este temeiul pentru oprirea în acest stadiu, mai curând decât pentru trecerea la introducerea de alte valori de adevăr suplimentare? Ei bine, da, potrivit procedurii, orice amestec nou va fi exact una dintre cele trei valori – și anume valoarea amestecată  $\{T, F\}$ . Dar de ce să nu schimbăm puțin procedura?

De exemplu, putem gândi în termeni de multi-mulțimi mai curând decât în termeni de mulțimi – o multi-mulțime fiind caracterizată de faptul că orice entitate poate să-i aparțină de mai multe ori. Sau putem gândi direct în termeni de mulțimi

<sup>2</sup> Noțiunea de mulțime fuzzy a fost înzestrată pentru prima dată cu un tratament formal de către Lotfi Zadeh (1965). Până acum a fost publicată o imensă literatură care a dezvoltat teoria și aplicațiile mulțimilor fuzzy într-o diversitate de domenii.

fuzzy – dar, pentru a nu presupune ceea ce trebuie demonstrat, nu mă voi folosi de acestea acum. Sau putem lua drept operația care generează noi valori nu reuniunea, ci operația formării de perechi,  $\{ , \}$ . Astfel, pe lângă  $T$  – pe care nu mai avem nevoie să îl identificăm cu  $\{T\}$  – și  $F$  – care nu mai este de identificat cu  $\{F\}$  – avem ca valori de adevăr suplimentare:  $\{T, F\}$ ;  $\{T, \{T, F\}\}$ ;  $\{F, \{T, F\}\}$ ;  $\{F, \{T, \{T, F\}\}\}$  etc.

Nu este ușor de înțeles ce este ultima valoare. Putem impune o constrângere care face lucrurile mai clare, excluzând combinații precum  $\{X, \{Y, Z\}\}$  dacă  $X \neq Y$  și  $X \neq Z$ . Atunci avem infinit de multe valori intermediare care sunt în mod clar grade de adevăr și falsitate – cu excepția celor inițiale,  $T$  sau adevărul total și  $F$  sau falsitatea totală.  $\{T, F\}$  sau  $1/2$  este echidistantă între  $T$  și  $F$ .  $\{T, \{T, F\}\}$  este echidistantă între  $T$  și  $1/2$ .  $\{\{T, F\}, \{T, \{T, F\}\}\}$  este echidistantă între  $1/2$  și valoarea care este echidistantă între  $1/2$  și  $T$ . Și așa mai departe.

Priest nu oferă nici un temei împotriva unei proceduri cum este aceasta. El nu o ia în considerare. El crede probabil că a lucra doar cu  $\{T\}$ ,  $\{F\}$  și  $\{T, F\}$  este suficient, că nimic nou nu trebuie sau nu este dezirabil sau poate nici măcar posibil, întrucât avem deja Adevăr, Falsitate și amestecul dintre ele. Și totuși, avem, de asemenea, Vin, Apă și ... „amestecul“ lor. Ce amestec? Unul de 50%–50%? Este același cu amestecul de 99%–1%? Trebuie să socotim toate amestecurile de acest fel ca fiind la fel pentru că nu ne pasă cât de multă apă este, o mică picătură având aceeași pondere ca un milion de picături?

În cele mai multe cazuri, dacă două calități – sau mase sau orice altceva – pot fi amestecate, acestea pot fi amestecate într-o mulțime de grade ale ficcării. Certitudinea și îndoiala, dragostea și aversiunea (sau chiar ura), bucuria și tristețea, dulceața și amărăciunea etc. Fiecare amestec are o doză din fiecare ingredient. Acum, poate că adevărul și falsitatea nu pot fi amestecate nici o dată, așa cum recomandă logicianul clasic. Dacă acestea se pot asocia una cu alta, de ce într-un astfel de mod în care gradele nu pot fi luate în considerare?

Întrucât, potrivit lui Priest, contradicțiile adevărate au deopotrivă adevăr și falsitate, ele sunt adevărate și false (deși aici apare o problemă în legătură cu ceea ce Priest numește *principiul excluderii*, la care voi reveni mai târziu). Dar dacă acesta este cazul, de ce nu se poate ca acel amestec să admită grade din fiecare dintre proprietățile amestecate – cu constrângerea evidentă conform căreia cu cât este mai mult dintr-una, cu atât este mai puțin din cealaltă?

Refuzând o astfel de abordare gradualistă, Priest adoptă o poziție doar ușor mai puțin rigidă decât aristotelicul, pentru care există exact două situații cu privire la adevăr: sau este (complet) prezent, sau este (complet) absent. Priest permite un al treilea caz, în care sunt ambele sau poate în care adevărul și falsitatea sunt deopotrivă prezente, dar este de acord cu aristotelicul (sau cu clasicistul) în respingerea oricărei complicații ulterioare sau a oricărui grad de prezență. Este concepția noastră despre lume mult îmbunătățită prin acceptarea a doar unui al treilea amestec de paradis și infern, uniform intern, lipsit de grade, împreună extremele date inițial, mai curând decât a unei întregi scale de infinit de multe gradații?

Împotriva considerațiilor de mai sus se poate argumenta că, întrucât adevărul și falsitatea nu sunt termeni de masă (*mass terms*), nu are sens să vorbim

despre amestecare și cu atât mai puțin despre „mai mult adevăr“, așa cum vorbim despre „mai multă apă“.

Este adevărat? Ei bine, presupun că observațiile mele au un ecou platonice: într-un anumit sens – poate că nu literal –, atunci când un lucru este mai fierbinte decât un altul, este mai multă căldură în primul sau poate că există o prezență mai puternică a căldurii. Dacă o propoziție este mai adevărată decât o alta, este mai mult adevăr în prima decât în cealaltă.

Ei bine, da, știu, nu oricine este pregătit să accepte că o propoziție poate fi mai adevărată decât alta: sau este adevărată *tout court*, sau nu este. (Dar notați, vă rog, că eu accept, desigur, principiul terțului exclus și că nu numai că nimic din ceea ce am spus până acum nu contravine terțului exclus, dar de fapt conectarea gradualității adevărului cu contradicțiile adevărate presupune terțul exclus – altfel am putea evita contradicțiile pretinzând că propozițiile cu valori de adevăr intermediare nu pot fi nici asertate, nici negate).

Mi se pare, totuși, că o astfel de cale nu este deschisă pentru G. Priest. El ia în mod clar adevărul și falsul ca fiind amestecabile, cea de a treia valoare a sa fiind un aliaj al ambelor și fiind intenționată a fi așa. El chiar folosește astfel de expresii, cum este „pur adevărat“ sau altele asemănătoare, pentru a caracteriza propoziții cu valoarea {T} ca opuse propozițiilor care sunt adevărate, dar nu pur adevărate, și anume celor cu valoarea {T, F}.

Întrucât adevărul nealiat, adevărul pur, exclude complet falsitatea, în timp ce amestecul de adevăr și falsitate care este {T, F} nu o exclude, se pare că ni se permite să înțelegem că enunțurile cu valoarea {T, F} sunt mai puțin adevărate decât enunțurile cu valoarea {T}, doar ultimelor lipsindu-le cu totul falsul. Întrucât a fi în întregime adevărat înseamnă același lucru cu a lipsi cu totul falsitatea, doar enunțurile cu valoarea {T} sunt în întregime sau complet adevărate și doar enunțurile cu valoarea {F} sunt complet false.

Pot fi contracarate astfel de considerații insistând că un enunț cu valoarea {T, F} poate fi complet adevărat și, de asemenea, complet fals? Ei bine, dacă este vorba de o problemă de definiție, este greu de găsit un argument în aceste chestiuni. Totuși, am impresia că Priest nu poate nega faptul că cea mai firească reacție la propunerea sa ca anumite enunțuri să aibă drept valoare {T, F} este de a considera o astfel de situație drept un caz al acelor enunțuri care nu sunt nici complet (sau pur) adevărate, nici în întregime (pur) false, ci intermediare, având deopotrivă adevăr (într-o anumită măsură) și, de asemenea, falsitate (până la un punct).

Reacțiile firești pot fi complet greșite. Poate că este firesc să extrapolăm câmpul nostru vizual și să conchidem că Pământul este plat. Dar există argumente conform cărora Pământul nu este (deloc) plat. Sunt argumente care arată că {T, F} nu este un amestec de adevăr și falsitate?

O obiecție diferită la adresa interpretării mele gradualiste a valorii {T, F} ca un amalgam de adevăr și falsitate este aceea că nu există nici o modalitate de a înțelege gradele de prezență sau orice astfel de discurs platonice care, ca atare, este metaforic. Dar este greșit. Abordarea din perspectiva teoriei mulțimilor pe care am

schițat-o este o modalitate de a abandona metafora. (În plus, un platonist nici nu are nevoie să apeleze la o astfel de reformulare).

Prin urmare, cântărind argumentele împotriva interpretărilor gradualiste, mi se pare că putem avea încredere că ceea ce avansează de fapt Priest este existența cazurilor de adevăr care nu sunt cazuri de adevăr complet; cazuri de ceva ce este doar parțial adevărat. Este rezonabil să presupunem că toate opiniile care sunt adevărate, dar nu pur adevărate, sunt în egală măsură adevărate, nici una dintre acestea nefiind mai adevărată ca alta?

Să ajungem la lucruri mai specifice. Una dintre principalele aplicații intenționate ale apărării lui Priest a ECA este semantica. El crede – corect, după mine – că propoziția „Această propoziție este falsă” este deopotrivă adevărată și falsă. Dacă avem o implicație, „ $\rightarrow$ ”, citită ca „în măsura în care ...  $\leftarrow - - \rightarrow$ ” sau ceva asemănător, atunci putem interpreta Mincinosul (simplu) în acest fel.

Graham Priest subliniază că în orice limbaj suficient de bogat încât să conțină aritmetica lui Peano și înzestrat cu un predicat de adevăr „ $T$ ”, obținem o contradicție (p. 99). Pentru orice propoziție a limbajului, „ $p$ ”, fie „ $\#p$ ” numeralul numărului lui Gödel atribuit propoziției „ $p$ ” (sub o modalitate stabilită de codificare a expresiilor în numere, fie aceasta cea inițială a lui Gödel sau oricare alta). Să folosim tehnica diagonalizării pentru a construi o propoziție deschisă „ $\Phi(x)$ ” care este adevărată în măsura și numai în măsura în care (vorbind în linii mari) diagonalizarea sa nu este adevărată; mai puțin imprecis, fie  $\delta$  aplicația numărului lui Gödel al unei propoziții deschise cu o singură variabilă liberă „ $v$ ” pe cel al acestei diagonalizări, i.e. pe cel al rezultatului substituirii în propoziția dată a numeralului numărului său al lui Gödel a singurei sale variabile libere. În virtutea lemei diagonale (un caz particular al teoremei punctului aritmetic fix), dacă „ $\alpha$ ” este o formulă oarecare cu o singură variabilă liberă „ $v$ ”, există o propoziție „ $\beta$ ” astfel încât  $\vdash \beta \leftrightarrow \alpha(v/\# \beta)$ . Să considerăm propoziția deschisă „ $\neg T x$ ”, unde am pus  $\vdash T \# p \leftrightarrow p$  ca o schemă de axiomă. Rezultă că există o propoziție „ $p$ ” astfel încât  $\vdash \neg T(x/\# p) \leftrightarrow p$ , i.e.  $\vdash \neg T \# p \leftrightarrow p$ . În virtutea schemei de axiomă  $\vdash T \# p \leftrightarrow p$ , vom avea:

$$(1) \quad \vdash T \# p \leftrightarrow \neg T \# p \text{ (pentru unele „} p \text{“)}$$

Ce înseamnă (1)? Dacă rămânem fideli citirii noastre a lui „ $\rightarrow$ ” (și deci citirii lui „ $\leftrightarrow$ ” ca „în măsura și numai în măsura în care”), aceasta înseamnă că propoziția „ $p$ ” în discuție este adevărată în măsura în care nu este adevărată și reciproc; așadar, pe cât de adevărată, pe atât de neadevărată, nici mai mult, nici mai puțin. Să admitem toate acestea. Dar dacă există o astfel de propoziție, în egală măsură adevărată și falsă, de ce nu și o propoziție întrucâtva mai adevărată decât falsă și una intermediară, fiind întrucâtva mai adevărată decât falsă și fiind în întregime adevărată și așa mai departe?

Ceea ce este unic în privința propoziției Mincinosului este că aceasta spune despre sine că nu este adevărată. Ca atare, în virtutea lui  $\vdash p \leftrightarrow p$  și a substituțiilor, în măsura în care este adevărată nu este adevărată și reciproc. Nimic analog nu este disponibil pentru propozițiile care sunt mai adevărate decât false sau mai false decât adevărate. Totuși, dacă Mincinosul există, de ce nu și aceste alte propoziții?

Problema nu este dacă putem dovedi numai prin astfel de mijloace că există astfel de cazuri intermediare. La urma urmelor, demonstrarea Mincinosului depinde de un număr de supoziții foarte controversate – cu toate că sunt convins că Priest a arătat că soluțiile obișnuite nu sunt pe atât de bune pe cât țin să creadă partizanii acestora. Nu neg naturalețea demonstrării adevărului-și-falsității mincinosului. Chestiunea este că, odată ce existența sa a fost luată drept bună, plauzibilitatea cazurilor intermediare suplimentare este mult sporită.

### 3. Evitarea inefabilității și necesitatea unei negații tari

Unul dintre cele mai viguroase și frecvente argumente din cartea lui Priest este cel conform căruia soluțiile obișnuite conduc la inefabilitate. Nu voi repeta argumentele convingătoare și detaliate ale lui Priest. De fapt, o astfel de concluzie ar trebui să fie evidentă. Dacă nu există nici un limbaj care să fie metalimbajul tuturor limbajelor, în ce limbaj se poate vorbi despre o astfel de inexistență? Trebuie să fie un limbaj în care putem vorbi despre toate limbajele și proprietățile lor semantice. Abordările „ierarhiste” – cum le numește G. Priest (p. 24) – nu pot spune nici măcar despre ele că sunt adevărate. Aceste abordări trebuie să apeleze la scheme necuantificate, prin intermediul expresiilor „sistematic ambigue”. Problema este similară cu cea întâmpinată de distincția dintre tipuri, dar nu este exact aceeași.

Găsesc că argumentele lui Priest sunt atrăgătoare și foarte plauzibile. Totuși, felul în care el pune toate acestea în termeni de totul sau nimic mi se pare nefericit. Ai impresia că sau este acceptată o abordare exhaustivă, naivă și amănunțită a semanticii, și atunci paradoxurile decurg și sunt și adoptate – ceea ce, desigur, cere o logică paraconsistentă –, sau trebuie să apelăm la o varietate de ierarhie, fie aceasta a lui Tarski, a lui Kripke sau oricare alta. Dar în mod sigur sunt ierarhii și ierarhii. Nu toate sunt atât de aprige și insuportabile ca cea a lui Tarski. De fapt, ierarhia lui Tarski a fost o reacție brută, extremă, în timp ce abordările ulterioare sunt mai moderate, mai rafinate, mai puțin distructive. Priest însuși recunoaște că unele dintre acestea admit valori de adevăr suprasaturate (*truth-value gluts*), mai curând decât goluri de valorizare (*truth-value gaps*) (vezi p. 26, nota 20, despre tratarea lui Woodruff). Și, desigur, pot fi imaginate noi abordări, prin rafinarea sau calificarea celor care sunt disponibile.



Împotriva partizanilor golurilor de valorizare, Priest argumentează convingător că aceștia nu pot exprima faptul că o propoziție nu este adevărată (p. 20). Regretabil totuși, el se confruntă cu exact aceeași situație. Căci el trebuie să diferențieze între ceea ce este doar fals și ceea ce este deopotrivă adevărat și fals. Priest face aceasta folosind expresii precum „numai“, „pur“, „categoric“ (p. 239) și altele de acest fel. Acum, ce este o propoziție categoric falsă? Este o propoziție care este falsă și nu este adevărată? Dacă am putea spune aceasta și spunând aceasta am furniza îndeajuns de multă informație, ar fi grozav. Dar putem? Nu și dacă acceptăm *principiul excluderii*, conform căruia, în măsura în care o propoziție este falsă, nu este adevărată. Drept efect imediat al principiului excluderii, contradicțiile difuzează în „metalimbaj“ – ca să vorbim în jargonul obișnuit. Căci fie  $\neg p$  o propoziție deopotrivă adevărată și falsă, i.e. cu valoarea  $\{T, F\}$ . Atunci propoziția „Aceasta este adevărat:  $\neg p$ “ va fi, de asemenea, adevărată și falsă. Spunând că  $\neg p$  este adevărată și nu falsă nu spunem nimic incompatibil cu împrejurarea că  $\neg p$  are ca valoare de adevăr  $\{T, F\}$  și astfel că  $T\#p$ .

Renunțarea la principiul excluderii evită o astfel de difuzare a contradicțiilor în metalimbaj cu un preț mare. În loc să avem schema T pentru complicația reciprocă (ce poate fi contrapusă), „ $\Leftrightarrow$ “, trebuie să ne descurcăm cu un paliativ la care contrapropoziția nu se aplică (v. pp. 88–91 și 99–100). Priest spune (p. 100):

Se pare că nu există nici un temei pentru care, în general, dacă  $\alpha$  este o dialetheie, la fel este și  $T\alpha$ . Dacă  $\alpha$  este o dialetheie,  $T\alpha$  este cu siguranță adevărată, dar ar putea fi pur și simplu adevărată și nu și falsă. Predicatul de adevăr este deci un consistentizator parțial.

Priest susține că principiul excluderii difuzează contradicțiile dincolo de necesitate (p. 90). „Pe această bază resping cu titlu de încercare principiul excluderii“ (ibid.). Nu rezultă deloc dacă în cele din urmă Priest ajunge să accepte principiul.

Nu este doar o chestiune de definiție. Dacă principiul excluderii eșuează, multe argumente în favoarea contradicțiilor adevărate, care depind de schema T, eșuează și trebuie să fie reformulate. (Reformularea implică mai multe principii controversate (p. 162–163), astfel că aceia care se opun soluțiilor dialetheiste ale lui Priest au la dispoziție un număr de replieri posibile și plauzibile). În plus, ideea fundamentală conform căreia adevărul lui  $\neg p$  este faptul că  $p$  nu mai este corectă.

Mai mult, în realitate, descrierea lui Priest a predicatului T fără principiul excluderii eșuează în a contracara difuzarea contradicțiilor în „metalimbaj“. Această descriere introduce două predicate separate, adevărul, T, și falsitatea, F: o formulă este falsă, ddacă negația sa este adevărată – „ddacă“ fiind citirea mea a bicondiționalului care nu poate fi contrapus, „ $\Leftrightarrow$ “. Ceea ce rezultă (p. 176 jos) este că  $\vdash p \Leftrightarrow T\#p$  și  $\vdash \neg p \Leftrightarrow F\#p$ . (Priest eludează principiul excluderii,  $\neg F\#p \Rightarrow \sim T\#p$  prin renunțarea la

contrapozitia pentru „ $\Rightarrow$ ”). În cele din urmă, această descriere nu reușește în a stopa difuzarea contradicțiilor, deoarece adoptă concluzia conform căreia, pentru un anumit „ $p$ ”, avem deopotrivă „ $T\#p$ ” și „ $\neg T\#p$ ”.<sup>3</sup>

Așadar, găsim că renunțarea la principiul excluderii este neatractivă. Cu toate acestea, să presupunem că renunțăm de fapt la principiul excluderii și, prin aceasta, că reușim să ținem contradicțiile la distanță de nivelul „metalingvistic” – i.e. că punem sub interdicție contradicțiile care implică predicatul „ $T$ ”, contradicțiile de forma „ $Tx \wedge \neg Tx$ ”. Acum, cu sau fără principiul excluderii, avem nevoie să diferențiem situațiile care sunt doar false de cele care sunt deopotrivă adevărate și false. Să presupunem că „ $p$ ” este de acest ultim fel, i.e. că are valoarea { $T$ ,  $F$ }, în timp ce – mulțumită rebutării de către noi a principiului excluderii – atât „ $T\#p$ ”, cât și „ $F\#p$ ” sunt numai sau categoric adevărate, fără nici un fel de ingredient de falsitate în ele (!). Fie „ $q$ ” astfel încât valoarea sa de adevăr este { $F$ }. Cum putem diferenția valorile lui „ $p$ ” și „ $q$ ”? Nu prin  $F$ , deoarece avem atât „ $F\#q$ ”, cât și „ $F\#p$ ”, ci prin  $T$ . Dar atunci vom avea o modalitate de a exprima o negație tare. Să definim „ $H$ ” în acest fel: „ $Hp$ ” prescurtează „ $T\#p \wedge \neg T\#(\neg p)$ ”. De notat că „ $H$ ” este un operator, nu un predicat. Și totuși, în întreaga teorie aritmetică-cu-semantică furnizată de Priest, „ $H$ ” este definibil. „ $H$ ” este asertarea tare. Regula „ $Hp, \neg p \vdash q$ ” păstrează adevărul – premisele nu pot fi deopotrivă adevărate. Este definibilă negația tare: „ $\neg p$ ” prescurtează „ $H\neg p$ ”. Regula lui Cornubia pentru negația tare (și anume „ $p, \neg p \vdash q$ ”) păstrează, de asemenea, adevărul (din același motiv, desigur): „ $p, \neg p \vdash q$ ”. Aceste reguli pot fi, desigur, evitate prin impunerea de condiții lui „ $\vdash$ ”, dincolo de simpla păstrare a adevărului. Dar nu văd ce cerințe suplimentare impune Priest.

Acum, să considerăm propoziția:

$$(L) \rightarrow L.$$

( $L$ ) spune despre sine că este complet non-adevărată, i.e. că nu este deloc adevărat ceea ce susține. Dacă întreaga mașinărie semantică dezvoltată de Priest este

<sup>3</sup> Demonstrația că această teorie astfel slăbită a adevărului conține încă contradicții (în virtutea rezultatului obținut anterior, conform căruia, pentru unii „ $p$ ”, „ $\vdash \neg T\#p \Leftrightarrow p$ ”) implică reguli de abducție pentru condiționalul care nu poate fi contrapus „ $\Rightarrow$ ”, și anume „ $p \Rightarrow \neg p \vdash \neg p$ ” și „ $\neg p \Rightarrow p \vdash p$ ”, deși acest aspect nu este relevant clar în text. Întregul tratament este cumva deteriorat de faptul că nu se furnizează o citire în limba naturală pentru „ $\Rightarrow$ ”, iar, odată ce contrapozitia pentru acesta a fost aruncată la deșeu, presupun că nu toată lumea va accepta regulile de abducție. Dacă abandonăm simplitatea naivă subiacentă schemei  $T$  inițiale – și anume că adevărul lui „ $p$ ” este doar faptul că  $p$  (cu cea mai tare biimplicație, care conectează astfel faptul că  $p$  cu „ $p$ ”, fiind adevărată) –, bănuiesc că unele manevre de evitare a contradicțiilor devin mai puțin implauzibile: e.g. refuzând să accepte pe fiecare dintre regulile de abducție pentru condiționalul „ $\Rightarrow$ ”.

încă disponibilă în acest stadiu (și cum s-ar fi putut strica până acum?), se poate demonstra o *supracontradicție*, și anume  $L \wedge \neg L$ . (O supracontradicție este pur și simplu o contradicție care implică negația tare). Așadar  $q$  (orice  $\ulcorner q \urcorner$ ). Numai dacă nu ... Numai dacă nu impunem condiții suplimentare asupra lui  $\vdash$  (dar aceasta este realmente o soluție sau doar o stipulație?) sau nu ne întoarcem la schema T inițială, cu  $\ulcorner T\#p \urcorner$  având aceeași valoare ca  $\ulcorner p \urcorner$ . Ceea ce ar însemna că acceptăm, la urma urmelor, principiul excluderii.

Și, totuși, cu principiul excluderii nu mai putem diferenția adevărul *tout court* de adevărul categoric în descrierea lui Priest. Nu ajută să spunem că  $\ulcorner p \urcorner$  este adevărată și nu este falsă; tot acesta va fi cazul dacă valoarea sa de adevăr este  $\{T, F\}$ : va avea și deopotrivă nu va avea adevăr; cel de al doilea caz este adevărat, căci – în conformitate cu principiul excluderii –  $\sim \ulcorner T\#p \urcorner$  este implicată de  $\ulcorner T\#\sim p \urcorner$ , care este adevărată dacă valoarea pentru  $\ulcorner p \urcorner$  este  $\{T, F\}$ .

Este nevoie de o negație tare, „ $\neg$ “, astfel încât  $\ulcorner p \urcorner$  să respingă complet  $\ulcorner \neg p \urcorner$  și reciproc. Cu negația tare putem explica diferența dintre a fi adevărat și a fi categoric (i.e. complet) adevărat și pe aceea dintre a fi fals și a fi cu totul fals. Apoi multe lucruri revin la normal. Vom avea un criteriu pentru a spune când ne putem baza pe SD (p. 137 și următoarele): ori de câte ori negația implicată este tare sau poate fi considerată ca fiind tare. Știm când există un argument împotriva unei pretenții: ori de câte ori există unul în favoarea negației tari a acelei pretenții. Știm de ce respingerea și acceptarea sunt cu totul incompatibile (pp. 128–132): respingerea lui  $\ulcorner p \urcorner$  înseamnă sau implică acceptarea lui  $\ulcorner \text{nu } p \text{ deloc} \urcorner$ , i.e.  $\ulcorner \neg p \urcorner$ . Știm de ce principiul *R* al lui Priest (v. p. 141) are loc, și anume „Dacă o disjuncție este rațional acceptabilă și unul dintre disjuncții poate fi respins în mod rațional, atunci celălalt disjunct este rațional acceptabil”; motivul pentru care are loc este acela că SD este valid pentru negația tare.

Prin adăugarea negației tari se obține mai mult decât atât. Întreaga LC (*logica clasică*) – incluzând *modus ponens* pentru „ $\supset$ “, cu condiția ca  $\ulcorner p \supset q \urcorner$  să prescurteze  $\ulcorner \neg p \vee q \urcorner$  – este acum încorporată în sistemul paraconsistent. LC se dovedește a fi nu greșită, ci săracă, insuficientă. Clasicistul poate fi împăcat; lui i se poate cere doar să se abțină de la a citi „ $\neg$ “ ca „nu“. Sistemul rezultat este mai ecumenic.

Și totuși, desigur, există un preț, un preț mare. Nu mai putem accepta predicatul T (într-un limbaj suficient de puternic), axioma comprehensiunii în teoria mulțimilor (vezi studiul de față, mai jos), sau tratamentul simplu și elegant dat de Priest propoziției *B* a lui Gödel, și anume „Chiar această propoziție nu poate fi demonstrată“. Căci în fiecare dintre aceste cazuri, punerea negației tari în locul celei naturale scoate la iveală o supracontradicție – în afară de cazul în care principiile în discuție sunt slăbite sau cumva calificate.

Mi se pare că Priest este angajat implicit la a avea o negație tare. La pagina 146 el introduce o constantă propozițională „F” astfel că pentru toate propozițiile  $\lceil p \rceil \vdash F \rightarrow p$ . El subliniază că dacă limbajul conține propriul său predicat de adevăr, constanta „F” poate fi definită ca „ $\forall xTx$ ”; principiul caracteristic este astfel demonstrat. Acesta fiind cazul, sistemul lui Priest – odată ce cuprinde aritmetica și predicatul de adevăr – va cuprinde de fapt negația tare; căci fie  $\lceil \neg p \rceil$  prescurtarea pentru  $\lceil p \rightarrow F \rceil$ . Priest are dreptate atunci când consideră că respingerea contradicțiilor în general este exprimată de schema  $\lceil p \wedge \neg p \rightarrow F \rceil$  (care revine la  $\lceil \neg(p \wedge \neg p) \rceil$ , i.e. orice contradicție este complet falsă). Înlocuirea lui „~” cu „ $\neg$ ” produce o formulă care exprimă respingerea supracontradicțiilor, și anume  $\lceil \neg(p \wedge \neg p) \rceil$  (supranegația oricărei contradicții implicând supranegația). Cu toate că sistemul lui Priest evită formula  $\lceil \neg(p \wedge \neg p) \rceil$  ca teoremă – datorită evitării asertării conjunctive (vezi mai jos, secțiunea 5) –, sistemul este angajat la ceva apropiat, și anume la  $\lceil \neg p \rightarrow p \rightarrow F \rceil$ .

În acest fel, Priest se confruntă cu o dilemă. Dacă acceptă constanta „F” și astfel negația tare (sau dacă este adevărat că „F”, cu principiul său caracteristic, este deja prezent în întregul său sistem), atunci ceva nu prea îndepărtat de LC este inclus, argumentele naive și simple pentru ECA în semantică și teoria mulțimilor nu mai sunt disponibile și, oricum, semantica și teoria mulțimilor cer remedii dincolo de simpla acceptare a contradicțiilor (contradicții implicând „~”, dar nu „ $\neg$ ”, i.e. nu supracontradicții). Dacă el se ține departe de negația tare (și de constanta „F”, ceea ce mă îndoiesc că poate face, și chiar așa este), atunci decurg rezultate de inefabilitate care diminuează efectul criticii sale asupra oricărei soluții ierarhiste a paradoxurilor semantice; în plus, întreaga chestiune a *argumentării-împotriva* (p. 141), temeiurile pentru principiul R, respingerea etc. devin nebulos, dacă nu enigmatice.

## 4. Teoria mulțimilor

Cu toate că principalul temei pentru dialetheismul lui Priest este semantica, paradoxurile teoriei mulțimilor apar, de asemenea, printre temeiurile abordării sale. Și pe bună dreptate. El discută principiul abstracției în forma  $\lceil \exists y \forall x (x \in y \leftrightarrow \beta) \rceil$ , precum și extensionalitatea. El lansează un atac violent asupra concepției cumulative a mulțimilor implementată în ZF. Critica lui îmi pare destul de convingătoare. El adoptă apoi (p. 178 și următoarele) principiul abstracției și speră că sistemul său formal  $\Delta$  îl poate admite fără *dizolvare* (i.e. inconsistență în sensul lui Post sau trivialitate, după cum spune el, urmând uzanța curentă). Motivul său pentru a spera este acela că  $\Delta$  este foarte apropiat de o logică relevantă, DK, despre care Brady a arătat că este compatibilă cu schema abstracției.

Obiecțiile lui Priest la adresa ierarhiei cumulative îmi par atât de evidente, încât găsesc că este de mirare nu faptul că un număr de matematicieni *folosesc* ZF, ci faptul că unii filosofi o iau drept ceea ce nu s-a intenționat niciodată a fi (oricum, nu de către Zermelo), și anume concepția „intuitivă” despre ceea ce sunt mulțimile. Obiecțiile lui Priest pot fi întărite. Dacă ceva precum metafora temporală pe care el o denunță (p. 39 jos) ar fi să fie luată chiar și foarte puțin în serios, atunci ideea este una constructivistă. Dar în acest caz, nu li se poate permite cuantorilor să cuantifice asupra *tuturor* mulțimilor, ci numai asupra mulțimilor care există „deja” (i.e. este cerută o teorie predicativă a mulțimilor, ceea ce ZF și sistemele asemănătoare nu sunt).

O obiecție diferită la adresa ZF este aceea că îi lipsește nu numai o mulțime universală, ci și complementarele (cu excepția complementarelor relative). Nu numai că teoria mulțimilor nu poate fi folosită în propria sa metateorie, dar nu poate furniza o semantică satisfăcătoare pentru negația internă – nefiind acolo nici o mulțime care să conțină toate entitățile și numai pe acelea care nu *p*, pentru orice  $\ulcorner p \urcorner$ .

Cu toate acestea, Priest nu discută sistemele lui Quine NF și ML pe motivul că acestea sunt „în mare măsură considerate ca fiind cu doar puțin mai mult decât (...) curiozități” (p. 38). Totuși, dacă LC este adevărată și dacă este să fie posibil un tip de semantică tarskiană, abordarea cumulativă ierarhică este silită să fie greșită și să fie corect ceva precum NF sau ML. Din punct de vedere filosofic, aceste sisteme sunt infinit mai atrăgătoare decât ZF și merită să fie discutate. Faptul că NF implică unele ciudățenii cu privire la ordinali este puțin sau deloc îngrijorător, întrucât întregul sistem este oricum pus în încurcătură de unele rezultate surprinzătoare.

Priest nu discută nici teoria mulțimilor non-bine-fundamentate și nici logica combinatorică a lui Fitch. Argumentul său ar fi fost mult mai puternic, dacă ar fi luat în considerare astfel de alternative. El nu discută nici alte abordări paraconsistente care acceptă principiul abstracției cu unele restricții, ceea ce, bănuiesc, îl determină să ignore astfel de abordări.

Linia sa este directă și clară. La principiul abstracției în puritatea sa originală și nepoluată și rezultă o contradicție. Corectarea abstracției, ca în ZF, dă multă bătaie de cap și rezultate extrem de indezirabile. Piei!

Dar să presupunem că avem atât negația naturală „~”, cât și negația tare „¬”, așa cum am văzut în secțiunea anterioară. Atunci abstracția trebuie să dispară. Și totuși putem avea ceva mai slab.

Să discutăm nu abstracția, ci comprehensiunea. Fie  $\{ \dots : - - - \}$  un *olvt* (operator care leagă o variabilă și formează un termen), pe care îl luăm ca primitiv (putem folosi  $\lambda$ -notația). Avem nevoie de o teorie a mulțimilor cu aceste principii sau cu versiuni calificate ale acestora:

$$\exists z (z = \{x: p\}) \quad (\text{Existența})$$

$$\{x: p\}x \leftrightarrow p \quad (\text{Comprehensiunea})$$

(cu „z“ neliber în  $\lceil p \rceil$  în primul principiu și apartenența exprimată ca „zx“ mai curând decât ca „ $x \in z$ “).

Cu negația tare, catastrofă!

$$\{x: \neg(xx)\} \{x: \neg(xx)\} \wedge \neg\{x: \neg(xx)\} \{x: \neg(xx)\}$$

Așadar  $\lceil q \rceil$ . Să presupunem că introducem o calificare pentru Comprehensiune, prin cerința ca  $\lceil p \rceil$  să nu conțină nici „ $\rightarrow$ “, nici asertarea tare „H“ (și deci nici „ $\neg$ “). Dar putem adăuga jumătate din aceasta fără calificare, și anume:  $\lceil p \rightarrow \{x: p\}x \rceil$ .

Sistemul – care poate fi implementat pe baza unei întăriri a logicii relevante E – este rezonabil de puternic. Putem demonstra că mulțimea mulțimilor de acest fel care nu se conțin pe ele însele se conține și deopotrivă nu se conține pe sine. De asemenea, putem demonstra că mulțimea mulțimilor de acest fel care nu se conțin deloc pe ele însele se conține pe sine (deși, desigur, nu putem demonstra că nu se conține pe sine).

Să numim *multitudini* (*crowds*)<sup>4</sup> mulțimile de acest fel pe care teoria noastră, astfel concepută, le-ar descrie. Multitudinile pot fi supraaglomerate sau suprapopulate. Acestea pot primi entități care eșuează deplin în a satisface condiția de acces – cu matricea sau formula de caracterizare. Astfel de cazuri pot fi excepționale. Putem adăuga un număr de cazuri speciale ale Comprehensiunii (complete), despre care ne putem convinge că nu vor conduce la apariția vreunei supracontradicții.

Priest nu discută nici una dintre aceste propuneri, dar este clar de ce le găsește dezagreabile. Cu ele dispare argumentul direct de la Abstracție la dialetheism. Clasicistul poate replica arătând că dacă așa-numita negație tare este oprită de a figura în principiul bilateral al Comprehensiunii, de ce nu la fel și așa-numita negație naturală? Nu sunt ele la egalitate? Dacă prin aplicarea Comprehensiunii la  $\{x: \neg(xx)\}$  decurge orice, de ce nu la fel prin aplicarea sa la  $\{x: \sim(xx)\}$  – „ $\sim$ “, având proprietatea negației din logica relevantă E? Nu sunt acestea același tip de inferență?

Nu, nu sunt. Un tip de inferență este caracterizat sintactic, așa cum este orice noțiune de teoria demonstrației. Iar diferența dintre cele două negații poate să facă unul dintre tipuri să fie corect, în timp ce celălalt este greșit.

„Dar nu îți dai seama intuitiv că unul este corect și celălalt greșit. Preziți o astfel de concluzie pe baza faptului că într-un astfel de sistem – o întărire a lui E – îmbogățit cu negația tare, după cum o numești, din  $\{p, \neg p\}$  decurge orice, în timp ce nimic de acest fel nu se întâmplă cu  $\{p, \sim p\}$ . Aceasta nu mai este o chestiune de

<sup>4</sup> Cu acordul lui L. Peña, am optat pentru traducerea lui *crowds* prin *multitudini*, deoarece, așa cum se obișnuiește, am folosit deja termenul „mulțime“ ca echivalent pentru termenul din limba engleză *set*, iar termenul românesc „grup“ are conotația algebrică bine cunoscută. (N.T.)

principii intuitive, ci de inventivitate artificială. Și atunci de ce să ne mai necăjim cu negația non-clasică? Nu o ai pe cea mai rea dintre cele două lumi?”

Cu toate acestea, abordarea lui Priest astfel atenuată (sau diluată) ar putea deveni mai atractivă. La urma urmelor, în abordarea sa curentă,  $R$  (i.e.  $\{x: \neg(xx)\}$ ) deopotrivă se conține și nu se conține pe sine. Măcar atât este adevărat – după el. Necesari adevărat (bănuiesc). Este mai bine să recunoști un adevăr necesar decât să spui că este atât de fals încât din el decurge orice – ceea ce este ce face aristotelicul atunci când ia în mod greșit pe a sa „ $\neg$ ” drept „nu”. O teorie cu înfățișarea  $RR \wedge \neg(RR)$  este mai bună decât una care impune  $RR \wedge \neg(RR) \vdash q$ . Astfel, teoria considerată a multitudinilor nu este mai rea decât teoriile clasice ale mulțimilor (cu posibila excepție a teoriei lui Quine – despre care nu o să spun nimic aici, având în vedere că Priest nu o ia în considerare).

De altfel, teoria multitudinilor ar accepta o mulțime universală. Am scăpa de necazurile care apar din aceea că ZF respinge în mod necesar existența unei mulțimi universale. Dispare nevoia de ierarhie. Astfel, nu există un singur raport, ci mai multe sub care teoria multitudinilor ar fi mai bună decât teoria standard a mulțimilor bazată pe LC.

Pe de altă parte, întrucât am avea negația tare, astfel de dificultăți care înconjoară abordarea lui Priest, așa cum au apărut în secțiunea anterioară, ar fi depășite.

Am putea concepe un tratament similar al semanticii. Mai curând decât întreaga schemă  $T$  necalificată, restrângerea sa la propoziții fără nici o apariție a „ $\rightarrow$ ” sau a negației tari (sau a afirmației tari), păstrând o jumătate pentru toate propozițiile:

$$p \rightarrow T \# p$$

Atunci Mincinosul simplu ar fi pe cât de adevărat, pe atât de fals (și deci ambele), dar Mincinosul tare ar fi doar adevărat. (Principiul excluderii ar putea – dar nu ar trebui – să fie eliminat, așa cum ne sfătuiește Priest să facem). Desigur, o astfel de retragere ne-ar lăsa fără raționamentul complet și direct de la semantică la existența contradicțiilor adevărate. Priest este atașat de acesta. Avem acum nevoie de argumente mai sofisticate care să arate că negația naturală este în regulă pentru schema  $T$ , dar că negația tare poate fi admisă doar într-o jumătate a sa. (Ei bine, un motiv este acela că supracontradicțiile rezultă din admiterea negației tari, nu a negației naturale, și că dacă cineva are un frate care provoacă necazuri și deci nu este admis în cele mai bune cercuri, acesta nu este un tenei suficient pentru ca acel cineva să fie, de asemenea, ostracizat). Am putea întări predicatul „ $T$ ” cu un număr de aproximări către schema  $T$  inițială, lipsită de aerul său inițial de generalitate, care ar deveni astfel un ideal regulator către care am tinde asimptotic.

În plus, abordarea rezultată ar păstra mult din ceea ce a avansat Priest. Nu este ca și cum o astfel de abordare nu are nimic de a face cu întreprinderea sa filosofică. În timp ce este mai aproape de canoanele dragi entuziaștului LC, abordarea ar accepta și versiunile calificate ale principiilor lui Priest și cele mai

multe dintre concluziile sale. Multe dintre contradicțiile pe care el ține să le demonstreze în cartea sa ar rămâne binevenite. Doar că lucrurile ar fi ceva mai puțin simple și directe. Iar concepția sa *a priori* despre adevărurile logice și matematice ar fi periclitată, ceea ce, desigur, el nu dorește. (Căci cu greu poți spune că „intuiția” îți arată „analitic” că schema *T* este corectă exact sub astfel de calificări și nu sub altele).

## 5. Asertarea conjunctivă

Deși în capitolul său despre teoria mulțimilor (p. 178 și următoarele) Priest se concentrează asupra felului în care simpla acceptare a contradicțiilor – și deci respingerea regulii lui Cornubia – face posibil să avem axioma deplină, necalificată a comprehensiunii, lucrurile nu sunt chiar atât de simple. După cum Priest însuși face cu prisosință clar într-un capitol anterior (p. 103 și următoarele), paradoxul lui Curry impune oricărei teorii a mulțimilor care are o axiomă necalificată a comprehensiunii (și a extensionalității – sau chiar versiuni slăbite ale extensionalității) să aibă drept calcul propozițional subiacent unul fără schema *contragerii*,  $\vdash p \rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow . p \rightarrow q \neg$ . Priest ne dă „cea mai tare formă a sa” (p. 103): *asertarea conjunctivă* – pe scurt, AC –, și anume  $\vdash p \rightarrow q \wedge p. \rightarrow q \neg$ .

Deși AC implică *contragera* numai odată ce au fost avansate alte principii care nu sunt unanim acceptate – e.g. orice rezultat al adăugării factorului redus ( $\vdash p \rightarrow q \rightarrow . p \rightarrow . p \wedge q \neg$ ) la setul de axiome și reguli de inferență ale lui E minus *contragera* –, totuși, întrucât eu accept implicarea *contragerii* de către AC, sunt de acord cu Priest că – pentru scopurile noastre curente oricum – ultima este chestiunea aflată realmente în discuție. În plus, în formă de regulă, putem deduce *contragera* din AC sub principii foarte slabe ale implicației [vezi e.g. Richard Routley, *Exploring Meinong's Jungle*, p. 917, jos]; i.e. din  $\vdash p \rightarrow . p \rightarrow q \neg$  inferăm  $\vdash p \rightarrow q \neg$  cu ajutorul AC, chiar dacă nu avem ca teoremă schema  $\vdash p \rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow . p \rightarrow q \neg$ .

Renunțarea la AC îmi pare un preț prea mare pentru orice poți câștiga prin această mișcare. Dacă  $\vdash p \neg$  poate fi *inferat tare* din mulțimea *A* de premise (i.e. inferat în așa fel încât gradul de falsitate al concluziei este cel mult la fel de înalt ca și cel al celei mai false premise), atunci, dacă  $\vdash q \neg$  este conjuncția tuturor formulelor din *A*,  $\vdash q \rightarrow p$ . Întrucât *modus ponens* pentru implicație este o regulă de inferență tare în acest sens, AC este ținută să se obțină. (Discursul meu despre grade poate să sune neplăcut pentru relevanțiști – deși Priest nu este unul dintre ei – dar ceva similar, dacă este reformulat în termeni oarecum diferiți, este ideea subiacentă a faimoasei teze a Implicației a lui Anderson & Belnap). O teorie a demonstrației pentru o logică fără



AC este obligată a fi slabă sau incomodă. Și, mai ales, plauzibilitatea AC întrece pe cea a oricărui principiu al teoriei mulțimilor. Căci să presupunem că o instanță a AC eșuează (complet – i.e. negația sa tare este adevărată). Atunci, deși  $\lceil p \rightarrow q \rceil$  și  $\lceil p \rceil$  sunt ambele adevărate (întrucât  $\lceil p \rightarrow q \wedge p \rceil$  este adevărată),  $\lceil q \rceil$  sau nu este deloc adevărat, sau este mai puțin adevărat decât  $\lceil p \rceil$  și mai puțin adevărat decât  $\lceil p \rightarrow q \rceil$ . Dar dacă  $\lceil q \rceil$  este mai puțin adevărat decât  $\lceil p \rceil$ ,  $\lceil p \rightarrow q \rceil$  este complet falsă. (Încă o dată, discursul meu în termeni de grade nu este atât de esențial; în construcția lor a sistemului E, Anderson & Belnap ar fi pus chestiunea în alte cuvinte, dar în fond cu aceeași concluzie).

Și dacă AC eșuează, tot așa, desigur, și importarea,  $\lceil (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow p \wedge q \rightarrow r \rceil$ , sau altfel, auto-implicația ( $\lceil p \rightarrow p \rceil$ ). (Probabil că importarea este cea mai tare formă a principiului pe care îl discutăm acum; nu este o întâmplare că logicile lui Łukasiewicz nu conțin nici importarea, nici AC și nici *contrageria*).

Astfel, prețul de a avea un principiu necalificat al comprehensiunii este mult mai mare decât sugerează secțiunea 10.1 a cărții lui Priest, *Naive Set Theory*, p. 178–180.

Aproape același lucru se poate spune despre paradoxurile semantice. Există un duplicat semantic al paradoxului lui Curry (avansat inițial, cred, de P. Geach în *Logic Matters*, p. 209–211). Priest îl prezintă în acești termeni (p. 103–104): dată fiind orice propoziție arbitrară,  $\beta$ , prin diagonalizare, autoreferire sau un instrument similar, putem găsi o propoziție,  $\delta$ , de forma  $T \# \delta \rightarrow \beta$ . Schema  $T$  pentru această propoziție dă:  $T \# \delta \leftrightarrow T \delta \rightarrow \beta$ . Cu ajutorul contragerii demonstrăm  $\lceil \beta \rceil$  (detaliile sunt lăsate ca exercițiu pentru cititor). Astfel, sistemul devine dizolvabil. Orice poate fi demonstrat.

Astfel, trebuie să alegem. Sau AC, sau comprehensiunea necalificată și schema  $T$  necalificată, nu ambele (*deloc* ambele). Mă simt realmente în încurcătură în privința conceperii implicației fără AC. Desigur, Priest nu este singurul logician care respinge AC. Cel mai relevant, principiul a fost atacat de Richard Sylvan în întreprinderea sa de a dezvolta *relevantismul de adâncime*. În *Exploring Meinong's Jungle*, p. 919 (semnată cu numele său din vremea aceea, „Richard Routley“), Sylvan argumentează în acest fel împotriva AC:

[AC] ar exclude situațiile de tipul celor care apar în paradoxurile semantice, unde  $A \rightarrow B$  și  $A$  au deopotrivă loc, dar  $B$  eșuează în a avea loc, adică acolo unde o implicație care are loc este, de asemenea, contraexemplificată.

Să examinăm critic argumentul. Ce înseamnă aici „eșuează“? Dacă este acceptată negația tare – ceea ce, desigur, contravine relevantismului în general și cu atât mai mult relevantismului de adâncime –, atunci faptul că  $B$  eșuează înseamnă probabil că are loc  $\neg B$ , unde „ $\neg B$ “ este negația tare, „nu este ... deloc“. Dar atunci, desigur, dacă  $B$  eșuează în a avea loc, nu poate fi *deloc* adevărat că au loc deopotrivă  $A$  și  $A \rightarrow B$ . Pe de altă parte, dacă „eșuează“ este luat aici într-un sens

slab, i.e. dacă a eșua  $B$  înseamnă doar că  $\sim B$  este adevărată – „ $\sim$ ” fiind doar negația naturală, simplul „nu” –, atunci ceea ce implică eșuarea lui  $B$  este că sau  $A \rightarrow B$ , sau  $A$  eșuează în sensul slab, i.e. că este adevărată sau  $\sim(A \rightarrow B)$ , sau  $\sim A$ . Dar împrejurarea că una dintre acestea este adevărată nu exclude (complet) împrejurarea ca  $A$  și  $A \rightarrow B$  să fie, de asemenea, deopotrivă adevărate.

O salvă suplimentară împotriva AC este expusă în *Relevant Logics and their Rivals* (de R. Routley, V. Plumwood, R. K. Meyer & R. T. Brady, *Atascadero: Ridgewiew*, 1982, p. 278 și următoarele).<sup>5</sup> După cum dovedește clar argumentul, pentru debarasarea de AC este suficient, într-o modelare modală, să se abandoneze reflexivitatea relației de accesibilitate. (Și, de fapt, în propria semantică modală a lui Priest pentru sistemul său paraconsistent  $\Delta$  – propusă în cartea sa, pp. 106–108) –, reflexivitatea relației de accesibilitate  $R$  nu are loc, chiar dacă lumea noastră accesează toate lumile și astfel se accesează și pe sine). Sub modelări relevante – citez *RLR*, p. 279 sus –, relația triadică trebuie să fie reflexivă pentru ca AC să aibă loc în general, i.e. trebuie să se obțină  $Raaa$  pentru orice (lume sau structură)  $a$ . Argumentul continuă:

Astfel de cerințe de reflexivitate impun de fapt restricții serioase asupra clasei de situații admise în evaluarea semantică. Acestea au efectul de excludere a diferitelor situații paradoxale. Relația simplă  $Raa$  include [exclue?] diferite lumi paradoxale mai curând prin aceea că ecuația simplă  $a = *a$  exclude lumi inconsistente.

Ceea ce se pretinde astfel nu este că AC este incompatibilă în general cu inconsistența negațională – „mai curând prin aceea că ecuația simplă  $a = *a$  exclude (în semantica Routley-Meyer cu constrângerile obișnuite) lumi inconsistente”. Contextul face cu prisosință clar că subiectul în discuție este paradoxul lui Curry. Ceea ce rezultă este că AC respinge situații care ar face ca teoriile noastre să fie dizolvate, chiar dacă am avea atât comprehensiunea necalificată sau schema  $T$ , cât și AC. Dar nu este suficient să elaborezi o modelare potrivit căreia AC eșuează, deoarece, după cum chiar *RLR* spune câteva pagini mai departe (p. 281, paragraful 2):

<sup>5</sup> Pentru cititorul mai puțin familiarizat cu dezvoltarea logicilor paraconsistente în context relevant, menționez că în cele ce urmează este tratată semantica non-standard a lumilor posibile pentru logici relevante, propusă de R. și V. Routley în *Semantics of first-degree entailment*, *Noûs* 6, 1972, în care negația are un tratament diferit de cel clasic. În semantica standard (clasică) a lumilor posibile,  $\sim A$  ia valoarea adevărată în lumea  $w$ , dacă  $A$  ia valoarea fals în  $w$ . În semantica non-standard în discuție,  $\sim A$  ia valoarea adevărată în lumea  $w$ , dacă  $A$  ia valoarea fals nu în  $w$ , ci într-o lume diferită  $*w$ , asociată lumii  $w$ . În acest fel, o formulă și negația sa au valori logice „independente”:  $\sim A$  poate lua valoarea adevărată sau valoarea fals independent de faptul că  $A$  ia valoarea adevărată sau valoarea fals (este ușor de văzut că dacă  $w = *w$ , atunci semantica negației este cea standard). Drept efect, în această semantică, formule precum  $(p \wedge \sim p) \rightarrow q$  și  $p \rightarrow (q \vee \sim q)$  nu sunt valide. Spunând ca Peña, prețul respingerii irelevanței este prea mare, căci în această semantică nici o formulă nu este validă! (N.T.)

Un astfel de argument are aspectele sale periculoase, în special întrucât putem acum să contramodelăm efectiv orice principiu logic. Corespunzător, o obiecție generală la adresa semanticii care falsifică principii recunoscute precum [AC] ia următoarea formă (...)

Ceea ce urmează este un citat dintr-un articol anterior al lui G. Priest („Sense, Entailment, and *modus ponens*“, *Journal of Philosophical Logic* 9, 1980, p. 415–435). Esența argumentului este aceea că a spune „Suntem mai siguri de adevărul [AC] decât de orice descriere teoretică a adevărului logic“ este, în contextul discuției de față, a presupune ceea ce trebuie demonstrat.

Dar este? Să presupunem – după cum susține Priest – că cele două pretenții incompatibile – AC, pe de o parte și schema *T* și Comprehensiunea, pe de altă parte – sunt, după cum spune el, evidente. Argumentul în sprijinul AC indică faptul că sunt *mult mai* evidente. Din nou, am impresia că, atunci când dezacordurile sunt ignorate sau scăpate din vedere, lucrurile ies anapoda.

În final, *RLR* nivelează discuția despre AC cu o simplă remarcă: „constatarea daunelor pe care [AC] le provoacă în situații paradoxale este suficientă pentru a zdruncina încrederea în aceasta și a începe să se reconsidere argumentul“. Iar autorii adaugă că *modus ponens* „nu mai sprijină «normalizarea» sa [a AC], nu mai mult decât autorizează Detașarea Materială Silogismul Disjunctiv“. Citându-l pe Russell, ei arată că, spre deosebire de regula MP, AC cere doar ipoteza că *A* este adevărată; „pe scurt, se aplică în situații dincolo de cea actuală“.

Ideea este că în orice cadru, lumea sau structura *w*, care joacă aici rolul „lumii actuale“, trebuie să fie închisă pentru MP (i.e. dacă deopotrivă  $\ulcorner p \rightarrow q \urcorner$  și  $\ulcorner p \urcorner$  au loc în *w*, tot așa și  $\ulcorner q \urcorner$ ), dar alte lumi pot să nu se bucure de o astfel de închidere. Este plauzibilă ideea?

Există mai multe principii acceptate în mod obișnuit care, luate împreună, resping ideea:

- T1.** Dacă o absurditate decurge dintr-o ipoteză, ipoteza nu poate fi adevărată.
- T2.** Ceea ce nu poate fi adevărat este imposibil (i.e. nu este posibil adevărat).
- T3.** Atunci când o concluzie decurge dintr-o ipoteză, posibilitatea concluziei decurge din aceea că ipoteza este posibil adevărată.
- T4.**  $\ulcorner q \urcorner$  decurge din  $\ulcorner p \rightarrow q. \wedge p \urcorner$ .
- T5.** Este absurd că  $\ulcorner p \urcorner$  are loc și că  $\ulcorner p \urcorner$  (completamente) nu are loc.

**T6.** Dacă dintr-o ipoteză decurg mai multe consecințe, atunci din acea ipoteză decurge și că decurge conjuncția acelor consecințe.

**T7.** Posibilitatea unei absurdități este absurdă.

Să presupunem acum (*Ip*):

(*Ip*)  $\neg p \rightarrow q \wedge p$  are loc, în timp ce  $\neg q$  completamente nu are loc.

Evident, din (*Ip*) decurge că  $\neg p \rightarrow q \wedge p$  are loc; de aici (prin **T4**) decurge că  $\neg q$  are loc. Acum, din (*Ip*) decurge, de asemenea, că  $\neg q$  completamente nu are loc. Mulțimea ambelor consecințe este o absurditate (prin **T5**), ceea ce decurge din (*Ip*) (în virtutea lui **T6**). Dar atunci, în virtutea lui **T3** și **T7**, aceeași absurditate decurge din  $\Diamond(Ip)$ . Așadar,  $\Diamond(Ip)$  nu poate fi adevărată (prin **T1**). Prin urmare, (prin **T2**) este imposibil ca (*Ip*) să fie posibil adevărată.

Am impresia că între astfel de supoziții, ceea ce este respins de relevanțiștii de adâncime este **T3** sau **T7**. Potrivit acestora, ar fi într-adevăr absurd ca  $\neg p \rightarrow q$  și  $\neg p$  să aibă loc, în timp ce  $\neg q$  nu (deloc), dar nu ar fi absurd să fie *posibilă* o situație în care  $\neg p$  și  $\neg p \rightarrow q$  să aibă loc, dar  $\neg q$  nu (deloc).

Răspunsul meu este că fără **T3** nu mai rămâne nici un sens clar al lui *posibil* și că fără **T7** însăși noțiunea de absurditate dispare.

Ceea ce este adevărat, totuși, este că regula MP,  $p \rightarrow q, p \vdash q$ , ne permite să extragem  $\neg q$  din asertabilitatea întocmai a lui  $\neg p \rightarrow q$  și  $\neg p$ , în timp ce AC face mai mult decât atât. Astfel, dacă avem un conector „B” care înseamnă „Este întocmai asertabil că” (împreună cu regula  $p \vdash Bp$ , chiar dacă nu avem  $\vdash p \rightarrow Bp$ ), MP cere doar o versiune calificată a AC, și anume **T8**:

**T8.**  $\neg Bp \wedge B(p \rightarrow q) \rightarrow Bq$ .

**T8** este echivalent cu  $\neg B(p \rightarrow q \wedge p) \rightarrow Bq$ , pe câtă vreme AC (necalificată) cere **T9**, și anume:

**T9.**  $\neg B(p \rightarrow q \wedge p \rightarrow q)$ .

**T8** este mai slab. Dar pentru a face dizolvat orice sistem care are o schemă *T* deplină sau un principiu necalificat al comprehensiunii, **T8** ar fi suficient. Astfel, slăbirea AC în acest fel nu ar fi de nici un folos.

Compararea cu SD mi se pare greșită. Nu are nici o similaritate relevantă. Dacă există contradicții adevărate – și, după cum susținem Priest și cu mine, unele

dintre ele există în mod necesar – atunci SD (sau detașarea materială) nu este o regulă de deducție corectă, pe câtă vreme MP (pentru implicație, „ $\rightarrow$ ”) este.

În fine, atât împotriva a argumentului lui Priest, cât și a celui al autorilor *RLR*, trebuie subliniat că AC este mai fundamentală, mai generală. Este un principiu al logicii propoziționale. Ce este drept, și logica propozițională este expusă la *feed-back* din partea aplicațiilor sale; așadar, există temeuri pentru a califica unele principii ale calculului propozițional în virtutea considerațiilor legate de aplicațiile sale într-un număr de domenii. Dar trebuie să existe temeuri foarte, foarte puternice pentru aceasta. Și ori de câte ori este posibil, trebuie să fie oferită o distincție prin care principiile la care s-a renunțat să poată fi reținute în anumite interpretări (e.g., atunci când respingem principii care implică negația, o distincție între negația slabă și cea tare ne permite să păstrăm toate principiile clasice pentru negația tare). Sacrificarea AC doar de dragul de a face față paradoxului lui Curry îmi pare mai *ad hoc* decât poate fi orice altceva în logică.

## 6. Mișcarea

Tradițional, paradoxul săgeții al lui Zenon a fost asociat cu adevărul în intervale, nu în momente. Spinoza pune problema astfel: nu există o poziție fixată unică pe care o ocupă corpul care se deplasează într-un interval, căci intervalul este alcătuit din infinit de multe subintervale și corpul nu este deloc în aceeași poziție în ele.

Cu toate acestea, Priest argumentează în favoarea contradictorialității mișcării pe baza semanticii momentelor (p. 221 și următoarele). Versiunea sa a argumentului săgeții depinde de *ipoteza difuzării*, (**ID**), (ibid.), și anume:

**ID**      Un corp nu poate fi localizat într-un punct pe care îl ocupă într-un moment de timp, ci doar în acele puncte pe care le ocupă într-o mică vecinătate a aceluia moment de timp.

Să modificăm formularea, înlocuind „punct” și „puncte” cu „loc” sau „regiune”, sau cu ceva de felul: un corp nu poate fi conținut într-un punct.

Care este rațiunea de a fi a **ID**? Priest argumentează că diferența dintre mișcare și nemișcare este aceea că ceva precum **ID** se realizează pentru prima. O lume în care ar fi o succesiune de stări descriibile cinematic, ca și cum ar exista mișcare în aceasta, este, totuși, o lume nemișcată. Sunt de acord. Un corp nu se mișcă dacă acum este aici și numai aici, după care este acolo și numai acolo, fără să treacă realmente de aici acolo – fără să fie într-o situație care poate fi descrisă ca intermediară între a fi aici și a fi acolo.

Și totuși sunt probleme. Să presupunem că *b* se deplasează din poziția sa inițială  $p_1$  către destinația sa  $p_2$ . În fiecare moment *i*, *b* ocupă nu numai poziția  $p_i$ , ci și poziții care sunt într-o vecinătate a lui  $p_i$  și care coincid parțial cu  $p_i$ . Cu toate acestea, întrucât nu sunt considerate nici un fel de grade de adevăr, *b* este în egală

măsură în toate aceste locuri. Și întrucât Priest ne spune că difuzarea trebuie să fie mică, pentru fiecare punct din afara seriei de întinderi pe care  $b$  le ocupă în  $i$ , este pur și simplu și întru totul fals că un astfel de punct se află într-una dintre pozițiile pe care  $b$  le ocupă în  $i$ . Există o graniță netă, rigidă și tranșantă care separă seriile de poziții ale lui  $b$  în  $i$  de pozițiile pe care nu le are în  $i$  (deloc).

Toate acestea îmi par implauzibile. Rațiunea de a lua mișcarea ca fiind contradictorie era aceea că nu putem atribui corpului în deplasare o poziție unică în fiecare interval. Considerând momente, chestiunea nu este clară – deși, probabil că cea mai bună cale de a înțelege ceea ce „se întâmplă” într-un moment este una derivată. Întrucât Priest însuși permite ca posibilă o considerare a intervalelor, de acum înainte voi considera **ID** cu o modificare suplimentară, citind „interval” în loc de „moment”.

Acum,  $b$  se deplasează (cu viteză uniformă), iar deplasarea sa începe la prânz și se termină la ora 13 p.m. Fie  $b$  de lungimea  $l$ . În intervalul  $I$  12:25 – 12:35,  $b$  ocupă un număr de poziții parțial suprapuse, întinderea pe care acestea o formează fiind aceea dintre punctele  $x$  și  $z$ . Fie  $p_1$  o poziție de lungimea  $l$  astfel încât distanța dintre  $x$  și primul punct din  $p_1$  este egală cu distanța dintre ultimul punct din  $p_1$  și  $z$ . În mod clar, poziția  $p_1$  este centrală. Astfel, în  $I$  ca întreg, este mai corect să se spună că  $b$  este în  $p_1$  decât în orice poziție aflată în afara lui  $p_1$ . Acum, în conformitate cu **ID**,  $b$  are în  $I$  și poziții care coincid (parțial) cu mulțimea de poziții din alte intervale. Este clar că  $b$  nu este în aceeași măsură în toate aceste intervale, dar cu cât este mai mică suprapunerea dintre poziția  $p$  și poziția  $p_1$ , cu atât este mai puțin adevărat că  $b$  este în  $p$  în  $I$ . Cu toate acestea, întrucât deplasarea este (să presupunem) continuă și nu există nici o întrerupere, probabil că  $b$  ocupă într-o anumită măsură în fiecare subinterval al timpului său de deplasare fiecare dintre pozițiile din întreaga amplitudine a traiectoriei sale – dar în infinit de multe grade. Chiar dacă această ipoteză ar fi cu totul falsă, încă nu ar fi nici o întrerupere, nici o discontinuitate, deoarece mulțimea de poziții din  $I$  s-ar suprapune parțial cu cea a pozițiilor dintr-un interval adiacent – dar spre deosebire de ceea ce se întâmplă în descrierea lui Priest a momentelor, ar exista diferențe de grad.

Am impresia că ceva de felul acesta ar fi mai atractiv decât trecerile bruște pe care le susține, la urma urmelor, Priest, căci în descrierea sa inițială, atunci când se mișcă, corpul nu își descrește parțial prezența într-o anumită poziție, crescându-și parțial prezența în alte poziții, ci dintr-o dată, în fiecare moment, pierde complet anumite poziții și dobândește complet unele noi, aflându-se în toate, într-un astfel de moment, în aceeași măsură.

Putem să formulăm o astfel de considerație într-un mod diferit. Și Spinoza s-a întrebat dacă corpul deopotrivă dobândește și pierde o poziție în același timp. Mișcarea poate fi luată ca fiind exact atât. În fiecare interval, de-a lungul deplasării sale,  $b$  dobândește o poziție. Totuși, întrucât nu rămâne în acea poziție, în acel interval de timp o părăsește deja sau cel puțin începe să o părăsească. Astfel, nu este în întregime în nici o poziție. Cu toate acestea, în intervalul considerat, unele dintre acele poziții sunt dobândite, mai curând decât părăsite și reciproc. Considerând grade de adevăr, povestea devine mai lină și mai plauzibilă.

Nu voi discuta alte aspecte ale tratării de către Priest a mișcării, precum remarcile sale asupra momentului schimbării (p. 200 și următoarele) – care nu ar putea fi susținute fără modificare, dacă ar fi postulată negația tare – sau textul său despre principiul continuității al lui Leibniz (p. 207 și următoarele) sau respingerea sa a simetriei – mulțimea pozițiilor dintr-un moment extinzându-se numai de o singură parte, cea a trecutului – ceea ce mi se pare a fi foarte bergsonian – pentru a nu încălca principiul conform căruia ceea ce se întâmplă până la un moment este independent de ceea ce se întâmplă după aceea, un principiu pe care, desigur, leibnizienii și mulți alți filosofi îl resping.

În concluzie, cred că Priest are dreptate atunci când pretinde că fără contradicții nu ar fi mișcare (cu toate că el folosește doar implicit un principiu potrivit căruia, în măsura în care un corp are o poziție, acesta nu are alte poziții). Dar cu numai trei valori de adevăr, o descriere contradictorie îmi pare incredibilă și angajată la o concepere în salturi a mișcării continue.

## 7. Logica juridică și deontică

Capitolul 13 (p. 227 și următoarele) este dedicat discutării dilemelor legale și morale, precum și contradicțiilor pe care se presupune că le produc acestea.

Cred că Priest are dreptate atunci când pretinde că există astfel de dileme și că acestea implică existența contradicțiilor adevărate. Totuși, argumentele sale pot fi întărite și îmbunătățite.

Unul dintre motivele pentru care argumentele sale asupra acestui subiect sunt cumva slabe este acela că el pare să împărtășească punctul de vedere al celor care se opun existenței dilemelor morale, susținând că o obligație de care nu se ține cont nu este o obligație sau este doar o obligație *prima facie* sau ceva de felul acesta. Astfel, dacă o lege este de rang mai înalt decât alta sau ulterioară alteia, sau poate fi interpretată în mod plauzibil ca având clauze exceptive care acomodează legea cu ceea ce aceasta vine în dezacord, atunci conflictul este doar aparent (p. 233–234). Ceea ce pretinde Priest este că nu există nici o garanție că toate conflictele legale aparente pot fi rezolvate în oricare dintre aceste moduri. Sunt de acord. Există în fapt o sumedenie de dovezi potrivit cărora nu pot fi rezolvate. Ne apar în minte dispute juridice care arată până la ce punct este îndoielnică o pretenție de precedent ierarhic într-un număr de cazuri.

Totuși, cea mai importantă chestiune nu este aceasta, ci faptul că până și pretenția sau dreptul de care nu se ține cont este o pretenție legală sau un drept legal. Este adevărat, juriștii sunt atât de obișnuiți să raționeze în termenii clasici de „totul” sau „nimic”, încât ei își închipuie că doar o cazuistică destul de complicată poate decide în cele din urmă care pretenții sunt respectate și care nu, ultimele fiind

atunci considerate a nu fi deloc pretenții. Ei greșesc. Greșeala lor are consecințe practice extrem de serioase, deoarece aceasta întărește o dată în plus regula eronată a lui „totul-sau-nimic”. În multe cazuri, nu este o chestiune de negru sau alb. Acest fapt este clar în disputele internaționale, e.g. în cele privind delimitările de frontieră. Iar multe paradoxuri juridice – care dau naștere la argumente ale pantei alunecoase<sup>6</sup> – solicită o soluție firească și rațională prin evitarea inflexibilităților, prin delimitarea unor liziere, tranziții și gradații.

Chiar dacă, la urma urmelor, țara *A* are o pretenție mai puternică asupra acestui teritoriu decât țara *B*, nu decurge că pretenția țării *B* este într-un fel sau altul nulă și neavenită. Pot fi negociate unele compromisuri care reflectă într-un fel sau altul pretenții (intemeiate) diferite, în loc de a se da tot lui *A* și nimic lui *B*. Multe dispute juridice pot avea soluții raționale prin adoptarea unor scale de atribuire graduale – de proprietate, de vină sau de orice altceva – decât prin secul „totul-sau-nimic”.

Din secolul al XVIII-lea, progresul juridic merge în această direcție. Se obișnuia ca orice încălcare a legii să antreneze pedeapsa maximă – spânzurătoarea sau galera –, în timp ce căile noastre mai civilizate introduc în mod efectiv o noțiune de „grade de vină”.

Cititorul a sesizat care este esența obiecției mele. Încă o dată. Ignorarea gradelor ca sursă a contradicțiilor adevărate ne pune într-o situație foarte dificilă. Dacă dorim să dovedim că există conflicte juridice și împărtășim ideea că pretențiile inferioare nu sunt deloc pretenții, trebuie să găsim cazuri în care se poate arăta că nici o pretenție nu este de rang mai înalt sau superior.<sup>7</sup> Deși sunt sigur că astfel de cazuri există și sunt frecvente, fiecare dintre acestea este discutabil. A interpreta acolo unde există obligația de a face dovada nu este atât de interesant. Cel mai important lucru de spus este că și atunci când una dintre pretenții nu este respectată, se poate ca aceasta să fie o pretenție bună, *bona fide*, care să dea pretendentului un drept parțial.

Aceasta este cu atât mai evident în cazul conflictelor morale. Chiar dacă, la urma urmelor, o anumită acțiune, *A*, este mai bună și mai dreaptă decât *B*, nu decurge că nu suntem *deloc* sub obligația de a face *B*, că abținerea de a face *B* este complet justificată numai pentru că *B* este în conflict cu o obligație mai importantă, aceea de a face *A*.

Al doilea motiv pentru care direcția de argumentare a lui Priest în favoarea contradicțiilor morale și legale îmi pare a necesita o revizuire este acela că alegerea principiilor pentru logica juridică și deontică nu este cea mai bună. El aderă la două principii (unde „*d*” înseamnă „Este o obligație de a face” și „*p*” înseamnă că este permis sau legal):

<sup>6</sup> „Panta alunecoasă” denumește o eroare neformală în argumentare, comisă atunci când se apreciază că din moment ce a avut loc un anumit fapt, evenimentele vor evolua inevitabil către un final indezirabil, dacă nu cumva de-a dreptul dezastruos, deși în realitate nu există nici un temei pentru a crede/preinde că lucrurile vor evolua în acest fel. (N.T.)

<sup>7</sup> Aici autorul are în vedere cazuri de legi/ norme/ pretenții care se contrazic reciproc, sunt de același rang, intră în vigoare simultan și nu au clauze exceptive. Desigur, se poate adăuga și faptul că două astfel de legi/ norme/ pretenții pot fi simultan generale sau simultan speciale. (N.T.)



$$(1) \quad dp \wedge dq \rightarrow d(p \wedge q)$$

$$(2) \quad p \rightarrow q, dp \vdash dq$$

El respinge:

$$(3) \quad dp \rightarrow pp$$

și chiar (cel puțin implicit) forme slăbite, precum

$$(3') \quad dp \Rightarrow pp$$

Consider că o astfel de alegere este nefericită. Dar mă grăbesc să adaug că logica deontică este înșelătoare și că astfel de principii, pe care acum le resping și care sunt expuse în abordarea lui Priest, mi se păreau altădată corecte.

Problema cu (1) (*agregarea*) – pe care Priest o discută la p. 238–239 – este că poate fi obligatoriu în gradul  $g$  să faci  $p$ , obligatoriu în gradul  $g'$  să faci  $q$ , dar nu este deloc obligatoriu să le faci pe ambele, dacă a le face pe ambele este cu desăvârșire imposibil (poate că nu metafizic imposibil în sensul unei posibilități abstracte, ci concret imposibil). Aceasta este clar în cazul dilemelor morale. Sunt obligat să o salvez pe Julia și să o salvez pe Mariana, dar nu pe ambele, ceea ce poate fi complet imposibil. Poate că pretenția Juliei este de rang mai înalt, poate că ambele pretenții sunt de același rang. Orice aș face – întrucât nu am avut noroc moral – ratez o obligație. Dar, vă rog, nu mă învinovați pentru că am ratat să salvez atât pe Julia, cât și pe Mariana. Nu mă învinovați pentru că am ratat să ajut oamenii flămânzi din Sudan și din Etiopia și din Peru și din Mozambic și din Ciad și din Haiti și din ... Învinovați-mă pentru fiecare dintre aceste ratări separat, nu pentru că am ratat să fac imposibilul.

Învinovați pe acel tânăr faimos de amintire sarteiană pentru că a ratat datoria sa patriotică, dacă a acordat prioritate mamei sale sau, altfel spus, datoriei sale filiale. Nu-l învinovați pentru aceasta: ratarea de a îndeplini deopotrivă datoria sa patriotică și pe cea filială.

Cât despre (2), sau regula închiderii, aceasta dă naștere la paradoxuri precum cel al bunului samaritean, despre care Priest crede că pot fi rezolvate prin distincții de domeniu. Nu sunt (acum) de acord. Multe dintre aceste distincții devin incredibil de epiceleice, în timp ce apar noi contraexemple care provoacă principiul. Totuși, dacă ne debarasăm de (2), avem nevoie de ceva în locul său. Ideea principală este că nu ai voie să faci  $A$ , dacă a face  $A$  împiedică pe cineva să-și îndeplinească datoria sau să se bucure de drepturile sale. Astfel, mi se pare că aici este implicată o legătură cauzală, având drept rezultat un principiu al non-împiedicării sau ceva de genul acesta.

Argumentul lui Priest împotriva (3) este că acesta înmulțește contradicțiile. Întrucât el aderă la un maximum de evitare a contradicțiilor pe cât este posibil (vezi mai jos, paragraful 9), linia sa de argumentare aici este paralelă cu neîncrederea sa în legătură cu principiul excluderii pe care l-am examinat mai sus.

Dar să presupunem că Jonathan este obligat la  $A$  și totuși nu îi este permis deloc  $A$ . Aceasta înseamnă că el este silit să  $A$  și, de asemenea, complet silit să nu  $A$ . Aceasta este cu siguranță imposibil. Un curs al acțiunii este în întregime și cu desăvârșire obligatoriu dacă negația sa nu este deloc obligatorie.

Ceea ce este și mai mult, fără (3) nu există nici un temei bun pentru a crede despre conflictele morale sau legale că antrenează contradicții adevărate. Priest dezvoltă acest subiect (pp. 230–231) și răspunde că, fără (3), ar putea să existe alte temeiuri pentru care conflictele legale dau naștere la contradicții. e.g., dacă  $X$  se bucură de prioritate legală – în virtutea unei dispoziții legale – și totuși  $Y$  se bucură, de asemenea, de prioritate – în virtutea unei dispoziții diferite –, putem deduce că  $Y$  nu se bucură de prioritate (întrucât  $X$  o face) și tot așa că  $X$  nu se bucură de prioritate (întrucât  $Y$  o face). Fiecare dintre ei deopotrivă are și nu are prioritate.

Dar de ce? Fără îndoială că este asumat un principiu de felul acesta: „Dacă altcineva are prioritate, tu nu ai prioritate“. Dar care este rațiunea? Și care este formularea sa generală, aplicabilă și la alte chestiuni, nu numai la prioritatea automobilistilor în intersecție? Pot doar să înțeleg unele variații ale lui (3). Ideea este că, întrucât  $X$  are un drept de a trece înaintea lui  $Y$ ,  $X$  nu este în întregime silit să nu treacă înainte de a trece  $Y$  – i.e.  $X$  nu este într-un totuș silit să respecte prioritatea lui  $Y$ ; și astfel, întrucât  $Y$  are (într-o anumită măsură) prioritate, i.e. dreptul de a trece înainte de a trece  $X$ , iar  $X$  trebuie (până la un punct) să respecte un astfel de drept,  $X$  deopotrivă are și nu are datoria să cedeze în fața lui  $Y$ .

## 8. Alte temeiuri pentru contradicții adevărate

Cu toate că Priest are tendința să se concentreze asupra temeiurilor *a priori* pentru „dialethei“ – cu excepția mișcării și a dilemelor morale și legale – cel puțin într-un punct el dezvoltă un temei diferit, și anume acela de a fi îndeplinite doar unele criterii de satisfacere a unui predicat, dintr-o mulțime de astfel de criterii. El oferă două ilustrări, una despre temperatură, cealaltă despre stânga *versus* dreapta în politică. Prima mi se pare extrem de dubioasă, dar nu doresc să o discut. Cât despre cea de a doua, ideea este că dacă a fi în aripa de stânga în politică înseamnă a fi în acord cu condițiile  $c_1, \dots, c_n$ , iar a fi în aripa de dreapta înseamnă a fi în acord cu  $\text{non-}c_1$  și ... și  $\text{non-}c_n$ , atunci un grup  $G$  care pentru unii  $1 < j < n$  satisface  $c_1, \dots, c_j, \text{non-}c_{j+1}, \dots, \text{non-}c_n$  va fi și deopotrivă nu va fi de stânga.

Bănuiesc că doar puțini clasiști vor fi convinși de un astfel de argument. Este probabil că ei vor replica arătând că a fi de stânga și a fi de dreapta sunt contrare, nu contradictorii și că  $G$  nu este nici de stânga, nici de dreapta. Să numim acest răspuns trucul „nici-nici“.

Problema cu un astfel de răspuns este că el renunță la principiul conform căruia, în măsura în care un grup nu este în aripa de stânga, este în aripa de dreapta. Dacă ceva ce nu este nici așa, nici așa aparține „centrului“, atunci cu siguranță va fi foarte greu de găsit grupuri politice în afara „centrului“. De fapt, setul de cerințe asupra criteriilor este deschis. Foarte adesea, cei de stânga au înclinații conservatoare în ceea ce privește moralitatea sexuală și uneori a relațiilor de familie etc. În chestiuni economice, unii dintre cei de dreapta pot să nu sprijine economiile de piață pur private, preferând în schimb un tip de piață reglată sau ceva de genul acesta. În fapt, nu există mulți oameni care se clasifică sau de stânga, sau de dreapta după toate criteriile de demarcație. Astfel, trucul „nici-nici“, împreună cu chestiuni de fapt, implică ideea că aproape nu există dreapta și nu există stânga. Și aproape același lucru se poate spune despre multe clasificări similare (bogat/sărac, plăcut/neplăcut, cult/încult, rural/urban, vechi/modern ș.a.m.d.).

Problema cu tratarea lui Priest este din nou aceea că nu permite grade. Dar să presupunem că  $G_0$  satisface toate criteriile stângii;  $G_1$  le îndeplinește pe toate cu excepția a două (e.g. se opune avortului), în timp ce  $G_2$  nu îndeplinește acele două criterii plus un al treilea (nu este de acord cu educația gratuită obligatorie pentru toți sau este de acord, dar cu un număr de restricții);  $G_3$  împărtășește toate pozițiile lui  $G_2$  cu excepția aceleia că proprietatea privată trebuie să fie puternic limitată și planificarea să fie energică ș.a.m.d.; la celălalt capăt, grupul  $G_n$  satisface toate condițiile drepte, dar  $G_{n-1}$  îngăduie unele restricții asupra proprietății private ș.a.m.d. Lucrul natural de spus este că  $G_n$  este în întregime de dreapta,  $G_{n-1}$  este mai puțin de dreapta decât  $G_n$ , ...,  $G_2$  este mai puțin de dreapta decât  $G_3$ , dar mai mult decât  $G_1$ , ..., iar  $G_0$  este complet de stânga. (Desigur, aproape toată lumea este între extreme).

În plus, nu este vorba despre o chestiune de satisfacere în întregime a unui criteriu sau de nesatisfacere completă a sa. Există grade. Dar chiar și în cazul în care criteriile ar fi atât de rigide încât nu ar admite grade, ar rămâne un considerent „una-pestă-alta“. Desigur, se poate întâmpla ca, sub anumite aspecte,  $G$  să fie mai de stânga decât  $G'$ , iar sub alte aspecte,  $G$  să fie mai puțin de stânga decât  $G'$ . (Dacă valorile de adevăr sunt scalare, mai curând decât tensoriale, o astfel de posibilitate este greu de descris). Dar într-un număr de cazuri, unele considerente „una-pestă-alta“ sunt în ordine și sunt plauzibile. (Altfel nu am putea spune nimic despre împrejurarea dacă un coleg este un bun universitar, un student este promițător, un post de radio este interesant, o teorie științifică este înnoitoare, un program de calculator este util ș.a.m.d., decât că „sub anumite aspecte este, iar sub altele nu este (deloc?)“. În multe astfel de cazuri, un punct de vedere „ținând seama de toate“ este permisibil și justificat de felul în care stau lucrurile, iar ceea ce rezultă este că, una peste alta, acest coleg este un universitar mai bun decât acela, acest program de calculator este mai bun decât acela ș.a.m.d. Nu o magmă nediferențiată de „este-bun-și-nu-este-bun“. (Aproape oricine este bun și nu este bun, dar, fără îndoială, unii oameni sunt mai răi decât alții).

Apelul exclusiv la clasificarea trihotomică oferită de Priest nu va face față la nimic de felul acesta. Am fi nevoiți să considerăm toate grupurile dintre  $G_0$  și  $G_n$  ca fiind în egală măsură „de-stânga-și-nu-de-stânga”, nici unul dintre acestea nefiind mai de dreapta decât altul. Nu neg că o astfel de trihotomie este o îmbunătățire în raport cu abordarea clasică „totul-sau-nimic”. Totuși, această îmbunătățire este realmente una considerabilă? Nu cred. Într-un anumit sens, este încă o abordare „totul-sau-nimic”: dacă două grupuri sunt astfel încât nu îndeplinesc toate condițiile pentru a fi în aripa de dreapta și totuși nu îndeplinesc nici toate condițiile pentru a fi în aripa de stânga, atunci – în abordarea lui Priest – acestea sunt în aceleași raporturi, fără să fie nimic din cele ce se spun despre unul dintre ele care să nu se poată spune și despre celălalt. („Mai puțin ... decât” nu este o expresie care să fie considerată în vreun fel în teoria logică a lui Priest).

Adăugarea de *gri* la *negru* și *alb* este o treabă grozavă. Dar, desigur, nu este suficientă. Există grade. Unele lucruri gri sunt mai negre decât altele. Iar „mai puțin ... decât” este o chestiune de logică, deoarece există inferențe logic valide care implică în mod esențial comparative.

## 9. Tactica limitării și folosirea SD

Există două căi de a trasa o demarcație între contradicțiile pe care dorim să le susținem și cele pe care nu dorim să le susținem. Una dintre acestea constă din a decreta că acele contradicții care implică negația tare – i.e. *supracontradicțiile* – depășesc limitele și merită a fi respinse. Celelalte sunt logic ireproșabile. (Dar să notăm că o formulă de forma  $\lceil p \wedge \sim p \rceil$  poate fi o *supracontradicție*, chiar dacă „ $\sim$ ” este negația naturală – și anume dacă  $\lceil p \rceil$  este de forma „Într-o anumită măsură,  $q$ ”). Această cale nu este urmată de Priest, deoarece el încearcă să evite negația tare – deși, după cum am argumentat mai sus, el pare a fi angajat la acceptarea negației tari, care se poate defini în întregul său sistem, odată ce sunt introduse aritmetica lui Peano și predicatele semantice. Astfel, el optează pentru tactica alternativă, și anume cea de a evita contradicțiile pe cât este posibil. Acesta este scopul maximei sale metodologice (M) (p. 145), adică:

(M) În afară de cazul când avem temeiuri specifice pentru a crede despre contradicțiile cruciale dintr-o inferență cvasi-validă că sunt dialethei, putem accepta inferența.<sup>8</sup>

<sup>8</sup> În concepția lui Priest, o inferență este cvasi-validă dacă este validă din punct de vedere clasic, dar nevalidă din punct de vedere paraconsistent (vezi și articolul lui Priest, *Reductio ad Absurdum et Modus Tollendo Ponens*, §8, în volumul de față). (N.T.)

Nu vreau să mă opresc asupra detaliilor aici. Ideea este următoarea. Să presupunem că din mulțimea  $A$  de premise se poate deduce în mod valid o concluzie  $\lceil p \vee. q \wedge \neg q \rceil$ , fiind impuse unele constrângeri care previn strecurarea contradicțiilor irelevante  $\lceil q \wedge \neg q \rceil$  (p. 150). Atunci când astfel de constrângeri sunt îndeplinite, contradicțiile implicate sunt cruciale. Apoi, inferența cvasi-validă ne permite să tragem concluzia  $\lceil p \rceil$  direct din mulțimea  $A$ . Iar rațiunea este că, cel mai adesea, contradicțiile nu apar. După cum formulează Priest (p. 144):

Motivul este unul simplu: frecvența statistică a dialetheilor în discursul obișnuit este redusă. Dialetheile par să se ivească într-un număr destul de limitat de domenii: anumite contexte logico-matematice, anumite contexte juridice sau dialectice și poate în câteva alte contexte.

Primul meu comentariu asupra unui astfel de argument este că dacă tipul de exemple de contradicții adevărate care au fost furnizate mai sus, în secțiunea 8, este corect, atunci contradicțiile se ivesc în toate domeniile. Nu numai în „câteva altele“. Nu există nici un domeniu în care să nu apară contradicții adevărate.

Cel de al doilea comentariu al meu este că dacă sunt admise contradicții în domeniul în care se presupune că este cel mai puțin probabil ca acestea să apară și în care sunt cele mai devastatoare – matematica –, nu există un bun temei pentru noi să fim sfinși în legătură cu acestea în alte domenii. Desigur, poate fi doar cazul că o contradicție ar fi adevărată doar acolo unde este cel mai puțin de așteptat să apară. Uneori se întâmplă lucruri extrem de improbabile. Cu toate acestea, foarte adesea, atunci când situații de un anumit tip ies la iveală chiar și acolo unde sunt cel mai puțin așteptate, este probabil ca acestea să apară în altă parte, în multe alte domenii. e.g., despre infinitățile actuale se presupune că sunt excluse în virtutea principiului lui Euclid, conform căruia întregul este mai mare decât orice parte a sa. Odată ce contradicțiile au apărut în matematică, în calcul, ele au trebuit să fie admise în toate domeniile – deși în zilele noastre unii oameni cred că mecanica cuantică le-a alungat din nou din fizică, rămâne de văzut pentru câtă vreme vor mai gândi astfel.

Cel de al treilea comentariu al meu este că dacă contradicțiile nu sunt periculoase – în general – nu există nici un motiv pentru a ne fi frică de ele. Dacă ele apar în *sanctum sanctorum*, în matematică, cu siguranță nu este irațional să avem opinii contradictorii. Și atunci, când oamenii spun că plouă și nu plouă, că omul acela este și nu este chel, că această hârtie este și nu este albă, că un astfel de curs al acțiunii este și nu este periculos etc., de ce suntem obligați să interpretăm ceea ce spun ei în maniere ocolite sau să-i desconsiderăm pentru presupusa lor raționalitate?

Cel de al patrulea comentariu al meu este că evidența empirică ne oferă o cantitate enormă de enunțuri care sunt literalmente contradictorii. Filosofii obișnuiesc să susțină că, interpretate cum se cuvine (caritabil), enunțurile nu sunt

contradictorii<sup>9</sup>. Dar o astfel de abordare exegetică a fost impusă de concepția conform căreia contradicțiile sunt oribile, mizerabile, iraționale, absolut respingătoare. Dacă există contradicții adevărate – până și în matematică! – cu siguranță nu este irațional să avem opinii contradictorii. Astfel, nu este nevoie de caritate aici. Pot exista temeuri speciale și convingătoare pentru care unele enunțuri aparent contradictorii sunt considerate, în urma examinării, a nu fi autentice contradictorii. Dar cantitatea imensă de contradicții literale pe care oamenii le enunță în comunicarea de fiecare zi pare să facă implauzibilă ideea că toate, sau cele mai multe dintre acestea, merită să fie înlăturate prin parafrază într-o manieră caritabilă. Priest ne sfătuiește – ibid. – să „considerăm un eșantion aleatoriu de aserțiuni întâlnite în ultimele zile și să vedem ce procent din acestea ar putea fi în mod rezonabil luat ca fiind dialetheic“. Evaluarea mea – supusă greșelii – dă un procent mare – în special în interviuri radiofonice, foarte adesea atunci când universitarii au a răspunde la întrebări. (Întrebări prost formulate, care împiedică persoana intervievată să răspundă printr-un simplu „Da“ sau „Nu“? Poate. Și totuși ...)

Pe lângă argumentul abia considerat, conform căruia contradicțiile nu sunt frecvente, Priest oferă un al doilea argument (pp. 144–145) al cărui scop este de a arăta că acestea sunt improbabile și deci (M) este în linii mari demn de încredere: simplul fapt că oamenii raționează folosind SD. Dacă inferențele cvasi-valide ar fi în mare măsură nesigure, ar rezulta cu siguranță o mulțime de prejudicii.

Cu toate acestea, argumentul presupune că utilizarea SD implică negația slabă sau naturală, mai curând decât negația tare. Acum, în limbajul vorbit, „nu“ – probabil cu un semnal prozodic sau supra-segmental care stă pentru adverbul „deloc“ – poate exprima și negația tare. Depinde de context. Limbajului scris îi lipsesc resursele prozodice – este disponibilă doar o palidă reflectare a acestora, dar cu nimic asemănătoare bogăției rostirii. Probabil că acesta este unul dintre motivele care conduc la ignorarea diferenței dintre negația tare și cea naturală și astfel la ignorarea diferenței dintre *supra*contradicții și contradicții simple.

## 10. Concluzie

Cititorul a înțeles în mod corect că, în pofida obiecțiilor mele, împărtășesc cele mai multe dintre punctele de vedere ale lui Priest și multe dintre argumentele sale – cu moderație. Este foarte probabil ca un cititor să nu fie de acord cu nici unul dintre noi, găsind că toate contradicțiile sunt inadmisibile. Ceea ce nu se poate spune, totuși, este că subiectele pe care le examinează Priest în cartea sa sunt

<sup>9</sup> Autorul face aluzie aici la așa-numitul *Principiu al carității*, conform căruia interpretarea enunțurilor unei persoane trebuie să fie făcută în așa fel încât să se maximizeze acuratețea, adevărul și raționalitatea acestora. (N.T.)

neimportante pentru filosofia contemporană. De fapt, nu pot vedea alt subiect mai important decât problema dacă există sau nu contradicții adevărate. Cartea lui Priest nu poate fi ignorată de nimeni. Aderenții fervenți ai logicii aristotelice sunt invitați să o ia în serios și să o discute în mod rațional – nu să-și smulgă hainele de pe ei de disperare.

### ***Mulțumiri***

*Mulțumirile sunt datorate lui Graham Priest și lui Francisco J. D. Ausin pentru comentariile utile asupra unei schițe inițiale a acestei recenzii, care a fost scrisă în Canberra în timpul șederii mele în calitate de cercetător invitat la Research School of Social Sciences of Australian National University (1992–1993). Întârzierea în publicarea recenziei este în întregime vina mea – singura scuză fiind aceea că am nutrit mult timp îndoieli asupra împrejurării dacă obiecțiile mele la adresa abordării lui Priest sunt pe atât de convingătoare pe cât le-am dorit eu a fi. Aceasta va judeca de acum cititorul.*



# Logici paraconsistente?<sup>1</sup>

Hartley B. SLATER

Dacă am numi ceea ce este acum „roșu“, „albastru“ și invers, aceasta ar arăta că la noi cutiile poștale sunt albastre și că marea este roșie? Cu siguranță, faptele nu s-ar schimba, ci doar modul de exprimare a acestora. Tot așa, dacă am numi „subcontrarele“ „contradictorii“, aceasta ar arăta că „nu este roșu“ și „nu este albastru“ sunt contradictorii? Cu siguranță, esența problemei este aceeași.

Și această problemă arată că nu există nici o logică „paraconsistentă“.

În acest fel, în articolul său *The Logic of Paradox*, Graham Priest formulează o bine-cunoscută logică „paraconsistentă“. Semantica acesteia implică evaluări care pot fi considerate ca fiind pe  $\{1, 0, -1\}$  (Priest folosește  $\{t, p, f\}$ , v. Priest, 1979, p. 227), astfel încât  $V(\neg A) = -V(A)$  și  $V(A \wedge B) = \min\{V(A), V(B)\}$ . Adevărul logic este apoi pus ca „în orice evaluare,  $V(A) \geq 0$ “. În această logică sunt valabile toate tautologiile clasice, dar se poate ca  $V(A \wedge \neg A) = 0$  și, deci, se pare că logica permite contradictoriilor să fie deopotrivă adevărate.

Și totuși, „ $\neg A$ “ nu este contradictoria lui „ $A$ “ în această logică. Priest arată (v. Priest, 1979, p. 238) că „ $A$  este adevărată“ ( $V(A) \geq 0$ ) este echivalentă cu „ $A$ “ și că „ $A$  este falsă“ ( $V(A) \leq 0$ ) este echivalentă cu „ $\neg A$ “. Este însă clar că „ $A$  este adevărată“ și „ $A$  este falsă“ nu sunt în acest caz contradictorii, întrucât ceea ce contrazice pe „ $V(A) \geq 0$ “ este „ $V(A) < 0$ “. Așadar, „ $A$  este adevărată“ este doar subcontrara lui „ $A$  este falsă“, ceea ce face ca „ $\neg$ “ să nu fie un functor al contradicției (*a contradiction forming functor*) în această logică.

Pericolul evident ca logicile „paraconsistente“ să trateze subcontrarele, mai curând decât contradictoriile a fost observat de Priest în altă parte. Astfel, în *Paraconsistent Logics. Essays on the Inconsistent*, editorii, Priest și Richard Routley, discutând despre sistemele „pozitive plus“ ale lui da Costa, spun (v. Priest și Routley, 1989, pp. 164–165):

---

<sup>1</sup> „Paraconsistent Logics?“ Articol apărut în *Journal of Philosophical Logic*, 24, 1995.  
Traducere de Dumitru Gheorghiu. (N.T.)



Împrejurarea că o descriere a negației încalcă legea non-contradicției oferă o dovadă *prima facie* că acea descriere este greșită. Aceasta este [o] indicație că *negația lui da Costa nu este negație*.

De altfel, putem face această pretenție mult mai precisă. Tradițional,  $A$  și  $B$  sunt subcontrare dacă  $A \vee B$  este un adevăr logic.  $A$  și  $B$  sunt contradictorii dacă  $A \vee B$  este un adevăr logic și  $A \wedge B$  este logic falsă. Cea de-a doua condiție este aceea care distinge contradictoriile de subcontrare. Acum, în abordarea lui da Costa,  $A \vee \neg A$  apare ca un adevăr logic.  $A \wedge \neg A$  nu este, însă, logic falsă. Ca atare,  $A$  și  $\neg A$  sunt subcontrare, nu contradictorii. În consecință, *negația lui da Costa nu este negație*, deoarece *negația* este un operator al contradicției, nu unul al subcontrarietății.

Această lipsă a sistemelor lui da Costa este remediat nominal în *The Logic of Paradox*, întrucât acolo (v. Priest, 1979, p. 228) nu numai că „ $A \vee \neg A$ ” este un „adevăr logic”, dar și formula „ $A \wedge \neg A$ ” este „logic falsă”<sup>2</sup>. Cu toate acestea, ghilimelele sunt esențiale, deoarece remediul este doar o operație estetică. Proprietatea unei formule „ $X$ ” de a fi „logic falsă” înseamnă doar că are loc întotdeauna „ $V(X) \leq 0$ ”. Și aceasta permite ca „ $V(X) \geq 0$ ” să aibă uneori loc, ceea ce înseamnă că, în această terminologie, „logic fals” nu exclude „adevărat”. Prin urmare, „ $A$ ” și „ $\neg A$ ” sunt *iarăși* doar subcontrare, din același motiv ca mai înainte.

Acum, acest argument despre „negația” paraconsistentă amintește de un argument formulat de Jack Copeland împotriva unui mare număr de teoreticieni ai logicii relevante<sup>3</sup>. Dar cele două argumente sunt semnificativ diferite, iar înțelegerea argumentului de față va fi înlesnită, dacă este pus în contrast cu cel al lui Copeland. Căci Copeland era interesat (printre altele) de diferite interpretări ale funcției de evaluare în termenii, să zicem, apartenenței unei mulțimi de opinii sau elemente la o teorie matematică sau fizică. În astfel de interpretări, contradicția nu este definită nici măcar prin intermediul condițiilor obișnuite ale funcției de evaluare. Iar acest punct trebuie să fie reținut, din acest motiv, atunci când se interpretează diferite logici deviate. S-ar aplica, de exemplu, la binecunoscuta logică tetravalentă a lui Belnap (și Dunn). Belnap introducea aceasta pentru a trata explicit „relatat ca adevărat” și „relatat ca fals”<sup>4</sup>, care, evident, nu sunt contradictorii. Dar „relatat” se pierde uneori în relatare<sup>5</sup> și, în maniera lui Copeland, ar fi corect să se obiecteze vehement la adresa neglijării sale în interpretarea acestei logici.

Dar Priest, desigur, dorește ca acolo să fie contradicții nu în ceea ce *este relatat*, ci în *realitate*<sup>6</sup>. Așadar, „adevărul” său este înțeles ca fiind *adevăr* și

<sup>2</sup> Mai precis, se spune că „ $\neg(A \wedge \neg A)$ ” este „logic validă”, i.e. invariabil  $V(\neg(A \wedge \neg A)) \geq 0$ , deci invariabil  $V(A \wedge \neg A) \leq 0$ .

<sup>3</sup> Copeland, 1986, pp. 486–487; vezi și Copeland, 1979.

<sup>4</sup> Belnap, 1977, p. 11.

<sup>5</sup> vezi, de exemplu, Meyer și Martin, 1986, p. 308.

<sup>6</sup> Așa cum fac Meyer și Martin, de exemplu, atunci când vorbesc despre diferența dintre valorile de adevăr „epistemice” (americane) și „ontice” (australiene) (v. Meyer și Martin, 1986, p. 319). Dar discuția lui Meyer și Martin este oarecum confuză, deoarece ei vorbesc în alt loc (v. Meyer și Martin, 1986, p. 309), în propriul lor caz (australian) despre „a susține că  $A$ ” și „a nu nega că  $A$ ”, în loc de a vorbi direct despre „adevăr” și „falsitate”.

„falsitatea“ sa este înțeleasă ca fiind *falsitate*. În plus, ca mai sus, „contradictoriile“ sale sunt înțelese ca fiind *contradictorii*. Și totuși nu pot fi astfel, după cum am văzut.

Acum, Priest ar putea dori să argumenteze mai departe, ca urmare al argumentului de față despre subcontrare, că sunt *numai* astfel de subcontrare, întrucât trebuie să realizăm acum că de fapt nu există contradictorii, din cauza binecunoscutelor paradoxuri de care se ocupa el. Dar aceasta, mai întâi, nu afectează argumentul de mai sus, conform căruia nu există nici o logică „paraconsistentă“. În plus, ideile lui Priest despre paradoxuri, pe care el și-ar putea baza o pretenție despre conceptul de contradicție ca nefiind de fapt instanțiat, folosesc ele însele un concept de *adevăr* care nu este cu siguranță instanțiat: conceptul tarskian de adevăr ca un predicat de propoziții<sup>7</sup>. Încă de la Montague, știm acum cu siguranță că tratamentul sintactic al modalității trebuie înlocuit cu formulări de operatori<sup>8</sup>. Și nu numai că aceasta este valabil despre modalitatea de identitate „este adevărat că“, drept o consecință, dar în mod clar nu există paradoxuri privind noțiunea de operator, întrucât s-a demonstrat cu mulți ani în urmă, de către Goodstein, că această noțiune este consistentă<sup>9</sup>.

Ca urmare, în timp ce „adevăr“ și „falsitate“ sunt doar subcontrare în limbajul lui Priest, aceasta nu arată, în nici un fel, că *adevărul* și *falsitatea* sunt doar subcontrare. Căci o schimbare a limbajului nu poate modifica faptele, ci doar modul de exprimare a acestora, așa cum am văzut mai înainte. Iar un fapt central este acela că *contradictoriile* nu pot fi împreună adevărate – prin definiție<sup>10</sup>.

Acum, în alt loc, Priest, împreună cu Chris Mortensen, a susținut efectiv că această definiție nu poate fi acceptată. Astfel, ei spun (v. Priest și Mortensen, p. 386):

Am putea avea impresia că putem *decide* să facem ca „falsul“ să excludă „adevărul“, dar aceasta este o iluzie. Nu există nici o garanție că putem păstra controlul asupra acestei decizii, odată ce permitem ca „falsul“ și „adevărul“ să aibă proprietăți logice suplimentare.

Dar, într-un astfel de caz, pentru a rămâne la definiția contradicției, se *neagă* pur și simplu că falsitatea și adevărul (astfel definite) au acele proprietăți logice suplimentare. Cu siguranță, alte proprietăți ale adevărului și falsității, cum este cea de a fi predicate de propoziții, pot fi incompatibile cu definiția contradicției, dar aceasta nu înseamnă în nici un fel că nu putem accepta acea definiție.

<sup>7</sup> Priest, 1979, pp. 222–223 și Priest, 1987, §§1.4, 4.2, 4.3.

<sup>8</sup> Montague, 1973; vezi, de exemplu, și Reinhardt, 1980.

<sup>9</sup> Goodstein, 1958, p. 419; vezi și Prior, 1971, cap. 7. Prior arată (punctul 3, p. 105) că situațiile paradoxale dau naștere doar la ambiguități. Pentru detalii suplimentare, vezi Slater, 1986, 1991 și Sayward, 1987.

<sup>10</sup> Ca să se știe, această definiție este dată, de exemplu, în Sainsbury, 1991, p. 16.

## Bibliografie

- [1] BELNAP, N. D. JR. – *A Useful Four-Valued Logic*, în Dunn, J. M. și Epstein, G. (editori), *Modern Uses of Multiple-Valued Logic*, Reidel, Dordrecht, pp.8–37, 1977.
- [2] COPELAND, J. – „On when a Semantics is not a Semantics“, *Journal of Philosophical Logic*, 8, pp. 399–413, 1979.
- [3] COPELAND, J. – „What is a Semantics of Classical Negation?“, *Mind*, 95, pp. 478–90, 1986.
- [4] GOODSTEIN, R. L. – „On the Formalisation of Indirect Discourse“, *Journal of Symbolic Logic*, 23, pp. 417–419, 1958.
- [5] MEYER, R. K., MARTIN, E. P. – „Logic on the Australian Plan“, *Journal of Philosophical Logic*, 15, pp. 305–332, 1986.
- [6] MONTAGUE, R. – „Syntactic Treatments of Modality“, *Acta Philosophica Fennica*, 6, pp. 153–167, 1963.
- [7] PRIEST, G. G. – „The Logic of Paradox“, *Journal of Philosophical Logic*, 8, pp. 219–241, 1979.
- [8] PRIEST, G. G. – *In Contradiction*, Martinus Nijhoff, Dordrecht, 1987.
- [9] PRIEST, G. G., MORTENSEN, C. – „The Truth Teller Paradox“, *Logique et Analyse*, 24, pp. 381–88, 1981.
- [10] PRIEST, G. G., ROUTLEY, R. ȘI NORMAN, J. (eds.) – *Puraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag, München, 1989.
- [11] PRIOR, A. N. – *Objects of Thought*, O. U. P., Oxford, 1971.
- [12] REINHARDT, W. N. – „Necessity Predicates and Operators“, *Journal of Philosophical Logic*, 9, pp. 437–450, 1980.
- [13] SAINSBURY, M. – *Logical Forms*, Blackwell, Oxford, 1991.
- [14] SAYWARD, C. – „Prior's Theory of Truth“, *Analysis*, 47, pp. 83–87, 1987.
- [15] SLATER, B. H. – „Prior's Analytic“, *Analysis*, 46, pp. 76–81, 1986.
- [16] SLATER, B. H. – „Liar Syllogisms and Related Paradoxes“, *Analysis*, 51, pp. 146–153, 1991.

# Dialetheile sunt confuzii mentale<sup>1</sup>

Hartley B. SLATER

În acest articol arăt că acele „contradicții adevărate“ apărute de unii logicieni adepți ai paraconsistenței sunt văzute mai bine ca gânduri contradictorii. Încep prin a reaminti cititorilor că o transformare similară a unei logici extensionale într-o logică intensională este la fel de potrivită în cazul intuiționismului. Chestiunea implică o examinare atentă a naturii negației. Căci, aflându-se în dificultatea de a găsi un cuvânt pentru a traduce diferitele lor „negații“, mulți matematicieni intuiționiști sau adepți ai paraconsistenței au folosit cu tot dinadinsul cuvântul „nu“. Puțina atenție acordată limbajului natural a încurajat aceasta. Dar atenția riguroasă arată că așa ceva nu este posibil. Din punct de vedere intuiționist, „ $\sim\alpha$ “ doar implică „nu  $\alpha$ “, întrucât acel „ $\sim$ “ este un operator al contrarietății (*contrary-forming*), așa cum este acum destul de larg cunoscut. Dar nici măcar atât nu se poate spune despre paraconsistența „ $\sim$ “, după cum vom vedea, întrucât, din punct de vedere paraconsistent, „ $\sim\alpha$ “ nu se opune lui „ $\alpha$ “; acel „ $\sim$ “ este numai un operator al subcontrarietății (*subcontrary-forming*). În ambele cazuri, „negația“ implică o noțiune modală și astfel ar trebui să fie simbolizată folosind un operator intensional.

Discuțiile despre semnificația filosofică a logicii intuiționiste s-au concentrat mai mult asupra istoriei școlii de argumentare a lui Brouwer și asupra a ceea ce se poate spune în favoarea sau împotriva acesteia. Dar studiile istorice nu trebuie să se limiteze la a discuta autorii doar în termenii conceptelor de care ei erau conștienți, deoarece cercetări suplimentare pot indica foarte bine fapte exterioare care sunt și acum cât se poate de relevante. Acest caz este ilustrat de multe noțiuni epistemice folosite de Brouwer, nesimbolizate, în lucrările sale, în legătură cu proprietățile nedecise ale dezvoltărilor zecimale. Dacă diferența postulată dintre „nu-nu- $p$ “ și „ $p$ “ este propriu-zis una între „nu este demonstrat că nu- $p$ “ și „ $p$ “, atunci ar trebui să fie simbolizată altfel.

---

<sup>1</sup> „Dialetheias are Mental Confusions“, articol prezentat în cadrul celui de al III-lea Congres Mondial de Paraconsistență, Toulouse, Franța, 2003. Traducere de Dumitru Gheorghiu. (N.T.)

Binecunoscuta traducere a lui Gödel a logicii intuiționiste în S4, traducerea diferită a lui McKinsey și Tarski și semantica furnizată de Kripke pentru logica intuiționistă în termenii etapelor de cunoaștere sunt fapte externe de același tip, încă mai decisive, fiindcă ele arată explicit cât de mult din logica intuiționistă, dacă nu tot, poate fi văzut nu ca o logică *propozițională* alternativă, ci ca o logică *modală sau intensională*. Cu siguranță, nimeni nu dorește să aserteze „ $p \vee L\neg p$ ”, dar aceasta nu arată în nici un fel că ar trebui să nu se aserteze „ $p \vee \neg p$ ”. În plus, dacă prima formulă este reprezentată ca „ $p \vee \neg p$ ”, atunci „ $\sim$ ” nu ar trebui să fie citit pur și simplu ca „nu”. Ne vom îndrepta acum atenția asupra detaliilor modului în care o situație similară apare în cazul dual, paraconsistent. Voi discuta îndeosebi despre lucrările lui Graham Priest: în principal, Priest este cel care a insistat asupra ideii că există nu numai gânduri contradictorii, ci și adevăruri contradictorii, i.e. dialethei. Aceasta este o extindere recentă a altor idei din tradiția paraconsistentă, mult mai bine justificate, împotriva căreia se argumentează aici.

## 1

Graham Priest acceptă că logica intuiționistă nu este un rival al logicii clasice, dar dorește totuși să susțină că logica paraconsistentă este un rival. El spune (v. Priest, 1999, p.110):

În cazul intuiționismului, unde adevărul și falsitatea nu sunt exhaustive, am argumentat că negația intuiționistă nu este un operator al contrarietății și că putem defini un astfel de operator autentic prin condiția:  $\neg\alpha$  este adevărată dacă  $\alpha$  nu este adevărată. Este firesc să presupunem că aici poate fi făcută o obiecție similară. Negația dialetheică este doar un operator al subcontrarietății. Aceași clauză definește totuși operatorul autentic al contrarietății.

Obiecția potrivit căreia negația dialetheică este numai un operator al subcontrarietății a fost considerată anterior de Priest și respinsă pe alte temeiuri (v. Slater, 1995). Dezbateri ulterioare s-au inspirat din apărarea lui Slater a tezei subcontrarietății, iar aici Priest încearcă să arate că negația dialetheică este totuși un operator al contradicției (*contradictory-forming*), în primul rând pentru că aceasta captează foarte mult din abordarea clasică și în al doilea rând pentru că orice argument împotriva „se poate baza doar pe faptul că adevărul lui  $\neg\alpha$  nu exclude pe acela al lui  $\alpha$ ”. Bineînțeles, se bazează doar pe acest fapt, așadar, cum încearcă Priest să arate, cu toate acestea, că negația dialetheică este un operator al contradicției?

El nu ia în considerare demonstrația tezei subcontrarietății, oferită în Slater (1995), conform căreia ale sale „ $A$  este adevărată” și „ $A$  este falsă” sunt echivalente cu „ $V(A) \geq 0$ ” și „ $V(A) \leq 0$ ”, în timp ce ele ar trebui să fie echivalente, să spunem,

cu „ $V(A) \geq 0$ ” și „ $V(A) < 0$ ” (sau cu echivalentele acestora), dacă este să fie contradictorii. În schimb, el încearcă să arate că negația booleană implică în același fel un operator pentru care adevărul lui  $\sim\alpha$  nu exclude pe cel al lui  $\alpha$ . Dar chiar dacă ar fi adevărat, aceasta ar arăta doar că negația booleană nu este un operator al contradicției și nu că negația dialetheică ar fi cumva un astfel de operator. Așadar, argumentul conduce pe o pistă falsă.

Cum se face că Priest nu arată că adevărul negativei booleene nu exclude adevărul pozitivei booleene corelate? Argumentul său decurge după cum urmează (v. Priest, 1999, p.110):

Să presupunem că definim un operator,  $\sim$ , astfel încât  $\sim\alpha$  este adevărată, ddacă  $\alpha$  nu este adevărată și să spunem că este falsă altfel. (...) Comportamentul lui  $\alpha$  necesită (...) o examinare atentă (...). În particular, de ce ar trebui să se presupună că nu putem avea niciodată deopotrivă  $\alpha$  și  $\sim\alpha$ ? Argumentul obișnuit este pur și simplu acela că dacă  $\alpha$  și  $\sim\alpha$  sunt adevărate, atunci deopotrivă  $\alpha$  este adevărată și nu este adevărată. Dar noi nu putem argumenta în acest fel fără a presupune ceea ce trebuie dovedit. Dacă, așa cum pretinde dialehistul, unele enunțuri și negațiile acestora sunt deopotrivă adevărate, se poate ca deopotrivă  $\alpha$  să fie adevărată și să nu fie adevărată. (...) Proprietățile booleene ale „negației booleene” pot fi, prin urmare, o iluzie.

Negația booleană, i.e. contradicția, nu a fost totuși caracterizată tradițional așa cum presupune Priest, ci astfel: contradictoriile nu pot fi împreună adevărate sau împreună false. Pe această bază, argumentul lui Priest pentru posibilitatea contradictoriilor de a fi împreună adevărate se prăbușește imediat: el însuși a presupus ceea ce trebuie demonstrat, presupunând contradictoriile ca fiind definite altfel. Dar chiar dacă acestea ar fi definite altfel, ce fel de argument ar fi obținut Priest? El spune în același loc: „Într-adevăr, dacă o soluție dialetheică la paradoxurile semantice este corectă, iar  $\alpha$  este « $\alpha$  nu este adevărată», atunci deopotrivă  $\alpha$  este adevărată și nu este adevărată”. Dar, mai întâi, este cert că nu se poate obține presupusa identitate

$\alpha = \text{„}\alpha \text{ nu este adevărată”},$

dacă este luată ca fiind de forma

$\text{„}p\text{”} = \text{„}\langle p \rangle \text{ nu este adevărată”},$

deoarece aceasta ar cere ca un întreg să fie o parte proprie a sa. Iar dacă ceea ce este implicat în schimb este o sintagmă denotativă „s” la o propoziție astfel încât, de exemplu,

$s = \text{„}s \text{ nu este adevărată”},$

atunci se impune *T*-schemei să genereze orice paradox, ceea ce ar putea conduce relativ direct la negația acestei scheme, prin *reductio*. Se știe că există direcții de gândire despre paradoxul mincinosului care neagă că propozițiile sunt adevărate sau false, dar insistă în schimb că Propozițiile sunt astfel<sup>2</sup>. Aceasta înseamnă a trece de la a lua „este adevărat” ca fiind un predicat de propoziții la a-l lua ca fiind un predicat de clauze „că”, așa cum apare în locuțiunile „că *p* este adevărată” și „este adevărat că *p*”. În acest fel nu apare nici o dificultate în legătură cu propozițiile auto-referențiale, chiar și cu cele de tip întărit: dacă *b* = „*b* nu este nici adevărată, nici falsă”, atunci ceea ce este adevărat este că *b* nu este nici adevărată, nici falsă, dar aceasta nu revine la a spune că ceea ce este adevărat este *b*, i.e. „*b* nu este nici adevărată, nici falsă”, așadar nu este nici o contradicție. Desigur, nu există Propoziții auto-referențiale comparabile cu propozițiile auto-referențiale, deoarece „*p*” = „că *p* este falsă” este respinsă de mereologie – este posibil ceva precum „5 = 5 + 0”, dar nimic precum „5” = „5 + 0”, deoarece expresia din partea dreaptă este mai lungă decât cea din partea stângă.

Cu toate acestea, Priest a urmat punctul său de vedere opus în această chestiune, încercând să arate, pe aceeași bază ca mai sus, că legea tradițională *ex contradictione quodlibet*, (ECQ), nu are loc pentru negația booleană. Dar argumentul său este incorect tocmai din cauza acestui subiect despre ceea ce este adevărat: el crede că o formulă, i.e. o propoziție menționată, ar putea fi ceea ce este adevărat, dar de fapt referentul unei clauze „că” este cel care include acea formulă ca o propoziție utilizată. El merge mai departe (v. Priest, 1999, p. 110):

Putem acum să ne ocupăm de o altă lege a negației, *ex contradictione quodlibet* (ECQ):  $\alpha, \neg\alpha \vdash \beta$ . (...) Dată fiind discuția de față, se poate vedea clar că aceasta eșuează. Căci putem să luăm un  $\alpha$  care este deopotrivă adevărat și fals și un  $\beta$  care nu este adevărat. Această instanță a inferenței nu conservă adevărul și deci inferența nu este validă (conservarea adevărului fiind cel puțin o condiție necesară pentru validitate). În bună măsură, și inferența la fel de discutabilă a falsității antecedentului (FA),  $\neg\alpha \vdash \alpha \rightarrow \beta$ , trebuie să fie nevalidă din exact același motiv (*modus ponens* fiind valabil); după cum, iarăși, și mai discutabil, tot așa trebuie să fie și silogismul disjunctiv (SD):  $\alpha, \neg\alpha \vee \beta \vdash \beta$ .

Dar în mod clar, folosind „ $\alpha$ ” și „ $\neg\alpha$ ” astfel încât acestea pot fi împreună adevărate, nimic din cele de mai sus nu se opune regulilor clasice ECQ, FA și SD, deoarece acestea au de a face cu *contradictorii*, i.e. lucruri care nu pot fi împreună adevărate. Silogismul disjunctiv, de exemplu, nu este doar *formula*

$$„\alpha, \neg\alpha \vee \beta \vdash \beta”$$

<sup>2</sup> Am urmat norma acceptată în jargonul logico-filosofic de la noi, traducând (peste tot) termenul din limba engleză „sentence” prin „propoziție”, ca entitate care aparține unui limbaj, și punând „Propoziție” pentru „proposition”, care este înțelesul sau gândul exprimat de o propoziție și la care, după cum arată și autorul mai departe, se face referire prin clauze „că”. (N.T.)

căci altfel nu ar avea nici o șansă să fie necesar. Silogismul disjunctiv este această formulă interpretată într-un anumit fel, în particular în așa fel încât adevărul lui  $\neg\alpha$  să excludă pe cel al lui  $\alpha$ . Drept urmare, în timp ce, de exemplu, formula

$$„\alpha, \neg\alpha \vdash \beta“$$

eșuează într-o interpretare dialetheică, explicația este aceea că „ $\neg$ “ este numai un operator al subcontrarietății. Priest dorește să spună că această formulă eșuează și într-o interpretare booleană, dar aceasta ar arăta încă o dată că definiția sa a booleanului „ $\neg$ “ nu îl face pe acesta să fie integral un operator al contradicției. Dacă se spune că o conjuncție a unei formule cu negația sa implică orice, atunci ceea ce se spune, i.e. propoziția exprimată, este cu necesitate adevărat, dacă prin „negație“ se înțelege negația booleană.

## 2

Există însă un aspect al chestiunii, potrivit căruia logica (LP) a lui Priest se ocupă de subcontrare. Căci în Priest (1995), p. 4 (cf. Priest, 1999, p.102) el spune:

Cum ar putea să fie adevărată o contradicție? La urma urmei, logica ortodoxă ne asigură că pentru orice propoziție,  $\alpha$ , numai una dintre  $\alpha$  și  $\neg\alpha$  este adevărată. Răspunsul simplu este că logica ortodoxă, oricât de bine fundamentată, este doar o *teorie* despre felul în care funcționează particulele logice; și nu există nici o garanție *a priori* că este corectă.

Logica ortodoxă este inevitabil corectă despre ceea ce sunt conectorii logici tradiționali, precum negația booleană, întrucât aceasta este doar o chestiune de definiție. Și ce tip de „teorie“ este negația booleană? Negația booleană este doar o relație printre altele în care pot sta Propozițiile. Drept urmare, dacă se alege Propoziții care stau în această relație și se utilizează conjuncția și disjuncția standard, vor fi valabile toate legile clasice de mai sus. În plus, relația de negație booleană este ceea ce se numea în mod tradițional „contradicție“, așadar, dacă „ $\neg$ “ simbolizează acea relație, o contradicție nu poate fi în nici un fel adevărată. Mult mai probabil este că Priest nu utilizează termenul „contradicție“ pentru această relație, ci doar pentru semnul „ $\neg$ “, întrucât, în mod cert, s-ar putea da o interpretare non-tradițională pentru „ $p, \neg p$ “, în care aceasta să nu fie adevărată. Dar acest fapt nu vine de loc în conflict cu faptul necesar exprimat anterior.

Dacă negația booleană apare într-o teorie despre „particulele logice“, atunci acea teorie trebuie să fie despre felul în care se utilizează sau ar trebui să se utilizeze cuvinte și simboluri ca „nu“ și „ $\neg$ “, de exemplu, despre faptul că noi utilizăm sau ar trebui să utilizăm „nu“ sau „ $\neg$ “ pentru a simboliza ceea ce era numit



în mod clasic „contradicție“, mai curând decât altă relație (cf. Priest, 1979, p. 225). Dar aceasta este o cu totul altă chestiune; este o chestiune convențională sau legislativă despre felul în care utilizăm sau ar trebui să utilizăm cuvinte și nu o chestiune logică. Este binecunoscut că unii oameni nu pot spune „nu“ sau, dacă spun acest cuvânt, nu cred în ce spun, cum ar putea mărturisi copiii lor. Astfel de oameni nu neagă nimic, de fapt, atunci când spun „nu“ și s-ar putea spune că au o teorie despre felul de utilizare a acestui cuvânt – astfel încât acesta nu se opune sau nu contrazice. Dar utilizarea particulei negative în acest fel sau în altul este doar o chestiune de decizie; de exemplu, așa cum este normal, în felul tradițional care implică negarea. Astfel, aceasta este o chestiune distinctă de chestiunea dacă două contradictorii pot fi împreună adevărate: această chestiune este despre o anumită relație Propozițională și conexiunea acesteia cu adevărul.

Iar această chestiune, după cum s-a anticipat de la bun început, este, de asemenea, de distins în mod hotărâtor de chestiunea dacă două contradictorii pot fi *gândite ca fiind ambele adevărate*. Priest spune (v. Priest, 1999, p. 114):

Explicându-și concepțiile, oamenii asertează adesea contradicții fără să-și dea seama. În acest fel, ei descoperă – sau le arată altcineva – că acele concepții sunt inconsistente. În virtutea acestui fapt, ei pot dori să își revizuiască acele concepții. Dar asertând  $\neg\alpha$  în acest context, ei nu exprimă un refuz de a accepta  $\alpha$ , i.e. de a-l nega. Faptul că ei acceptă *deopotrivă*  $\alpha$  și  $\neg\alpha$  este exact acela care tinde să contribuie la revizuirea opiniei. Poate fi chiar rațional uneori – așa cum au sugerat un număr de logicieni clasici – a menține ambele opinii și a continua să le asertezi: să considerăm, de exemplu, paradoxul prefeței. Dacă a aserta  $\neg\alpha$  înseamnă a nega  $\alpha$ , atunci fie și numai aducerea în discuție a acestei posibilități nu ar avea nici un rost.

Aspectul care se conturează este acela că Priest a avut o dificultate în a spune ce este negarea, dacă nu este asertarea opusului (v. Priest, 1996, p.644; Priest, 1999, p. 114) – este precum tatăl cel slab de mai sus cu acel „nu“. Un aspect suplimentar care trebuie subliniat este acela că modalitățile prezentate mai sus nu sunt cele obișnuite, și asta în mod deliberat. În mod normal, ne așteptăm ca oamenii să fie consistenti, iar criticarea cuiva pe temeiul că este illogic prin aceea că se contrazice implică un blam considerabil. S-ar putea spune că Priest încearcă să ne facă mai toleranți: nu în sensul că oamenii *ar trebui* să-și revizuiască opiniile, dacă acestea sunt inconsistente, ci în sensul că oamenii „ar putea dori“ aceasta, spune el. Iar părerea lui Priest este aceea că astfel de inconsistente „tind să“ contribuie la revizuirea opiniilor, în timp ce un logician tradițional nu vede chestiunea în acești termeni, ca și cum ar fi un fel de proces natural, poate causal. Logicianul tradițional ar insista că cei încurcați ies din încurcătură și devin consistenti, considerând acea *acțiune* ca fiind o alegere pe care cei încurcați pur și simplu nu au făcut-o. Cu siguranță, este foarte normal ca oamenii să fie încurcați și să rămână așa – dar numai până când întâlnesc un logician tradițional. Căci, spre deosebire de Priest, care nu dorește să fie intolerant, logicianul tradițional nu va fi atât de ușor de pasat. El va impune elevilor săi cerința caracterului determinat al sensului, întrucât numai așa poate cineva să aibă gânduri clare.

Dar astfel de fapte despre valoarea socială de a fi consistent și despre hotărârea de a insista asupra acesteia sau, dimpotrivă, de a o lăsa mai moale, ca în problema cu utilizarea lui „nu“, nu sunt ele însele chestiuni de logică *a priori*. Acestea sunt chestiuni privind obținerea rigorii unei logici *a priori* în viața oamenilor, cel puțin într-o anumită măsură. Cum se face atunci că ele intră în discuția logicii paraconsistente? Ele intră, desigur, deoarece, ca și în cazul a ceea ce apare în mod clar, dar nerecunoscut în ceea ce s-a arătat despre Brouwer, înfățișează ceea ce *are în minte* Priest, respectiv, posibilitatea indiscutabilă a confuziilor mentale. În logica sa paraconsistentă, în loc de „ $p, \neg p$ “, ceea ce este intenționat de fapt este ceva precum „ $Tp, T\neg p$ “ – unde „ $T$ “ nu reprezintă „este adevărat că“, ci „este gândit că“. Astfel formulată, logica paraconsistentă reprezintă conținuturile posibile ale minților oamenilor și, în particular, pasajul de mai sus ne amintește de conținuturile posibile ale minților oamenilor înainte ca aceștia să întâlnească un profesor exigent.

În pasajul de mai sus, Priest menționează și „revizuirea opiniei“, dar un singur mod de a considera aceasta este cel „clasic“, în sensul că mulțimea de opinii trebuie să fie consistentă și închisă deductiv. Aceasta este calea urmată de abordarea AGM standard (Gärdenfors, 1988). Priest a încercat în schimb o teorie paraconsistentă, non-clasică, a opiniei (Priest, 2001); dar, din punctul de vedere de față, aceasta rămâne în tradiția „revizuirii opiniei“, deoarece se concentrează asupra Propozițiilor dintr-o mulțime de opinii fără a le simboliza *ca opinii*. În acest fel, chestiunea este reprezentată în termenii unei logici extensionale alternative: logica ce operează, după cum se presupune, pe Propozițiile din mintea opinentului. Prin contrast, ceea ce se dorește este o logică intensională care face explicit faptul că propozițiile avute în vedere sunt în mintea cuiva, prin introducerea unui operator intensional care exprimă aceasta. Dacă producem logica acelui operator, producem o logică diferită de logica propozițională clasică, desigur, dar numai pentru că o suplimentează pe aceasta, în loc de a-i fi un rival ca atare (cf. Haack, 1996, cap. 1).

De fapt, o astfel de logică intensională este destul de bine studiată, deja, în semantica bayesiană standard pentru opinie. A fost Ramsey, desigur, cel care a conectat opiniile cu probabilitățile subiective; autori ulteriori au construit teorii bayesiene mai complete, folosind condiționalizarea ca principiu călăuzitor pentru schimbarea opiniilor. Consecințele formale ale tratării opiniilor în termeni de probabilitate fără acel aspect dinamic sunt detaliate în Hawthorne și Bovens, 1999. Merită să ne amintim ce legi au loc în acel caz.

În acest tip de logică nu avem *ex contradictione quodlibet* în forma „ $Bp, B\neg p \vdash Bq$ “ sau „silogismul disjunctiv“ în forma „ $Bp, B(\neg p \vee q) \vdash Bq$ “, unde „ $Bp$ “ înseamnă cel puțin că  $pr(p) \geq 1/2$ . Și în timp ce avem încă „falsitatea antecedentului“ în forma „ $B\neg p \vdash B(p \supset q)$ “, nu o avem în forma „ $B\neg p \vdash Bp \supset Bq$ “, iar *modus ponens* eșuează în acest fel, i.e. nu avem „ $Bp, B(p \supset q) \vdash Bq$ “, ceea ce înseamnă că nu avem în mod necesar închiderea deductivă a mulțimii opiniilor. Paradoxul prefetei, pe care Priest îl menționa mai sus, este astfel rezolvat imediat, întrucât „ $Bp, Bq, Br \dots B(\neg p \vee \neg q \vee \neg r \dots)$ “ este pe deplin consistentă. Și cu aceasta,

„adjuncția“ nu are loc în sensul relevant, i.e. nu avem „ $Bp. Bq. Br... \vdash B(p.q.r...)$ “, ceea ce arată în mod dramatic cum se poate ca oamenii, „să nu țină socoteală și de una și de alta“. Mai fundamental, întrucât este evident pe deplin posibil ca „ $Bp. B\sim p$ “, aceasta este ceea ce reprezintă cel mai apropiat o „contradicție adevărată“, deși vedem acum că este doar o chestiune de confuzie mentală – indiferent dacă este acceptabilă sau nu.

Cu toate acestea, tratamentul bayesian nu este un analog apropiat al logicii lui Priest LP. Cu siguranță, dacă „ $Bp$ “ este adevărată dacă și numai dacă  $pr(p) \geq n$ , pentru un prag  $n$  oarecare, aceasta permite ca  $Bp$  și  $B\sim p$  să fie deopotrivă adevărate pentru anumite valori ale lui „ $n$ “. Dar LP are doar trei valori (v. Priest, 1979, p. 226), în timp ce logica probabilistă este continuu-valentă. Totuși, această asimetrie poate fi înlăturată dacă tratăm și „opinia“ ca fiind trivalentă, să spunem, „crezare“ ( $V(p) = 1$ ), „mirare“ ( $V(p) = 0$ ) și „necrezare“ ( $V(p) = -1$ ). Putem construi chestiunea simplu, folosind ca mai înainte operatorul „este gândit că“, cu cele trei categorii fiind atunci „ $Tp. \sim T\sim p$ “, „ $Tp. T\sim p$ “ și „ $T\sim p. \sim Tp$ “, unde  $Tp$  dacă și numai dacă  $V(p) \geq 0$ . În logica lui Priest are loc aceeași relație semantică, cu „ $T$ “ citit în termeni de adevăr, iar el acceptă „ $A$  este adevărată ddacă  $A$ “ (v. Priest, 1979, p. 238). Rezultă că există o interpretare a LP în termenii confuziilor mentale. Q. E. D.

### 3

Dar în timp ce această reformulare a LP poate fi acceptabilă pentru mulți logicieni adepți ai paraconsistenței, și chiar demonstrabilă, Priest este în mod hotărât angajat la a o nega. Priest a dezvoltat în mod expres Dialetheismul său ca o doctrină despre contradicții ca fiind în *lucruri*, mai curând decât în *gândire*, i.e. în lumea extensională și nu într-o lume intensională. Aceasta nu se întâmplă numai din cauza unei rezistențe la îndepărtarea de logica extensională, împreună cu rezistența corespunzătoare la simbolizarea confuziei umane neextensional, ci cu un operator intensional. Paradoxurile logice l-au preocupat în mod central pe Priest, după cum am văzut, în parte, în discuția anterioară despre auto-referința Propozițională. Totuși, faptul că o concepție paraconsistentă despre paradoxul mincinosului implică aderența la „schema-fără-ghilimele“, arată că acele contradicții pe care Priest le consideră a fi inevitabile sunt de fapt evitabile. Iar primul lucru cerut pentru a arăta că orice contradicție este în mintea unei persoane și nu în realitate este exact acesta: există o interpretare alternativă a faptelor, care nu le găsește ca fiind paradoxale. Putem observa încă o dată această chestiune crucială în tratamentul lui Priest al heterologicității.

În această chestiune, Priest nu menționează în mod semnificativ o supoziție pe care Copi, de exemplu, o face explicită. În locul formalizării lui Copi a lui „ $x$  nu este auto-aplicabil“, care, în termenii lui Priest, este echivalent cu

$$\exists Y(xRY. (Z)(xRZ \supset Z = Y). \neg Yx)$$

și care conține o clauză de unicitate (v. Copi, 1973, p.301), Priest scrie doar (v. Priest, 1995, pp.163–164):

$$\exists Y(xRY. \neg Yx),$$

pentru predicatul relevant. Prescurtându-l pe acesta prin „ $Fx$ “, el argumentează mai departe că, dat fiind „ $F^*RF$ “, din „ $\neg F^*F$ “ se poate obține  $\exists Y(„F^*RY. \neg Y^*F“)$ , i.e.  $F^*F$ . El argumentează și că din  $F^*F$  se poate obține „ $\neg F^*F$ “, doar pentru că  $F^*F$  implică  $\exists Y(„F^*RY. \neg Y^*F“)$ . Dar chiar dat fiind „ $F^*RF$ “, „ $\neg F^*F$ “ nu decurge din  $\exists Y(„F^*RY. \neg Y^*F“)$ , i.e. din faptul că unii  $Y$  care „ $F^*R$ “ nu se aplică la „ $F^*$ “, deoarece se cere și o demonstrație a clauzei de unicitate înainte de a se putea spune că singurul  $Y$  care „ $F^*R$ “ este  $F$ , și deci „ $\neg Y^*F$ “ pentru acel  $Y$ . Nici o contradicție nu poate fi obținută fără o demonstrație de unicitate, care ar exclude non-univocitatea în privința lui „ $F^*$ “. Prin urmare, Priest este confuz dacă gândește că acea contradicție rezultă ca o chestiune de fapt demonstrat. Adevărul necesar al unei contradicții nu este stabilit de argumentul lui Priest, pur și simplu deoarece există o premisă ascunsă care este deschisă oricui pentru a o nega, pentru a-și elibera mintea de contradicție. Priest decide să nu nege această premisă, punând contradicția în mintea sa pur și simplu printr-un act al propriei sale voințe.

Iar aceasta trebuie să stea în mintea sa datorită unei trăsături suplimentare a argumentului: faptul că predicatul relevant „nu este auto-aplicabil“ este fără îndoială ambiguu. Cu siguranță, predicatul „nu este auto-aplicabil“ nu este precum „este o bancă“, ceea ce permite dezambiguizarea semantică în „este o bancă financiară“ și „este o bancă de șezut“<sup>3</sup>, ci este permanent dependent de context pentru sensul său, pentru a selecta referentul adecvat pentru „auto“, astfel încât înțelesul său nu este constant. În sensul, dacă nu în sintaxa lui

$x$  nu este auto-aplicabil, dacă și numai dacă  $x$  nu este aplicabil la  $x$

sunt patru apariții ale lui „ $x$ “ și nu doar trei și astfel predicatul de la stânga nu poate fi înlocuit de orice constantă. Iată un temei independent pentru concluzia conform căreia există ambiguitate în legătură cu heterologicalitatea și acesta arată că nu se poate obține o apărare a supoziției de unicitate, explicită la Copi și ascunsă sau ignorată la Priest.

Există și un alt gând care împiedică sesizarea acestui fapt printre învățați: interpretarea obișnuită a expresiilor lambda-abstracției ca referindu-se la concepte. Nu este „ $y$  nu este auto-aplicabil“ echivalent cu „ $\lambda x(x$  nu este aplicabil la  $x)y$ “ și astfel termenul lambda, în care  $x$  este legat, nu denotă conceptul constant cerut al heterologicalității? Oricum, lambda-abstracția izolează doar forma sintactică a unei

<sup>3</sup> În original: *money bank* și *river bank*, ultimul termen însemnând „mal“, „țârm de râu“.  
(N.T.)

propoziții și, în mod clar, împrejurarea dacă un singur concept este asociat cu predicatul din acea propoziție nu este deductibil din această formă – așa cum ilustrează din nou „nu este aplicabil la  $x$ ”.

## Bibliografie

- [1] COPI, I. – *Symbolic Logic*. 4th ed., Macmillan, New York, 1973.
- [2] HAACK, S. – *Deviant Logic, Fuzzy Logic*, University of Chicago Press, Chicago, 1996.
- [3] GÄRDENFORS, P. – *Knowledge in Flux*, MIT Press, Cambridge MA, 1988.
- [4] PRIEST, G. G. – „The Logic of Paradox”, *Journal of Philosophical Logic*, 8, pp. 219–241, 1979.
- [5] PRIEST, G. G. – *Beyond the Limits of Thought*, C. U. P., Cambridge, 1995.
- [6] PRIEST, G. G. – „What Not? A Defence of Dialetheic Theory of Negation”, în D. Gabbay și H. Wansing (eds.), *What is Negation?*, Kluwer, Dordrecht, pp. 1001–1120, 1999.
- [7] PRIEST, G. G. – „Paraconsistent Belief Revision”, *Theoria*, LXVII, pp. 214–228, 2001.
- [8] SLATER, B. H. – „Paraconsistent Logics?”, *Journal of Philosophical Logic*, 24, pp.451–454, 1995.
- [9] HAWTHORNE, J., BOVENS, L. – „The Preface, The Lottery, and the Logic of Belief”, *Mind*, 108 429, pp. 241–264, 1999.



# Logici paraconsistente! (Răspuns lui Slater)<sup>1</sup>

Jean-Yves BÉZIAU

*Je ne discute jamais du nom pourvu qu'on m'avertisse quel sens on lui donne.*

Blaise PASCAL, *Les Provinciales*

## Abstract

We answer Slater's argument according to which paraconsistent logic is a result of a verbal confusion between „contradictories” and „subcontraries”. We show that if such notions are understood within classical logic, the argument is invalid, due to the fact that most paraconsistent logics cannot be translated into classical logic. However we prove that if such notions are understood from the point of view of a particular logic, a contradictory forming function in this logic is necessarily a classical negation. In view of this result, Slater's argument sounds rather tautological.

Răspundem argumentului lui Slater, conform căruia logica paraconsistentă este un rezultat al unei confuzii verbale dintre „contradictorii” și „subcontrare”. Arătăm că dacă astfel de noțiuni sunt înțelese în interiorul logicii clasice, argumentul este nevalid, datorită faptului că cele mai multe logici paraconsistente nu pot fi traduse în logica clasică. Totuși, demonstrăm că dacă astfel de noțiuni sunt înțelese din punctul de vedere al unei logici particulare, o funcție a contradicției în această logică este în mod necesar o negație clasică. În lumina acestui rezultat, argumentul lui Slater sună mai curând tautologic.

## 1. Logică paraconsistentă?

Logica paraconsistentă reprezintă studiul logicilor în care există unele teorii ce încorporează contradicții, dar care nu sunt triviale. În particular, într-o logică paraconsistentă, *ex contradictione sequitur quodlibet*, care poate fi

---

<sup>1</sup> „Paraconsistent logic! (A reply to Slater)”. Articol apărut în *Sorites* 15, 2003. Traducere de Dumitru Gheorghiu. (N.T.)

formalizat prin  $C_n(T, a, \neg a) = F$ , nu este valid. De aproape o jumătate de secol au fost propuse și studiate diferite sisteme de logică paraconsistentă. Acest domeniu de cercetare a fost clasificat într-o secțiune specială (B53) în *Mathematical Reviews* din care se poate vedea că numărul de articole dedicate logicii paraconsistente este de fiecare dată mai mare și că a crescut recent, în mod special datorită aplicațiilor sale la știința computerelor (v. e.g. Blair și Subrahmanian, 1989).

Cu toate acestea, într-un articol recent, intitulat „Logici paraconsistente?“, un filosof din Perth, B. H. Slater, pretinde să arate în mai puțin de zece rânduri că logica paraconsistentă nu există. Iată laconicul său argument:

Dacă am numi ceea ce este acum „roșu“, „albastru“ și invers, aceasta ar arăta că la noi cutiile poștale sunt albastre și că marea este roșie? Cu siguranță, faptele nu s-ar schimba, ci doar modul de exprimare a acestora. Tot așa, dacă am numi „subcontrarele“ „contradictorii“, aceasta ar arăta că „nu este roșu“ și „nu este albastru“ sunt contradictorii? Cu siguranță, esența problemei este aceeași.

Și această problemă arată că nu există nici o logică „paraconsistentă“. (Slater, 1995, p. 451).

Reprezintă aceste rânduri condamnarea la moarte a logicii paraconsistente?

Argumentarea lui Slater este bazată pe noțiunile tradiționale de „contradictorii“ și „subcontrare“. Din nefericire, Perthianul nu oferă definiții precise ale acestora. După ce vom da astfel de definiții și vom demonstra un rezultat general în legătură cu acestea, vom arăta că argumentul lui Slater nu este valid sau, în cel mai bun caz, că este tautologic.

## 2. Contradictorii, subcontrare și contrare în tradiție

Noțiuni precum „subcontrare“ și „contradictorii“ aparțin logicii tradiționale, i.e. logicii din tradiția lui Aristotel. Prima problemă este să precizăm care este înțelesul lor în această tradiție, iar cea de-a doua problemă este să vedem cum pot fi înțelese aceste noțiuni în lumina logicii matematice moderne.

Unul dintre defectele deplorabile ale argumentului lui Slater este acela că ambele probleme sunt eludate și că, drept urmare, argumentul său este viciat de vaguitate. Cea mai mare precizie pe care o obține Slater este atunci când spune: „*contradictoriile* nu pot fi împreună adevărate – prin definiție“ (Slater, 1995, p. 453). Chiar și această precizie este destul de ambiguă, deoarece, datorită faptului că Perthianul nu dă nici o definiție a contradictoriilor, se poate înțelege că definiția contradictoriilor este aceea că două propoziții sunt contradictorii dacă ele nu pot fi împreună adevărate, cea ce nu este definiția corectă conform tradiției, după cum vom vedea foarte curând.

Desigur, se poate crede că nu este necesar să se precizeze care este înțelesul exact al noțiunilor de contradictorii și subcontrare, că oricine cunoaște înțelesul acestora și că acest înțeles este clar. Dar nu este atât de evident, datorită faptului că aceste noțiuni aparțin logicii tradiționale, că cele mai multe concepte ale logicii tradiționale apar ca fiind confuze în lumina logicii moderne și că cel puțin interpretările lor nu sunt de încredere.

Nu vom intra în detalii filologice pentru a explica înțelesurile termenilor „contradictorii” și „subcontrare”. Următorul pasaj de la pagina 56 din Kneale și Kneale (1962) va furniza întreaga informație necesară pentru discuția noastră, inclusiv definițiile standard ale contradictoriilor, subcontrarelor și contrarelor (conceptul de subalterne nu este important pentru noi aici):

[Figura care este, în general, numită] *pătratul opozițiilor* nu va fi, de asemenea, de găsit în textul lui Aristotel, dar ea oferă un rezumat folositor al doctrinei sale. Conform explicațiilor sale, enunțurile sunt *contradictorii* când nu pot fi împreună adevărate și nu pot fi împreună false și sunt *contrare* când nu pot fi împreună adevărate, dar pot fi împreună false [*De Interpretatione* 7 (17b, pp. 16–25)]. (...) Deși Aristotel nu folosește aceste denumiri [*subalterne* și *subcontrare*], el presupune că subcontrarele nu pot fi împreună false, deși pot fi împreună adevărate. Aceasta se vede din descrierea lor în calitate de contradictorii ale contrarelor.

Pentru mai multe detalii despre pătratul opozițiilor, cititorul poate consulta e.g. Parsons, 1997.

### 3. Contradictorii, subcontrare și contrare în logica clasică

Fie  $F$  mulțimea de formule propoziționale construite cu conectorii  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$ . Formulele vor fi indicate prin  $a, b$  etc., mulțimile de formule prin  $T, U$  etc. Mulțimea  $C$  a evaluărilor clasice este definită în mod obișnuit: este o mulțime de funcții de la  $F$  la  $\{0, 1\}$ , iar membrii săi îndeplinesc condițiile standard; în particular avem: pentru orice  $v$  din  $C$  și pentru orice  $a$  din  $F$ ,  $v(a) = 1$ , dacă  $v(\neg a) = 0$ .

În acest cadru, putem acum să definim exact noțiunile discutate în contextul semanticii logicii clasice. Date fiind două formule  $a$  și  $b$ , vom spune că acestea sunt:

- contradictorii, dacă pentru orice  $v$  din  $C$ ,  $v(a) = 0$ , dacă  $v(b) = 1$ ;
- contrare, dacă pentru orice  $v$  din  $C$ ,  $v(a) = 0$  sau  $v(b) = 0$  și există  $v$  în  $C$  astfel că  $v(a) = 0$  și  $v(b) = 0$ ;



- subcontrare, ddacă pentru orice  $v$  din  $C$ ,  $v(a) = 1$  sau  $v(b) = 1$  și există  $v$  în  $C$  astfel că  $v(a) = 1$  și  $v(b) = 1$ ;

Să notăm că dacă înlăturăm cea de-a doua parte din definiția subcontrarelor, „există  $v$  în  $C$  astfel că  $v(a) = 1$  și  $v(b) = 1$ “, care se traduce „pot fi împreună adevărate“, atunci toate contradictoriile sunt subcontrare. În acest caz, confundarea subcontrarelor cu contradictoriile nu ar fi același lucru cu schimbarea roșului cu albastrul sau a pisicilor cu câinii, ci mai curând ar conduce la confundarea câinilor cu canidele. Să numim *confuzie globală* acest tip de eroare, prin contrast cu primul tip, pe care îl putem numi *confuzia schimbării*. Întrucât, prin intermediul exemplului său cu roșu și albastru, Slater pretinde că logicienii adepți ai paraconsistenței comit o confuzie a schimbării, mai curând decât una globală, pare implicit că el nu consideră că toate contradictoriile sunt subcontrare; nici noi nu vom face asta aici.

Este clar că pentru orice formulă  $a$ ,  $a$  și  $\neg a$  sunt contradictorii. Despre conectorul  $\neg$  se spune că este o *relație a contradicției* (*a contradictory forming relation*).

Ce exemple de subcontrare putem găsi? Pentru oricare două formule atomice  $a$  și  $b$ ,  $a$  și  $\neg a \vee b$  sunt subcontrare, după cum poate verifica ușor cititorul. Aceasta se poate ilustra prin „Platon este pisică“ și „Platon nu este pisică sau răpada este albastră“, care nu pot fi împreună false, dar pot fi împreună adevărate.

Putem defini relația care asociază oricărei formule  $a$  mulțimea de formule  $\{\neg a \vee b; b \in F\}$  ca o *relație a subcontrarietății* (*a subcontrary forming relation*)? Aceasta pare rezonabil, dar trebuie să fim conștienți că în acest caz, această relație include perechi de formule, precum  $a$  și  $\neg a \vee (a \wedge \neg a)$ , care sunt contradictorii.

Este clar că în interiorul logicii clasice există o mulțime de relații ale subcontrarietății; oricum, întrebarea este: negațiile paraconsistente sunt părți ale acestor relații ale subcontrarietății? Iar răspunsul este: nu. Deoarece aceste negații nu pot fi definite în logica clasică.

De exemplu, negația paraconsistentă a lui da Costa din logica  $C_1$  nu poate fi definită în logica clasică, deoarece nu este auto-extensională (i.e. teorema înlocuirii nu are loc pentru aceasta).

O negație paraconsistentă nu este, în general, o relație a subcontrarietății înăuntrul logicii clasice, poate că este o relație a subcontrarietății dintr-un alt punct de vedere – această problemă va fi examinată mai târziu –, dar, în orice caz, trebuie să reținem că, în general, negațiile paraconsistente nu pot fi definite în logica clasică, precum și că, de exemplu, logica  $C_1$  a lui da Costa este *strict mai puternică* decât logica clasică, în sensul că logica clasică poate fi definită în  $C_1$ , dar nu și reciproc. Același lucru se întâmplă cu logica intuiționistă și acesta este motivul pentru care, din acest punct de vedere, negația intuiționistă nu este o relație a contrarietății, concluzie eronată la care se poate ajunge aplicând un argument similar cu cel al lui Slater.

Astfel, logica paraconsistentă *nu* este doar rezultatul schimbării numelor conceptelor logicii clasice deja existente, ci apariția unui nou fenomen. Acesta este primul argument împotriva lui Slater.

Chiar dacă cineva crede că noțiuni precum negație și contradictorii nu pot fi folosite în alt mod decât cel în care sunt folosite în logica clasică, acela trebuie să admită că există noțiuni ale logicii non-clasice care nu pot fi definite în logica clasică (și că deci, oricum ar fi numite ele, aceste noțiuni nu pot fi denumite prin nume care numesc noțiuni ce pot fi definite în logica clasică).

După cum am atras atenția în recenzia articolului lui Slater pentru *Mathematical Reviews* (96e03035), logica paraconsistentă nu este rezultatul unei confuzii verbale similară cu cea potrivit căreia în geometria euclidiană „punct“ ar fi schimbat cu „linie“, ci, mai curând, schimbarea de înțeles a cuvântului „negație“ în logica paraconsistentă este comparabilă cu schimbarea înțelesului cuvântului „linie“ în geometria non-euclidiană.

## 4. Contradictorii, subcontrare și contrare în logica paraconsistentă

### 4.1. Logica $C_1$ a lui da Costa

Mulțimea de formule ale logicii  $C_1$  este aceeași mulțime de formule ale logicii clasice. Această logică  $[C_1]$  a fost prezentată sintactic în da Costa (1963), iar semantica sa a fost prezentată în da Costa (1976).

Semantica pentru  $C_1$  este o semantică non-verifuncțională. Mulțimea sa  $D$  de bievaluări poate fi definită după cum urmează:  $v \in D$ , ddacă  $v$  este o funcție de la  $F$  în  $\{0, 1\}$ , îndeplinind următoarele condiții:

- dacă  $v(a) = 0$ , atunci  $v(\neg a) = 1$ ;
- dacă  $v(a \wedge \neg a) = 1$ , atunci  $v(\neg(a \wedge \neg a)) = 0$ ;
- dacă  $v(a) = 0$ , atunci  $v(\neg\neg a) = 0$ ;
- dacă  $v(a \# b) = 1$  și  $v(a) \neq v(\neg a)$  și  $v(b) \neq v(\neg b)$ , atunci  $v(\neg(a \# b)) = 0$ , unde  $\# \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$ .

Acestea sunt condițiile pentru negație. Nu vom aminti condițiile pentru ceilalți conectori, care sunt similare cu cele din cazul clasic (de notat totuși că semantica pentru  $C_1$  nu poate fi generată prin distribuții asupra formulelor atomice, așa cum este cazul în logica clasică sau în alte semantici verifuncționale).

Este clar că dacă redefinim noțiunile de *contradictorii*, *subcontrare* și *contrare* în interiorul  $C_1$  (i.e. folosind  $D$  în loc de  $C$  în definiția din secțiunea 2), atunci negația paraconsistentă  $\neg$  din  $C_1$  nu este o relație a contradicției, ci o relație a subcontrarietății.

Este demn de menționat faptul că da Costa a dezvoltat și o logică în care există o negație paraconsistentă care nu este nici o relație a contradicției, nici o relație a subcontrarietății și nici o relație a contrarietății din punctul de vedere a mulțimii evaluărilor din această logică (Loparić și da Costa, 1984).

## 4.2. Logica LP a lui Priest

Priest a propus un sistem concurent celui al lui da Costa, numit LP (Logica Paradoxului), prezentat pentru prima dată în Priest, 1979. Priest pretinde că logica sa este mai bună decât cea a lui da Costa, în special pentru că, după el și Routley, negația paraconsistentă a lui da Costa nu este o negație, ci o relație a subcontrarietății.

Argumentarea lui Priest și Routley apare în Priest și Routley, 1989. În același articol, cei doi pseudo-australieni pretind că argumentarea lor împotriva  $C_1$  nu poate fi aplicată la LP:

Cineva ar putea să încerce să argumenteze că negația acestui sistem nu este realmente o negație. Dar în virtutea tuturor argumentelor de mai sus, ar avea puține temeiuri pe care să se bazeze. (Priest și Routley, 1989, p. 169).

Cu toate acestea, în articolul său, Slater atacă și logica lui Priest și spune că negația paraconsistentă a lui Priest este, de asemenea, doar o relație a subcontrarietății. Deși argumentarea perthianului este destul de imprecisă și, în particular, este falsă în sensul că negația lui Priest nu este o relație a subcontrarietății înăuntrul logicii clasice, aceasta conține o remarcă valabilă, pe care vom încerca să o clarificăm.

Semantica lui Priest pentru logica sa LP poate fi prezentată în maniere diferite. Poate fi privită ca o semantică (verifuncțională) trivalentă. Mulțimea evaluărilor  $P$  este mulțimea funcțiilor de la  $F$  la  $\{0, 1/2, 1\}$ , îndeplinind următoarele condiții pentru negație: pentru orice  $v$  din  $P$  și orice  $a$  din  $F$ :

- $v(a) = 0$ , ddacă  $v(\neg a) = 1$ ;
- $v(a) = 1/2$ , ddacă  $v(\neg a) = 1/2$ .

Acum, dacă dorim să interpretăm în acest context noțiunile tradiționale discutate (mai general, în contextul unei logici cu mai mult de două valori), trebuie să stabilim ce este „adevărul“ și ce este „falsitatea“. Este clar că dacă interpretăm adevărul prin 1 și falsitatea prin 0, atunci  $\neg$  este o relație a contradicției. Și aparent acesta este motivul pentru care Priest crede că negația sa paraconsistentă este realmente o negație. Dar argumentul său este viciat, așa cum a înțeles în mod confuz Slater.

Motivul pentru care argumentarea lui Priest este greșită este următorul: el consideră ca elemente desemnate (în sensul teoriei matricelor) nu numai pe 1, ci și

pe  $1/2$ , după cum putem vedea atunci când definește noțiunile de adevăr logic și consecință semantică. Ultima este definită prin:

$$a \in C_n(T), \text{ dacă pentru orice } v \in \mathbf{P}, \\ v(b) = 0 \text{ pentru un } b \in T, \text{ sau } v(a) = 1, \text{ sau } v(a) = 1/2.$$

Această definiție ne permite să avem  $a \notin C_n(b, \neg b)$ , pentru oricare două formule atomice  $a$  și  $b$  și deci să spunem că **LP** este paraconsistentă. Dacă  $1$  ar fi fost luată ca singura valoare desemnată, **LP** nu ar fi fost paraconsistentă.

Trucul magic al lui Priest este următorul: pe de o parte, el ia adevărul ca fiind doar  $1$  pentru a spune că negația sa este o *relație a contradicției* și, pe de altă parte, el ia adevărul ca fiind  $1/2$  și  $1$  pentru a defini **LP** ca o logică paraconsistentă. Cu toate acestea, este rezonabil să ceri cuiva să păstreze constantă noțiunea sa de adevăr, oricare ar fi aceasta. Prin urmare, avem doar următoarele două posibilități, care arată că Priest nu poate scăpa: într-un caz **LP** este paraconsistentă și negația sa este doar o relație de subcontrarietate din punctul de vedere al lui **P**, în celălalt caz negația **LP** este o relație a contradicției, dar **LP** nu este paraconsistentă.

Nu putem fi și în căruță, și în teleguță, ceea ce vom arăta explicit în secțiunea următoare.

## 5. Un rezultat general cu privire la contradictorii și logica paraconsistentă

Ni se pare că problema reală este aceea de a ști dacă o negație paraconsistentă poate fi o relație a contradicției din punctul de vedere al propriei sale semantici. Am văzut că nu este cazul nici al negației lui da Costa, nici al negației lui Priest. În această secțiune vom arăta că, în general, nu este posibil ca o negație paraconsistentă să fie o relație a contradicției din punctul de vedere al propriei sale semantici.

Pentru a demonstra acest rezultat, va trebui să prezentăm și să discutăm succint unele remarci generale asupra logicii și semanticii. Aceasta ne va permite între altele să precizăm unele chestiuni despre logica lui Priest.

Noțiunea de contradictorii depinde de noțiunile de adevăr și falsitate. Se poate crede că în cazul logicilor polivalente, noțiunea de contradictorii ar fi astfel serios atacată. Dar urmând abordarea matriceală tradițională a logicii polivalente, noțiunea nu este realmente atacată, deoarece este păstrată o diviziune bivalentă fundamentală, așa cum subliniază G. Malinowski:

Metoda matricelor, inspirată de tabelele de adevăr, încorporează o urmă distinctă de bivalență în diviziunea universului matriceal în două submulțimi de elemente desemnate și nedeseminate (Malinowski, 1993, p. 72).

Ceea ce se întâmplă este că matricele sunt folosite pentru a defini adevărul logic și, de asemenea, relația de consecință într-un astfel de mod încât nu este nici o îndoială că valorile desemnate trebuie să fie luate drept adevăr și valorile nedeseminate drept falsitate. Desigur, ar fi posibil să se folosească matrice polivalente într-un mod mult mai radical, sfărâmând paradigma bivalentă, așa cum se propune în Malinowski, 1994, dar nu așa se procedează în general, iar în particular nu acesta este modul în care procedează Priest, după cum am văzut.

### Definiția generală a contradictoriilor

Noțiunea de contradictorii poate fi definită pentru orice mulțime de bievaluări  $\mathbf{B}$  pe o mulțime dată  $\mathbf{L}$ , i.e. atunci când  $\mathbf{B}$  este o mulțime de funcții de la  $\mathbf{L}$  la  $\{0, 1\}$ :

Date fiind două obiecte  $x$  și  $y$  din  $\mathbf{L}$ , spunem că  $x$  și  $y$  sunt *contradictorii* dacă pentru orice  $v \in \mathbf{B}$ ,  $v(x) = 0$ , dacă  $v(y) = 1$ .

### Definiția logicii

Numim o logică  $L$  orice structură  $L = \langle \mathbf{L}; C_n \rangle$ , unde  $\mathbf{L}$  este o mulțime oarecare și  $C_n$  o funcție oarecare de la puterea mulțimii  $\mathbf{L}$  la  $\mathbf{L}$ .

**Remarcă.** Nu presupunem prin aceasta că funcția  $C_n$  se supune vreunei axiome sau că  $\mathbf{L}$  este o structură de un tip particular. Argumentul nostru poate fi astfel aplicat oricărui limbaj logic.

### Definiția negației clasice

Dată fiind o logică  $L = \langle \mathbf{L}; C_n \rangle$ , despre o funcție unară  $\neg$  se spune că este o *negație clasică*, dacă pentru orice  $x \in \mathbf{L}$  și  $T \subseteq \mathbf{L}$ ,

$$x \in C_n(T), \text{ dacă } C_n(T, \neg x) = \mathbf{L}$$

Această definiție este echivalentă cu alte definiții standard ale negației clasice (v. Béziau, 1994).

Ne putem pune întrebarea: este negația clasică o relație a contradicției (i.e. o relație astfel încât pentru orice  $x$ ,  $x$  și  $\neg x$  sunt contradictorii)? Dar contradictorii în ce sens?

Contradictorii din punctul de vedere al oricărei mulțimi de bievaluări care pot defini logica acestei negații, i.e. a oricărei semantici bivalente adecvate pentru această logică. Înainte de a trece la definiția semanticii bivalente adecvate, să notăm că, drept urmare, noțiunea de contradictorie aici are sens doar dacă logica poate fi definită printr-o mulțime de bievaluări. Acesta este cazul unei clase largi de logici, inclusiv a celor mai multe logici polivalente (în legătură cu acest subiect, vezi da Costa și Béziau, 1994).

Să notăm și că teorema pe care o vom demonstra mai jos are sens doar dacă suntem în cazul logicilor care pot fi definite printr-o mulțime de bievaluări, dar că demonstrația teoremei nu depinde de nici o axiomă particulară pentru  $C_n$ .

**Definiția semanticii bivalente adecvate**

Dată fiind o logică  $L = \langle L; C_n \rangle$ , o mulțime de funcții  $B$  de la  $L$  la  $\{0,1\}$  este numită o *semantică bivalentă adecvată*, dacă pentru orice  $x \in L$  și  $T \subseteq L$ :

$$x \in C_n(T), \text{ dacă pentru orice } v \in B, \\ \text{dacă } v(y) = 1 \text{ pentru orice } y \in T, \text{ atunci } v(x) = 1.$$

**Teoremă**

$\neg$  este o negație clasică (într-o logică dată  $L$ ) dacă pentru orice  $x$ ,  $x$  și  $\neg x$  sunt contradictorii (din punctul de vedere al oricărei semantici bivalente adecvate pentru  $L$ ).

**Demonstrație.** Să presupunem că pentru orice  $x$ ,  $x$  și  $\neg x$  sunt contradictorii și că  $\neg$  nu este negația clasică.

1) Există  $x$ ,  $T$  și  $y$ , astfel încât  $x \in C_n(T)$  și  $y \notin C_n(T, \neg x)$ . Dacă  $y \notin C_n(T, \neg x)$ , atunci există  $v$  astfel încât  $v(T)=1$ ,  $v(\neg x)=1$ ,  $v(y)=0$ . Dar dacă  $x \in C_n(T)$  și  $v(T) = 1$ , atunci  $v(\neg x) = 1$ . Prin urmare,  $x$  și  $\neg x$  nu sunt contradictorii, deoarece pot fi împreună adevărate.

2) Există  $x$  și  $T$  astfel încât  $x \notin C_n(T)$  și  $C_n(T, \neg x) = L$ . Dacă  $x \notin C_n(T)$ , atunci există  $v$  astfel încât  $v(T) = 1$  și  $v(x) = 0$ . Acum, să presupunem că  $v(\neg x) = 1$ ; atunci  $x \notin C_n(T, \neg x)$ , ceea ce este absurd, datorită faptului că  $C_n(T, \neg x) = L$ . Prin urmare,  $v(\neg x) = 0$ . Deci  $x$  și  $\neg x$  nu sunt contradictorii, deoarece pot fi împreună false.

**Remarcă.** Reciproca acestei teoreme este falsă. Se poate demonstra (cu ajutorul unor ipoteze suplimentare neînsemnate) că dacă  $\neg$  este o negație clasică, atunci pentru orice  $x$ ,  $x$  și  $\neg x$  sunt contrare, dar nu se poate demonstra că  $x$  și  $\neg x$  sunt subcontrare. Un contraexemplu este următorul: ca un corolar al unui rezultat general, mulțimea de funcții caracteristice ale mulțimilor de formule închise deductiv este o semantică bivalentă adecvată pentru logica clasică. Dar este clar că, date fiind două formule atomice  $a$  și  $b$ ,  $a \notin C_n(b)$  și  $\neg a \notin C_n(b)$ .

**Corolar**

Dată fiind o negație paraconsistentă  $\neg$  (într-o logică  $L$ ),  $x$  și  $\neg x$  nu pot fi contradictorii pentru orice  $x$  (din punctul de vedere al oricărei semantici bivalente pentru  $L$ ).

Cu alte cuvinte: o negație paraconsistentă nu poate fi o relație a contradicției din punctul de vedere al propriei sale semantici (și același lucru este valabil, desigur, pentru negația intuiționistă, negația lui Curry, negația lui Johansson etc.).

Nu am dat o definiție precisă a negației paraconsistente și de fapt nu există o definiție uniformă, dar pentru a infera corolarul din teoremă, avem nevoie să presupunem doar că o negație paraconsistentă este diferită de negația clasică. Așadar, dacă luăm în considerare respingerea lui *ex contradictione sequitur quodlibet*,  $C_n(T, a, \neg a) = F$ , ca o condiție necesară pentru ca o negație să fie paraconsistentă, aceasta este suficient pentru a obține corolarul.

## 6. Concluzie

În lumina rezultatelor de mai sus, a spune că o negație nu este negație pentru că nu este o relație a contradicției înseamnă numai a spune că o negație nu este negație pentru că nu este o negație clasică, deoarece doar negația clasică este o relație a contradicției.

A enunța, fără argumentare, că doar negația clasică este o negație și a pretinde astfel că negațiile paraconsistente nu sunt negații înseamnă numai a face o afirmație tautologică fără nici o valoare filosofică.

Dar adevărata discuție nu se reduce la un astfel de punct trivial. Chestiunea este de a ști care sunt proprietățile negației clasice compatibile cu respingerea *ex contradictione sequitur quodlibet*, respingere care reprezintă baza negației paraconsistente (în legătură cu acest subiect, vezi Béziau, 2000).

De fapt, logica paraconsistentă a arătat că o „negație“ paraconsistentă poate avea unele proprietăți puternice, că, de exemplu, nu se reduce la un simplu operator modal și că poate avea sens să se utilizeze cuvântul „negație“ în contextul paraconsistenței într-un fel similar celui în care poate avea sens să se vorbească despre „negație intuiționistă“ sau despre „negația lui Johansson“.

În plus, evident, înțelesul cuvântului „negație“ în limbajul natural nu se reduce la înțelesul negației clasice a logicii clasice și nimeni nu a încercat până acum să interzică utilizarea acestui cuvânt în limbajul natural.

În fine, o modalitate posibilă de a considera că o negație paraconsistentă (sau o altă negație non-clasică) este o relație a contradicției, în pofida rezultatului nostru negativ din secțiunea 4), este aceea de a modifica definiția pentru relația contradicției și a spune că două formule  $a$  și  $b$  sunt contradictorii dacă una dintre ele este „negația“ celeilalte.

Desigur, aceasta poate conduce la non-sens, dacă ne ocupăm de ceva ce nu are nimic de a face cu negația. Dar dacă modificăm în chip rezonabil înțelesul cuvântului „negație“, are sens să modificăm corespunzător înțelesul cuvântului „contradictorii“.

Se pare că aceasta este opțiunea pe care a făcut-o acum Priest, după ce i-am prezentat criticile de față la adresa articolului său și al lui Routley.

Este demn de subliniat că, din acest punct de vedere, negația **LP** a lui Priest nu prezintă nici o superioritate față de negația **C<sub>1</sub>** a lui da Costa sau față de alte negații paraconsistente.

## Bibliografie

- [1] BÉZIAU, J.-Y. – „Théorie législative de la négation pure“, *Logique et Analyse*, 147–148, pp.209–225, 1994.
- [2] BÉZIAU, J.-Y. – „What is many-valued logic?“, în *Proceedings of the 27th International Symposium on Multiple-Valued logic*, IEEE Computer Society, Los Alamitos, pp.117–121, 1997.

- [3] BEZIAU, J.-Y. – *What is paraconsistent logic?*, în *Frontiers in paraconsistent logic*, D. Batens et al. (editori), Research Studies Press, Baldock, pp.95–111, 2000.
- [4] BLAIR, H. A., SUBRAHMANYAN, V. S. – „Paraconsistent logic programming”, *Theoretical Computer Science*, **68**, pp.135–153, 1989.
- [5] DA COSTA, N. C. A. – „Calculs propositionnels pour les systèmes formels inconsistants”, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **257**, pp. 3790–3793, 1963.
- [6] DA COSTA, N. C. A., ALVES, E. H. – „Une sémantique pour le calcul  $C_1$ ”, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **238A**, pp.729–731, 1976.
- [7] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y. – „Théorie de la valuation”, *Logique et Analyse*, **146**, pp.95–117, 1994.
- [8] KNEALE, W., KNEALE, M. – *The development of logic*, Clarendon Press, Oxford, 1962.
- [9] LOPARIĆ, A., DA COSTA, N. C. A. – „Paraconsistency, paracompleteness and valuations”, *Logique et Analyse*, **106**, pp.119–131, 1984.
- [10] MALINOWSKI, G. – *Many-valued logics*, Clarendon Press, Oxford, 1993.
- [11] MALINOWSKI, G. – *Inferential many-valuedness*, în *Philosophical logic in Poland*, J. Wolenski (eds.), Kluwer, Dordrecht, pp.75–84, 1994.
- [12] PARSONS, T. – *The traditional square of oppositions*, Stanford Encyclopedia of Philosophy, <http://plato.stanford.edu>, 1997.
- [13] PRIEST, G. – „Logic of paradox”, *Journal of Philosophical Logic*, **8**, pp.219–241, 1979.
- [14] PRIEST, G., ROUTLEY, R. – *Systems of paraconsistent logic*, în *Paraconsistent logic: Essays on the inconsistent*, Philosophia Verlag, München, pp.151–186, 1989.
- [15] SLATER, B. H. – „Paraconsistent logics?”, *Journal of Philosophical logic*, **24**, pp.451–454, 1995.

### ***Mulțumiri***

*Doresc să mulțumesc lui Newton C. A. da Costa, G. Priest și B. H. Slater pentru discuții și comentarii.*





# Intuiționism, paraconsistență, contrarietate și subcontrarietate

Dumitru GHEORGHIU

## 1. Introducere

Secolul al XX-lea a cunoscut o puternică dezvoltare a unor sisteme logice numite „non-clasice“, „deviante“ sau chiar „heterodoxe“. Prin acești termeni s-a intenționat să se sugereze că sistemele respective se îndepărtează de unele principii și supoziții ale logicii clasice (LC), realizând în acest fel o mai strânsă apropiere de practica inferențială umană, comună sau științifică, ale cărei canoane nu sunt (întotdeauna) redade adecvat de LC.

Heterodoxia sistemelor logice nu este o chestiune de *da sau nu*, ci o chestiune de grad<sup>1</sup>. Astfel, unele sisteme non-clasice pretind un grad atât de înalt de heterodoxie încât l-au făcut pe Quine să susțină că „În aceasta constă, evident, situația grea a logicianului deviant: atunci când încearcă să nege doctrina [clasică], el nu face altceva decât să schimbe subiectul“<sup>2</sup>. Printre cele mai heterodoxe sisteme non-clasice se află logica intuiționistă și logicile paraconsistente, care contestă unele supoziții și principii de bază ale LC.

Orice sistem logic poate fi considerat o „teorie“ a logicii sau, altfel spus, o teorie despre structura normelor care guvernează raționarea „bună“<sup>3</sup>. În calitate de teorie, un sistem logic nu trebuie să fie evaluat în termenii „adevărului“ sau „falsului“, ci, în principal, în termenii gradului de adecvare la ceea ce s-a intenționat să se ordoneze și să se sistematizeze prin sistemul respectiv. În acest sens, nu cred că LC este o logică specială care ar constitui necondiționat un sistem privilegiat în raport cu raționalitatea umană și nici că logicile heterodoxe schimbă acest subiect. În plus, împărtășesc unele dintre presuposițiile și argumentele

---

<sup>1</sup> Quesada, 1989, p. 360.

<sup>2</sup> Quine, 1970, p. 81.

<sup>3</sup> Acest punct de vedere a fost exprimat încă în Nagel, 1944. Distincția dintre sistemele logice în calitate de teorii și entitățile modelate de acestea a fost puternic apărată în anii din urmă de Graham Priest (v., de pildă, Priest, 1987).

epistemologice sau general-filosofice ale heterodoxiei în logică, în special ale adeptilor paraconsistenței. Cred, însă, că logicile heterodoxe menționate nu răspund deplin intențiilor celor care le-au creat și, în particular, cred că aceste sisteme schimbă subiectul în privința unor constante logice, în special în privința negației. În partea „negativă” a acestui studiu, pornind de la unele idei formulate de doi reprezentanți de seamă ai paraconsistenței, Graham Priest și Richard Routley, argumentez că, prin contrast cu negația clasică, nici negația intuiționistă, nici negația din sistemul paraconsistent  $C_1$  (Newton C.A. da Costa) nu sunt operatori ai contradicției. Pe această bază, în cea de-a doua parte, cea „pozitivă”, prezint o modalitate în care LC de ordinul zero poate fi extinsă pentru a cuprinde noțiunile de negație contrară și negație subcontrară și astfel pentru a capta mai multe principii ale adevărului logic.

## 2. Negația în logica propozițională clasică

După cum se știe, în LC, mulțimea valorilor logice acceptate este  $V = \{1, 0\}$  (principiul bivalenței pentru LC) în care, prin convenție, cu „1” se notează valoarea logică *adevărat*, iar cu „0” valoarea logică *fals*, o evaluare  $v$  este o aplicație de la mulțimea formulelor de ordinul zero ale LC la  $V$ , iar negația, notată aici cu „ $\sim$ ”, este definită prin următoarele condiții semantice:

$$(1a) \quad v(\sim p) = 1, \text{ ddacă } v(p) = 0$$

$$(1b) \quad v(\sim p) = 0, \text{ ddacă } v(p) = 1$$

(1a) și (1b) sunt analoge structural condițiilor semantice ale contradictoriei unei propoziții: *contradictoria  $Q$  a unei propoziții  $P$  este adevărată ddacă propoziția  $P$  este falsă și este falsă ddacă propoziția  $P$  este adevărată.*

Între negația clasică și contradictoria unei propoziții se pot evidenția și alte analogii structurale. Mai întâi, conform condițiilor semantice ale contradictoriei  $Q$  a unei propoziții  $P$ ,  $P \ \& \ Q$  este cu necesitate falsă („logic falsă”) și  $P \vee Q$  este cu necesitate adevărată („logic adevărată”)<sup>4</sup>, iar conform condițiilor semantice (1a) și (1b), în aceeași evaluare  $v$ ,  $p$  și  $\sim p$  nu iau împreună valoarea 1, formula  $p \ \& \ \sim p$  fiind inconsistentă („logic falsă”), și nu iau împreună valoarea 0, formula  $p \vee \sim p$  fiind tautologică („logic adevărată”). În plus, negația clasică este un operator verifuncțional, valoarea logică a unei formule  $\sim A$  depinzând exclusiv de valoarea logică a formulei  $A$ , iar relația de contradicție reciprocă este, de asemenea, verifuncțională, deoarece valoarea logică a contradictoriei  $Q$  a unei propoziții  $P$  depinde exclusiv de valoarea logică a propoziției  $P$ . Apoi, conform legii clasice  $\sim \sim p \equiv p$ , negația clasică a negației clasice a lui  $p$  este echivalentă logic cu  $p$ , iar

<sup>4</sup> Priest și Routley, 1989a, p. 165.

contradictoria contradictoriei unei propoziții este echivalentă logic cu propoziția respectivă. În fine, după cum se știe, în LC este valabilă teorema înlocuirii formulelor echivalente logic. Despre o logică în care loc această teoremă se spune că este *auto-extensională*<sup>5</sup>. Ca efect al acestei teoreme, negația clasică are un comportament auto-extensional, căci pentru oricare două formule  $A$  și  $B$ , dacă  $A$  este echivalentă logic cu  $B$ , atunci  $\neg A$  și  $\neg B$  sunt echivalente logic, or dacă două propoziții sunt echivalente logic, contradictoriile acestora sunt echivalente logic. Rezultă că negația clasică poate fi tratată ca un operator care formează contradictoria unei formule, pe scurt, ca un *operator al contradicției* sau, altfel spus, ca o *negație contradictorie*, astfel că LC poate fi văzută ca o formalizare a noțiunii de contradictorie a unei propoziții.

Înainte de a trece la examinarea negațiilor din sistemele heterodoxe menționate, să notăm că, tot prin analogie cu contradictoria unei propoziții, inconsistența formulei  $p \ \& \ \neg p$  a fost asimilată cu *principiul noncontradicției* în formularea potrivit căreia o propoziție și contradictoria sa nu pot fi împreună adevărate, iar caracterul tautologic al formulei  $p \vee \neg p$  a fost asimilat cu *principiul terțului exclus* în formularea conform căreia este adevărată o propoziție sau contradictoria sa, a treia posibilitate – anume ca nici propoziția, nici contradictoria sa să nu fie adevărate – fiind exclusă<sup>6</sup>.

### 3. Negația în logica intuiționistă

Termenul „logică intuiționistă” desemnează, pe de o parte, principiile raționării logice acceptate și folosite de matematicianul olandez Luitzen Egbertus Jan Brouwer în dezvoltarea matematicii sale intuiționiste și, pe de altă parte, sistemul axiomatic propus de logicianul olandez Arend Heyting, pentru a formaliza principiile avute în vedere de Brouwer.

În filosofia matematicii și a logicii a devenit *locus communis* opinia conform căreia Brouwer respingea folosirea principiului clasic al terțului exclus în raport cu mulțimile infinite, deși nu contesta aplicabilitatea sa la mulțimi finite<sup>7</sup>. După cum se știe, Brouwer respingea realismul (platonismul) matematic, conform căruia entitățile matematice au o existență extra-mentală independentă, iar o ipoteză matematică poate fi adevărată „în sine”, independent de demonstrația prin care este confirmată. În concepția (neo)intuiționistă, entitățile matematice sunt constructe mentale fără o existență ideală independentă, matematica este o activitate în care propozițiile sunt demonstrate prin construcții mentale, iar o propoziție matematică este adevărată doar dacă există o demonstrație a acesteia.

<sup>5</sup> Această terminologie a fost introdusă în Wójcicki, 1988.

<sup>6</sup> Justificarea acestei interpretări a celei de a treia posibilități în formularea principiului terțului exclus poate fi găsită în Gheorghiu D., 1995.

<sup>7</sup> „Ceea ce caracterizează pe Brouwer mai întâi de toate este respingerea principiului logic al terțului exclus atunci când se aplică mulțimilor infinite” (Beker, 1968, p. 361).

Examinarea textelor arată că în acest cadru conceptual<sup>8</sup>, Brouwer avea în vedere unele formulări foarte personale referitoare la propoziții despre entități matematice, pe care le numea „principiul terțului exclus” sau „principiul simplu al terțului exclus” și pe care le critica, iar nu principiul clasic al terțului exclus. Astfel, într-un text din 1924, Brouwer scria:

În cadrul unui anumit „sistem principal” finit, proprietățile sistemelor, adică posibilitățile de aplicare a sistemelor pe alte sisteme cu corespondențe precise între elemente, pot fi totdeauna *verificate* (sau demonstrate, sau reduse la absurd); aplicația datorată proprietății corespunzătoare posedă anume în fiecare caz numai un număr finit de posibilități de efectuare, dintre care fiecare poate fi efectuată în sine și continuată fie până la terminare, fie până la o oprire. (...) Pe baza verificabilității de mai sus, pentru proprietățile concepute înăuntrul unui anumit sistem finit este valabil *principiul terțului exclus*, adică principiul că fiecare proprietate este pentru fiecare sistem sau adevărată, sau imposibilă (...).<sup>9</sup>

Într-un text din 1940, Brouwer afirma explicit că avea în vedere o reformulare proprie a principiului terțului exclus:

Pentru a elucida consecințele respingerii principiului terțului exclus ca instrument pentru a descoperi adevăruri, vom reformula acest principiu în următoarea formă puțin modificată, intuiționist mai adecvată, numită *principiul simplu al terțului exclus*: orice atribuire  $\tau$  a unei proprietăți unei entități matematice poate fi judecată, adică sau demonstrată, sau redusă la absurditate.<sup>10</sup>

De pildă, Brouwer arăta că pentru o submulțime finită  $c_1, c_2, \dots, c_m$  a mulțimii numerelor reale, pentru oricare dintre valorile  $1, 2, \dots, m$  ale lui  $v$ , a spune că aserțiunea  $c_v$  este rațional a fost (poate fi) demonstrată a fi sau adevărată sau contradictorie reprezintă o aplicare perfect legitimă a principiului; în schimb, supoziția că pentru toate numerele reale  $c$  aserțiunea  $c$  este rațional a fost demonstrată a fi sau adevărată sau contradictorie nu poate fi susținută, ea conduce la o contradicție<sup>11</sup>.

Pentru a rezuma, fie  $\alpha$  o propoziție despre atribuirea unei proprietăți unei entități matematice. Brouwer accepta că pentru o mulțime finită de astfel de entități matematice este valabil următorul enunț (în formulări ușor diferite de la un text la altul): *propoziția  $\alpha$  poate fi demonstrată (ca adevărată) sau încercarea de a*

<sup>8</sup> Evident, nu putem dezvolta aici cadrul conceptual al intuiționismului matematic. Pe lângă lucrările lui Brouwer și ale lui Heyting menționate în bibliografia acestui articol, cititorul interesat poate consulta excelenta monografie a lui Stephan Körner, 1965, (v. cap. VI și VII).

<sup>9</sup> Brouwer, 1968b, pp. 363–364. Ca și în pasajele următoare, sublinierile aparțin autorului.

<sup>10</sup> Brouwer, 1974, p. 340.

<sup>11</sup> v. ibidem, p. 341

demonstra propoziția  $\alpha$  a condus la o contradicție<sup>12</sup>. Brouwer considera că acest enunț, pe care îl numea „principiul simplu al terțului exclus“, nu este valabil în raport cu mulțimile infinite de entități matematice, deoarece presupune realizarea unor demonstrații efective (a unor „construcții“), ceea ce este imposibil pentru o mulțime infinită<sup>13</sup>.

Formularea lui Brouwer este neproblematică pentru unele propoziții matematice despre mulțimi finite de entități matematice, cum este cea din exemplul menționat mai sus și din alte exemple similare. Într-adevăr, între „ $c_v$  este rațional este o propoziție demonstrabilă (ca adevărată)“ și „încercarea de a demonstra propoziția  $c_v$  este rațional a condus la o contradicție“ nu există o a treia posibilitate. Dar Brouwer susținea că

Fiecare aserțiune  $\tau$  a posibilității unei construcții de un caracter finit delimitat într-un sistem matematic finit furnizează un caz de realizare a principiului terțului exclus, deoarece orice asemenea construcție poate fi încercată numai într-un număr finit de căi particulare și fiecare încercare se dovedește a avea succes sau a fi nereușită într-un număr finit de pași.<sup>14</sup>

Deci, dacă este vorba despre orice propoziție matematică, așa cum reiese și din cea de-a doua formulare a lui Brouwer citată mai sus, precum și din identificarea de către acesta a principiului terțului exclus cu principiul rezolvabilității oricărei probleme matematice<sup>15</sup>, atunci „principiul simplu al terțului exclus“ nu mai este valabil nici măcar pentru mulțimi finite de entități matematice, deoarece implică tacit o clasificare dihotomică exhaustivă a tuturor propozițiilor matematice în propoziții demonstrate sau demonstrabile în principiu ca adevărate și propoziții în legătură cu care încercarea de a le demonstra a condus la o contradicție, pe scurt, propoziții respinse. Or între *demonstrat* (*demonstrabil*) și *respins* există o a treia posibilitate, și anume *nedecis* (sau chiar *nedecidabil*, v. Gödel<sup>16</sup>), astfel că formele  $\alpha$  este demonstrată și  $\alpha$  este respinsă sunt reciproc contrare, deoarece nu pot fi exemplificate uniform astfel încât să devină împreună adevărate (nici o propoziție matematică nu este atât demonstrată, cât și respinsă), dar pot fi exemplificate

<sup>12</sup> Pentru intuiționiști, noțiunea de *contradicție* este primitivă, iar termenii „contradicție“ și „absurditate“ sunt folosiți aproape indistinct.

<sup>13</sup> De pildă, fie  $\alpha$  propoziția *Succesiunea 0123456789 apare în dezvoltarea zecimală a lui  $\pi$* . Aplicarea „principiului simplu al terțului exclus“ în acest caz ar cere sau o construcție a dezvoltării zecimale a lui  $\pi$  până la apariția succesiunii 0123456789, sau o construcție care să arate că încercarea de a obține această succesiune conduce la o contradicție și, deci, că este imposibil ca succesiunea să apară în dezvoltarea zecimală a lui  $\pi$ , or nici una, nici alta dintre variantele alternativei nu poate fi realizată, întrucât dezvoltarea zecimală a lui  $\pi$  este infinită. Acest exemplu formulat de Brouwer apare în Heyting (1956).

<sup>14</sup> Brouwer, 1974, p. 342.

<sup>15</sup> Brouwer, 1968a, p. 362; 1968c, p. 366.

<sup>16</sup> În lumina supoziției tacite a clasificării dihotomice exhaustive menționată aici, este cel puțin discutabilă opinia unor autori care consideră că respingerea de către Brouwer a principiului rezolvabilității oricărei probleme matematice anticipează teorema lui Gödel despre indecidabilitatea sistemelor de tipul *Principia Mathematica*.

uniform astfel încât să devină împreună false (există sau pot să apară propoziții matematice care nu sunt nici demonstrate, nici respinse). Prin urmare, formularea *orice propoziție matematică este demonstrată sau respinsă, a treia posibilitate – anume ca propoziția să nu fie nici demonstrată, nici respinsă – este exclusă* nu este valabilă, însă într-un mod care depășește intențiile (neo)intuiționiștilor. Poate că nu este lipsit de importanță să notăm că forma *a este demonstrată* are drept contradictorie forma *a nu este demonstrată*. Între *a fi demonstrat* și *a nu fi demonstrat* nu există a treia posibilitate (și la fel pentru fiecare dintre perechile *a fi respins* – *a nu fi respins*, *a fi nedecis (nedecidabil)* – *a nu fi nedecis (nedecidabil)*), ceea ce este valabil despre orice propoziție matematică, chiar și în raport cu mulțimi infinite de entități matematice. Nu trebuie uitat, însă, că din punct de vedere intuiționist (= constructivist), forma *a nu este demonstrată* are semnificația „Nu am efectuat o construcție ...” și, ca atare, nu este negația *matematică* a formei *a este demonstrată* sau, altfel spus, nu aparține unei teorii intuiționiste, ci unui metalimbaj folosit pentru a descrie o astfel de teorie<sup>17</sup>.

Sistemul axiomatic de logică intuiționistă al lui Heyting se conformează programului brouwerian de reconstrucție a matematicii<sup>18</sup>. Limbajul sistemului conține simboluri pentru propoziții –  $a, b, c, \dots$ , – precum și operatorii primitivi  $\neg$  („negație“),  $\wedge$  („conjuncție“)  $\vee$  („disjuncție“) și  $\supset$  („implicație“). Operatorul  $\supset$  („echivalență“) este definit în mod obișnuit ca  $(a \supset b) \wedge (b \supset a)$ . Întrucât formula  $a \vee \neg a$  nu este demonstrabilă în acest sistem, se consideră că logica intuiționistă este logica clasică fără *legea terțului exclus*, expresie care trimite la tautologia clasică  $p \vee \neg p$ . După cum vom vedea, renunțarea la teza  $a \vee \neg a$  corespunde respingerii „principiului clasic al terțului exclus“ de către Brouwer. Să observăm mai întâi că absența ca teoremă a formulei  $a \vee \neg a$  impune renunțarea la alte elemente care au un analog formal în LC și care ar permite derivabilitatea sa. Astfel,  $\neg\neg(a \vee \neg a)$  este teoremă în sistemul lui Heyting. Din punct de vedere clasic, din  $\neg\neg(p \vee \neg p)$  putem infera  $p \vee \neg p$ , pe baza teoremei eliminării dublei negații,  $\neg\neg p \supset p$ , dar  $\neg\neg a \supset a$  nu este o teoremă intuiționistă. De asemenea, pe lista teoremelor intuiționiste se află formula  $\neg(a \wedge \neg a)$ . Din punct de vedere clasic, din  $\neg(p \& \neg p)$  putem infera pe  $p \vee \neg p$ , folosind o parte a uneia dintre legile lui de Morgan,  $\neg(p \& q) \supset (\neg p \vee \neg q)$ , teorema  $\neg\neg p \equiv p$  și comutativitatea disjuncției, dar nici formula  $\neg(a \wedge b) \supset (\neg a \vee \neg b)$  nu este teoremă intuiționistă. În fine,  $a \supset a$

<sup>17</sup> Heyting, 1956. Pentru comentarii în această privință, v. Shramko, 1999.

<sup>18</sup> După cum se știe, prin contrast cu logicismul, Brouwer considera că logica nu este și nu poate constitui fundamentul matematicii, matematica fiind, de fapt, o sursă de principii logice. În consecință, „Intuiționistul nu se ocupă cu logica în general, ci numai cu logica matematicii, adică «logica matematică» nu cu sensul de logică generală matematizată, ci de formulare de principii întrebuițate în activitatea de construcție matematică. Deși intuiționiștii au produs sisteme formale care pot fi și au fost obiecte ale cercetării metamatematiche, aceste sisteme sunt privite de ei ca subproduse lingvistice ale activității «esențialmente independentă de limbaj» a matematicii și având mai ales valoare pedagogică.“ (Körner, op. cit., p. 173). Oricum, Brouwer a acceptat sistemul lui Heyting „ca un rezumat corect al principiilor logice utilizate în matematica intuiționistă“ (Kneale, 1975, p. 314).

teoremă intuiționistă, iar din punct de vedere clasic, din  $p \supset p$  putem infera teorema  $p \vee \neg p$ , pe baza tezei  $(p \supset q) \supset (\neg p \vee q)$  și a comutativității disjuncției, dar formula  $(a \supset b) \supset (\neg a \vee b)$ , nu este o teoremă intuiționistă. În general, prin contrast cu situația clasică în care operatorii  $\&$ ,  $\vee$  și  $\supset$  pot fi exprimați unul prin celălalt folosind negația, logica intuiționistă se caracterizează prin independența constructivă a operatorilor corespunzători<sup>19</sup>.

Să ne întoarcem acum la principala problemă pusă în discuție în legătură cu logica intuiționistă. După cum am văzut, inconsistența formulei  $p \& \neg p$  și caracterul tautologic al formulei  $p \vee \neg p$  dau un temei pentru caracterizarea negației clasice ca operator al contradicției. În logica intuiționistă,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , ... sunt simboluri pentru propoziții matematice. Asertarea intuiționistă a unei propoziții matematice,  $a$ , are semnificația existenței unei construcții care arată că propoziția  $a$  este demonstrată, asertarea negației unei propoziții matematice,  $\neg a$ , are semnificația existenței unei construcții care arată că presupunerea că propoziția  $a$  este demonstrată conduce la o contradicție sau, altfel spus, că propoziția este respinsă<sup>20</sup>, asertarea unei conjuncții  $a \wedge b$  semnifică faptul că ambii săi membri sunt (pot fi) asertați, iar asertarea unei disjuncții,  $a \vee b$ , semnifică faptul că cel puțin unul dintre membrii săi este (poate fi) asertat<sup>21</sup>. Conform acestei interpretări,  $a$  și  $\neg a$  nu pot fi împreună asertate, ceea ce arată că  $a \wedge \neg a$  are statutul unei formule inconsistente, dar există sau pot fi formulate propoziții matematice pentru care nu dispunem nici de o demonstrație, nici de o construcție care să arate că încercarea de a le demonstra conduce la o contradicție, ceea ce justifică absența ca teoremă a formulei  $a \vee \neg a$ . Priest și Routley consideră că „este plauzibil ca negația intuiționistă să fie privită ca un operator al contrarietății (*a contrary-forming operator*), mai curând decât unul al contradicției (*contradictory-forming*)”<sup>22</sup>. Cei doi autori justifică această caracterizare tot pe baza unei analogii structurale: dacă propozițiile  $P$  și  $Q$  sunt reciproc contrare,  $P \& Q$  este cu necesitate falsă („logică falsă”), iar  $P \vee Q$  nu este cu necesitate adevărată. Tocmai trăsătura negației intuiționiste de a fi, sub acest aspect, un operator al contrarietății mai curând decât unul al contradicției face, în primul rând, ca sistemul lui Heyting să fie adecvat

<sup>19</sup> Drept urmare, la fel stau lucrurile cu  $\forall$  și  $\exists$ . Și mai general, după cum a remarcat Kurt Gödel, logica intuiționistă distinge formule care sunt echivalente logic în LC. Această trăsătură, precum și echiconsistența logicii intuiționiste cu LC l-au făcut pe logicianul austriac să considere că logica intuiționistă este *mai bogată* decât LC. Discuția asupra acestei probleme depășește cadrul propus pentru studiul de față.

<sup>20</sup> De notat că, întrucât asertarea unei propoziții matematice, inclusiv a unei negații, este echivalentă din punct de vedere intuiționist cu efectuarea unei construcții, „intuiționistul radical cere o matematică și o logică lipsite total de negație”, (Körner, op. cit., p. 175). Într-o astfel de logică, negația poate fi redată în diferite moduri, de pildă pe baza noțiunii primitive de *contradicție*,  $\Lambda$ , luând  $\neg a =_{df} a \supset \Lambda$ , sau luând ca noțiune primitivă *falsul*,  $f$  și considerând  $\neg a =_{df} a \supset f$ .

<sup>21</sup> De notat că din teoremele logicii intuiționiste care conțin operatorii  $\wedge$  și  $\vee$  rezultă că se păstrează proprietățile de bază ale conjuncției și disjuncției clasice: idempotența, comutativitatea, asociativitatea, contragerea conjuncției și extinderea disjuncției.

<sup>22</sup> Priest și Routley, 1989a, p. 176.

programului brouwerian de reconstrucție a matematicii, dar iarăși, într-un mod care depășește intențiile intuiționiștilor.

Negația intuiționistă nu este, deci, negația clasică. Această concluzie este sprijinită și de împrejurarea că  $\neg a \supset a$  nu este o teoremă intuiționistă. În plus, să observăm că negația intuiționistă nu are un comportament auto-extensional. De pildă, în sistemul lui Heyting, formula  $\neg(a \vee b) \supset (\neg a \wedge \neg b)$  este teoremă, dar  $\neg(a \vee b) \supset \neg(\neg a \wedge \neg b)$  nu este demonstrabilă.

Comportamentul non-auto-extensional al negației intuiționiste ar putea fi invocat în sprijinul considerării acesteia ca un operator al contrarietății, căci nu în toate cazurile, dacă două propoziții sunt echivalente logic, o contrară a uneia dintre propoziții este echivalentă logic cu o contrară a celeilalte. De pildă, propozițiile „Triunghiul ABC este echilateral” și „Triunghiul ABC este echilateral” sunt echivalente logic; o contrară a primei propoziții este „Triunghiul ABC este dreptunghic”, o contrară a celei de-a doua propoziții este „Triunghiul ABC este isoscel” și ultimele două propoziții nu sunt echivalente logic. La fel stau lucrurile și pentru propozițiile categorice. De pildă, propozițiile „Nici un logician nu este fumător” și „Nici un fumător nu este logician” sunt echivalente logic; o contrară a primei propoziții este „Toți logicienii sunt fumători”, o contrară a celei de-a doua propoziții este „Toți fumătorii sunt logicieni” și ultimele două propoziții nu sunt echivalente logic.

Să observăm, însă, că sistemul lui Heyting nu poate fi considerat sub *toate* aspectele ca o formalizare a noțiunii de contrară a unei propoziții. În acest sistem, formula  $a \supset \neg\neg a$  este teoremă, or implicația logică de la o propoziție la contrara contrarei sale (dacă o putem găsi) nu are loc în toate cazurile. Fie, de pildă, propoziția „Triunghiul ABC este echilateral”; o contrară a sa este „Triunghiul ABC este dreptunghic”, această propoziție are drept contrară pe „Triunghiul ABC este obtuzunghic” și prima propoziție nu implică logic pe cea de-a treia. Exemplificând pentru propoziții categorice, fie propoziția „Nici un fumător nu este logician”; o contrară a sa este „Nici un logician nu este nefumător”, această propoziție are drept contrară pe „Toți nefumătorii sunt logicieni” și prima propoziție nu implică logic pe cea de-a treia.

## 4. Negația în sistemul paraconsistent $C_1$

În 1976, la cel de al treilea Simpozion Latino-American de Logică Matematică, filosoful peruan F. Miró Quesada propunea ca termenul „paraconsistență” (literal, *dincolo de consistență*) să fie aplicat la studiul teoriilor inconsistente, dar netriviale. O teorie, în cel mai larg înțeles al acestui cuvânt, este inconsistentă în cazul în care conține sau implică cel puțin o pereche de propoziții reciproc inconsistente (reciproc contradictorii sau reciproc contrare) și este netrivială dacă nu acceptă orice propoziție formulată în limbajul teoriei. Logicile



paraconsistente au fost create cu intenția a fi utilizate în calitate de structuri deductive în analiza/fundamentarea teoriilor inconsistente, dar netriviale.

Printre schemele de inferență autorizate de relația de consecință logică clasică, se află și *ex contradictione quodlibet* (ECQ):  $\{p, \sim p\} \vdash_{LC} q$ . Am văzut că negația clasică poate fi tratată ca un operator care formează contradictoria unei formule. Astfel, conform ECQ, orice formulă  $B$  este consecință logică dintr-o pereche de formule contradictorii  $A$  și  $\sim A$ . De aceea, adepții paraconsistenței califică relația de consecință logică clasică drept *explozivă* – pe baza acestei relații, o pereche de formule contradictorii „explodează” într-un șir potențial infinit de formule – și apreciază că folosirea unei logici explozive<sup>23</sup> la analiza/ fundamentarea teoriilor inconsistente netriviale conduce la acceptarea oricărui enunț formulat în limbajul teoriei sau, altfel spus, la trivializarea acestora, or unele dintre aceste teorii sunt apreciate ca interesante și importante<sup>24</sup>. O relație de consecință logică este numită *paraconsistentă*, ddacă nu este explozivă, iar o logică este numită *paraconsistentă*, ddacă relația sa de consecință logică este paraconsistentă<sup>25</sup>. Prin urmare, o logică paraconsistentă trebuie să respingă ECQ și astfel să permită analiza/ fundamentarea mulțimilor de propoziții inconsistente în raport cu care se dorește să se tragă concluzii păstrându-se controlul asupra acestora. Printre exemplele predilecte oferite de adepții paraconsistenței se află teoria naivă a mulțimilor, semantica naivă, unele versiuni ale calculului infinitesimal și ale fizicii cuantice, diferite teorii filosofice, constituții și alte documente legale, informațiile dintr-o bază de date a unui computer ș.a.<sup>26</sup>. În al doilea rând, unii susținători ai paraconsistenței consideră că supoziția conform căreia contradicțiile logice sunt inacceptabile trebuie să fie eliminată; contradicțiile logice ar fi *uneori* acceptabile, și anume în cazul teoriilor inconsistente netriviale.

Newton C.A. da Costa a propus o ierarhie de calcule logice paraconsistente  $C_1, \dots, C_\omega$ . Sistemele lui da Costa au fost expuse inițial axiomatice, după care a fost elaborată o semantică bivalentă pentru aceste sisteme, din care rezultă că orice  $C_n$  ( $1 \leq n < \omega$ ) este justificat, complet și decidabil<sup>27</sup>. Considerațiile următoare se referă la sistemul  $C_1$ , rezultatele putând fi extinse și la celelalte calcule din ierarhie.

Fragmentul propozițional al limbajului  $C_1$  constă dintr-o mulțime infinită numărabilă de litere propoziționale și din operatorii  $\neg$  („negație”),  $\&$  („conjunctie”),  $\vee$  („disjuncție”),  $\supset$  („implicație”) și  $\equiv$  („echivalență”). Literele  $A, B, C$  etc. sunt folosite în calitate de variabile metalingvistice pentru formule (regulile de

<sup>23</sup> În concepția autorilor menționați, logica clasică nu este singura logică explozivă. Logica intuiționistă, de pildă, este apreciată ca fiind explozivă, întrucât formula  $(a \wedge \neg a) \supset b$  este teoremă intuiționistă, cu toate că, la rigoare, această formulă nu poate fi calificată drept forma implicațională a ECQ, așa cum este clasică  $(p \wedge \sim p) \supset q$ , ci mai curând o formă de *ex contrarie quodlibet*.

<sup>24</sup> Priest și Routley, 1984, p. 4.

<sup>25</sup> Priest și Routley, 1989a, p. 151.

<sup>26</sup> Priest și Routley, 1989a – secțiunile 1.1 și 1.2; 1989b și 1989c – studii traduse în volumul de față.

<sup>27</sup> Newton C.A. da Costa și Alves, 1977. Am folosit aici „justificat” ca echivalent al termenului din limba engleză „sound”; un sistem axiomatice este justificat (*sound*) dacă satisface *metateorema justificării axiomatizării*: orice teoremă în sens sintactic este teoremă în sens semantic.

formare fiind cele obișnuite). O  $C_1$ -evaluare  $v$  este o aplicație de la mulțimea formulelor la mulțimea  $\{1, 0\}$ , în care, prin convenție, cu 1 se notează valoarea logică *adevărat* și cu 0 valoarea logică *fals*. Condițiile semantice ale operatorilor  $\&$ ,  $\vee$  și  $\supset$  sunt aceleași ca în LC, iar operatorul  $\equiv$  este introdus prin definiție în maniera obișnuită. Operatorul  $\neg$  este introdus prin următoarele două condiții semantice:

$$(1) \quad v(\neg A) = 1, \text{ dacă } v(A) = 0$$

$$(2) \quad v(A) = 1, \text{ dacă } v(\neg \neg A) = 1$$

Legea logică și consecința logică au definiții analoage cu definițiile clasice. O formulă  $A$  este  $C_1$ -validă (lege logică în  $C_1$ ), ddacă pentru orice  $C_1$ -evaluare  $v$ ,  $v(A) = 1$ . În  $C_1$ , o formulă  $B$  este consecință logică a unei mulțimi de formule  $\Sigma$ , în simboluri  $\Sigma \models_{C_1} B$ , ddacă pentru orice  $C_1$ -evaluare  $v$ ,  $v(A) = 0$  pentru cel puțin o formulă  $A \in \Sigma$  sau  $v(B) = 1$ , ceea ce revine la a spune că nu există nici o  $C_1$ -evaluare  $v$  în care toate formulele din  $\Sigma$  să ia valoarea 1 și  $B$  să ia valoarea 0. Acum, din condiția semantică (1) rezultă că dacă  $v(A) = 1$ , atunci  $v(\neg A)$  poate fi 1 sau 0, și deci  $\{A, \neg A\} \not\models_{C_1} B$ , căci  $A$  și  $\neg A$  pot lua valoarea 1 în  $v$  indiferent de  $v(B)$ , care poate fi 0. Evident, formulele de forma  $A \& \neg A$  nu sunt  $C_1$ -inconsistente, proprietate asimilată de da Costa cu respingerea principiului non-contradicției, în timp ce orice formulă de forma  $A \vee \neg A$  este  $C_1$ -validă, căci dacă  $v(A) = 1$ , atunci  $v(A \vee \neg A) = 1$ , iar dacă  $v(A) = 0$ , atunci  $v(\neg A) = 1$  și, deci,  $v(A \vee \neg A) = 1$ .

Priest și Routley consideră că „negația lui da Costa se comportă ca un operator al subcontrarietății (*a sub-contrary-forming operator*), iar nu ca un operator al contradicției”<sup>28</sup>. Ca și pentru negația intuiționistă, cei doi autori justifică această caracterizare pe baza unei analogii structurale: dacă  $P$  și  $Q$  sunt reciproc subcontrare,  $P \& Q$  nu este cu necesitate falsă, iar  $P \vee Q$  este cu necesitate adevărată („logic adevărată”). Mai departe, tot așa cum relația de subcontrarietate nu este verifuncțională, deoarece valoarea logică a unei subcontrare  $Q$  a unei propoziții  $P$  nu depinde exclusiv de valoarea logică a propoziției  $P$ , negația lui da Costa nu este un operator verifuncțional, întrucât valoarea logică a unei formule  $\neg A$  nu depinde exclusiv de valoarea formulei  $A$ . De aici, Priest și Routley trag concluzia drastică potrivit căreia *negația lui da Costa nu este deloc negație*. Acum, această concluzie depinde de ceea ce se înțelege prin „negație” într-un sistem logic și în momentul de față nu există un consens asupra condițiilor pe care trebuie să le îndeplinească un operator unar pentru a fi numit „negație”. Oricum, pare rezonabil să considerăm că o condiție minimală standard în acest sens, este următoarea:

<sup>28</sup> Priest și Routley. 1989a, p. 165.

Un operator unar  $\neg$  este negație, dacă pentru cel puțin  
 (CN) · valoare desemnată  $\top$  și cel puțin o valoare nedesemnată  $\perp$   
 (i)  $\neg\top = \perp$  sau (ii)  $\neg\perp = \top$ .

Evident, prin condiția semantică (1), negația lui da Costa satisface (CN) (ii). În mod clar, însă, nu este vorba despre negația clasică. Această concluzie este sprijinită și de împrejurarea că, potrivit condiției semantice (2), formulele de forma  $\neg\neg A \supset A$  sunt  $C_1$ -valide, nu și cele de forma  $A \supset \neg\neg A$ . În plus, ca și negația intuiționistă, negația lui da Costa nu are un comportament auto-extensional. De pildă, în  $C_1$ ,  $A \wedge B$  și  $B \wedge A$  sunt echivalente logic, dar  $\neg(A \wedge B)$  și  $\neg(B \wedge A)$  nu sunt echivalente logic, căci în cazul în care  $v(A \wedge B) = v(B \wedge A) = 1$ ,  $v(\neg(A \wedge B))$  poate fi 1 sau 0 și la fel  $v(\neg(B \wedge A))$ , astfel că  $\neg(A \wedge B)$  poate lua valoarea 1 și  $\neg(B \wedge A)$  poate lua valoarea 0. Operatorul lui da Costa  $\neg$  este negație, dar, întrucât nu este un operator al contradicției, sistemul  $C_1$  nu respinge *clasica* ECQ sau, altfel spus, nu formalizează ideea că dintr-o propoziție și contradictoria sa nu decurge orice, și nu respinge principiul non-contradicției, care se referă la un raport dintre o formulă și contradictoria sa.

Comportamentul non-auto-extensional al negației lui da Costa ar putea fi invocat în sprijinul considerării acesteia ca un operator al subcontrarietății, căci nu în toate cazurile, dacă două propoziții sunt echivalente logic, o subcontrară a uneia dintre propoziții este echivalentă logic cu o subcontrară a celeilalte. De pildă, propozițiile „Dan are cel mult vârsta lui Mihai” și „Mihai are cel puțin vârsta lui Dan” sunt echivalente logic; o subcontrară a primei propoziții este „Dan are cel puțin vârsta lui Mihai”, o subcontrară a celei de-a doua propoziții este „Dan și Mihai au vârste diferite” și ultimele două propoziții nu sunt echivalente logic. La fel stau lucrurile și pentru propozițiile categorice. De pildă, „Unele pisici sunt animale blânde” și „Unele animale blânde sunt pisici” sunt echivalente logic; o subcontrară a primei propoziții este „Unele pisici nu sunt animale blânde”, o subcontrară a celei de-a doua propoziții este „Unele animale blânde nu sunt pisici” și ultimele două propoziții nu sunt echivalente logic.

Pe de altă parte, sistemul  $C_1$  nu poate fi considerat sub *toate* aspectele ca o formalizare a noțiunii de subcontrară a unei propoziții. Am văzut că în acest sistem, formulele de forma  $\neg\neg A \supset A$  sunt  $C_1$ -valide, or implicația logică de la subcontrara subcontrarei unei propoziții (dacă o putem găsi) la propoziția respectivă nu are loc în toate cazurile. Fie, de pildă, propoziția „Dan are cel mult vârsta lui Mihai”; o subcontrară a sa este „Dan și Mihai au vârste diferite”, această propoziție are drept subcontrară pe „Mihai are cel mult vârsta lui Dan” și ultima propoziție nu implică logic pe prima. Exemplificând pentru propoziții categorice, fie propoziția „Unele erori sunt intenționate”; o subcontrară a sa este „Unele erori sunt neintenționate”, o subcontrară a acestei propoziții este „Unele acte intenționate nu sunt erori” și ultima propoziție nu implică logic pe prima.

## 5. Negația contrară și negația subcontrară<sup>29</sup>

În *Despre interpretare* (7, 17b), Aristotel scria:

Numesc „contradictorie“ afirmația opusă unei negații, când subiectul rămâne același, afirmația este universală, dar negația nu este universală. Afirmația „orice om este alb“ este contradictoria negației „unii oameni nu sunt albi“, după cum tot așa propoziția „nici un om nu este alb“ este contradictoria propoziției „unii oameni sunt albi“. Dimpotrivă, numesc opuse contrarii afirmația și negația când amândouă sunt universale, ca în propozițiile „orice om este alb“, „nici un om nu este alb“, „orice om este drept“, „nici un om nu este drept“. Se vede că astfel de propoziții nu pot fi deopotrivă adevărate, pe când opusele lor pot fi amândouă adevărate despre același subiect; de exemplu, „unii oameni nu sunt albi“ și „unii oameni sunt albi“ sunt amândouă adevărate.

În acest pasaj, Aristotel distinge două tipuri de negație: în notația tradițională, propozițiile *O* și *E* sunt, respectiv, *negațiile contradictorii* ale propozițiilor *A* și *I* cu același subiect logic și același predicat logic, iar propozițiile *E* sunt *negațiile contrare* ale propozițiilor *A* cu același subiect logic și același predicat logic. O propoziție și negația sa contradictorie nu pot fi împreună adevărate și nici împreună false, în timp ce o propoziție și negația sa contrară nu pot fi împreună adevărate, dar pot fi împreună false. În privința relației logice dintre propozițiile *I* și *O*, numită mai târziu „subcontrarietate“, Aristotel arăta că *I* și *O* pot fi împreună adevărate, dar nu adăuga faptul că *I* și *O* nu pot fi împreună false, deși acest rezultat putea fi dedus din relațiile deja stabilite.

Am văzut că negația LC poate fi privită ca un operator care formează contradictoria unei formule. În LC de ordinul zero, relațiile de contrarietate reciprocă și subcontrarietate reciprocă pot să apară doar la nivelul perechilor de formule în care în cel puțin una dintre formule apare un operator diadic. De pildă, este ușor de verificat că pentru oricare doi atomi propoziționali *p* și *q*, formulele *q* și *p* & ~*q* sunt reciproc contrare, întrucât nu iau împreună valoarea 1, dar pot lua împreună valoarea 0, și că formulele *q* și ~*p* ⊃ ~*q* sunt reciproc subcontrare, întrucât nu iau împreună valoarea 0, dar pot lua împreună valoarea 1. Pe de altă parte, după cum am arătat, caracterizarea negației intuiționiste ca operator al contrarietății și a negației lui da Costa ca operator al subcontrarietății trebuie să fie privite cu anumite rezerve. În cele ce urmează, prezint o modalitate simplă în care LC poate fi extinsă pentru a trata adecvat noțiunile de negație contrară și negație subcontrară ca operatori monadici. Această extindere este inspirată de maniera în care este definită negația lui da Costa și se bazează pe o simplificare a noțiunii de *cvasi-matrice*, introdusă în da Costa și Alves, 1977. Prezint, de asemenea, regulile de construire a tabelor semantice pentru formulele în care apar negațiile contrară și subcontrară.

<sup>29</sup> O primă versiune a materialului prezentat în această secțiune a fost publicată în Gheorghiu D., 1997.

## 5.1. Negația contrară

Să considerăm condițiile semantice ale contrării unei propoziții: *contrara*  $Q$  a unei propoziții  $P$  este falsă, dacă propoziția  $P$  este adevărată, iar dacă propoziția  $P$  este falsă, atunci  $Q$  poate fi sau adevărată, sau falsă, în funcție de starea de fapt la care se referă. Prin analogie structurală cu condițiile semantice ale contrării unei propoziții, LC se suplimentează cu un operator  $\neg$ , numit *negație contrară*, ale cărui condiții semantice sunt următoarele:

Dacă  $v(p) = 1$ , atunci  $v(\neg p) = 0$ ;

Dacă  $v(p) = 0$ , atunci  $v(\neg p) = 1$  sau  $v(\neg p) = 0$ .

Conform acestor două condiții semantice, în aceeași interpretare,  $p$  și negația sa contrară  $\neg p$  nu iau împreună valoarea 1, dar pot lua împreună valoarea 0. Negația contrară poate fi definită și printr-un cvasi-tabel de adevăr, construit după cum urmează: dacă lui  $p$  i s-a atribuit valoarea 1, atunci lui  $\neg p$  i se atribuie valoarea 0, iar dacă lui  $p$  i s-a atribuit valoarea 0, atunci sub  $\neg p$  se bifurcă (pe orizontală) rândul respectiv și într-o parte a lui  $\neg p$  i se atribuie valoarea 1, iar în cealaltă parte i se atribuie valoarea 0<sup>30</sup>. Obținem astfel următorul tabel pentru negația contrară:

| $p$ | $\neg p$ |
|-----|----------|
| 1   | 0        |
| 0   | 1        |
|     | 0        |

Din acest tabel reiese și că dacă  $\neg p$  ia valoarea 1, atunci  $p$  ia valoarea 0, iar dacă  $\neg p$  ia valoarea 0, atunci  $p$  poate lua valoarea 1 sau valoarea 0.

După cum am văzut, conform condițiilor semantice ale unei contrare  $Q$  a unei propoziții  $P$ ,  $P \& Q$  este cu necesitate falsă („logic falsă”), în timp ce  $P \vee Q$  nu este cu necesitate adevărată (nu este „logic adevărată”), întrucât  $P$  și  $Q$  pot fi împreună false. Pentru a constata ce statut logic au formulele analoage structural, respectiv  $p \& \neg p$  și  $p \vee \neg p$ , vom construi un tabel cu bifurcația corespunzătoare:

| $p$ | $\neg p$ | $p \& \neg p$ | $p \vee \neg p$ |
|-----|----------|---------------|-----------------|
| 1   | 0        | 0             | 1               |
| 0   | 1        | 0             | 1               |
|     | 0        | 0             | 0               |

<sup>30</sup> Subliniez că apariția unei bifurcații înseamnă că lui  $\neg p$  i se poate atribui valoarea 1 sau valoarea 0, iar nu că i se atribuie ambele valori.

După cum reiese din acest tabel, formula  $p \& \neg p$  este logic falsă, iar formula  $p \vee \neg p$  nu este logic adevărată. De notat că relația de contrarietate reciprocă nu este verifuncțională, deoarece valoarea logică a unei contrare  $Q$  a unei propoziții  $P$  nu depinde exclusiv de valoarea logică a propoziției  $P$ , iar negația contrară nu este un operator verifuncțional, întrucât valoarea logică a lui  $\neg p$  nu depinde exclusiv de valoarea logică a lui  $p$ . Apoi, folosind procedeul tabelelor cu bifurcații, se poate constata că formula  $p \supset \neg \neg p$  nu este logic adevărată (și nici  $\neg \neg p \supset p$ ), ceea ce arată că, și sub acest aspect,  $\neg p$  poate fi caracterizată ca negație contrară a lui  $p$ . În fine, negația contrară nu este auto-extensională: date fiind formulele echivalente logic  $A$  și  $B$ , în cazul în care  $v(A) = v(B) = 0$ ,  $v(\neg A)$  poate fi 1 sau 0 și la fel  $v(\neg B)$ , astfel că  $\neg A$  poate lua valoarea 1 și  $\neg B$  poate lua valoarea 0.

## 5.2. Negația subcontrară

Să considerăm acum condițiile semantice ale subcontrarei unei propoziții: *subcontrara  $Q$  a unei propoziții  $P$  este adevărată, dacă propoziția  $P$  este falsă, iar dacă propoziția  $P$  este adevărată, atunci  $Q$  poate fi sau adevărată, sau falsă, în funcție de starea de fapt la care se referă*. Prin analogie structurală cu condițiile semantice ale contrarei unei propoziții, LC se suplimentează cu un operator  $\neg$ , numit *negație subcontrară*, ale cărui condiții semantice sunt următoarele:

Dacă  $v(p) = 0$ , atunci  $v(\neg p) = 1$ ;

Dacă  $v(p) = 1$ , atunci  $v(\neg p) = 1$  sau  $v(\neg p) = 0$ .

Conform acestor două condiții semantice, în aceeași interpretare,  $p$  și negația sa subcontrară  $\neg p$  nu iau împreună valoarea 0, dar pot lua împreună valoarea 1. Negația subcontrară poate fi definită și printr-un cvasi-tabel de adevăr, construit după cum urmează: dacă lui  $p$  i s-a atribuit valoarea 0, atunci lui  $\neg p$  i se atribuie valoarea 1, iar dacă lui  $p$  i s-a atribuit valoarea 1, atunci sub  $\neg p$  se bifurcă (pe orizontală) rândul respectiv și într-o parte lui  $\neg p$  i se atribuie valoarea 1, iar în cealaltă parte i se atribuie valoarea 0<sup>31</sup>. Obținem astfel următorul tabel pentru negația subcontrară:

| $p$ | $\neg p$ |
|-----|----------|
| 1   | 1        |
|     | 0        |
| 0   | 1        |

<sup>31</sup> Subliniez și aici că apariția unei bifurcații înseamnă că lui  $\neg p$  i se poate atribui valoarea 1 sau valoarea 0, iar nu că i se atribuie ambele valori.

Din acest tabel reiese și că dacă  $\neg p$  ia valoarea 0, atunci  $p$  ia valoarea 1, iar dacă  $\neg p$  ia valoarea 1, atunci  $p$  ia valoarea 1 sau valoarea 0.

Am văzut că, potrivit condițiilor semantice ale unei subcontrare  $Q$  a unei propoziții  $P$ ,  $P \& Q$  nu este cu necesitate falsă (nu este „logic falsă”), întrucât  $P$  și  $Q$  pot fi împreună adevărate, în timp ce  $P \vee Q$  este cu necesitate adevărată (este „logic adevărată”). Pentru a constata ce statut logic au formulele analoge structural, respectiv  $p \& \neg p$  și  $p \vee \neg p$ , vom construi un tabel cu bifurcația corespunzătoare:

| $p$ | $\neg p$ | $p \& \neg p$ | $p \vee \neg p$ |
|-----|----------|---------------|-----------------|
| 1   | 1        | 1             | 1               |
|     | 0        | 0             | 1               |
| 0   | 1        | 0             | 1               |

După cum reiese din acest tabel, formula  $p \& \neg p$  nu este logic falsă, iar formula  $p \vee \neg p$  este logic adevărată. Și aici să notăm că, după cum am văzut, relația de subcontrarietate nu este verifuncțională, iar negația subcontrară, ca și negația lui da Costa, nu este un operator verifuncțional, întrucât valoarea logică a lui  $\neg p$  nu depinde exclusiv de valoarea logică a lui  $p$ . Apoi, ca și pentru negația contrară, folosind procedeul tabelelor cu bifurcații, se poate constata că  $\neg \neg p \supset p$  nu este lege logică (și nici  $p \supset \neg \neg p$ ), ceea ce arată că și sub acest aspect,  $\neg p$  poate fi caracterizată ca negație subcontrară a lui  $p$ . În fine, negația subcontrară nu este auto-extensională: date fiind formulele echivalente logic  $A$  și  $B$ , când  $v(A)=v(B)=1$ ,  $v(\neg A)$  poate fi 1 sau 0 și la fel  $v(\neg B)$ , astfel că  $\neg A$  poate lua valoarea 1 și  $\neg B$  poate lua valoarea 0.

### 5.3. Relațiile dintre negațiile contradictorie, contrară și subcontrară

Următorul cvasi-tabel de adevăr prezintă relațiile formale dintre negațiile contradictorie (clasică), contrară și subcontrară:

| $p$ | $\neg p$ | $\sim p$ | $\neg \neg p$ | $\neg p \supset \sim p$ | $\sim p \supset \neg p$ | $\neg p \supset \neg \neg p$ |
|-----|----------|----------|---------------|-------------------------|-------------------------|------------------------------|
| 1   | 0        | 0        | 1             | 1                       | 1                       | 1                            |
|     |          |          | 0             |                         | 1                       | 1                            |
| 0   | 1        | 1        | 1             | 1                       | 1                       | 1                            |
|     | 0        |          |               | 1                       |                         | 1                            |

După cum reiese din acest tabel, următoarele formule sunt logic adevărate (sub fiecare formulă am menționat relația propozițională cu care formula respectivă este analogă structural):

(1)

$$\neg p \supset \sim p$$

*O contrară a unei propoziții implică logic contradictoria acelei propoziții*

$$(2) \quad \neg p \supset \neg \neg p$$

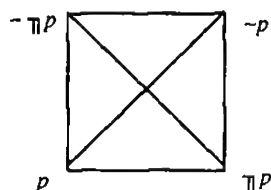
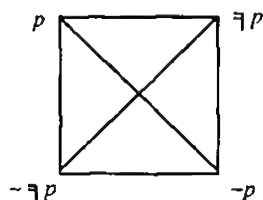
*Contradictoria unei propoziții implică logic o subcontrară a acelei propoziții*

$$(3) \quad \neg p \supset \neg \neg p$$

*O contrară a unei propoziții implică logic o subcontrară a acelei propoziții*

De asemenea, se poate constata că nici una dintre reciprocele formulelor (1) – (3) nu este logic adevărată, tot așa cum nici una dintre reciprocele relațiilor propoziționale menționate nu are loc<sup>32</sup>. Fie  $A$  și  $B$  două formule oarecare. Dacă  $A \supset B$  este logic adevărată („ $A$  implică logic  $B$ “), dar  $B \supset A$  nu este logic adevărată („ $B$  nu implică logic  $A$ “), se spune că  $A$  este mai tare ca  $B$  și, reciproc, că  $B$  este mai slabă ca  $A$ . Formulele (1), (2) și (3) arată că, între cele trei tipuri de negație, negația contrară este cea mai tare, iar negația subcontrară este cea mai slabă.

Cu ajutorul cvasi-tabelor de adevăr este ușor de verificat că, pe lângă implicația logică de la  $\neg p$  la  $\neg \neg p$ ,  $p$  implică logic  $\neg \neg p$ , iar  $\neg \neg p$  și  $\neg p$  sunt reciproc subcontrare. De asemenea, este ușor de verificat că, pe lângă implicația logică de la  $\neg p$  la  $\neg \neg p$ ,  $\neg \neg p$  implică logic  $p$ , iar  $\neg \neg p$  și  $\neg p$  sunt contrare reciproc. Cu alte cuvinte, au loc următoarele relații de tip „pătrat logic“:



În continuare, voi evidenția unele proprietăți inferențiale formale ale negației contrare și a celei subcontrare, luând ca reper negația contradictorie. În LC, relația de consecință logică autorizează, între altele, următoarele:

$$(4) \quad \{p \supset q, \neg q\} \models_{LC} \neg p \quad (6) \quad \{p \supset q, p \supset \neg q\} \models_{LC} \neg p$$

$$(5) \quad \{p \vee q, \neg p\} \models_{LC} q \quad (7) \quad \{p \& \neg p\} \models_{LC} q$$

<sup>32</sup> Dincolo de aspectul formal, interpretarea formulei (3) pare a ridica o problemă: putem găsi o contrară și o subcontrară a aceleiași propoziții? Iată un exemplu: propozițiile „Nici un logician nu este nefumător“ și „Unii logicieni nu sunt nefumători“ sunt, respectiv, contrara și subcontrara propoziției „Sunt mai puțini logicieni fumători decât logicieni nefumători“ (v. Gheorghiu, 2001, I, secțiunea 3.6). Oricum, deși în această secțiune nu am în vedere propozițiile categorice și nici pe cele plurative, formula (3), ca și formulele (1) și (2), se va dovedi utilă în evidențierea altor proprietăți ale negației contrare și a celei subcontrare.



Fie  $B$  o formulă oarecare,  $A[\sim B]$  o formulă în care apare  $\sim B$ ,  $A[\neg B]$  o formulă obținută din  $A[\sim B]$  prin înlocuirea tuturor aparițiilor lui  $\sim B$  cu  $\neg B$  și  $A[\neg B]$  o formulă obținută din  $A[\sim B]$  prin înlocuirea tuturor aparițiilor lui  $\sim B$  cu  $\neg B$ . Înțelegând prin „întărirea unei forme de premisă” înlocuirea unei forme de premisă  $A[\sim B]$  cu forma de premisă  $A[\neg B]$  și prin „atenuarea unei forme de concluzie” înlocuirea unei forme de concluzie  $A[\sim B]$  cu forma de concluzie  $A[\neg B]$  și aplicând principiul *întărirea unei forme de premisă sau atenuarea formei concluziei păstrează validitatea*, din (4) – (7) obținem următoarele:

$$(8) \quad \{p \supset q, \neg q\} \models_{LC} \sim p$$

$$(12) \quad \{p \supset q, \neg q\} \models_{LC} \neg p$$

$$(9) \quad \{p \vee q, \neg p\} \models_{LC} q$$

$$(13) \quad \{p \supset q, p \supset \neg q\} \models_{LC} \neg p$$

$$(10) \quad \{p \supset q, p \supset \neg q\} \models_{LC} \sim p$$

$$(14) \quad \{p \supset q, \neg q\} \models_{LC} \neg p$$

$$(11) \quad \{p \& \neg p\} \models_{LC} q$$

$$(15) \quad \{p \supset q, p \supset \neg q\} \models_{LC} \neg p$$

Schemele (8) – (11) au fost obținute, respectiv, din (4) – (7) prin întărirea unei forme de premisă, schemele (12) și (13) au fost obținute, respectiv, din (4) și (6) prin atenuarea formei concluziei, iar schemele (14) și (15) au fost obținute, respectiv, din (4) și (6) prin întărirea unei forme de premisă și atenuarea formei concluziei.

Validitatea schemelor (8) – (15) se poate verifica cu ajutorul cvasi-tabelor de adevăr, transcriind implicațional schema respectivă. Iată un exemplu pentru schema (8):

| $p \quad q$ | $p \supset q$ | $\neg q$ | $(p \supset q) \& \neg q$ | $\sim p$ | $((p \supset q) \& \neg q) \supset \sim p$ |
|-------------|---------------|----------|---------------------------|----------|--|
| 1 1         | 1             | 0        | 0                         | 0        | 1  |
| 1 0         | 0             | 1        | 0                         | 0        | 1  |
|             |               | 0        | 0                         |          | 1  |
| 0 1         | 1             | 0        | 0                         | 1        | 1  |
| 0 0         | 1             | 1        | 1                         | 1        | 1  |
|             |               | 0        | 0                         |          | 1  |

Pe de altă parte, este ușor de văzut că  $\{p \& \neg p\} \not\models_{LC} q$  (analog structural: *dintr-o propoziție și o subcontrară a sa nu decurge orice*).

## 5.4. Aplicații

Următoarele exemple ilustrează utilizarea negației contrare și a celei subcontrare în rezolvarea unor probleme privind validitatea formală a argumentelor cu propoziții compuse, în raport cu care mijloacele obișnuite ale LC sunt insuficiente, precum și unele particularități ale construirii cvasi-tabelor de adevăr.

Pentru a formaliza un argument în limbajul propozițional clasic, se stipulează o listă de corespondențe între propozițiile simple distincte din argument și atomi propoziționali distincți și între expresiile logice și operatorii propoziționali corespunzători acestora. Pentru a putea infera de la validitatea (nevaliditatea) unei scheme de argument la validitatea (nevaliditatea) argumentului care a fost formalizat, formalizarea respectivă trebuie să îndeplinească următoarea *condiție de adecvare* (necesară): argumentul obținut prin refacerea în sens invers a corespondențelor stipulate în formalizare, care poate fi numit „argument recuperat”, este același sau „spune” același lucru cu argumentul care a fost formalizat<sup>33</sup>. Să considerăm următorul argument:

- (i) Dacă ai înțeles bine lecția, atunci exercițiile ți se par ușoare.  
Exercițiile ți se par grele. Deci nu ai înțeles bine lecția.

Să punem în corespondență pe „ $p$ ” cu „Ai înțeles bine lecția” și pe „ $q$ ” cu „Exercițiile ți se par ușoare”. Atunci, un candidat la formalizarea argumentului (i) este schemă de argument validă

- (ii)  $p \supset q, \sim q / \sim p$ .

Nu putem, însă, să inferăm de la validitatea schemei (ii) la validitatea argumentului (i). Înlocuind în (ii) variabilele propoziționale prin propozițiile respective, specificate în lista de corespondențe, pe „ $\supset$ ” cu „dacă ..., atunci ...” și pe „ $\sim$ ” cu „nu este cazul că”, argumentul recuperat din (ii) este:

- (iii) Dacă ai înțeles bine lecția, atunci exercițiile ți se par ușoare. Nu este cazul că exercițiile ți se par ușoare. Deci nu este cazul că ai înțeles bine lecția.

După cum se poate constata, în locul premisei „Exercițiile ți se par grele” din argumentul (i), în (iii) a apărut premisa „Nu este cazul că exercițiile ți se par ușoare”, or poți să nu apreciezi exercițiile ca fiind ușoare fără să le apreciezi ca fiind grele, ci, să zicem, ca fiind de dificultate medie. Prin urmare, întrucât (iii) nu spune același lucru cu (i), formalizarea lui (i) prin (ii) nu este adecvată.

Să considerăm acum o listă de corespondențe diferită, în care „ $p$ ” corespunde cu „Ai înțeles bine lecția”, „ $q$ ” cu „Exercițiile ți se par ușoare” și „ $r$ ” cu „Exercițiile ți se par grele”. Atunci, un al doilea candidat la formalizarea argumentului (i) este:

- (iv)  $p \supset q, r / \sim p$ .

Este ușor de văzut că (iv) este o formalizare adecvată. Totuși, (iv) este o schemă nevalidă, în timp ce (i) este un argument intuitiv valid. Ca atare, deși nici una dintre cele două formalizări nu este întru totul satisfăcătoare, cea de a doua formalizare apare ca fiind „mai puțin bună” decât prima.

<sup>33</sup> Sainsbury, 1993, capitolul 2, secțiunea 3.

În schema (iv), propozițiile „Exercițiile ți se par ușoare” și „Exercițiile ți se par grele” au fost luate ca fiind independente logic, or nu acesta este cazul. Pe de altă parte, inadecvarea primei formalizări a apărut datorită faptului că premisa „Exercițiile ți se par grele” a fost redată prin „ $\neg q$ ”, fiind astfel luată drept contradictoria propoziției „Exercițiile ți se par ușoare”, redată prin „ $q$ ”, or nici acesta nu este cazul. Cele două propoziții nu pot fi împreună adevărate, dar pot fi împreună false (în cazul în care persoana în chestiune apreciază că exercițiile respective sunt de dificultate medie), deci propoziția „Exercițiile ți se par grele” este contrara propoziției „Exercițiile ți se par ușoare”, iar nu contradictoria sa. Astfel, vom considera următoarea listă de corespondențe: „ $p$ ” – „Ai înțeles bine lecția”, „ $q$ ” – „Exercițiile ți se par ușoare” și „ $\neg q$ ” – „Exercițiile ți se par grele”. Conform acestor corespondențe, un al treilea candidat la formalizarea argumentului (i), care nu ar putea fi obținut cu mijloacele obișnuite ale logicii clasice, este

$$(v) \quad p \supset q, \neg q / \sim p.$$

După cum am arătat în paragraful anterior, schema (v) este validă și este ușor de văzut că formalizarea care a condus la schema (v) este adecvată.

Următoarele două exemple arată că procedeul cvasi-tabelelor de adevăr nu este pur mecanic. Fie următorul argument:

- (vi) Dacă matematica ți se pare ușoară, atunci logica ți se pare ușoară. Logica ți se pare de dificultate medie. Deci matematica ți se pare grea.

Cea de a doua premisă și concluzia sunt, respectiv, contrare ale consecventului și antecedentului primei premise. Astfel, (vi) se formalizează adecvat prin

$$(vii) \quad p \supset q, \neg q / \neg p.$$

Următorul cvasi-tabel de adevăr arată că (vii) este o schemă nevalidă; prin urmare, argumentul (vi) este nevalid:

| $p \ q$ | $p \supset q$ | $\neg q$ | $(p \supset q) \ \& \ \neg q$ | $\neg p$ | $((p \supset q) \ \& \ \neg q) \supset \neg p$ |
|---------|---------------|----------|-------------------------------|----------|--|
| 1 1     | 1             | 0        | 0                             | 0        | 1  |
| 1 0     | 0             | 1        | 0                             | 0        | 1  |
|         |               | 0        | 0                             |          | 1  |
| 0 1     | 1             | 0        | 0                             | 1        | 1  |
|         |               |          |                               | 0        | 1  |
| 0 0     | 1             | 1        | 1                             | 1        | 1  |
|         |               |          |                               |          | 0  |
|         |               | 0        | 0                             | 0        | 1  |
|         |               |          |                               |          | 1  |

Să observăm că în interpretarea în care  $v(p) = v(q) = 0$ , apar două bifurcații de care trebuie să se țină cont în calcularea valorilor ultimului condițional: una sub antecedent,  $(p \supset q) \ \& \ \neg q$ , și una sub consecvent,  $\neg p$ . Întrucât în această interpretare, dacă antecedentul ia valoarea 1, consecventul poate lua valoarea 1 sau valoarea 0 și dacă antecedentul ia valoarea 0, consecventul poate lua valoarea 1 sau valoarea 0, valorile pe care le ia ultimul condițional se calculează considerând pentru antecedent și consecvent toate cele patru combinații posibile, i.e.  $1 \supset 1$ ,  $1 \supset 0$ ,  $0 \supset 1$  și  $0 \supset 0$ .

În următorul argument apar două contrare ale aceleiași propoziții:

- (viii) Nu este aceeași temperatură ca ieri. Deci este mai cald ca ieri sau este mai frig ca ieri.

Propozițiile „Este mai cald ca ieri” și „Este mai frig ca ieri” sunt contrare ale propoziției „Este aceeași temperatură ca ieri”; punând în corespondență pe „ $\neg 1p$ ”, „ $\neg 2p$ ” și „ $p$ ”, respectiv, cu aceste trei propoziții, argumentul (viii) se formalizează adecvat prin

- (ix)  $\neg p / \neg 1p \vee \neg 2p$

Înainte de a prezenta cvasi-tabelul de adevăr pentru (ix), să observăm că, spre deosebire de cazul propozițiilor categorice (și plurative), unde contrarele/subcontrarele neechivalente ale unei propoziții sunt logic independente<sup>34</sup>, în cazul propozițiilor simple (atomare) care ne interesează aici, dacă o astfel de propoziție are două contrare/subcontrare neechivalente, atunci contrarele/subcontrarele respective sunt, la rândul lor, reciproc contrare/subcontrare. Să considerăm cele trei propoziții din (viii). Dacă „Este aceeași temperatură ca ieri” este adevărată, atunci celelalte două propoziții sunt false, iar dacă „Este aceeași temperatură ca ieri” este falsă, atunci o contrară a sa este falsă, cealaltă fiind adevărată. Exemplificând pentru subcontrare, propozițiile „Dan are cel puțin vârsta lui Mihai” și „Dan și Mihai au vârste diferite” sunt subcontrare ale propoziției „Dan are cel mult vârsta lui Mihai”. Dacă „Dan are cel mult vârsta lui Mihai” este falsă, atunci celelalte două propoziții sunt adevărate, iar dacă „Dan are cel mult vârsta lui Mihai” este adevărată, atunci o subcontrară a sa este adevărată, cealaltă fiind falsă. Următoarele două cvasi-tabele de adevăr sunt, respectiv, analoage structural cu cele două cazuri ilustrate aici:

| $p$ | $\neg 1p$ | $\neg 2p$ |
|-----|-----------|-----------|
| 1   | 0         | 0         |
| 0   | 1         | 0         |
|     | 0         | 1         |

| $p$ | $\neg 1p$ | $\neg 2p$ |
|-----|-----------|-----------|
| 1   | 1         | 0         |
|     | 0         | 1         |
| 0   | 1         | 1         |

<sup>34</sup> De exemplu, propozițiile „Toți logicienii sunt nefumători” și „Toți nefumătorii sunt logicieni” sunt contrare logic independente ale propoziției „Toți logicienii sunt fumători”, iar propozițiile „Unii logicieni nu sunt fumători” și „Unii fumători nu sunt logicieni” sunt subcontrare logic independente ale propoziției „Unii logicieni sunt fumători”. Pentru detalii în această privință, v. Gheorghiu D., 2001, I, secțiunile 3.2 și 3.6.

Din tabelul din stânga reiese că pentru orice pereche de formule din mulțimea  $\{p, \neg_1 p, \neg_2 p\}$ , formulele respective nu pot lua împreună valoarea 1, dar pot lua împreună valoarea 0, iar din tabelul din dreapta reiese că pentru orice pereche de formule din mulțimea  $\{p, \neg_1 p, \neg_2 p\}$ , formulele respective nu pot lua împreună valoarea 0, dar pot lua împreună valoarea 1.

Revenind la argumentul (viii), următorul cvasi-tabel de adevăr arată că (ix) este o schemă validă; prin urmare, întrucât formalizarea care a condus de la (viii) la (ix) este adecvată, argumentul (viii) este valid:

| $p$ | $\neg p$ | $\neg_1 p$ | $\neg_2 p$ | $\neg_1 p \vee \neg_2 p$ | $\neg p \supset (\neg_1 p \vee \neg_2 p)$ |
|-----|----------|------------|------------|--------------------------|---|
| 1   | 0        | 0          | 0          | 0                        | 1   |
| 0   | 1        | 1          | 0          | 1                        | 1   |
|     |          | 0          | 1          | 1                        | 1   |

Aici observăm că în interpretarea în care  $p$  ia valoarea 0, apar două bifurcații de care trebuie să se țină cont în calcularea valorilor disjuncției  $\neg_1 p \vee \neg_2 p$ : una sub  $\neg_1 p$ , cealaltă sub  $\neg_2 p$ . Întrucât în această interpretare  $\neg_1 p$  și  $\neg_2 p$  nu pot lua aceeași valoare logică, valorile pe care le ia disjuncția  $\neg_1 p \vee \neg_2 p$  se calculează considerând doar combinațiile  $1 \vee 0$  și  $0 \vee 1$ . Iată un alt exemplu de același tip:

| $p$ | $q$ | $r$ | $\neg_1 r$ | $\neg_2 r$ | $p \supset \neg_1 r$ | $q \supset \neg_2 r$ | $p \supset \neg_1 r \& q \supset \neg_2 r$ |
|-----|-----|-----|------------|------------|----------------------|----------------------|--|
| 1   | 1   | 0   | 1          | 0          | 1                    | 0                    | 0  |
|     |     | 0   | 0          | 1          | 0                    | 1                    | 0  |

Verificarea validității următorului argument face apel la negația subcontrară:

- (x) Dacă Dan are cel puțin 1,80 m înălțime, atunci va fi primit în echipa de baschet a facultății. Dan are o înălțime diferită de 1,80 m și nu va fi primit în echipa de baschet a facultății. Deci Dan are cel mult 1,80 m înălțime.

Propozițiile „Dan are cel puțin 1,80 m înălțime” și „Dan are o înălțime diferită de 1,80 m” sunt subcontrare ale propoziției „Dan are cel mult 1,80 m înălțime”; punând în corespondență pe „ $\neg_1 p$ ”, „ $\neg_2 p$ ”, și „ $p$ ”, respectiv, cu aceste trei propoziții, argumentul (x) se formalizează adecvat prin

$$(xi) \quad \neg_1 p \supset q, \neg_2 p \& \sim q / p$$

Următorul cvasi-tabel de adevăr arată că (xi) este o schemă validă; prin urmare, argumentul (x) este valid:

| $p \ q$ | $\neg_1 p$ | $\neg_2 p$ | $\sim q$ | $\neg_1 p \supset q$ | $\neg_2 p \ \& \ \sim q$ | $(\neg_1 p \supset q) \ \& \ (\neg_2 p \ \& \ \sim q)$ | $\supset$ |
|---------|------------|------------|----------|----------------------|--------------------------|--|-----------|
| 1 1     | 1          | 0          | 0        | 1                    | 0                        | 0  | 1         |
|         |            |            |          |                      |                          | 0  | 1         |
|         | 0          | 1          |          | 1                    | 0                        | 0  | 1         |
|         |            |            |          |                      |                          | 0  | 1         |
| 1 0     | 1          | 0          | 1        | 0                    | 0                        | 0  | 1         |
|         |            |            |          |                      |                          | 0  | 1         |
|         | 0          | 1          |          | 1                    | 1                        | 0  | 1         |
|         |            |            |          |                      |                          | 1  | 1         |
| 0 1     | 1          | 1          | 0        | 1                    | 0                        | 0  | 1         |
| 0 0     | 1          | 1          | 1        | 0                    | 1                        | 0  | 1         |

### 5.5. Tabele semantice

În cele ce urmează, prezint regulile de construire a tabelor semantice pentru formulele în care apar negațiile contrară și subcontrară. În aceste reguli, „ $V[A]$ ” desemnează situația în care formula  $A$  ia valoarea *adevărat*, iar „ $F[A]$ ” desemnează situația în care formula  $A$  ia valoarea *fals*.

$\alpha$  - *reguli* („și”):

$$V_{\&} \quad \{\Gamma, V[A \ \& \ B]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[A], V[B]\}$$

$$F_{\vee} \quad \{\Gamma, F[A \ \vee \ B]\} \Rightarrow \{\Gamma, F[A], F[B]\}$$

$$F_{\supset} \quad \{\Gamma, F[A \ \supset \ B]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[A], F[B]\}$$

$$V_{\neg} \quad \{\Gamma, V[\neg A]\} \Rightarrow \{\Gamma, F[A]\}$$

$$F_{\neg} \quad \{\Gamma, F[\neg A]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[A]\}$$

$$V_{\neg} \quad \{\Gamma, V[\neg A]\} \Rightarrow \{\Gamma, F[A]\}$$

$$F_{\neg} \quad \{\Gamma, F[\neg A]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[A]\}$$

$\beta$  - *reguli* („sau”):

$$F_{\&} \quad \{\Gamma, F[A \ \& \ B]\} \Rightarrow \{\Gamma, F[A]\}, \{\Gamma, F[B]\}$$

$$V_{\vee} \quad \{\Gamma, V[A \ \vee \ B]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[A]\}, \{\Gamma, V[B]\}$$

$$V_{\supset} \quad \{\Gamma, V[A \ \supset \ B]\} \Rightarrow \{\Gamma, F[A]\}, \{\Gamma, V[B]\}$$

$$F_{\neg} \quad \{\Gamma, F[\neg A]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[A]\}, \{\Gamma, F[A]\}$$

$$V_{\neg} \quad \{\Gamma, V[\neg A]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[A]\}, \{\Gamma, F[A]\}$$

$$F_{A\rightarrow} \quad \{\Gamma, F[A]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[\neg A]\}, \{\Gamma, V[\neg A]\}$$

$$V_{A\rightarrow} \quad \{\Gamma, V[A]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[\neg A]\}, \{\Gamma, V[\neg A]\}$$

Ultimele două  $\beta$ -reguli se aplică, dacă este cazul, la analiza formulelor în care apar două negații contrare sau două negații subcontrare ale aceluiași atom propozițional. Noțiunile de *configurație închisă* și *tablou închis* sunt cele obișnuite.

Să considerăm condiționalul corespunzător argumentului (i),

$$((p \supset q) \& \neg q) \supset \neg p$$

Presupunând

$$F[((p \supset q) \& \neg q) \supset \neg p]$$

construim un tablou semantic după cum urmează:

1.  $\{F[((p \supset q) \& \neg q) \supset \neg p]\}$
2.  $\{V[(p \supset q) \& \neg q], F[\neg p]\}$  1,  $F_{\supset}$
3.  $\{V[p \supset q], V[\neg q], V[p]\}$  2,  $V_{\&}, F_{-}$
4.  $\{V[p \supset q], F[q], V[p]\}$  3,  $V_{\neg}$

În acest punct aplicăm  $\beta$ -regula  $V_{\supset}$  la  $V[p \supset q]$ , construind doi descendenți ai configurației 4:

$$4.1 \quad \{F[p], F[q], V[p]\} \quad 4.2 \quad \{V[q], F[q], V[p]\} \quad 4. V_{\supset}$$

Întrucât configurațiile 4.1 și 4.2 sunt închise, tabloul este închis și deci formula analizată este logic adevărată.

Fie acum condiționalul corespunzător argumentului (vi):

$$((p \supset q) \& \neg q) \supset \neg p$$

Presupunând

$$F[((p \supset q) \& \neg q) \supset \neg p]$$

construim un tablou semantic după cum urmează:

1.  $\{F[((p \supset q) \& \neg q) \supset \neg p]\}$
2.  $\{V[(p \supset q) \& \neg q], F[\neg p]\}$       1,  $F_{\supset}$
3.  $\{V[p \supset q], V[\neg q], F[\neg p]\}$       2,  $V_{\&}$
4.  $\{V[p \supset q], F[q], F[\neg p]\}$       3,  $V_{\neg}$

Aplicăm regula  $V_{\supset}$  și construim doi descendenți ai configurației 4:

- 4.1  $\{F[p], F[q], F[\neg p]\}$       4.2  $\{V[q], F[q], F[\neg p]\}$       4,  $V_{\supset}$

Configurația 4.2 este închisă, astfel încât continuăm analiza configurației 4.1, aplicând  $\beta$ -regula  $F_{\neg}$  și construind doi descendenți ai acestei configurații:

- 4.1.1  $\{F[p], F[q], V[p]\}$       4.1.2  $\{F[p], F[q], F[p]\}$       4.1,  $F_{\neg}$

Întrucât configurația 4.1.2 nu este închisă, tabloul nu este închis și deci formula analizată nu este logic adevărată.

Fie acum condiționalul corespunzător argumentului (viii):

$$\neg p \supset (\neg \neg p \vee \neg \neg p)$$

Presupunând

$$F[\neg p \supset (\neg \neg p \vee \neg \neg p)]$$

construim un tablou semantic după cum urmează:

1.  $\{F[\neg p \supset (\neg \neg p \vee \neg \neg p)]\}$
2.  $\{V[\neg p], F[\neg \neg p \vee \neg \neg p]\}$       1,  $F_{\supset}$
3.  $\{F[p], F[\neg \neg p \vee \neg \neg p]\}$       2,  $V_{\neg}$
4.  $\{F[p], F[\neg \neg p], F[\neg \neg p]\}$       3,  $F_{\vee}$

În acest punct aplicăm  $\beta$ -regula  $F_{\neg}$  la  $F[p]$ , construind doi descendenți ai configurației 4:

- 4.1  $\{V[\neg \neg p], F[\neg \neg p], F[\neg \neg p]\}$       4.2  $\{V[\neg \neg p], F[\neg \neg p], F[\neg \neg p]\}$       4,  $F_{\neg}$



Întrucât configurațiile 4.1 și 4.2 sunt închise, tabloul este închis și deci formula analizată este logic adevărată.

În fine, tabloul semantic pentru condiționalul corespunzător argumentului (x) se construiește după cum urmează:

- |    |   |                      |
|----|---|----------------------|
| 1. | $\{F[(\neg_1 p \supset q) \& (\neg_2 p \& \sim q)] \supset p\}$ |                      |
| 2. | $\{V[(\neg_1 p \supset q) \& (\neg_2 p \& \sim q)], F[p]\}$     | 1, $F_{\supset}$     |
| 3. | $\{V[\neg_1 p \supset q], V[\neg_2 p], V[\sim q], F[p]\}$       | 2, $V_{\&} \times 2$ |
| 4. | $\{V[\neg_1 p \supset q], V[\neg_2 p], F[q], F[p]\}$            | 3, $V_{\sim}$        |

În acest punct putem aplica sau  $\beta$ -regula  $V_{\supset}$  la  $V[\neg_1 p \supset q]$ , sau  $\beta$ -regula  $V_{\neg}$  la  $V[\neg_2 p]$ . Alegând prima variantă, obținem doi descendenți ai configurației 4:

- 4.1  $\{F[\neg_1 p], V[\neg_2 p], F[q], F[p]\}$     4.2  $\{V[q], V[\neg_2 p], F[q], F[p]\}$     4,  $V_{\supset}$

Configurația 4.2 este închisă, așa încât continuăm analiza configurației 4.1, la care putem aplica sau  $\alpha$ -regula  $F_{\neg}$  la  $F[\neg_1 p]$ , sau  $\beta$ -regula  $V_{\neg}$  la  $V[\neg_2 p]$ . Întrucât prin alegerea celei de-a doua variante am obține doi descendenți ai configurației 4.1, alegem prima variantă și obținem:

- 4.1.1  $\{V[p], V[\neg_2 p], F[q], F[p]\}$

Întrucât și configurația 4.1.1 este închisă, tabloul este închis și deci formula analizată este logic adevărată.

## Bibliografie

- [1] BECKER, O. – *Fundamentele matematicii*, București, Editura Științifică, 1968.
- [2] BROUWER, L. E. J. – *Teoria intuiționistă a mulțimilor* (1920), în Becker, 1968, (1968a).
- [3] BROUWER, L. E. J. – *Asupra semnificației terțului exclus în matematică, îndeosebi în teoria funcțiilor* (1925), în Becker, 1968, (1968b).
- [4] BROUWER, L. E. J. – *Considerații intuiționiste asupra formalismului* (1928), în Becker, 1968, (1968c).
- [5] BROUWER, L. E. J. – *Conștiință, filosofie și matematică* (1940), în I. Pârvu (ed.), *Epistemologie. Orientări contemporane*, București, Editura Politică, 1974.
- [6] DA COSTA, N. C. A., ALVES, E. H. – „A semantical analysis of the calculi  $C_n$ ”, în *Notre Dame Journal of Formal Logic*, XVIII, 4, 1977.
- [7] GHEORGHIU, D. – „Principiile necontradicției și terțului exclus, raporturile de opoziție din pătratul logic și noțiunea de negație”, în *Analele Universității București. Filosofie*, XLIV, 1995.
- [8] GHEORGHIU, D. – „Negația contrară și negația subcontrară”, în *Analele Universității București. Filosofie*, XLV, 1997.

- [9] GHEORGHIU, D. – *Logică generală*, vol. I, vol. II, București, Editura Fundației „România de Măine”, 2001.
- [10] HEYTING, A. – *Intuitionism: An Introduction*, Amsterdam; North-Holland, 1956.
- [11] KLEENE – *Mathematical Logic*, New York, John Wiley and Sons, 1967.
- [12] KNEALE, W., KNEALE, M. – *Dezvoltarea logicii*, vol. II, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1975.
- [13] KÖRNER, S. – *Introducere în filosofia matematicii*, București, Editura Științifică, 1965.
- [14] NAGEL, E. – *Logic without Ontology*, în J. H. Krikorian (ed.), *Naturalism and the Human Spirit*, New York, 1944.
- [15] PRIEST, G. – *In Contradiction*, Kluwer Academic Publisher, 1987.
- [16] PRIEST, G., ROUTLEY, R. – „Introduction to Paraconsistent Logic”, în *Studia Logica*, 43, 1984.
- [17] PRIEST, G., ROUTLEY, R. – *Systems of Paraconsistent Logic*, în Priest, G., Routley, R. și Norman, J. (eds.), 1989, (1989a).
- [18] PRIEST, G., ROUTLEY, R. – *Applications of Paraconsistent Logic*, în Priest, G., Routley, R. și Norman, J. (eds.), 1989, (1989b).
- [19] PRIEST, G., ROUTLEY, R. – *The Philosophical Significance and Inevitability of Paraconsistency*, în Priest, G., Routley, R. și Norman, J. (eds.), 1989, (1989c).
- [20] PRIEST, G., ROUTLEY, R., NORMAN, J. (eds.) – *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, München, Philosophia Verlag, 1989.
- [21] QUESADA, F. M. – *Paraconsistent Logic: Some Philosophical Issues*, în Priest, G., Routley, R. și Norman, J. (eds.), 1989.
- [22] QUINE, W. v. O. – *Philosophy of Logic*, New York, Cambridge Mass, 1970.
- [23] SAINSBURY, M. – *Logical Forms. An Introduction to Philosophical Logic*, Oxford, Blackwell Publishers, 1993.
- [24] SHRAMKO, Y. V. – „Semantic Representation of Inconsistent Intuitionistic Theories”, în *Logical Studies Online Journal* 2, 1999.
- [25] WÓJCICKI, R. – *Theory of logical calculi*, Reidel, Dordrecht, 1988.

### **Mulțumiri**

*Doresc să mulțumesc profesorilor Timothy Williamson (Universitatea Oxford) și Barry Hartley Slater (Universitatea Australiei de Vest) pentru comentariile pertinente și sugestiile de îmbunătățire formulate asupra unei versiuni anterioare a acestui articol.*

# III

**CONTRADICȚII  
ACTUALE ȘI POTENȚIALE**

**FILOSOFIA  
PARACONSISTENȚEI**

*Cu toate că Aristotel nu a admis-o cu claritate, se pare că cel puțin el a perceput demnitatea etico-practică a principiului noncontradicției. În perioada declinului politic al Greciei, el a devenit fondatorul și promotorul muncii intelectuale, științifice și sistematice. Poate că a văzut în această muncă o speranță pentru viitorul și măreția țării sale. Pentru el, a conferi o mare valoare cercetării științifice trebuie să fi fost o normă. Negarea principiului noncontradicției ar fi deschis calea pentru tot felul de erori și ar fi veștejit tânăra știință în floare. Astfel, Stagiritul folosește împotriva celor ce se opun principiului un limbaj violent unde se remarcă o fervoare internă cum se întâmplă în cazul gânditorilor eristici din Megara, cu cinicii din școala lui Antistene, cu discipolii lui Heraclit și cu adepții lui Protagora. E o luptă pentru un principiu teoretic asemănătoare cu lupta pentru apărarea unor bunuri personale. El a putut simți foarte bine slăbiciunea argumentației sale și din această cauză și-a anunțat principiul ca axiomă finală, ca dogmă inatacabilă.*

**Jan ŁUKASIEWICZ**

*Trebuie să obiectăm, de asemenea, și împotriva ideii că pentru matematician imposibil este numai ceea ce se contrazice cu sine. Un concept este admisibil chiar și în cazul când notele sale definitorii cuprind o contradicție; singura condiție este să nu presupunem că sub acest concept cade ceva. Dimpotrivă, faptul că conceptul nu cuprinde vreo contradicție nu ne permite încă să deducem că ceva i se subsumează. De altfel cum s-ar putea demonstra că un concept nu cuprinde o contradicție? (...) Non-contradicția unui concept poate fi pusă în evidență în mod riguros numai dacă demonstrăm că acestui concept i se subsumează ceva. Reciproca ar fi o eroare.*

**Gotlob FREGE**

# emnificația filosofică și inevitabilitatea paraconsistenței<sup>1</sup>

Graham PRIEST  
Richard ROUTLEY

## 1. Introducere

Paraconsistența atacă sursa principiilor fundamentale pentru și apărate de o mare parte a filosofiei. Ca atare, paraconsistența trebuie să fie filosofic problematică și să aibă ramificații filosofice importante. În această introducere, vom încerca să consemnăm și să analizăm câteva dintre aceste subiecte. Prin natura sa, această întreprindere ne va cere să tratăm un număr de subiecte separate și neconectate în vreun alt fel. Oricum, vom începe prin a examina unele chestiuni importante, ridicate de argumentele pentru paraconsistență în capitolul v, secțiunea 1 de mai sus<sup>2</sup>. Vom trece apoi la investigarea unora dintre consecințele filosofice ale paraconsistenței.

## 2. Temeiuri pentru paraconsistență

În capitolul v, secțiunea 1 am expus două temeuri pentru studierea paraconsistenței. Primul și cel mai slab era acela că unele teorii sunt inconsistente, dar non-triviale; cel de al doilea era adevărul anumitor contradicții. Ambele pretenții apar fi aprins contestate, în special cea de-a doua; din acest motiv, le vom considera acum în mai mare profunzime.

---

<sup>1</sup> *The Philosophical Significance and Inevitability of Paraconsistency*, în G. Priest, R. Routley, J. Norman (eds.), *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, München, Philosophia Verlag GmbH, 1989. Traducere de Dumitru Gheorghiu. (N.T.)

<sup>2</sup> v. studiul lui G. Priest și R. Routley, *Sisteme de logică paraconsistentă*, tradus în volumul de față. (N.T.)

## 2.1. Există teorii naturale inconsistente, dar non-triviale

Nimeni nu ar nega faptul că putem construi calcule pur formale, neinterpretate, care au ca teoreme formule de forma „A” și „~A”, dar care nu sunt triviale. Dacă paraconsistența trebuie să fie de un interes real, atunci trebuie să fie posibil să facem mai mult de atât: trebuie să fim capabili să găsim exemple autentice de teorii filosofice sau științifice inconsistente, dar non-triviale. Un număr de astfel de exemple au fost sugerate în capitolul v, secțiunea 1.1. Să examinăm aceste exemple mai îndeaproape.

### 2.1.1. Corpuri de legi inconsistente și altele de acest gen

Un exemplu de corpus din care sunt trase concluzii non-triviale privește anumite corpuri de legi. Acum, nu este dificil de a găsi corpuri de legi care sunt *prima facie* inconsistente. Dar se va pretinde cu siguranță de către unii – „prieteni consistenți” pe care îi vom întâlni mereu – că inconsistențele sunt doar *prima facie*, că atunci când este bine înțeleasă, legea este consistentă. Pasul evident este de a presupune că una sau mai multe dintre legile care produc inconsistența conțin clauze exceptive implicite care previn aplicarea acestora în cazul care produce contradicția. De exemplu, se arată adesea că legile pot fi aranjate în ordinea crescătoare a puterii lor, prin dreptul cutumiar, dreptul scris, dreptul constituțional etc. Aceasta poate sugera că dacă o lege de rang inferior contrazice o lege de rang superior, legea inferioară încetează *ipso facto* să fie aplicabilă. Un alt fel în care putem să facem demnă de încredere ideea că o lege are clauze exceptive implicite este următoarea. Preambulul unui proiect de lege poate face ca intențiile legiuitorului să fie destul de clare. Se poate spune apoi că, deși un caz particular cade sub lege așa cum este aceasta formulată cuvânt cu cuvânt, legea nu a fost niciodată gândită pentru a se aplica la acest tip de caz. Intențiile legiuitorului, prin urmare, furnizează clauze exceptive implicite. (Aceasta este totuși o poziție problematică, deoarece un judecător va susține adesea litera legii, chiar dacă este clar că procedând așa, se împotrivesc intențiilor legiuitorului).

Proceduri de tipul expus mai sus pot fi uneori rezonabile. Totuși, cineva care neagă apariția corpurilor de legi inconsistente trebuie să facă mai mult decât să pretindă că o manevră sau alta este *uneori* preferabilă. El trebuie să pretindă că este *întotdeauna* preferabilă. Formulată în acest fel, pretenția este extrem de improbabilă. Poate să apară ușor un caz în care ambele legi care produc contradicția sunt de același rang, în care intențiile legiuitorului s-au pierdut în negura timpului, sunt discutabile sau sunt de-a dreptul inconsistente, în care nu există nici o prioritate pentru a renunța la una dintre legi mai curând decât la cealaltă etc. Pe scurt, nu există nici o situație obiectivă care poate fi folosită pentru a sprijini pretenția că o lege are clauze exceptive implicite sau are întâietate asupra alteia. În astfel de împrejurări, a insista asupra faptului că, cu toate acestea, o lege are excepții implicite este doar o fantezie; într-o lege poate fi mai mult decât este scris într-un preambul parlamentar, dar a presupune că ceva poate fi o chestiune de drept atunci când nu se întemeiază pe nici un aspect al procedurii legale este esențialmente obscurantism.

Desigur, atunci când o contradicție de felul indicat devine importantă, există proceduri pentru a o rezolva. Chestiunea ajunge în instanță, unde un judecător ia o decizie. Întrucât, *ex hypothesi*, nu există nici un temei legal pentru a decide într-un fel sau în altul, judecătorul va decide pe temeiuri extra-legale (socio-politice). Totuși, chestiunea importantă aici este aceea că judecătorul nu încearcă să afle ce este legea (consistentă), ci el însuși *face* legea. Ceea ce decide judecătorul este chiar legea și cu asta basta (până când și numai dacă nu se decide de către legiuitor să se schimbe decizia respectivă sau aceasta este amendată de către o instanță superioară, dacă există). În această situație, nu există nici o modalitate în care judecătorul poate greși, i.e. să ia o decizie incorectă<sup>3</sup>. Astfel, întrucât face o lege nouă, judecătorul modifică corpusul de legi. Acțiunea sa furnizează baza pentru lege, de acum înainte, pentru a fi considerată ca având o clauză exceptivă și de aici urmează că după decizia judecătorească, corpusul de legi poate să nu mai conțină această inconsistență. Dar aceasta nu schimbă faptul că înainte de decizia judecătorească, corpusul era autentic inconsistent și nu doar *prima facie* inconsistent. Astfel, pot exista corpuri de lege autentic inconsistente.

Ceea ce are loc cu privire la drept se aplică, de asemenea, cu unele ajustări adecvate, corpurilor (parțial prescriptive) de doctrină, cum sunt cele practicate de moralitate sau de religie. Încă o dată, există corpuri de doctrină evident sau demonstrabil inconsistente, pentru a căror inconsistență nu poate fi găsită o explicație plauzibilă satisfăcătoare. Exemple importante sunt oferite de dilemele morale irezolvabile<sup>4</sup>.

### 2.1.2. Teorii inconsistente în filosofie și istoria ideilor

Un motiv major pentru a lua în considerare paraconsistența în serios este acela că teoriile inconsistente, dar prezumtiv non-triviale, abundă în încercările intelectuale. Într-adevăr, o mare parte din istoria noastră intelectuală este alcătuită din astfel de teorii. Aceasta este cu deosebire adevărat despre moștenirea noastră filosofică<sup>5</sup>, în legătură cu care nu este în întregime implauzibil să avansăm următoarele teze (absurde din punct de vedere clasic):

#### TI. Orice filosofie suficient de complexă și interesantă va fi inconsistentă.

Există mai multe căi pentru a ajunge la această teză generală și a o sprijini. Una dintre acestea face apel la un argument direct, bazat pe caracterul acestor filosofii. Un alt argument, mai slab, dar convingător, se bazează pe inducția care pornește de la natura inconsistentă a filosofiilor importante. Temele folosite în inducție sunt de mult interes independent, și anume:

<sup>3</sup> Strict vorbind, există o astfel de modalitate, dacă decizia sa poate fi răsturnată de o instanță superioară. Oricum, pentru o instanță superioară, pretenția este corectă.

<sup>4</sup> Despre astfel de dileme și locul lor în logica deontică paraconsistentă, vezi Routley și Plumwood, 1989. Tema conform căreia logica naturală a limbajului dreptului este paraconsistentă și nu clasică a fost sugerată pentru prima dată de Quesada; vezi mai departe articolul său în acest volum, pp. 627–652. (F. Miró Quesada, *Paraconsistent Logic: Some Philosophical Issues*).

<sup>5</sup> Multe teorii non-filosofice se află în aceeași „categorie”, după cum vom vedea.

**T2[M].** Toate [cele mai multe] poziții filosofice importante din istoria filosofiei sunt inconsistente.

**T3.** Nici un filosof nu a reușit să evite inconsistențe de un tip fundamental, acelea întâlnite în atingerea scopurilor complexe implicate în elaborarea unei poziții filosofice îndeajuns de cuprinzătoare<sup>6</sup>. În fiecare caz, temele privesc teorii importante, complexe sau cuprinzătoare. (Fără îndoială, există sau pot fi proiectate teorii filosofice miniaturale care sunt consistente, e.g. teorii nominaliste simple sau teorii legate de un segment consistent al ierarhiei cumulative a mulțimilor).

Ultimele teme dau aparența de a fi mai factuale decât tema inițială, care, de asemenea, face predicții despre viitor și despre filosofii într-adevăr numai posibile. Dar această aparență are ceva dintr-o iluzie; o diversitate de considerații mai puțin factuale și vădit normative se integrează în încercarea de a arăta că pozițiile anumitor filosofi sunt inconsistente. Din acest motiv, stabilirea T2 și T3, și chiar a tezei mai slabe T2[M], este departe de a fi simplă și nu poate fi realizată cu un grad înalt de certitudine. Prea multe porțițe de scăpare de inconsistență (aparentă) rămân întotdeauna deschise prietenilor consistenței, precum cele pe care le pot furniza „interpretarea” unei filosofii.

Atunci, din fericire, o teză mult mai slabă va servi foarte bine pentru scopuri paraconsistente, și anume:

**T4.** Unele poziții filosofice importante, care nu sunt triviale, sunt inconsistente. Destul de surprinzător, dată fiind dominanța pozițiilor filosofice (adesea ideologii) care implică ideea că toate teoriile inconsistente sunt triviale, T4 este o teză cu care mulți filosofi ar fi imediat de acord. Într-adevăr, ei vor merge adesea mai departe, puțin sau deloc impulsionați, și vor propune teze precum T1–T3. Cu toate acestea, practic, nimeni nu crede că pozițiile filosofice importante care sunt inconsistente sunt triviale sau în felul acesta trivializate. Corespunzător, situația nu poate fi abordată din perspectiva metodologiei (de tip clasic) obișnuite a teoriilor filosofice. Pe scurt, teza T4 conduce la teza următoare:

**T5.** Teoria teoriilor filosofice trebuie să fie paraconsistentă; nici un alt tip de teorie nu este adecvat pentru a face față datelor; în particular, nici o abordare clasică a filosofiei nu o va face.

Partea cea mai detaliată din analiza care urmează se va concentra asupra stabilirii tezei T4, conform căreia unele dintre teoriile filosofice importante sunt inconsistente, *dar* non-triviale și care sprijină T5. Natural, derivarea T5 implică supoziții suplimentare, precum aceea că teoriile filosofice sunt teorii; aceasta înseamnă a spune că ele sunt cel puțin închise deductiv<sup>7</sup>. Aceasta se poate argumenta

<sup>6</sup> Această temă este adaptată după o notă a lui J. Passmore.

<sup>7</sup> Această chestiune poate fi interpretată analitic printr-o distincție adecvată între *practică* și *teorie* și prin aplicarea cu mai multă strictețe a ultimei noțiuni.



după cum urmează: teoria filosofică a lui  $x$  este dată de cele la care  $x$  este angajat filosofic. Dar dacă  $x$  este angajat la  $A$  și  $B$  este deductibil din  $A$ , atunci  $x$  este angajat la  $B$ , indiferent dacă asertează sau nu  $B$ . Astfel, teoriile filosofice, văzute ca încorporând angajamente filosofice, sunt închise sub relația de deductibilitate.

Chestiuni similare servesc la a distanța teoria unui filosof de ceea ce asertează filosoful respectiv. Distincția este familiară din discuția despre criteriile angajării ontologice. Există probleme analoage, dar încă și mai complexe, privind determinarea criteriilor pentru angajarea filosofică. Oricum, asertarea, fără amendamente sau retractări (ulterioare), este în mod normal suficientă pentru angajare; această condiție suficientă (calificată) este crucială pentru exegeza pozițiilor desprinse din textele filosofice și va fi aplicată în cele ce urmează.

Nu se poate susține că toate teoriile inconsistente sunt triviale. Dar teorii filosofice recente care sunt inconsistente și, de asemenea, încorporează logica clasică sau logica intuiționistă – sau, mai corect spus, teoriile consecinței logice pe care le furnizează aceste logici – sunt triviale și, corespunzător, sunt inutile, dacă nu sunt remediate. În timp ce astfel de teorii sunt relevante pentru tezele T3 și, probabil, T2, nu sunt legate de T4, astfel că vor fi prezentate și exemplificate sumar. Astfel de teorii se trivializează, deoarece, desigur, ele furnizează legi explozive, precum  $A \ \& \ \neg A \vdash B$ . Exemple sunt teoriile lui Frege, Russell, Wittgenstein din prima perioadă<sup>8</sup> și Quine. Inconsistențele principale detectate în aceste teorii nu sunt, totuși, legate în mod esențial de logica (clasică) subiacentă, astfel încât ele sunt de un interes mai larg.

Teoria lui Frege și, de asemenea, o poziție de tranziție la Russell din prima perioadă, sunt inconsistente din cauza paradoxurilor logice (ca să nu mai menționăm conceptul *cal* și cele asemănătoare<sup>9</sup>). Nu este vorba numai despre faptul că teoria lui Frege sucomba sub paradoxul lui Russell, ci și despre faptul că amendamentul sugerat de Frege pentru a evita acest paradox îl lăsa vulnerabil la derivarea altor paradoxuri<sup>10</sup>. Multe teorii filosofice par într-adevăr să sucombe sub paradoxuri logice sau semantice. Teoria lui Cantor, dacă este considerată filosofic, este una dintre acestea;

<sup>8</sup> Există totuși indicii notabile, consemnate de Goldstein, că Wittgenstein a adoptat în *Tractatus* o teorie a conținutului care implică respingerea legilor explozive clasice. Totuși, aceasta nu pare a arăta, așa cum sugerează Goldstein, că *Tractatus*-ul se bazează pe o logică non-clasică, din care lipsesc principii precum „contrapозиția”, ci o inconsistență suplimentară în *Tractatus* între teoria logică clasică subiacentă și teoria conținutului grefată pe aceasta.

<sup>9</sup> Este vorba despre o obiecție formulată de un contemporan al lui Frege, Benno Kerry, cu privire la distincția dintre concept și obiect, propusă de Frege în *Fundamentele aritmeticii*. Frege utiliza nume proprii de forma „conceptul  $F$ ” pentru a vorbi despre concepte. Benno Kerry semnală o inconsistență în această utilizare, observând că, întrucât expresia „conceptul *cal*” este un nume propriu, trebuie să desemneze un obiect; prin urmare, potrivit chiar concepției lui Frege, conceptul *cal* nu este un concept, ci un obiect. Frege a răspuns acestei obiecții în lucrarea sa, *Concept și obiect*. (N.T.)

<sup>10</sup> v., e.g. Quine, 1955. Dar Wittgenstein dorea să insiste asupra faptului că teoria lui Frege, deși inconsistentă, nu era trivială, i.e. existau restricții implicite asupra regulilor care puteau fi aplicate acolo; vezi prima introducere la partea întâi (G. Priest și R. Routley, *First historical Introduction: A Preliminary History of Paraconsistent and Dialectic Approaches*).

teoria lui Aristotel, cu acceptarea (aparentă) a enunțului paradoxului mincinosului ca fiind, la prima vedere, deopotrivă adevărat și fals<sup>11</sup> este alta. Problema dacă aceste teorii sunt sau nu triviale ridică problema a ceea ce sunt logicele subiacente acestora. Mai general, paradoxurile de un fel sau altul sunt o primă sursă de inconsistențe nu numai în teoriile logice, ci și în teoriile filosofice<sup>12</sup>.

Studierea lui Russell introduce o complicație sugerată deja, care este foarte importantă atât în ceea ce privește determinarea a ceea ce este teoria unui filosof, cât și în ceea ce privește posibilitatea ca un filosof să scape de inconsistență, și anume schimbarea sau rectificarea teoriilor de-a lungul timpului. Russell, pentru a lua un exemplu extrem, nu a dezvoltat o singură teorie filosofică; mai curând, el a trecut printr-o serie de teorii oarecum diferite cu elemente comune semnificative. În capitolul I, secțiunea 5.4, am observat fenomenul schimbării teoriilor la o scară restrânsă (în termenii numărului de schimbări) în privința lui Wittgenstein. Frecvent, desigur, inconsistența într-o poziție anterioară este un motiv major pentru trecerea la o nouă poziție; și adesea, aceasta ia forma inconsistenței cu – prezentată uneori ca incapacitate de a da seama de – datele pe care poziția respectivă se presupune că le explica. O abordare oarecum hegeliană a mișcării filosofice sau a „progresului” trebuie să fie o parte *inerentă* a oricărei teorii adecvate a dinamicii teoriei filosofice, în special a teoriilor unei persoane sau ale unei școli<sup>13</sup>.

Inconsistența a fost cu siguranță o forță determinantă în dezvoltarea lui Russell. El a renunțat la câteva dintre pozițiile anterioare pe care le susținea, în bună măsură datorită inconsistențelor, e.g. la logicismul „naiv” și la teoria „naivă” a denotării. În încercarea sa din 1913 de a elabora o teorie a intenționalității, Russell a fost complet blocat de inconsistență<sup>14</sup> și astfel a fost împins la o reducere extensională în forma atomismului logic. Nu numai că această teorie s-a dovedit aproape imediat a fi inconsistentă cu multe date evidente, dar teoria era intern inconsistentă. De exemplu, atomismul logic al lui Russell era inconsistent în raport cu existența faptelor. Pe de o parte, conform teoriei, lumea constă din elemente (inclusiv relații). Pe de altă parte, inconsistentă, propozițiile sunt adevărate doar în virtutea faptelor corespunzătoare, care nu sunt totuși exprimate de nici o listă de elemente – astfel că faptele cer și obțin, de asemenea, statut ontologic fundamental:

<sup>11</sup> v. *Introducerea* la partea întâi de mai sus. Aceasta este doar una dintre multe inconsistențe aparente din filosofia lui Aristotel. O alta privește măsura în care principiul non-contradicției (LNC) se aplică aparențelor ca și substanțelor (v. Łukasiewicz, 1971, p. 502).

<sup>12</sup> Inconsistențele filosofilor aproape că sunt de așteptat. Dar logicienii, despre care se presupune că sunt special înzestrați pentru a sesiza consecințele supozițiilor lor, au o reputație considerabilă în privința inconsistențelor, atunci când încearcă să schițeze sisteme mai cuprinzătoare. O listă este impresionantă și include logicieni precum Frege, Church, Quine, Lewis ...

<sup>13</sup> Inconsistențele, în special în forma anomaliilor, sunt doar o parte a chestiunii; modele filosofice, influențate sau chiar controlate de condiții socio-economice subiacente, sunt o altă parte crucială a întregii chestiuni. Mișcarea de evitare a inconsistențelor nu reprezintă întotdeauna un progres (folosim aici sensul onorific al cuvântului). Astfel, trecerea lui Russell de la paradoxurile logice la teoria ramificată a tipurilor, demontarea de către Mally a teoriei obiectelor în fața inconsistențelor percepute în favoarea unei construcții mult mai complicate, epiciul teoriilor filosofice degenerate, precum filosofia lui Platon din ultima sa perioadă și actualul program extensional Davidsonian nu ne impresionează în calitate de cazuri ale progresului filosofic.

<sup>14</sup> Griffin, 1980.

... faptele, care sunt tipurile de lucruri pe care le exprimi printr-o propoziție,  
... ca și scaunele și mesele particulare, sunt părți ale lumii reale<sup>15</sup>.

Dar, de asemenea,

... faptele ... nu sunt deloc entități propriu-zise în același sens în care sunt  
constituenții acestora. Aceasta este evidențiat de împrejurarea că nu le poți numi.  
Le poți doar nega, aserta sau considera. Dar nu le poți numi, deoarece ele nu  
sunt acolo pentru a fi numite ...<sup>16</sup>.

Lucrările ulterioare ale lui Russell conțin multe inconsistențe minore. Un  
exemplu (dezvoltat în altă parte<sup>17</sup>) privește negația, în care, deopotrivă, Russell  
sprijină o teorie clasică și, de asemenea, construiește o abordare care conduce la un  
model non-clasic al negației.

Teoria relației multiple a opiniilor a lui Russell conduce la inconsistență:  
formele logice deopotrivă sunt și nu sunt constituenți ai complexelor de judecăți<sup>18</sup>.  
Prima critică a teoriei, formulată de Wittgenstein, indică, de asemenea, o  
inconsistență înrudită, și anume aceea că „Socrate și caracterul muritor sunt de  
același tip ... aceasta contrazice direct pretenția lui Russell ... conform căreia  
universalele și particularele sunt de tipuri logice diferite“ (v. Griffin, p. 173). După  
cum remarcă mai departe Griffin, aceasta „este o nouă versiune a unei vechi  
probleme: anume problema din *The Principles of Mathematics* a numelor  
substantivale care apar ca subiecte logice și pe care Russell le dorea a fi aceleași cu  
verbul care apare ca legând relația“ (v. Griffin, pp. 173–174).

Descoperirea contradicției în poziția sa din prima perioadă a constituit o  
sursă majoră a trecerii lui Russell de la această poziție la cea ulterioară. Astfel, el a  
abandonat „teoria relațională a spațiului împreună cu monismul Bradleyan“  
datorită contradicțiilor care decurg de acolo<sup>19</sup>.

A existat încă o inconsistență majoră în programul de cercetare din 1913 al  
lui Russell, dezvăluită de cea de-a doua critică a lui Wittgenstein asupra teoriei lui  
Russell a judecății, și anume aceea că (v. *Tractatus* 5.5422) „explicația corectă a  
formeii propoziției «A face judecata *p*» trebuie să arate că este imposibil să facem o  
judecată despre un nonsens. (Teoria lui Russell nu satisface această condiție)“<sup>20</sup>.

<sup>15</sup> Din Marsh, 1956, p. 183.

<sup>16</sup> Marsh, 1956, p. 270. Pasajul citat conchide: „cunoașterea faptelor este un lucru de alt tip  
decât cunoașterea elementelor“. P. Simpson, căruia îi datorăm acest exemplu de inconsistență la  
Russell, arată că, probabil, poate fi făcută o încercare de salvare prin a argumenta că faptele „există“  
doar derivativ (sau la un nivel diferit), în felul în care există complexe precum scaunele sau mesele  
particulare. Dar aceasta presupune că faptele sunt ceea ce nu sunt în teorie: anumite ansambluri de  
elemente – cumva independent determinate.

<sup>17</sup> Routley, Plumwood, 1982.

<sup>18</sup> Griffin, 1980, p. 155.

<sup>19</sup> Griffin, 1982, *Appendix*.

<sup>20</sup> v. mai departe Griffin, 1980, pp. 176–177.

(Griffin explică în detaliu tensiunile din programul lui Russell din 1913: pentru un rezumat, v. Griffin, p. 180, de unde decurge că rezultatul combinării teoriilor pe care Russell își propunea să se combine este inconsistent).

Multe dintre filosofii mai cuprinzătoare conțin o cantitate apreciabilă de inconsistente minore; acesta pare a fi cazul teoriilor lui Russell, Wittgenstein și Quine. Un exemplu „minor” din Quine privește propoziția „Dumnezeu există”, care este făcută adevărată de teoria descripțiilor adoptată de Quine, dar, falsă de fizicalismul ateist general al lui Quine, care nu lasă nici un loc existențial pentru Dumnezeu<sup>21</sup>. Un astfel de exemplu este minor, deoarece poate fi evitat printr-o modificare relativ minoră în teoria subiacentă a descripțiilor (ca atare, Quine a avansat teorii reciproc inconsistente ale descripțiilor). Faptul că acest exemplu este „minor”, și astfel relativ ușor de rectificat, nu implică faptul că nu a avut un impact devastator asupra teoriei date, întrucât din punct de vedere clasic, orice contradicție este o catastrofă<sup>22</sup>.

Pentru a obține exemple de teorii filosofice inconsistente, care nu sunt triviale, fără modificarea bazei logice, nu este necesar să ne întoarcem în timp la perioade anterioare ascendenței logicii clasice – în special deoarece în momentul de față sunt dezvoltate teorii non-clasice, cum sunt cele ale unor filosofi izolați care nu au căzut niciodată în capcana clasică și cele din această carte – dar este avantajos să facem aceasta, în special dacă filosofii importante trebuie să furnizeze exemple. Există câteva căi bine conturate în care o teorie poate sfârși în inconsistență, indiferent dacă intenționat sau nu; de exemplu, prin includerea unui aparat auto-referențial suficient pentru formularea paradoxurilor, prin alte paradoxuri de o diversitate de tipuri, prin implicarea într-un regres la infinit, prin auto-respingere de un fel sau altul ș.a.m.d. Dar, întrucât până acum nu există o clasificare prea demnă de luat în seamă a acestor căi către inconsistență (o clasificare pe deplin efectivă nu este, totuși, de așteptat), gruparea preliminară care urmează este destul de bună pentru un scop imediat, dar nu îndeajuns de rafinată. Tot așa, selecția de filosofi pe care îi prezentăm în continuare ca având teorii inconsistente nu este deloc sistematică și nici selecția inconsistențelor din filosofii citați nu este sistematic determinată. Consemnăm ceea ce simțim că este suficient de solid pentru a ne surprinde. Mai exact, listăm exemple de inconsistente pe care

<sup>21</sup> În 1951; pentru detalii, v. *EMJB* (Routley, 1980a, 1.13).

<sup>22</sup> Pentru alte exemple de inconsistente minore la Quine, v. Routley, 1982 și în special Gochet, 1986, care prezintă, de asemenea, tensiunile profunde ale poziției generale a lui Quine. O dificultate mai serioasă apare din încercarea de a combina în mod consistent fizicalismul (și individualismul) cu metodologia de tip ortodox a teoriei mulțimilor, adoptată în mod obișnuit de către fizicaliști. Pentru o încercare nereușită de rezolvare a unei părți a acestei probleme, v. Smart, 1978. Modificările foarte recente pe care Quine le-a adus filosofiei sale, care, prin înlăturarea individualelor răstoarnă mult din opera sa de maturitate, poate fi văzută ca o încercare – printre altele – de a înlătura această inconsistență.

O inconsistență înrudită în teoria de maturitate a lui Quine privește statutul matematicii clasice, care apare ca fiind deopotrivă adevărată și falsă; o inconsistență similară afectează opera lui Smart (v. *EMJB*, p. 620). Teoria naturalistă a lui Armstrong este, de asemenea, pusă într-o situație dificilă de o inconsistență înrudită privind matematica (v. din nou *EMJB*, p. 750).

am izbutit să ni le amintim sau pe care ni le-au indicat alți, în cazurile în care am considerat că putem face ca aserțiunile să fie atât de pertinente încât să aibă o poziție de sine stătătoare.

Postulatele de caracterizare (insuficient calificate), adică postulatele care atribuie obiectelor caracteristici ce servesc la identificarea și distingerea acestora, precum acela că obiectul caracterizat a fi „f” este într-adevăr „f”, sunt surse importante de inconsistență în filosofia recentă, strâns legate atât de trăsăturile obiectelor matematice, cât și de paradoxurile logice. Cele mai faimoase exemple moderne sunt inconsistențele privind cercul pătrat și regele actual al Franței, pe care Russell le-a localizat în teoria obiectelor a școlii lui Meinong de la Graz<sup>23</sup>.

Mai general, teoriile cuprinzătoare ale obiectelor abstracte sunt cu deosebire expuse la încurcături de un fel sau altul, provenind din postulatele de caracterizare (inevitabile pentru astfel de obiecte) și sfârșind în inconsistență. Exemplul original este teoria formelor a lui Platon, care se dovedește a fi inconsistentă, de exemplu, prin problema auto-predicației și prin Argumentul celui de al Treilea Om<sup>24</sup>.

O altă sursă înrudită a inconsistenței la care sunt cu deosebire predispuși teoriile filosofice, inclusiv teorii recente, decurge din auto-respingere. Inconsistența apare frecvent în felul următor: Conform teoriei *t*, (a) toate teoriile filosofice (metafizice etc.) sunt de tipul *k*. Dar (b) însăși *t* este o teorie filosofică (metafizică etc.) și, cel puțin potrivit propriilor sale aprecieri, (c) *t* nu este de tipul *k*. Un exemplu faimos privește pozitivismul logic, care poate fi reprezentat ca o teorie metafizică potrivit căreia toate teoriile metafizice sunt nonsensuri. Una dintre inconsistențele devastatoare în opera lui Wittgenstein din prima perioadă este de acest tip și se sfârșește cu propusa aruncare a scării sau teoriei pe care s-a ridicat cineva<sup>25</sup>. Teoria lui Wittgenstein din cea de-a doua perioadă se află într-o situație similară, dată fiind tema sa conform căreia toate teoriile filosofice sunt greșite sau că altfel nu există teorii filosofice<sup>26</sup>. Aproape la fel stau lucrurile cu teoria

<sup>23</sup> v., e.g. Russell, 1905. Nu este deloc clar că obiecțiile lui Russell se aplică lui Meinong însuși (v. *EMJB*). Inconsistență în virtutea unor astfel de postulate de caracterizare este nu numai teoria de la Graz, ci și, de exemplu, teoria din 1974 a lui Castañeda (v. *EMJB*, p. 880ff). Teoria lui Castañeda este „cut” inconsistentă, și prin aceasta trivială, dată fiind baza sa clasică, în virtutea inconsistențelor din teoria aparenței; (v. Clark, 1981 și, de asemenea, 1978).

<sup>24</sup> Argumentul de bază se află în *Parmenide*, § 132, al lui Platon; inconsistența care rezultă este larg discutată în literatură. Cele mai extinse inconsistențe din teoria formelor a lui Platon – unele dintre ele esențiale pentru teorie – sunt bine documentate în Griffin și Johnson, 1983, unde se argumentează, de asemenea, că principalele încercări moderne de a face teoria consistentă eșuează. Pentru a clarifica problema în contextul de față, v. *EMJB*, p. 639ff.

<sup>25</sup> Alte inconsistențe în teoriile lui Wittgenstein au fost deja prezentate mai sus și acestea se răsfrâng asupra unei mici părți a operei sale. (Unele dintre celelalte aspecte în care opera sa se auto-respinge pragmatic, și deci este inconsistentă atunci când sunt aplicate supoziții suplimentare, sunt atât de banale încât abia dacă trebuie prezentate; e.g. tot ceea ce se poate spune se poate spune clar). Este totuși neclar dacă inconsistențele mai semnificative trivializează teoria ulterioară, dar se pare că nu, deoarece se presupune că logica clasică este limitată în aplicarea sa în situații inconsistente.

<sup>26</sup> O problemă similară se află ascunsă în Tao, care este o predare ce denigrează învățarea.

absolutistă a presupuzițiilor metafizice a lui Collingwood, în care tipul *k* echivalează cu implicarea presupuzițiilor metafizice. Datorită presupuzițiilor lor metafizice, nici o teorie filosofică nu poate fi luată ca adevărată sau respinsă ca falsă; dar aceasta depinde de considerarea teoriei presupuzițiilor metafizice însăși ca fiind adevărată<sup>27</sup>. Cât privește istoria filosofiei, teoria lui Collingwood conduce la o inconsistență derivată, conform căreia unele teorii istorice (e.g. teoria lui Collingwood) sunt de criticat și deopotrivă nu sunt de criticat.

Impasul teoriei lui Collingwood este similar, în privința aspectelor sale de auto-respingere, cu impasul doctrinei „omul este măsura tuturor lucrurilor” a lui Protagoras de acum mai bine de 2000 de ani (cel puțin așa cum a fost interpretată această doctrină de către Platon). Pentru a se angaja propriu-zis într-un discurs, cum de fapt el făcea, Protagoras trebuia să enunțe că ceva este într-un anumit fel; totuși, el renunța la pretenția de a putea enunța propoziții adevărate în doctrina sa, conform căreia nimeni nu poate informa pe cineva despre ceva<sup>28</sup>. În acest fel, poziția lui Protagoras conduce la inconsistență (în fapt, de forma generală dată deja mai sus). Tot așa stau lucrurile cu alte poziții de nuanță relativistă sau sceptică radicală<sup>29</sup>.

Din tezele de auto-respingere apar uneori inconsistențe asupra cunoașterii sau opiniei, comune printre filosofi, ca în cazul scepticismului, alteori nu. Nu este clar ce mecanism este operativ în cazul lui Lao Tse, pe care Bose l-a acuzat de inconsistență asupra cunoașterii. Potrivit lui Lao Tse, este înțelept (de bun simț) să cunoști legile naturii și, deopotrivă, nu este înțelept să cunoști ceva<sup>30</sup>. Situația seamănă puțin cu „paradoxul” socratic, conform căruia înțelepciunea lui Socrate constă din cunoașterea sa a faptului că nu cunoaște nimic. Socrate este, de asemenea, inconsistent, căci  $K_s(p)(p \rightarrow \sim K_s p)$ . Dar dacă această propoziție,  $q$ , este adevărată, atunci, întrucât  $(p)(p \rightarrow \sim K_s p)$  (prin  $K_s r \rightarrow r$ ), rezultă că  $\sim K_s q$ , i.e.  $\sim K_s K_s(p)(p \rightarrow \sim K_s p)$ . Dar în cazul unei astfel de cunoașteri conștiente pare să fie cu certitudine adevărat că  $K_s r \rightarrow K_s K_s r$  (i.e. are loc un principiu  $S4^{31}$ ). Astfel,  $\sim K_s(p)(p \rightarrow \sim K_s p)$ , stabilind inconsistența cu privire la  $q$ .

Bose ajunge să acuze că „Locke și Rousseau sunt «încurcați în inconsistențe»”, dar din păcate el nu furnizează nici un detaliu. Oricum, potrivit lui Passmore, care dă detalii, inconsistențele la Locke sunt evidente. Un exemplu este acesta: „O idee, să spunem, este orice se află în minte, și totuși în mintea noastră se poate afla ideea capacității de a reprezenta ceva ce nu este o idee”<sup>32</sup>. Așa cum susține Passmore, Locke nu este inconsistent într-un mod neinteresant, de pildă din

<sup>27</sup> Dovada pentru aceste aserțiuni, care riguros vorbind se află în natura unor obligații contractate, se poate găsi în Collingwood (1939, pp. 58–75; 1940, p. 21ff). Teoria lui Collingwood se află în contradicție directă cu această întreprindere.

<sup>28</sup> Aceasta este o versiune puternic condensată a explicației lui Passmore a acuzei istorice a autoreșpingerii la adresa lui Protagoras; (v. Passmore, 1961, pp. 64–70).

<sup>29</sup> Passmore, 1961, cap. 4, pentru exemple în cazul scepticismului și pentru discuții suplimentare asupra teoriilor care se auto-resping și care ajung adesea la inconsistență.

<sup>30</sup> Bose, 1967, p. 15. Există însă unele îndoieli cu privire la măsura în care Lao Tse este realmente angajat la cea de-a doua judecată, cu toate că alte surse par a o furniza.

<sup>31</sup> Hintikka, 1962.

<sup>32</sup> Comunicare personală a lui Passmore, 1982.

neglijență sau pentru că nu a depășit în întregime o poziție mai veche la care continua să lucreze. O astfel de inconsistență nu este profundă și este ușor de corectat, de exemplu, prin ajustări minore ale teoriei sau prin reformularea anumitor teme sau pretenții, eliminând astfel inconsistențele, dar rămânând credincios originalului<sup>33</sup>. Nu acesta este cazul. Locke este inconsistent deoarece el trebuie să fie astfel pentru a stabili ceea ce dorește să stabilească, și anume de ce este inconsistent în legătură cu ideile și cu puterea noastră asupra opiniilor și de ce aceea inconsistență este profundă în teoria sa și nu este ușor de înlăturat. Astfel,

nu poate fi nici o îndoială asupra faptului că Locke ar fi agreeat să susțină în mod consistent două teze, prima conform căreia ființele umane raționale își vor regla gradul lor de încredere într-o propoziție în așa fel încât aceasta să fie în acord cu faptele ... Cea de-a doua, conform căreia ființele umane sunt în așa fel alcătuite încât să facă aceasta în mod firesc, au fost create ca ființe raționale, și să greșescă doar atunci când unele fapte nu se află în fața lor. Dar el găsea că este imposibil să concilieze această a doua teză cu experiența sa a iraționalității efective a ființelor umane...<sup>34</sup>

Consistența opiniei sale cu faptele evidente nu este niciodată dobândită în mod satisfăcător, ceea ce are ca rezultat, de asemenea, faptul că la Locke nu există o imagine uniformă a opiniei, ci teorii inconsistente rivale, modelate pentru cunoaștere și, în mod diferit, pentru dorință. Abordarea opiniei ca un substitut important al cunoașterii<sup>35</sup> este o sursă a unei inconsistențe grave în etica opiniei a lui Locke. Pe de o parte, el susține în mai multe rânduri că „a susține că este adevărată aceasta sau aceea nu intră în domeniul voinței“, nu este o chestiune voluntară. Pe de altă parte, el susține, de asemenea, și este angajat teoretic în a susține că opinia trebuie să fie, poate fi și adesea este o acțiune voluntară<sup>36</sup>.

<sup>33</sup> Inconsistența lui Reid în privința admiterii ideilor poate fi de acest tip mai superficial. Căci se pare, cel puțin la prima vedere, că el nu este nevoit să facă următoarea concesie lui Locke, din care a izvorât dificultatea. În legătură cu ceea ce el numește „aparența culorii“, Reid spune: „Domnul Locke o numește *idee* și poate fi numită astfel cu cea mai mare îndreptățire ... Este un tip de gând și poate fi doar actul unei ființe care percepe sau gândește“ (*Inquiry* IV. Iv; *Works* I, p. 137). Dar această concesie este inconsistentă cu respingerea de către Reid a ideilor în critica sa a teoriei ideilor. Mai general, așa cum remarcă S. Grave, căruia îi datorăm aceste observații privind remarcile lui Reid, abordarea lui Reid a percepției, prin toate simțurile, cu excepția celui tactil, este inconsistentă cu o parte a atacului său asupra teoriei ideilor. O modalitate de a evita astfel de inconsistențe apare din tratamentul ideilor și al datelor senzoriale în *EMJB*, dar este extrem de îndoielnic că Reid ar fi putut sau ar fi vrut să agreeze această modalitate.

<sup>34</sup> Passmore, 1978, p. 207.

<sup>35</sup> Passmore, 1978, p. 187.

<sup>36</sup> Asupra tuturor acestor chestiuni și pentru citatul din Locke, (vezi Passmore, 1978, pp. 185–189). În acord cu pozițiile de consistență predominante care operează în istoria gândirii, Passmore încearcă să-l reinterpreteze pe Locke pentru a înlătura contradicția: „confrunțați cu o contradicție atât de categorică ... nu avem o altă opțiune decât aceea de a ne revedea interpretarea“ (p. 189). Dar așa cum Passmore realizează foarte bine (e.g. p. 190), diferitele soluții pe care le propune vin în conflict logic cu alte părți ale filosofiei lui Locke, iar Locke nu le-ar fi găsit de loc a fi acceptabile.

Inconsistența nu s-a limitat la empiriștii secolelor al XVII-lea și al XVIII-lea, precum Locke și Hume. Inconsistența a afectat mult și alternativa raționalistă. *Etica* lui Spinoza<sup>37</sup>, în special, pare a fi incomodată de inconsistențe, dintre care multe par a fi de susținut, de exemplu următoarea, cu privire la Dumnezeu și noțiunea de iubire. Pe de o parte, Dumnezeu se iubește pe sine (o consecință imediată a propoziției 35, cartea a V-a), de unde, prin definiția iubirii (p. 130: iubirea este bucuria însoțită de ideea unei cauze externe, Definiția 6 a afectelor; v. p. 172), Dumnezeu are afecte și este mișcat de afectul bucuriei. Pe de altă parte, „Dumnezeu este lipsit de pasiuni și nu este mișcat de nici un fel de bucurie sau de tristețe“ (propoziția 17, cartea a V-a). Prin derivare, Dumnezeu, deja o ființă perfectă, suferă atât creșterea, cât și, ceea ce este mai rău, descreșterea în perfecțiune<sup>38</sup>.

O altă inconsistență profundă apare din determinismul radical al lui Spinoza. În *Etica*, Spinoza este angajat la următoarele teze:

- |     |                                  |  |
|-----|----------------------------------|--|
| (1) | $\Delta p$                       | (totul este non-contingent)            |
| (2) | $\Box p \supset p$               | (ceea ce este necesar este adevărat)   |
| (3) | $\Box p \supset Pp$              | (ceea ce este necesar este permisibil) |
| (4) | $(\exists p) (p \ \& \ \sim Pp)$ | (au loc acte non-permisibile)          |

Dar (1) și (2) implică

- (5)  $p \equiv \Box p$ ,

iar (3) și (5) implică

- (6)  $p \supset Pp$ .

iar (4) și (6) sunt reciproc inconsistente<sup>39</sup>. Acest argument simplu<sup>40</sup> pentru inconsistență înfățișează o dificultate mai generală, cu anumite asprimi, pentru filosofi angajați la determinism, căci

<sup>37</sup> Toate trimiterile sunt la Spinoza, 1675. Ca întotdeauna, există soluții la aceste inconsistențe prin distincțiile pe care le face teoria; e.g. printr-o distincție între iubirea intelectuală pe care o posedă Dumnezeu și iubirea non-intelectuală pe care Dumnezeu nu o posedă. Dar aceasta vine în conflict cu definiția iubirii. Strict vorbind, întrucât iubirea este definită prin bucurie, iar bucuria (în mod șovinist uman) este doar pentru oameni (pp. 128–130), numai oamenii pot posedea iubire, nici animalele și nici Dumnezeu.

<sup>38</sup> Autorii au în vedere aici, probabil, definiția dată de Spinoza bucuriei: „Bucuria este trecerea omului de la o perfecție mai mică la una mai mare“ (definiția 2 a afectelor, cartea a 3-a). (N.T.)

<sup>39</sup> Această deducție se bazează, în trecerea de la (1) și (2) la (5), pe supoziția conform căreia contingenta și necesitatea sunt reciproc contradictorii, astfel încât, fiind non-contingentă, apariția oricărui act este necesară. Dacă, însă, contingentul este definit ca nici imposibil, nici necesar, i.e. atât posibil, cât și non-necesar, atunci deducția eșuează. (N.T.)

<sup>40</sup> Argumentul este luat din Routley, 1968.



(5') tot (și numai) ceea ce se întâmplă este determinat.

(3') ceea ce este determinat nu este condamnat (interzis).

Prin urmare, nimic din ceea ce se întâmplă nu este condamnat. Dar, conform unor dovezi independente, unele lucruri care se întâmplă sunt condamnabile.

S-a susținut de atâtea ori că Descartes este inconsistent, încât chestiunea este împresurată de controverse. Până când acestea vor fi lămurite, dacă pot fi, Descartes este chiar mai puțin direct încadrabil ca filosof cu o poziție inconsistentă, în raport cu ceilalți filosofi pe care i-am incriminat. Printre cele mai importante temeuri pe baza cărora Descartes a fost socotit inconsistent se numără următoarele aspecte non-triviale. Mai întâi, percepțiile clare și distincte au nevoie să fie garantate de ceva de dincolo de ele, e.g. de Dumnezeu; dar percepțiile clare și distincte nu au nevoie să fie garantate în acest fel, deoarece ele se auto-garantează în virtutea caracterului lor clar și distinct. În al doilea rând, cineva poate avea încredere în simțurile sale și nu poate avea încredere în simțurile sale, așa cum dezvăluie argumentul lui Descartes despre scepticism. Descartes găsește temeuri pentru a respinge datele simțurilor ca fundament pentru pretenții de adevăr. Dar temeurile sale cer<sup>41</sup> un apel la datele simțurilor, e.g. la faptul că el a fost uneori înșelat de simțurile sale, ceea ce se poate determina doar pe baza a ceea ce el respinge, date ulterioare ale simțurilor. Deci el deopotrivă se bazează pe și respinge datele simțurilor. Pentru scopurile noastre nu contează că argumentele conțin mari lacune; mai important este că acele concluzii atinse și susținute în dialectică sunt inconsistente. În al treilea rând, teoria interconexiunilor minte-corp era prinsă în dificultăți și inconsistente<sup>42</sup>. Să considerăm natura unei relații care leagă fenomene mentale și fizice, și există multe dintre acestea; această relație trebuie să fie inclusă sau în material, sau în mental; cu toate acestea, având în vedere cele relaționate, relația nu poate aparține nici uneia dintre arii. Sau să considerăm problemele privind comportamentul deliberat rațional și voluntar. Pe de o parte, aceste lucruri pot fi distinse de opusele lor<sup>43</sup>, pe de altă parte, totuși, dată fiind teoria, ele nu pot fi astfel distinse<sup>44</sup>.

Prezentarea unor exemple atât de controversate cum este filosofia carteziană vor ușura situația prietenilor consistenței. Fără îndoială, acești prieteni vor pretinde că sunt capabili să îndepărteze multe dintre sau chiar toate<sup>45</sup> exemplele de inconsistență (neintenționată) ale filosofilor importanți pe care

<sup>41</sup> Așa cum arată mai multe pagini din *Discurs asupra metodei*, e.g. p. 101 și *Meditații*, e.g. pp. 145–146. Referințele sunt la Haldane și Ross, 1911–1912. Aceste referințe și această inconsistență a scepticismului cartezian le datorăm lui J. Kleinig. De comparat, de asemenea, cu Passmore. 1961, în privința trăsăturii de auto-respingere a scepticismului absolut.

<sup>42</sup> O bună percepere a problemei este dată de Ryle, 1949, p. 12ff.

<sup>43</sup> Este vorba despre comportamentul automat, non-rațional, cum este cel al unui robot.

(N.T.)

<sup>44</sup> Ryle, 1949, pp. 20–21.

<sup>45</sup> Oricum, ci pot fi fericiți să vadă că este înlăturată o parte din competiția filosofică.

le-am adunat; și, cu siguranță, vor fi capabili să arunce suficient de mult praf pentru a face chestiunea obscură. Așa că este cu atât mai bine că avem câteva exemple de inconsistențe admise sau intenționate pentru a ne duce argumentul la bun sfârșit<sup>46</sup>.

Principalele noastre exemple de teorii filosofice inconsistente care au fost recunoscute ca atare au fost deja date. Acestea includ cu titlu de încercare pe Heraclit, destul de sigur diferite școli indiene, precum cea a jainiștilor, și în mod sigur pe Hegel, Marx și Sartre<sup>47</sup>. De exemplu, teoria lui Hegel este non-trivială, deoarece există anumite propoziții – multe dintre ele din istoria filosofiei – pe care Hegel le respingea și care (pe temeuri de relevanță, de exemplu) apar a nu fi implicate de teoria sa. Iar teoria lui Hegel este cu siguranță inconsistentă. Un corp în mișcare, de exemplu, deopotrivă este și, simultan, nu este într-o poziție dată. Categoriile de bază, precum Ființa, sunt și totodată nu sunt identice cu sine. Și așa mai departe.

Hume este un alt filosof care este inconsistent într-un mod foarte interesant. Nu numai că unele dintre inconsistențele lui Hume sunt încorporate integral în sistemul său filosofic, ci mai mult, Hume este unul dintre puținii filosofi importanți – în afară de Hegel și succesorii săi dialectici – care recunoaște explicit și discută inconsistențele din sistemul său filosofic.

Comentatorul lui Hume este confruntat cu inconsistențe la o scară considerabilă, așa cum au arătat Passmore, Selby-Bigge și alți comentatori<sup>48</sup>. Într-un anumit sens, întreaga lucrare a lui Passmore, *Hume's Intentions*, este, așa cum remarca autorul, despre inconsistențele lui

<sup>46</sup> Desigur, există multe alte exemple de inconsistență neintenționată pe care le-am fi putut dezvolta, dacă am fi avut suficient timp și energie. Ca atare, într-un sens evident, argumentul nostru este inevitabil incomplet. Există mulți filosofi pe care i-am fi putut examina (mai detaliat), dar n-am făcut-o. De exemplu, Mill este inconsistent în abordarea sa a cauzalității (în *A System of Logic*), cu privire la faptul dacă asocierea manifestă constantă este suficientă sau sunt cerute și asocieri ipotetice. La Leibniz, pe lângă chestiunea calculului infinitesimal, apar inconsistențe care l-au ajutat pe Russell să fie condus la propusa teorie a dublei filosofii. Și mai este și Kant ...

<sup>47</sup> Teoriile pot fi, de asemenea, inconsistente și sub alte aspecte decât cele recunoscute. De exemplu, o temă principală în anumite tipuri de budism este aceea că nimic nu se auto-conține, că orice este legat de alte lucruri. Cu toate acestea, obiectivul este acela de a obține eliberarea (Nirvana) (e.g. de durere și necazuri) prin detașare, prin întreruperea legăturilor (e.g. a legăturilor importante cu locuri și cu oameni): aceasta este situația ideală de auto-conținere, care este imposibilă. Totuși, Nirvana este atinsă.

Dovezi pentru inconsistențele deliberate ale lui Hegel și Marx au fost deja aduse, e.g. în capitolul II, dar nu și pentru cele ale lui Sartre. Contradicțiile apar în mod esențial în abordarea lui Sartre a angoasei, despre care s-a spus că apare dintr-o trăsătură paradoxală a existenței, conform căreia eu sunt cel ce voi fi, dar eu nu sunt cel ce voi fi și în analiza sa a auto-înșelării și a relei credințe, care cere „construirea de concepte contradictorii, care reunește în ele însele atât o idee, cât și negația acelei idei”. Mai general, descrierea adecvată a existenței umane cere utilizarea contradicțiilor: „trebuie să înfruntăm realitatea umană ca ființe care sunt ceea ce nu sunt și care nu sunt ceea ce sunt”; la fel stau lucrurile și cu descrițiile adevărate ale persoanelor (e.g. a pederastului). Pentru o elaborare completă a tuturor acestor chestiuni și pentru referințe, v. Tormey, 1982.

<sup>48</sup> Passmore, 1952, p. 1 și Selby-Bigge, la care se face referire în Passmore.

Hume<sup>49</sup>. O mare parte a argumentelor erudite pot fi văzute imediat ca încercări de a indica inconsistențele în filosofii importante sau de a le proteja împotriva acestei acuzații. Aceasta este cu deosebire adevărat în privința lui Hume și a lui Descartes. Dar ceea ce este uimitor la Hume este mărturisirea sa despre inconsistența iremediabilă a sistemului său:

Am avut unele speranțe că, oricât de imperfectă ar fi putut fi teoria noastră a lumii intelectuale, ar fi fost liberă de acele contradicții și absurdități ce par a însoți orice explicație pe care rațiunea umană o poate da lumii materiale. Dar, după o revedere mai strictă a secțiunii privind *identitatea personală*, m-am găsit implicat într-un astfel de labirint, încât, trebuie să mărturisesc, nu am știut nici cum să corectez primele mele opinii, nici cum să le redau în mod consistent. Dacă acesta nu este un temei *general* bun pentru scepticism, este cel puțin unul suficient (dacă nu așa fi fost deja cu prisosință de flexibil) pentru mine de a manifesta neîncredere și modestie în toate deciziile mele (*Treatise*, p. 633).

Oricum, Hume nu era un dialectician<sup>50</sup>: el era foarte incomod de contradicții și le-ar fi înlăturat dacă ar fi putut, dacă ar fi știut cum. Dar cu certitudine, atitudinea sa față de inconsistența din propriul său sistem nu este clasică. Din punct de vedere clasic, dacă este inconsistent, sistemul lui Hume se trivializează, ceea ce nu este un bun temei pentru modestie, cu toate că nu este o bază nerezonabilă pentru scepticism. Dar împreună cu respingerea unui cadru clasic, inconsistența *nu este* prin ea însăși un temei *general* bun pentru scepticism; teoria dialethică ne arată măcar atât. Căci dacă inconsistențele sunt, ca și alte enunțuri, limitate în privința fasciculului lor de consecințe, dacă ele nu conduc la orice, atunci ele pot să nu conducă la concluzii sceptice, precum aceea că noi *nu cunoaștem* cutare sau cutare fapt despre care credeam că îl cunoaștem. În general, argumentele pentru scepticism implică și alte supoziții suplimentare, nu numai premise inconsistente izolate. Premise suplimentare adăugate sistemului lui Hume dau temeiuri pentru scepticismul privind identitatea

<sup>49</sup> Pentru alte exemple de inconsistențe la Hume (fără indicație de sursă), vezi această lucrare a lui Passmore. Încă alte exemple (pe care le datorăm lui F. White) derivă dintr-o inconsistență sistemică privind obiectele externe, Dumnezeu și astfel de obiecte teoretice precum energia și forța, având ca rezultat faptul că deopotrivă aceste obiecte nu există și că există, dar noi nu putem ști că există. Cu privire la pretenția ontologică negativă, Hume insistă mult pentru a apăra o temă din rezumatul la *Treatise [on Human Nature]*, conform căreia nu cunoaștem nimic despre forță sau energie, iar toate aceste cuvinte sunt nesemnificative sau ele pot să nu însemne nimic altceva decât o determinare a gândului, dobândită prin obișnuință, de a trece de la cauză la efectul său obișnuit. Totuși, în *Enquiry Concerning Human Nature* (iv, i, 29), argumentul lui Hume pare a fi unul epistemologic negativ, conform căruia pur și simplu puterile cauzale ultime ale lucrurilor nu ne pot fi cunoscute.

Două alte inconsistențe la Hume (pe care ni le-a indicat D. Stowe) privesc inducția și existența cauzată. Cu privire la inducție, Hume argumentează că inducția este cronată (în secțiunile 4–6 din *Enquiry*) și totodată acceptă inducția ca necronată în argumentul său împotriva miracolelor (în secțiunea 10 a aceleiași lucrări). Cu privire la apariția lucrurilor, el deopotrivă acceptă și în altă parte respinge propoziția conform căreia ceva poate începe să existe fără o cauză; pentru detalii, vezi Stowe, 1975.

<sup>50</sup> Deși în *Treatise* există material care arată surprinzător de dialectic, e.g., p. 205.

personală și, dată fiind natura clasică subiacentă a sistemului său, pentru ca scepticismul să poată fi mai larg răspândit. Argumentul pentru scepticismul limitat ia următoarea formă. Dacă, pentru cel puțin un  $x$ ,  $x$  cunoaște fapte despre identitatea personală, atunci aceste fapte despre identitatea personală sunt adevărate și, deci, întrucât sunt fapte despre lume, sunt consistente. Dar, dată fiind teoria lui Hume, nu există o abordare consistentă a faptelor privind identitatea personală, de unde, prin contrapozitie,  $x$  este lipsit de cunoaștere. Un argument diferit ajunge de la inconsistență la ceea ce Hume invoca drept „privilegiul unui sceptic”: neînțelegibilitatea, conform căreia chestiunea este mai presus de (a sa) înțelegere. Dar aceasta implică supoziția, pe bună dreptate criticată în detaliu de către Reid<sup>51</sup>, conform căreia ceea ce este imposibil este mai presus de înțelegere sau de concepere.

Oricum, o problemă restantă privind pretenția lui Hume despre inconsistența inevitabilă este aceea că principiile pe care el „nu le putea reda în mod consistent“, deși nu stătea în „puterea sa să renunțe la vreuna dintre ele“, apar, cel puțin la prima vedere, a nu fi deloc inconsistente. Principiile sunt:

*că toate percepțiile noastre distincte sunt existențe distincte și că mintea nu percepe niciodată vreo conexiune reală între existențe distincte. Ori că percepțiile noastre sunt proprii pentru ceea ce este simplu și individual, ori că mintea percepe vreo conexiune reală între ele, nu ar fi nici o dificultate în oricare dintre cazuri (Treatise, p. 636).*

Oricum, nu ar fi greu de combinat aceste principii cu alte teze ale lui Hume pentru a extrage o explicită și „serioasă inconsistență a concepțiilor lui Hume“<sup>52</sup>.

### 2.1.3. Teorii inconsistente în știință și în istoria științei

Inconsistența teoriilor nu este deloc limitată la mai cuprinzătoarele edificii filosofice; alte exemple la care am apelat în capitolul v, secțiunea 1.1 erau teorii inconsistente din istoria științei, de pildă teoria atomului a lui Bohr și prima versiune a calculului infinitezimal. Există multe alte exemple, inclusiv (așa cum a arătat Galileo<sup>53</sup>) teoria aristotelică a mișcării<sup>54</sup>.

Acum, ca și în cazurile juridice și filosofice, prietenii consistenței au de argumentat că orice contradicție este doar *prima facie*. Cea mai plauzibilă modalitate de a face aceasta constă din a presupune că, în fapt, teoriile sunt apărute de supoziții auxiliare *ad-hoc* sau ușor modificate într-o manieră *ad-hoc* în așa fel încât să se evite contradicțiile manifeste. Încă o dată, trebuie să se insiste asupra faptului că așa s-a procedat întotdeauna. Oricum, istoria nu confirmă această procedură.

<sup>51</sup> Chestiunea este discutată în detaliu în EMJB, cap. 12.

<sup>52</sup> Garrett, 1981, p. 337. Inconsistența este detaliată la pag. 350ff

<sup>53</sup> Galileo Galilei, 1914.

<sup>54</sup> Pentru exemple suplimentare, v., e.g. Feyerabend, 1975, p. 258; 1978, § iv.

De exemplu, atunci când Bohr a enunțat teoria atomului, îi era foarte clar că această teorie contrazice ecuațiile lui Maxwell. El ar fi *putut* gândi că, în cele din urmă, ecuațiile lui Maxwell ar trebui să fie modificate din această cauză. Oricum, el nu a furnizat nici o sugestie, nici măcar una *ad-hoc*, despre felul în care se poate face aceasta și a continuat să folosească ecuațiile lui Maxwell ori de câte ori a simțit nevoia s-o facă. Există o inconsistență evidentă pe care el o ignora. Poate că alții au încercat mai târziu să repare inconsistența. Poate că Bohr însuși, la o dată ulterioară, a gândit că principiul corespondenței ar putea fi folosit pentru a rezolva problema. În orice caz, aceasta nu evită faptul că teoria atomului a lui Bohr, așa cum a fost prezentată în 1913, era inconsistentă<sup>55</sup>.

Considerații similare se aplică în privința calculului infinitezimal. Acesta era inconsistent și larg recunoscut ca atare. În acest caz, au fost făcute diferite încercări pentru a reface teoria într-un mod consistent. (De exemplu, Berkeley avea o teorie despre „anularea erorilor“). Oricum, încercările nu au fost încununate de prea mare succes<sup>56</sup>. În plus, aceste încercări confirmă faptul că teoria și anumite părți ale sale, e.g. teoria newtoniană a fluxiunilor, erau inconsistente<sup>57</sup>. Dacă nu ar fi fost așa, încercările de consistentizare nu ar fi fost necesare.

Astfel, există teorii autentic inconsistente în istoria științei. În plus, chiar dacă opiniile noastre particulare despre teoriile lui Bohr și Newton nu ar fi corecte, prietenii consistenței nu ar putea pretinde *a priori* că teoriile *prima facie* inconsistente au avut întotdeauna consistentizări *ad-hoc*. Aceasta, la urma urmei, ar presupune ceea ce trebuie demonstrat împotriva noastră. Ceea ce ar fi necesar, mai curând, ar fi o analiză istorică detaliată a multor și diferitelor cazuri de astfel de teorii inconsistente. Iar o astfel de analiză, pe care ne mulțumim să o lăsăm pe seama istoricilor bine informați (aceia familiarizați, între altele, cu paraconsistența), s-ar dovedi, presupunem noi, în favoarea noastră.

## 2.1.4. Problema non-trivialității

Până acum am argumentat că teoriile inconsistente abundă în multe domenii ale căutării intelectuale. Pentru a completa imaginea paraconsistentă, este nevoie să argumentăm că multe dintre aceste teorii sunt non-triviale. Desigur, aceasta nu este întotdeauna adevărat. După cum am văzut, filosofi precum Frege și Russell, care au produs teorii inconsistente și care au susținut explicit logica clasică, au avut nefericirea de a produce teorii triviale. Cu toate acestea, în multe dintre celelalte cazuri pe care le-am discutat dorim să susținem că este cel puțin rezonabil de presupus că teoriile respective sunt non-triviale. Dar aceasta nu este ușor de argumentat. Nici una dintre teoriile pe care le-am discutat nu este o teorie formală. (Într-adevăr, unul dintre scopurile între-

<sup>55</sup> Discuții suplimentare despre teoria lui Bohr pot fi găsite în Lakatos, 1970, §3 (C2).

<sup>56</sup> Boyer, 1949, cap. 6.

<sup>57</sup> „Matematicienii (circa 1720) simțeau totuși că trebuie să se interpreteze calculul în termenii a ceea ce este intuitiv rezonabil, mai curând decât în termenii a ceea ce este logic consistent“ (cap. 6, Boyer, 1949).

prinderii noastre era acela de a găsi teorii inconsistente neformale). Prin urmare, o demonstrație riguroasă de non-trivialitate este în afara discuției, deoarece este necesară o formulare foarte exactă înainte de a demara aplicarea tehnicilor moderne de stabilire a non-trivialității unei teorii. Este posibil ca unele dintre teoriile în discuție să poată fi formalizate<sup>58</sup>, existând astfel posibilitatea unei demonstrații riguroase de non-trivialitate. Oricum, chestiunea adecvării formalizării ar pune în mod caracteristic probleme similare. Cum vom proceda? Există (cel puțin) două posibilități.

Prima dintre acestea constă din a acorda o atenție specială tipului de logică subiacentă teoriei. Dacă această logică nu conține principiul *ex falso quodlibet*, atunci împrejurarea că teoria conține contradicții nu produce *ipso facto* o presupuziție de trivialitate. Aceasta este probabil suficient pentru scopurile noastre. Dacă teoriile în discuție sunt teorii ale științei sau legi în legătură cu care nu există o reflecție conștientă de sine asupra logicii folosite, atunci această abordare poate fi doar marginal fructuoasă. Căci logica subiacentă este exact logica naturală – logica discursului obișnuit. Împrejurarea că această logică este sau nu paraconsistentă este exact problema despre care discutăm. Oricum, în mod clar, noi credem că este. În legătură cu teoriile filosofice suntem cumva într-o situație mai bună. Căci, adesea, filosofii susțin explicit sau implicit anumite sisteme logice. Probabil că cel mai bun exemplu pentru scopurile noastre este, din nou, Hegel. În pofida faptului (sau poate că în virtutea faptului) că Hegel a scris două cărți voluminoase de logică, noi și mulți alții nu suntem dispuși să spunem ce era exact teoria sa logică. Dar măcar atâtă lucru este clar: filosofia lui Hegel este în mod explicit inconsistentă. Dar nici un om în toate mințile nu ar avea o filosofie explicit inconsistentă și o logică non-paraconsistentă. Prin urmare, logica lui Hegel era paraconsistentă. (Probabil că cea mai slabă parte a acestui raționament este premisa suprimată).

De asemenea, putem construi un argument pentru non-trivialitatea principalelor teorii tradiționale, bazat pe forma logicii subiacente, de exemplu pentru filosofii empiriste și raționaliste ale secolelor al XVII-lea și al XVIII-lea. Teoria logică acceptată de acestea ar fi putut fi o formă de logică aristotelică. Acum, în pofida faptului că legea non-contradicției este o cheie de boltă a logicii lui Aristotel, silogistica lui Aristotel (și, desigur, teoria tradițională mai largă) este paraconsistentă! Mai precis, inferența

*S este P*  
*S nu este P*  
*S este Q*

---

<sup>58</sup> Aceasta este o posibilitate reală în legătură cu teorii cum sunt unele părți ale calculului infinitezimal și ale mecanicii cuantice. Lucrurile stau cu totul altfel în privința unor teorii filosofice. Este extrem de dificil, dacă nu imposibil (cel puțin pentru filosoful obișnuit) de obținut o viziune dominantă a unei poziții filosofice cum este cea a lui Hegel, o viziune în termenii căreia cineva poate începe să formuleze teoria într-o modalitate exactă adecvată.

nu este o figură silogistică validă, iar inferența

$$\begin{array}{l} S \text{ este } P \\ \underline{S \text{ nu este } P} \\ R \text{ este } Q \end{array}$$

este o eroare a împătririi termenilor<sup>59</sup>.

Cea de-a doua abordare este întrucâtva mai puternică și ne permite să aducem dovezi pentru o presuposiție legitimă de non-trivialitate. Cu toate că nu există nici o procedură generală pentru a decide dacă ceva decurge dintr-o teorie (chiar și în cazul formal), putem avea intuiții bine fundamentate și demne de încredere despre aceasta. Acesta nu este nici un apel la vreun iraționalism la modă. Intuițiile în discuție trebuie să fie obținute doar printr-un considerabil efort rațional, cum este tatonarea informată și inteligentă și raționarea deductivă sau non-deductivă. Este necesar să fim pe deplin familiarizați cu teoria; să știm cum sunt demonstrațiile specifice; să fi încercat să demonstrăm anumite lucruri fără succes și să înțelegem de ce demonstrațiile sau argumentele încercate se prăbușesc; este necesar să știm ce tip de interpretare sau de interpretare parțială are teoria, să cunoaștem euristicele importante pentru demonstrarea lucrurilor în acea teorie și așa mai departe. Exact acest tip de experiență, de pildă, este cel pe care cei mai mulți filosofi contemporani și-ar baza aprecierea conform căreia ZF și aritmetica lui Peano sunt consistente. Acum, astfel de intuiții sunt disponibile în multe dintre cazurile prezentate. De exemplu, avocații cu experiență știu ce fel de cazuri pot fi câștigate și ce fel de cazuri sunt lipsite de speranță pe baza legilor bine înțelese. Totuși, nici un avocat nu ar pretinde că un corp inconsistent de legi (precum cel descris în capitolul v, secțiunea 1.1) i-ar permite să câștige orice caz. Similar, oamenii de știință care lucrează într-o teorie inconsistentă, precum cea a lui Bohr sau calculul infinitesimal, ar respinge în mod evident ideea că teoria lor ar putea fi folosită pentru a demonstra orice. În privința teoriilor filosofice, care sunt cumva mai fluide, ar putea fi mai dificil de scos la iveală tipul de intuiție care este necesar. Totuși, noi credem că orice discipol al lui Spinoza ar respinge cu fermitate ideea că din principiile lui Spinoza decurge dualismul cartezian, precum și că orice discipol al lui Locke ar respinge pretenția că din teoria lui Locke decurge teoria identității minte-corp.

Să spunem din nou că aceste intuiții (în linii mari spus, aceste teorii intuitive) nu sunt în nici un caz concludente. Cu toate acestea, ele servesc cel puțin pentru a stabili o presuposiție legitimă. Putem chiar să ducem argumentul mai

<sup>59</sup> În studiu, probabil datorită unei greșeli de tehnoredactare, prima premisă a celei de a doua scheme de inferență este „ $S$  și  $P$ ”. Pe de altă parte, ideea conform căreia logica aristotelică este paraconsistentă (= nu este explozivă) este servită mai bine de împrejurarea că Aristotel arăta că se poate raționa valid din premise inconsistente (reciproc contradictorii sau reciproc contrare), orice silogism valid cu premise inconsistente având în mod necesar concluzia falsă, ca în exemplul „Nici un  $B$  nu este  $A$ . Unii  $B$  sunt  $A$ . deci unii  $B$  nu sunt  $B$ ” (v. *Analitica primă*, II, 15). (N.T.)

departe. Să considerăm pe oricare dintre teoriile sau situațiile inconsistente pe care le-am menționat până acum și să presupunem că am fi capabili, folosind o anumită formă de raționare, să arătăm că din principiile teoriei decurge ceva absolut opus spiritului acelei teorii. În mod clar, cei care acceptau teoria pot renunța la ea sau pot încerca să reformuleze teoria pentru a evita aceasta. Totuși, ei pot să respingă pur și simplu raționarea implicată. De exemplu, să considerăm următorul experiment mental. Să presupunem că am argumentat, pornind de la inconsistența admisă de către Hume și folosind *ex falso quodlibet*, că putem fi siguri că Soarele va răsări mâine. Ar fi acceptat Hume această concluzie? Desigur că nu. El ar fi respins, pe bună dreptate, această formă de inferență. Evident, ceea ce este acceptat și ceea ce este respins de o teorie depinde de logica subiacentă a teoriei. Experimentul mental ilustrează că reciproca poate, de asemenea, să fie adevărată. Dacă suntem siguri că o teorie (sau persoana care o susține) acceptă puternic *A*, dar respinge *B*, atunci avem o bună dovadă pentru a presupune că acea persoană ar respinge inferența de la *A* la *B*. În plus, împrejurarea că ceva este respins înseamnă *ipso facto* că teoria, oricare ar fi logica sa subiacentă, este non-trivială. Întrucât în toate cazurile pe care le-am considerat putem fi siguri că judecătorii, oamenii de știință, filosofi etc. în discuție ar respinge cu putere anumite lucruri, avem un bun temei să credem că teoriile respective sunt non-triviale.

Atunci când trecem la încercarea de a produce o abordare teoretică a logicii naturale, logica discursului obișnuit, ajungem la același tip de fenomen. Nu avem un reper independent nici în logică, nici în teorii cum sunt semantica și teoria mulțimilor, care să fie încorporat în practică. Prin urmare, trebuie să determinăm cea mai bună teorie a acestora luate împreună. Situația nu este diferită de cea a traducerii radicale, în care nu avem un reper independent în opiniile vorbitorilor sau în înțelesurile acestora, ci trebuie să le considerăm pe ambele simultan. În cazul de față, avem înclinații puternice de a accepta, e.g., *T*-schema<sup>60</sup> și înclinații la fel de puternice de a respinge alte opinii despre adevăr. Nu putem avea o teorie care să susțină deopotrivă aceste intuiții și principiul generator de trivialitate al absorbției:

$$A \rightarrow (A \rightarrow B) / (A \rightarrow B).$$

În mod clar, putem să respingem *T*-schema și să acceptăm absorbția. Totuși, o procedură mai simplă și de departe mult mai plauzibilă este de a accepta *T*-schema și de a respinge absorbția (așa cum, de fapt, am argumentat în multe locuri din această carte). Aceasta este cu deosebire adevărat, deoarece, odată ce respingem identificarea greșită a implicației (sau  $\rightarrow$ ) cu implicația materială și rudele acesteia, nu este deloc clar că intuițiile noastre pentru acceptarea absorbției sunt foarte puternice.

<sup>60</sup> Schema definiției adevărului, dată de Alfred Tarski, cunoscută și drept „criteriul *T*”:  $T(A) \leftrightarrow A$ , unde *A* este o propoziție, iar *A* este numele acelei propoziții. Iată o instanță a acestei scheme: „Zăpada este albă” este o propoziție adevărată (a limbii române), dacă zăpada este albă; vezi mai departe secțiunea 2.1.6. (*N.T.*)



Cu toate acestea, în privința unor fragmente ale semanticii naive și ale teoriei naive a mulțimilor, unde principiile formale vizate pot fi articulate fără probleme, chestiunea non-trivialității poate fi rezolvată mult mai direct. Căci, în modalități bine întemeiate, putem alege logici subiacente în termenii cărora poate fi dovedită non-trivialitatea (v. mai jos).

### 2.1.5. Teoria naivă a mulțimilor

Unul dintre diversele exemple de teorii inconsistente interesante pe care le-am dat în capitolul v, secțiunea 1.1 era teoria naivă a mulțimilor. Aceasta este teoria mulțimilor produsă și dezvoltată în ultima parte a secolului al XIX-lea în principal de către Dedekind, Cantor și Frege. Inconsistența acestei teorii este indiscutabilă. Pretenția că această teorie a ajuns a fi completată cu instrumente care îi previn eșecul, de tipul celor considerate în secțiunile anterioare, pentru a opri deducerea contradicțiilor învederate nu are nici o plauzibilitate. Aceasta deoarece, între altele, unii (precum Burali-Forti și Russell) au mers mai departe și au dedus contradicții.

Acțiunea defensivă a prietenilor consistenței a trebuit, prin urmare, să ia o altă direcție în acest caz. Principala mișcare a fost aceea de a sugera că, în timp ce teoria lui Cantor, de exemplu, era inconsistentă, această teorie nu era esențialmente astfel. Adică teoria mulțimilor este până la urmă o teorie perfect consistentă. Oricum, primii teoreticieni ai mulțimilor au estompat câteva aspecte fundamentale, producând contradicții neesențiale. Întrebarea imediată și crucială este, prin urmare, ce este această teorie rezonabilă și consistentă a mulțimilor? (Diferite răspunsuri la această întrebare vor localiza diferite zone de confuzie la primii teoreticieni ai mulțimilor). Dacă nu se poate răspunde la această întrebare, această linie de rezistență se prăbușește. Deci care este nucleul rezonabil și consistent al teoriei naive? Împrejurarea că pentru mult timp nu a fost dat un răspuns clar la această întrebare este o chestiune care ține de istorie. Răspunsurile rivale furnizate de Russell, Zermelo, von Neumann, Quine ș.a. și-au disputat întâietatea. Cu toate acestea, acum este cât se poate de clar că a apărut un consens între matematicieni (deși probabil că *nu* și între filosofi)<sup>61</sup>. Noțiunea fundamentală este în acest caz aceea de *ierarhie cumulativă*, i.e. ierarhia definită prin recursie asupra numerelor ordinale, după cum urmează:

---

<sup>61</sup> Pentru cititorul mai puțin familiarizat cu dezvoltarea teoriei mulțimilor în secolul al XX-lea, menționăm că în cele ce urmează, autorii contrastează noțiunea de mulțime din teoria naivă a mulțimilor, numită uneori și *noțiunea logică de mulțime*, cu noțiunea de mulțime din teoria contemporană axiomatizată a mulțimilor, cunoscută și ca *noțiunea matematică de mulțime*. Noțiunea logică de mulțime, originată în concepția lui Frege, este cea a extensiunii unui concept (predicat). Noțiunea matematică de mulțime, care apare în sistemul axiomatic al teoriei mulțimilor elaborat de Zermelo și completat de Fraenkel și Skolem (sistemul ZF), este cea a unei *ierarhii iterative* sau *cumulative* care asigură că mulțimile sunt construite printr-o serie de pași: se începe cu non-mulțimi, apoi se construiesc toate mulțimile posibile din aceste elemente de bază, apoi toate mulțimile posibile alcătuite din mulțimile deja construite ș.a.m.d. Sistemul ZF nu permite deducerea paradoxurilor cunoscute ale teoriei naive a mulțimilor. (N.T.)

$$V_0 = \Phi$$

$$V_\alpha = P(V_\alpha), \text{ i.e. puterea mulțimii } V_\alpha$$

$$V_\lambda = \bigcup_{\beta < \lambda} V_\beta, \text{ pentru limita } \lambda$$

Faptul surprinzător este că aproape orice teorie consistentă a mulțimilor propusă în secolul al XX-lea poate fi considerată ca un fragment inițial al ierarhiei cumulative (în sensul că fragmentul respectiv este un model cât se poate de natural pentru teorie)<sup>62</sup>. Astfel, teoria ZF a mulțimilor are ca trăsătură caracteristică  $V_\theta$ , unde  $\theta$  este primul ordinal inaccesibil, în timp ce clasele propriu-zise ale teoriei mulțimilor a lui Bernays pot fi considerate a fi chiar membri ai  $V_{\theta+1}$ . Teoria finită a tipurilor bazată pe numerele naturale este esențialmente  $V_{\omega + \omega}$  ș.a.m.d. Singura teorie propusă care nu a putut fi încadrată în această imagine este sistemul NF al lui Quine (și extensiunea sa despre clase ML). Faptul că sistemele lui Quine sunt privite, în general vorbind, ca fiind doar cu puțin mai mult decât niște curiozități este simptomatic pentru hegemonia pe care a dobândit-o acum ierarhia cumulativă.

Să ne întrebăm atunci dacă nu cumva ierarhia cumulativă este nucleul consistent și rezonabil al teoriei mulțimilor. (Faptul că este o structură interesantă și importantă *nu* este în dispută). Răspunsul la această întrebare trebuie să fie un cât se poate de hotărât „Nu“. Un motiv este acela că noțiunea de mulțime produsă de ierarhia cumulativă este foarte diferită de cea produsă de teoria naivă. Pentru început, noțiunea naivă este clară și precisă, în timp ce noțiunea ierarhiei cumulative este, după cum vom explica, inerent vagă. Noțiunea naivă de mulțime este cea a extensiunii unui predicat oarecare, o noțiune care poate fi imediat detaliată într-o pereche de axiome, a comprehensiunii și a extensionalității. Aceasta este o abordare pe atât de solidă, pe cât se poate aștepta de la o abordare a oricărei noțiuni fundamentale. A fost considerată a fi problematică doar pentru că s-a presupus (sub ideologia consistenței) că „oarecare“ (din „predicat oarecare“) nu putea să însemne oarecare. Totuși, înseamnă. Prin contrast, noțiunea de mulțime dată de ierarhia cumulativă este doar pe atât de clară, pe cât sunt de clare noțiunile folosite în definirea sa. Mai întâi, noțiunea unui ordinal oarecare *este* extrem de problematică. (Noțiunea de submulțime oarecare pune, de asemenea, probleme pentru adeptul consistenței, dar vom trece peste aceasta.) Mai precis, construcția unei mulțimi presupune o construcție anterioară a ordinaletor. Oricum, aceasta ridică tot felul de probleme despre „cât de departe“ poate fi continuată construcția, despre dimensiunile infinităților etc. Într-adevăr, se presupunea că teoria mulțimilor rezolvă exact acest tip de probleme. Nu negăm că, odată ce se produce o noțiune de mulțime, se poate produce o noțiune non-circulară de ordinal și că, la rândul său, această noțiune se poate folosi pentru a defini o colecție specială a mulțimilor, ierarhia cumulativă. Dar a presupune că se poate folosi noțiunea de ordinal pentru a produce o definiție a „mulțimii“ care să nu presupună ceea ce trebuie demonstrat este o fantezie.

<sup>62</sup> Fraenkel, Bar-Hillel și Levy, 1973, p. 143ff.

Există un al doilea argument mai puternic, după care ierarhia cumulativă nu este nucleul esențial al teoriei naive. Conform acestui argument, există trăsături esențiale ale teoriei naive care nu pot fi tratate în ierarhia cumulativă. Mai precis, ierarhia cumulativă nu poate trata astfel de mulțimi intuitiv acceptabile cum este mulțimea univers și astfel de operații intuitiv acceptabile cu mulțimi cum este complementarea. Sub-colecțiile ierarhiei care au membri de un rang oricât de mare nu sunt deloc mulțimi acceptabile. Adeptul ierarhiei se poate crampona de poziția sa și poate insista că de fapt nu există astfel de sub-colecții, dar aceasta nu face decât să ilustreze principalul nostru punct de vedere. Noțiunea unei astfel de sub-colecții este o noțiune naivă pe deplin legitimă. Dacă nu este o noțiune legitimă pentru adeptul ierarhiei, atunci ierarhia nu prinde esența noțiunii naive. S-ar putea crede că noțiunea de clasă propriu-zisă ar putea fi de ajutor aici. Nu este. Se poate concepe o colecție cu membri de rang oricât de mare ca pe o clasă propriu-zisă. Dar dacă se face aceasta, nu există nici un temei pentru a nu presupune că aceste clase propriu-zise pot fi membri ai unor clase hiper-propriu-zise. Aceasta arată că mergem încă „mai sus“ în ierarhia cumulativă. Așadar, împotriva supoziției noastre originale, „universul“ nostru nu este deloc Universul, ci este numai un segment inițial propriu-zis al ierarhiei cumulative. Dacă am putea începe realmente cu *întregul* univers, noțiunea de clasă propriu-zisă nu ne-ar duce nicăieri.

Răspunsul standard la argumentul pe care tocmai l-am prezentat este acela că tipurile de construcții ale teoriei mulțimilor la care ne-am referit nu sunt părți ale esenței teoriei mulțimilor, ci părți ale unei confuzii marginale. Aceasta este totuși o iluzie încurajată de faptul că în perioada 1920–1960 se părea că ierarhia furnizează o bază fermă pentru întreaga matematică – cel puțin pentru întreaga matematică pentru care teoria mulțimilor era doar o parte a mecanismului auxiliar. Oricum, iluzia a fost acum spulberată de teoria categoriilor. Teoreticienii categoriilor doresc să se refere la categoria *tuturor* grupurilor, mulțimilor etc. sau chiar la categoria *tuturor* categoriilor. Aceasta nu se poate face în concepția ierarhică a mulțimilor. Desigur, au fost unele încercări de a ocoli problema. Multe dintre ele se bazează pe o variantă sau alta a strategiei de a presupune că „toate grupurile“ înseamnă toate grupurile de rang mai mic decât  $\beta$ , pentru un ordinal  $\beta$  convenabil. Totuși, astfel de încercări, despre care nu este nevoie să discutăm în detaliu<sup>63</sup>, sunt doar un subterfugiu. Faptul neplăcut (neplăcut pentru teoreticianul categoriilor care acceptă concepția ierarhică a mulțimilor) este că nu se poate efectua construcția cu categoriile globale, pe care o are de făcut teoreticianul categoriilor. Nu există un astfel de lucru precum categoria *tuturor* mulțimilor etc. și cu asta basta.

Astfel, adecvarea concepției ierarhice pentru întreaga matematică nu mai poate fi susținută. Teoria naivă a mulțimilor are o forță esențială (esențială pentru matematica adevărată, adică), ce trece dincolo de forța ierarhiei; ierarhia nu este esența consistentă a teoriei naive a mulțimilor. O astfel de esență consistentă stabilă

<sup>63</sup> Detalii pot fi găsite în Fraenkel, Bar-Hillel, Levy, 1973, p. 143ff.

nu a fost încă obținută. Și nici nu este probabil că va fi obținută: există, fără îndoială, diferite fragmentări consistente ale teoriei naive inconsistente, dar toate vor sacrifica trăsături importante ale întregului inițial; toate vor bloca exprimarea a ceea ce poate fi exprimat.

### 2.1.6. Semantica naivă

Ultimul exemplu de teorie inconsistentă interesantă pe care l-am dat în capitolul v, secțiunea 1.1 era cel al semanticii naive. *Semantica*, așa cum este înțeleasă în mod obișnuit, este teoria care se ocupă cu noțiuni precum adevărul, realizabilitatea, denotarea etc., iar *semantica naivă* este teoria acelor noțiuni încorporate în discursul limbajului natural despre aceste chestiuni. Spre deosebire de teoria naivă a mulțimilor, semantica naivă nu a fost niciodată elaborată detaliat, cu teoreme specifice, rezultate etc. Cu toate acestea, *prima facie*, adevărul, denotarea și realizabilitatea ar părea a fi caracterizate de următoarele axiome (date deja în introducerea la partea a treia<sup>64</sup>):

$$(1) \quad T \ulcorner \Phi \urcorner \leftrightarrow \Phi'$$

$$(2) \quad \text{Den} \ulcorner t \urcorner x \leftrightarrow t = x$$

$$\text{Sat} \ulcorner \Phi \urcorner \leftrightarrow \Phi'_s$$

în care  $\Phi$  este o formulă oarecare (închisă în (1)),  $\Phi'$  – o traducere adecvată (a lui  $\Phi$ ),  $t$  – un termen oarecare,  $s$  – o secvență,  $\ulcorner \urcorner$  – un operator de numire, iar  $\Phi'_s$  –  $\Phi'$  cu fiecare apariție liberă a celei de a  $i$ -a variabile înlocuită cu „ $s(i)$ ”. Exact acest tip de intuiție este cel care a fost păstrat cu grijă în numirea de către Tarski a axiomei (1) *condiția de adevărate* a oricărei definiții a adevărului<sup>65</sup>.

Fiecare dintre axiomele (1) – (3) conduce, după cum este binecunoscut și după cum am arătat, la respectivul său paradox. Au fost încercate atât abordări tari, care contravin faptelor, cât și abordări mai slabe, care încearcă să dea o explicație a operării cu succes în continuare cu limbajului natural. Adepții unei abordări tari, cum sunt Tarski<sup>66</sup> și mulți reprezentanți ai pozitivismului logic, admit că axiomele (1) – (3) caracterizează noțiunile noastre naive și, corespunzător, conchid că aceste axiome sunt incoerente. Dar aceasta este efectiv în acord cu ceea ce argumentăm noi, și anume că noțiunile noastre naive sunt inconsistente. Ideea că (1) – (3) sunt incoerente este o extrapolare clasică nejustificată. Prietenii consistenței, care încearcă să adopte o poziție mai slabă, au fost forțați de paradoxuri să admită că, în pofida aparențelor, (1) – (3) nu caracterizează noțiunile noastre semantice naive. Ar trebui să spunem din capul locului că nu a fost formulat nici un alt argument pentru

<sup>64</sup> v. studiul lui G. Priest, R. Routley, *Aplicații ale logicii paraconsistente*, tradus în volumul de față. (N.T.)

<sup>65</sup> Tarski, 1936, pp. 187–188.

<sup>66</sup> Hempel, 1966, cap. 7; Papineau, 1979, pp. 8–10.

această pretenție decât acela că (1)–(3) conduc la inconsistențe – ceea ce nu reprezintă deloc un argument împotriva unui adept al paraconsistenței. În plus, cele propuse pentru a înlocui (1)–(3) nu sunt numai respingătoare, ci și de o eficacitate îndoielnică: sunt fie suficient de puternice pentru a produce o formă sau alta de paradox logic, fie mult prea slabe. Dar argumentul detaliat aici ajunge la cheștiunea soluțiilor propuse pentru paradoxurile semantice, ceea ce va trebui să arătăm în amănunt în cele ce urmează (2.2.2.2). Ceea ce vom face acum este să invocăm un argument suplimentar care arată de ce *T*-schema, în special, nu poate fi înlăturată din semantică.

Probabil că cea mai fundamentală intuiție în semantică în ultimii 100 de ani este aceea că înțelesul unui enunț este dat de condițiile sale de adevăr sau, mai bine spus, că a da înțelesul unui enunț este a da condițiile sale de adevăr. Cu toate că această intuiție aparține lui Frege, acesta nu a dus-o foarte departe. Oricum, această intuiție a furnizat, fără îndoială, cheia de boltă a aproape tuturor teoriilor semantice formale din secolul al XX-lea. Aceasta înseamnă că *T*-schema trebuie să fie o parte esențială a oricărei semantici. Căci aceasta, la urma urmei, este schema care enunță condițiile de adevăr ale lui  $\Phi$ . După cum se știe, *T*-schema poate să nu apară întotdeauna în forma sa inițială. Apare în această formă în teoria inițială a lui Davidson, dar trebuie să fie mlădiată contextual pentru indexicali. În plus, trebuie să fie relativizată la lumi atât în semantica lui Montague, cât și în semantica Routley-Meyer, și trebuie să fie formulată constructiv la Dummett. Cu toate acestea, schema este acolo pentru a-și juca rolul central. De fapt, fără această schemă am fi nevoiți să descoperim cum arată o teorie semantică formală. Astfel, prin îndemnul lor de a arunca la gunoi *T*-schema, prietenii consistenței nu fac nimic altceva decât să ne îndemne să aruncăm la gunoi semantica.

Ca întotdeauna în filosofie, există reabilitări. Prietenii consistenței pot pretinde – o pretenție care de-abia de acum încolo se cere a fi îmbunătățită – că semantica formală poate fi elaborată considerând o *T*-schemă limitată, care, ca și cea a adeptilor abordării tari a nivelurilor de limbaj, coincide cu *T*-schema pentru limbaje restrânse și pentru fragmente ale limbajului natural. Și, desigur, păstrarea schemei generale a adevărului pune probleme minore, dacă suntem interesați doar de semantica anumitor fragmente ale limbajului natural – cu deosebire a acelor care nu implică noțiunile semantice. Această cheștiune, în general vorbind, a fost cea care i-a frământat pe semanticieni. Oricum, odată ce încercăm să cartografiem semantica unui întreg limbaj natural (inclusiv a propriului său discurs semantic) – întreprindere care a constituit dintotdeauna ambiția semanticienilor în pofida concepțiilor lor fragmentate – problema nu mai poate fi suspendată. Să o spunem din nou: renunțați la *T*-schema generală și trebuie să apară unele enunțuri ale căror condiții de adevăr, și deci de înțeles, nu pot fi date. Adio semantică universală!

Cu acest argument puternic pentru paraconsistență – bazat pe analiza semantică a teoriilor inconsistente filosofice inevitabile, cum sunt cele furnizate de limbajele naturale care includ în mod firesc proprii lor termeni semantici – trecem

de la (sau mai curând dialectica ne trece de la) problema teoriilor inconsistente la problema ridicată imediat de adevărul aparent sau posibil al unora dintre aceste teorii: problema contradicțiilor adevărate.

## 2.2. Adevărul unor contradicții

Cel de al doilea temei pentru paraconsistență pe care l-am dat în introducerea la partea a doua era adevărul anumitor contradicții (v. secțiunea 1.2). Este probabil ca această pretenție să pară chiar mai contestabilă. Așadar, să o examinăm mai amănunțit. Exemplele de contradicții adevărate pe care le-am dat priveau (i) termenii multicriteriali și (ii) paradoxurile logice. Le vom considera pe fiecare pe rând. Există alte exemple care au fost examinate, dar preferăm să nu ne bazăm argumentul nostru principal pe acestea. (Le vom discuta mai târziu, în secțiunea 3.2).

### 2.2.1. Termeni multicriteriali

Situația *in abstracto* este următoarea. Avem un termen  $t$  și două criterii  $C_1$  și  $C_2$  care sunt empiric determinabile. Împrejurarea că este prezent  $C_1$  este logic suficientă pentru a aplica  $t$ . Împrejurarea că este absent  $C_1$  este logic suficientă pentru a aplica „non- $t$ ”. La fel și pentru  $C_2$ . Totuși,  $C_1$  și  $C_2$  nu sunt sinonimi. Astfel, poate să apară o situație în care este prezent  $C_1$  și este absent  $C_2$ , făcând ca  $t$  și „non- $t$ ” să fie deopotrivă adevărați despre un obiect sau o situație<sup>67</sup>. Acum, prietenii consistenței trebuie să nege posibilitatea tipului de situație descris. Pe ce temeiuri se poate face aceasta? Există mai multe.

Primul este acela de a nega că există criterii în sensul cerut de noi, adică astfel de criterii care sunt logic suficiente pentru aplicarea unui termen. Se poate argumenta că un criteriu este conectat cu aplicabilitatea unui termen prin „reguli de corespondență” empirice, precum „atunci când apare  $C_1$ ,  $x$  este  $t$ ”. Astfel, atunci când apare situația descrisă, ceea ce avem de fapt este o falsificare fie a regulii de corespondență pentru  $C_1$ , fie a celei pentru  $C_2$ . Totuși, această linie de argumentare nu poate fi susținută. Este un fapt de viață că există criterii de tipul descris, unde există o legătură analitică între satisfacerea unui criteriu și aplicabilitatea corectă a unui termen. Astfel, de exemplu, a avea două picioare este întru totul logic suficient pentru aplicabilitatea corectă a termenului „biped”. A avea organe genitale masculine (sau probabil a avea anumiți cromozomi) este logic suficient pentru aplicabilitatea corectă a termenului „mascul”. A măsura șase inci pe o ruletă este suficient pentru aplicabilitatea corectă a termenului „lung de șase inci” etc.

<sup>67</sup> O ușoară generalizare a situației este prezentată în Pinter, 1980, unde criteriile  $C_1$  și  $C_2$  sunt înlocuite cu seturi de criterii. Oricum, această generalizare nu introduce o diferență esențială. Pentru exemple concrete de acest tip de situație, v. capitolul v, secțiunea 1.2.

Cea de a doua posibilitate este aceea de a admite că poate exista o legătură analitică între criteriu și aplicabilitatea termenului, dar a argumenta că dacă apare situația pe care am descris-o, ceea ce arată aceasta este doar că, în pofida aparențelor, de fapt este absent sau  $C_1$ , sau  $C_2$ . Acest tip de abordare poate fi apărat printr-un apel la failibilitatea generală a observației etc. Acum, trebuie să se admită că, în tipul de situație descrisă, îndoiala cu privire la faptul că este prezent sau  $C_1$ , sau  $C_2$  este posibilă. Totuși, ni se pare că noi nu am luat divergența *per se*, pentru a arăta că este absent sau  $C_1$ , sau  $C_2$ . Putem foarte bine să investigăm faptul că sunt prezente  $C_1$  și  $C_2$  pentru a încerca să găsim dovezi independente ale absenței acestora. Totuși, nu există nici un temei pentru care ar trebui să urmeze aceasta. Și, dacă nu, am găsi că este foarte nerezonabil să insistăm, cu toate acestea, că unul sau altul dintre criterii este absent. Căci, în pofida tuturor argumentelor despre încărcătura teoretică<sup>68</sup>, a nega, de exemplu, că un animal are organe genitale masculine atunci când nu ai nici un temei concret și când ai dovada înaintea ochilor necesită mult efort. De fapt, dacă am testat independent pe  $C_1$  și  $C_2$  și am găsit că ambele sunt prezente, nu am insista că unul dintre ele este absent; ceea ce am face ar fi să încercăm o altă tactică, ce reprezintă cea de-a treia cale pe care cineva poate încerca să argumenteze că situația descrisă nu apare niciodată în realitate.

Cea de a treia cale constă în a argumenta că dacă avem două criterii conectate analitic cu aplicabilitatea unui anumit termen, dintre care unul este realizabil sau chiar realizat, în timp ce celălalt nu este realizat, arată că termenul este de fapt ambiguu, reprezentând două concepte cu totul distincte. Să le numim pe acestea  $t_1$ , corespunzând lui  $C_1$ , și  $t_2$ , corespunzând lui  $C_2$ . Astfel, în cazul descris,  $t_1$  este corect aplicabil (dar nu și  $\neg t_1$ ) și  $\neg t_2$  este corect aplicabil (dar nu și  $t_2$ ). Prin urmare, contradicția este numai aparentă. Această insistență asupra faptului că există o corelație 1-1 între concepte și criteriile de aplicabilitate este, de fapt, o poziție bine cunoscută. A fost argumentată de către operaționaliști precum Bridgeman. Tot așa, deficiențele sale sunt bine cunoscute<sup>69</sup>. Aspectul esențial este acela că, de fapt, sensurile termenilor nu sunt individuate în acest fel, prin criterii de aplicare. Aceasta se poate vedea din faptul că dacă am fi încercat să facem știință punând în practică acest tip de individuație, rețeaua complexă de interconexiuni teoretice ale științei s-ar fi prăbușit iremediabil. Astfel, avem în schiță un argument transcendențial împotriva acestei poziții.

În pofida tuturor celor de mai sus, în tipul de situație descris, conceptele au o tendință de a se scinda. Ca un răspuns la criza provocată de despărțirea criteriilor, vechiul concept se va diviza în două, fiecare parte corespunzând câte unui criteriu<sup>70</sup>. Oricum ar sta lucrurile, aceasta nu arată că nu au existat contradicții adevărate. *Ex post*, contradicția se transformă în două enunțuri non-contradictorii.

<sup>68</sup> Este vorba despre încărcătura teoretică a criteriilor. (N.T.)

<sup>69</sup> Hempel, 1966, cap. 7; Papineau, 1979, pp. 8-10.

<sup>70</sup> Priest, 1980, pentru o discuție suplimentară a acestui aspect și Maund, 1981, pentru exemple suplimentare de scindare.

Dar aceasta nu afectează faptul că *ex ante* contradicția a rezistat: altfel nu ar fi avut loc nici o schimbare conceptuală.

Aceasta epuizează posibilitățile relevante; nu există nici o modalitate de a evita concluzia conform căreia contradicțiile adevărate sunt produse de termeni multicriteriali (chiar *dacă* în scandaluoasa dialectică aceste contradicții se transformă în timp sau sunt înlăturate și înlocuite cu altele ș.a.m.d.).

### 2.2.2. Paradoxuri logice și semantice

Paradoxurile logice sunt, așa cum am subliniat în capitolul v, secțiunea 1.2, *prima facie* argumente concludente<sup>71</sup> cu concluzii contradictorii. Cei care doresc să nege adevărul concluziilor trebuie să nege concludența argumentelor paradoxale – adică a fiecărui argument paradoxal în parte. Dar ei trebuie să facă mai mult decât atât. Ei trebuie să localizeze precis locul în care argumentul eșuează (și să fie pregătiți să accepte toate consecințele care decurg de aici). Oricum, doar desemnarea unei localizări precise a neconcludenței nu este suficientă. Aceasta, la urma urmei, este prea ușor: pur și simplu listează toate principiile folosite într-un argument paradoxal, selectează unul la întâmplare și neagă-l. Cineva care dorește să respingă poziția paraconsistentă trebuie nu numai să localizeze sursa neconcludenței, ci și să explice, într-un mod coerent și fără să presupună ceea ce trebuie demonstrat, ce este greșit în legătură cu sursa respectivă. De fapt, se cere încă mai mult decât atât. Se cere, de asemenea, o explicație a faptului că principiul incorect a fost găsit la început a fi plauzibil. În caz contrar, poziția paraconsistentă, conform căreia toate principiile sunt corecte<sup>72</sup>, încă își depășește rivalii în privința puterii explicative. Acestea sunt exigențe greu de realizat, care nu au fost îndeplinite niciodată, după cum recunosc chiar și mulți dintre cei care ar respinge nehibzuit paraconsistența:

Nimeni, de exemplu, dintre cei care au reflectat serios asupra paradoxurilor nu se va simți în largul său în privința supoziției conform căreia paradoxurile trebuie să conțină una sau mai multe erori specifice, în legătură cu care, dacă ne sunt prezentate, am fi imediat capabili să le recunoaștem ca atare și să le eliminăm din concepția noastră despre argumentele și definițiile acceptabile. Am învățat o varietate de strategii care par să ne ferească de probleme; dar nici una dintre ele nu are atractivitatea intuitivă simplă pe care au avut-o inițial supozițiile „naive” cu privire la

<sup>71</sup> Am folosit aici termenul „concludent” ca echivalent tehnic pentru *sound*. Logicienii de limbă engleză folosesc calificativul *sound argument* pentru argumentele deductive valide cu premise adevărate și, din contextul care urmează, este clar că și autorii studiului de față au în vedere acest înțeles. Prin definiție, un astfel de argument are concluzia adevărată. Dacă un argument deductiv este nevalid sau/și are cel puțin o premisă falsă, atunci argumentul respectiv este neconcludent (*unsound*). (N.T.)

<sup>72</sup> Autorii au în vedere aici principiile folosite în argumentele cu concluzii contradictorii care alcătuiesc paradoxul. (N.T.)



existența claselor și la predicatie, precum și la ceea ce constituie o limită acceptabilă a cuantificării, trăsături înfățișate de teoria fundamentală a lui Frege, de exemplu. Este dificil de apărut o noțiune de „eroare” în acest context, pentru care criteriul nu este exact potențialul de a genera paradox; iar acest criteriu, firește, nu poate diferenția din punctul de vedere al preferabilității între strategiile alternative, după cât se pare reușite, de a evita paradoxurile.<sup>73</sup>

Pentru prietenii consistenței, aceste tipuri de dificultăți sunt esențialmente aceleași, indiferent dacă paradoxurile sunt ale teoriei mulțimilor sau semantice. Într-adevăr, după cum vom argumenta, nu există o diferență esențială între aceste tipuri de paradox; o trăsătură pe care o reflectă soluția dialethică. Abordările non-paraconsistente au fost oricum configurate în cadrul unei distincții fictive între tipuri, iar pentru a trata critic aceste abordări este convenabil să urmărim această separare artificială. În plus, tendința extensională contemporană în logică a condus la reducerea general acceptată a tuturor paradoxurilor logice la paradoxurile teoriei mulțimilor, cu care vom și începe.

### 2.2.2.1. Paradoxuri în teoria mulțimilor

Infamul aproape universal acceptat al teoriei mulțimilor este axioma abstracției: principiul conform căruia orice condiție definește o mulțime care este extensiunea sa. Acesta, se pretinde, nu poate fi adevărat în toate cazurile. În plus, există un consens matematic, de asemenea îndeajuns de general, cu privire la instanțele axiomei care sunt acceptabile: esențialmente acelea care sunt adevărate în ierarhia cumulativă (v. 2.1.5 de mai sus). Acest răspuns nu este complet determinat. El suferă de vaguitatea pe care am remarcat-o înainte de a considera „altitudinea” ierarhiei. (De exemplu, nu există nici o modalitate de utilizare a conceptului de mulțime pentru a determina dacă condiția „rangul lui  $x$  este mai mic decât primul [număr] inaccesibil” definește o mulțime). Oricum, răspunsul este probabil îndeajuns de mulțumitor și este suficient pentru a face primul pas. Din nefericire pentru suporterii săi, este scos din joc înainte de a face al doilea pas.

Pentru început, nimeni nu a explicat vreodată ce este greșit cu instanțele axiomei abstracției care eșuează în ierarhia cumulativă. (Nu se poate nici măcar pretinde că acestea conduc în mod necesar la contradicție atunci când sunt adăugate sistemului ZF). Dacă s-ar putea arăta că ierarhia cumulativă era nucleul esențial al teoriei mulțimilor, atunci aceasta ar merge într-un fel în direcția unui răspuns la această provocare; oricum, după cum am văzut, acest lucru nu se poate face. În plus, chiar dacă s-ar putea face, soluția nu ar fi, cu toate acestea, adecvată. Căci motivul pentru care a trebuit să gândim cândva că orice condiție definește o mulțime rămâne un mister *total*. Nu pare nici măcar a fi o pretenție *plauzibilă*. Cum s-a putut face o astfel de greșală? Nu: conceptul original de mulțime este cel dat

<sup>73</sup> Wright, 1980, p. 297.

de schema nerestricționată a abstracției, conform căreia o mulțime este extensiunea unui predicat sau a unei condiții oarecare. Ierarhia cumulativă este exact ceea ce pare a fi, considerând întrucâtva perspectiva istorică: o substructură consistentă a universului inconsistent al mulțimilor, dată drept materialul complet<sup>74</sup>.

### 2.2.2.2. Paradoxuri în semantică

Problema paradoxurilor semantice este mult mai complexă, cu toate că *prima facie*, ar trebui să fie mai simplă. Nu există nici un consens printre logicieni cu privire la localizarea neconcludenței paradoxurilor semantice. „Soluțiile” sunt de doi bani, dacă nu mai ieftine. Aceasta ar trebui să însemne că poziția consistentă nu ajunge să facă nici măcar primul pas. Dacă opoziția nu ajunge nici măcar să-și înjghebeze o echipă, câștigăm prin neprezentare. Totuși, în practică, această situație face doar viața mai grea pentru adeptul paraconsistenței. Căci, în loc să avem un rival important împotriva căruia să argumentăm, există o varietate de „soluții” concurente de contracarat – unele plauzibile, altele fătîș implauzibile, unele susținute, altele abia puse în discuție, unele străvechi, altele moderne și cam tot ce au în comun este ideologia consistenței (plus faptul că sunt greșite). În plus, toate apar cu un cap ca al Hydrei: arată că o distincție nu funcționează și o duzină de alte distincții îi iau locul; arată că o abordare contravine unei teorii filosofice bine întemeiate și o duzină de versiuni șubrede apar pentru a o înlocui. În virtutea acestei stări de lucruri, ar fi fost de înțeles dacă am fi întors spatele acestui potop și am fi așteptat până când cel mult una (și de preferat nici una) dintre aceste „soluții” (nu) ar fi supraviețuit luptei pentru existență. Totuși, ceva se cere a fi spus, dacă este să nu fim acuzați că ne sperie subiectul. Într-o introducere doar parțial dedicată acestui subiect, critica detaliată a tuturor teoriilor rivale care au fost propuse – sau măcar a celor importante – ar fi în mod clar o întreprindere imposibilă. Atunci este foarte nimerit să nu facem asta aici, întrucât pot fi găsite argumente generale care pun (cu prisosință) pe planul al doilea nevoia de astfel de critici detaliate.

Mai întâi, să observăm că, dată fiind derivarea unui paradox, toți pașii din derivare sunt cel puțin plauzibili. Aceasta sugerează că acești pași sunt în mod normal corecți, cu toate că – dacă ipoteza consistenței este corectă – ei eșuează în anumite situații. În care situații? O trăsătură izbitoare a derivărilor paradoxale, adesea remarcată, este aceea că toate folosesc enunțuri care, într-un anumit sens, sunt auto-reflexive (sau cel puțin „neîntemeiate”). Caracterizarea exactă a acestei reflexivității este ea însăși o problemă, dar s-o trecem cu vederea. Să numim această clasă de enunțuri *R* (pentru „reflexiv”). Am putea sugera că o apariție a unui membru al *R* într-un principiu de raționare în mod normal valid poate fi suficient pentru a-l invalida. Presupunând că membrii lui *R* sunt destul de rari, aceasta cel puțin sugerează un răspuns la problema felului în care ajungem să fim sub iluzia că principiile sunt universal valide.

<sup>74</sup> Cum au putut face unii greșea de a o lua drept materialul complet? Faptul că oamenii vor face (nestăpănit) lucruri iraționale, dacă le-o cere o ideologie, este bine cunoscut. În acest caz, ideologia consistenței cere să fie produs un *Ersatz* pentru universul mulțimilor, iar ierarhia cumulativă era, dacă nu chiar un candidat ideal, cel puțin cel mai mic numitor comun care, după cum s-a dovedit, capta într-o sinteză elegantă mai multe propuneri aparent rivale.

Oricum, fondul chestiunii este acum următorul. Ce se întâmplă exact cu membrii lui *R*, încât aceștia pot dobândi capacitatea de a invalida principii logice normale? Pentru a răspunde la această întrebare trebuie să izolăm o anumită clasă de enunțuri *D* (pentru „defectuos”) în legătură cu care se poate vedea că raționarea normală (inclusiv aplicațiile *T*-schemei etc.) eșuează. Dar care sunt acestea? Acesta este punctul în care imaginea începe să se fragmenteze. Au fost sugerate multe răspunsuri diferite. Fără a încerca să fim cuprinzători, credem că este corect să spunem că răspunsurile predominante la această întrebare sunt de două tipuri:

- ( $\alpha$ ) membrii lui *D* nu sunt bine formați. Ei pot fi propoziții bine formate ale limbii engleze (sau *prima facie* bine formate), dar nu sunt propoziții bine-formate ale unui limbaj logic corect (sau ale structurii de adâncime a limbii engleze);
- ( $\beta$ ) membrii lui *D* nu sunt nici adevărați, nici falși, nu au o valoare de adevăr, nu formează un enunț/ o propoziție sau, într-un anume fel, nu au o relație adecvată cu adevărul/ falsul.<sup>75</sup>

Odată ce *D* a fost izolat, paradoxul este „rezolvat”, insistând ca membrii lui *R* folosiți în argument să fie în *D*.

Suntem acum în poziția de a formula unele observații critice generale. Dar înainte de aceasta, vom arăta că multe dintre soluții se confruntă cu dificultăți interne cu privire la *D*, chiar înainte ca *R* să intre în scenă. De exemplu, cineva care adoptă strategia ( $\beta$ ) trebuie să prezinte o abordare detaliată a purtătorilor adevărului și să arate de ce anumite propoziții pot să eșueze în a-i exprima. Aici pândesc multe probleme, după cum atestă o bogată literatură. Asemănător, cineva care adoptă strategia ( $\alpha$ ) trebuie să arate că gramatica în discuție este realmente gramatica limbii engleze (sau cel puțin gramatica discursului rațional). Aici pândesc probleme a căror dificultate este notorie.

Prima noastră observație critică despre tipurile de soluții pe care le-am schițat este aceea că ele sunt aproape toate, fără excepție [sic!], *ad-hoc*. Se argumentează rareori că membrii lui *R* în discuție sunt în *D* altfel decât chiar pe baza circulară a paradoxurilor. Se presupune doar. Chiar și atunci când este formulat un criteriu general pentru a fi un membru al lui *D*, acesta se dovedește a include o clauză a cărei singură rațiune de a fi este aceea de a capta membri ai lui *R*. Din această cauză, soluțiile de acest fel presupun ceea ce este de demonstrat împotriva paraconsistenței. Căci unii adepți ai paraconsistenței pot foarte bine să conchidă că enunțurile din clasa *D* invalidează principii standard. Totuși, ei vor nega doar că membrul lui *R* în discuție este în *D*. De exemplu, ei pot fi forțați să admită (eronat) că propozițiile care nu fac enunțuri<sup>76</sup> nu pot fi manipulate logic<sup>77</sup>.

<sup>75</sup> Cele două poziții principale schițate aici sunt, desigur, mai curând abstracții palide. Propunerile concrete sunt întotdeauna mai complexe și mai diversificate; de exemplu, acestea trebuie să fie mult mai precise în legătură cu domeniul și fundamentele lui *D*. Totuși, pentru a face discuția mai ușor de condus, este necesară o anumită abstractizare.

<sup>76</sup> Nu sunt enunțuri declarative (cognitive). (*N.T.*)

<sup>77</sup> Există multe contraexemple, incluzând logica imperativelor, logica erotetică și logica semnificației.

Oricum, ei pot încă să pretindă că propoziția mincinosului, de pildă, face un enunț, unul paradoxal.

Cea de a doua observație critică a noastră este aceea că de obicei nu este deloc clar că soluțiile propuse rezolvă realmente problema. Căci în timp ce în acest fel pot fi evitate forme simple de paradox, forme mai complexe așteaptă imediat după colț. Mai precis, paradoxuri de o varietate „extinsă” apar în mod caracteristic pentru a incomoda soluțiile propuse. Să ilustrăm aceasta cu ajutorul paradoxului extins al mincinosului. Paradoxul mincinosului este evitat insistându-se asupra faptului că „Această propoziție este falsă” este în clasa  $D$ . Astfel, derivarea paradoxală este descalificată. Dar să considerăm acum „Această propoziție este falsă sau este în  $D$ ”. Supoziția că această propoziție este adevărată sau falsă conduce la contradicția obișnuită. În plus, clauza de salvare conform căreia propoziția este în  $D$  conduce acum, de asemenea, la o contradicție. În această situație, apologetul poate face una din două mișcări. El poate izola o nouă clasă de propoziții,  $D'$ , pentru care principiile standard eșuează și poate insista asupra faptului că propoziția extinsă a mincinosului este în această clasă. Această mișcare nu va ajuta. Mai întâi, repetată, conduce la un regres la infinit. Regresul poate să nu fie vicios, dar nu ne duce nicăieri. Căci, dacă ( $D_\alpha$ ) este secvența posibil transfinită a mulțimilor generată prin acest proces, încă ne confruntăm cu paradoxul absolut extins al mincinosului:

Această propoziție este falsă sau există un  $\beta$  astfel încât  $\beta$  este în  $D_\beta$ .

În al doilea rând, devine din ce în ce mai dificil de găsit noi clase  $D'$ ,  $D''$  etc., care să aibă vreo aparență de plauzibilitate, deci întreaga chestiune se împotmolește foarte rapid. Cealaltă mișcare pe care o poate face apologetul este aceea de a insista asupra faptului că, deși propoziția extinsă a mincinosului este de fapt în  $D$ , aceasta nu se poate spune cu precizie. Această mișcare îl lasă pe apologet fără apărare în fața unui argument *ad hominem* de un tip devastator.

De asemenea, această mișcare ilustrează un al treilea argument împotriva „soluțiilor” la paradoxul mincinosului. Soluțiile intenționate par, fără excepție, să îl arunce pe rezolvator în inefabil. Rezolvatorul va fi condus în poziția potrivit căreia există anumite lucruri despre care este vorba, dar care nu pot fi spuse sau, mai prozaic, soluțiile îl vor conduce pe rezolvator la a aserta că anumite lucruri care, evident, pot fi spuse, nu pot fi spuse. În mod ironic, unul dintre aceste lucruri se dovedește a fi soluția însăși<sup>78</sup>. Această excludere a lucrurilor care pot fi spuse ca lucruri care nu pot fi spuse nu apare întotdeauna într-o manieră uniformă, dar se întâmplă invariabil. În plus, există temeuri teoretice profunde pentru care se întâmplă așa. Rădăcina problemei este că engleza are o putere expresivă care, într-un anumit sens, este mult prea bogată. Aceasta permite să se spună lucruri ale căror condiții semantice determină faptul că o contradicție este adevărată (v. capitolul v, secțiunea 1.2). Toate soluțiile ajung în cele din urmă la propuneri de limitare a acestei puteri. Oricum, aceasta înseamnă, evident, că vor exista lucruri

<sup>78</sup> Pentru acest tip de observație critică la adresa teoriei tipurilor, v. Fitch, 1952, Anexa C și, de asemenea, Black, 1944.

despre care este vorba, care pot fi exprimate în engleză, dar care nu pot fi exprimate în idiolectul auto-impus al rezolvatorului<sup>79</sup>. Ceea ce arată aceasta este că problema inițială nu a fost rezolvată, ci mai curând evitată. Căci propunerea inițială era aceea de a da o explicație a conceptelor noastre semantice și de a arăta cum, în pofida aparențelor, ele nu conduc de fapt la paradox. Cu alte cuvinte, ceea ce se cere este o analiză semantică a limbii engleze sau cel puțin a acelor părți ale sale care privesc ele însele noțiuni semantice, care înfățișează structura acestora ca fiind consistentă. Dar ceea ce se întâmplă acum este că abordarea semantică oferită în cursul „rezolvării paradoxurilor” se referă la noțiuni care sunt vădit mai slabe din punct de vedere expresiv decât cele încorporate în engleză. De aici rezultă că ele nu sunt acele noțiuni. Astfel, analizele semantice nu sunt cele ale conceptelor noastre inițiale și deci nu dovedesc că aceste concepte sunt consistente.

Aceste dificultăți sugerează o ultimă luare de poziție eroică a prietenilor consistenței. Ei (în cele din urmă) admit că noțiunile semantice ale limbii engleze *sunt* inconsistente, dar susțin că în cazul „științei” (sau a oricăreia altceva), aceste noțiuni trebuie să fie substituite cu unele care sunt consistente. Oricum, această poziție nu rezolvă problema. Căci, mai întâi, poziția este oricum în acord cu ceea ce am argumentat, și anume că toate condițiile semantice ale limbii engleze determină ca anumite contradicții să fie adevărate. În al doilea rând, această poziție propune o mișcare al cărei unic beneficiu este producerea consistenței. Dar, odată ce suntem convinși că legea explozivă *ex falso quodlibet* a logicii clasice și a celei intuționiste este greșită, nu există aici nici un beneficiu obiectiv (cu toate că, subiectiv, poate face ca prietenii să se simtă mai bine). În al treilea rând, mișcarea prilejuiește pierderi serioase, deoarece implică sărăcirea semnificativă a puterii noastre expresive (și, astfel, și a puterilor noastre logice). Adoptarea unui idiom pozitivist nu are, prin urmare, nimic ce-o poate recomanda.

Aceasta completează succinta noastră trecere în revistă a argumentelor împotriva celor care ar „rezolva” paradoxurile logico-semantice. În cea mai mare parte, argumentele noastre trebuie să fie înțelese mai curând ca scheme de argumente. Căci, strict vorbind, fiecare soluție propusă trebuie luată ca atare, punctele sale slabe trebuind să fie expuse și explorate. Schemele de argumente pot fi apoi exemplificate pentru a se produce mai multe argumente concrete împotriva oricărei astfel de soluții. Fără îndoială, multe dintre detaliile mai fine vor trebui să fie îndelung cizelate, dar suntem încrezători că se poate face aceasta. În plus, unele poziții concrete vor avea răspunsuri *prima facie* la unele dintre argumente și va trebui ca aceste răspunsuri să fie tratate după (de)meritele lor individuale. Dacă inducția este un sfetnic bun, răspunsurile vor pune mai multe probleme decât rezolvă. Căci acesta a fost întregul caracter al întreprinderii de a „rezolva” paradoxurile. Într-adevăr, această întreprindere poate fi considerată ca un program de cercetare care a debutat cu toată seriozitatea la începutul secolului al XX-lea. Problematika sa este aceea că paradoxurile indică o fisură în unele dintre principiile logico-semantice, iar scopul său a fost de a o găsi. Strategiile ( $\alpha$ ) și ( $\beta$ ) prezentate

<sup>79</sup> Priest, 1984, pentru o discuție suplimentară a acestor chestiuni.

mai sus sunt principalele euristici care au fost folosite pentru a găsi o soluție. Fiecare strategie a fost dezvoltată (în mai multe feluri), au fost expuse punctele sale slabe și a fost multiplicată centura sa de ipoteze auxiliare protectoare. Cu toate acestea, trăsătura caracteristică a discuției este aceea că, în loc să facă progrese îndrăznețe în direcția unei soluții, s-a împotmolit în încercarea de a rezolva o problemă care nu este alta decât cea creată în mod fals de programul însuși. În termenii lui Lakatos, se poate vorbi despre o schimbare degenerată a problemei<sup>80</sup>. Prin contrast, programul nou al paraconsistenței, care nu încearcă să localizeze o greșeală în raționarea paradoxală, este în mod cert progresist, rezolvând probleme tehnice și filosofice interesante. Prin urmare, ne așteptăm să vedem cum începe să se ofilească, în cele din urmă, programul de rezolvare a paradoxurilor. Va ajunge să fie considerat ca o idee plauzibilă care nu a funcționat corect niciodată.

### 3. Ramificații și consecințe ale paraconsistenței și alte temeuri pentru paraconsistență

Am argumentat deja că paraconsistența și, în special, dialethismul, au un impact major în logică și semantică, un impact care are multe consecințe filosofice importante. Efectele lor sunt la fel de devastatoare în privința celei de a treia dintre subdiviziunile convenționale ale semioticii, pragmatica, și se extind de la semiotică la toate orizonturile filosofiei. Datorită extensiei în discuție, va trebui să fim foarte selectivi; alegem să ne concentrăm, pe lângă pragmatică, asupra unor aspecte ale metafizicii și ale filosofiei matematice. Cu siguranță, nu pretindem că acestea sunt singurele domenii filosofice de importanță pentru paraconsistență; nu sunt.

#### 3.1. Pragmatica

Există teme care se încadrează în rubrica pragmaticii – cu toate că această descriere standard nu este în întregime una fericită –, chestiuni privind asertarea, acceptarea și folosirea argumentelor pentru modificarea rațională a opiniilor, pe care cu greu am putea evita să le atacăm. Căci există diferite argumente a căror concluzie este aceea că modurile în care funcționează asertarea și opinia resping paraconsistența. Vom încerca să arătăm că lucrurile nu stau așa. Făcând aceasta, vom arăta că anumite concepții standard despre felul în care funcționează asertarea și opinia sunt incorecte și vom sugera abordări mai bune. Astfel, paraconsistența are consecințe filosofice și în aceste domenii.

<sup>80</sup> Lakatos, 1968, pp. 128–129.

### 3.1.1. Asertarea: problema conținutului

Să considerăm mai întâi pe cineva care asertează o contradicție, să spunem, pentru a lua cel mai nefavorabil caz, o contradicție explicită, precum  $A_0$  &  $\sim A_0$ . Evident, dialethicienii sunt printre astfel de oameni. Ei se confruntă imediat cu o serie de argumente a căror concluzie este că nici o contradicție nu este asertabilă rațional. Dacă aceste argumente ar fi corecte, atunci poziția paraconsistentă tare nu ar putea fi susținută rațional. Din fericire pentru paraconsistență – cu toate că ridică probleme serioase, cum este, de pildă, cea a limitei până la care este rezonabil să se stopeze evitarea contradicției prin recurgerea la stratageme de consistentizare și să se accepte rațional o teorie inconsistentă – argumentele sunt, în general, destul de slabe.

Potrivit primului argument de acest fel, contradicțiile nu sunt numai neadevărate, ci sunt în mod vădit astfel. De aici urmează că asertarea acestora este irațională, deoarece noi nu am aserta (cu bună credință, desigur) un neadevăr evident. Acest argument pur și simplu presupune ceea ce trebuie demonstrat; dialehiștii susțin că unele contradicții *sunt* adevărate. În replică, s-ar putea argumenta că, potrivit chiar poziției noastre, întrucât contradicțiile avute în vedere nu sunt numai adevărate, ci și false, tot nu ar trebui să fie asertate, deoarece un om rațional evită falsitatea. Totuși, această replică presupune încă o dată ceea ce trebuie demonstrat. Dacă adevărul și falsitatea ar fi exclusive, atunci evitarea falsității ar decurge din urmărirea adevărului. Cu toate acestea, odată ce cineva recunoaște că adevărul și falsitatea sunt amestecate inextricabil, precum o mixtură în continuă fierbere, individul rațional trebuie să țină seama de faptul că obiectivul principal al realizării complete a adevărului nu poate fi satisfăcut decât prin acceptarea unor falsități: alternativa de a respinge dialetheile ar face ca înțelegerea adevărului să rămână fragmentară și i-ar lăsa cunoașterea incompletă. Cel de al doilea argument, conform căruia contradicțiile nu pot fi evaluate rațional, este doar marginal mai bun. Pentru a vedea ce este acest argument, să notăm că cineva care asertează  $A_0$  &  $\sim A_0$  neagă o instanță a Legii non-contradicției (LNC). S-a sugerat adesea că este imposibil să se nege în mod rațional LNC, deoarece tocmai a face aceasta înseamnă a o presupune<sup>81</sup>. Acum, chiar admitând că este imposibil să se nege LNC fără a o presupune (idee în legătură cu care nu găsim nici un temei bun pentru a o crede), această obiecție nu trebuie să-l îngrijoreze pe adeptul paraconsistenței. Căci ceea ce arată ea este doar că persoana care avansează contradicția se angajează la anumite contradicții secundare<sup>82</sup>, iar a presupune că aceasta este inadmisibil înseamnă iarăși a presupune ceea ce trebuie demonstrat împotriva paraconsistenței. Acest tip de obiecție nu ia paraconsistența realmente în serios.

Aceleași considerații se aplică la argumentele semantice folosite uneori pentru a apăra primele două argumente, de exemplu la acela prin care se arată cu multă candoare, prin apel la tabelele de adevăr clasice, că nici o contradicție nu

<sup>81</sup> v. e.g. Stahl, 1975, p. 45. Argumentul apare inițial la Aristotel (v. J. Lukasiewicz, 1971). Lukasiewicz desființează argumentul lui Aristotel. Pentru observații critice detaliate la adresa LNC, considerat drept o lege a gândirii și drept imposibil de negat în mod rațional, v. R. și V. Routley, 1975.

<sup>82</sup> v. capitolul v, secț. 2.2.

poate fi adevărată. A apela la astfel de considerații (clasice) înseamnă a presupune o serie de chestiuni controversate. În orice caz, astfel de „verificări“ semantice pot fi contraccarate prin respingeri semantice, prin semantici rivale care admit unele contradicții ca fiind adevărate<sup>83</sup>.

Cel de al treilea argument împotriva posibilității de a aserta rațional o contradicție susține că nici o contradicție nu are sens sau conținut. Prin urmare, nu există literalmente nimic de asertat și *a fortiori* nimic de asertat rațional<sup>84</sup>. Dar în acest caz, contradicțiile nu ar avea consecințe înregistrabile, căci altfel relația de consecință ar permite ca aserțiunile cu conținut să fie obținute din cele fără conținut, ceva de obținut din nimic. Totuși, contradicțiile au consecințe,  $A$  &  $\neg A$  implicând  $A$ , de exemplu. Așadar, care este temeiul, dacă există vreunul, pentru a presupune că nici o contradicție nu are sens sau conținut? Acesta trebuie să depindă, în cele din urmă, de o definiție a sensului sau a conținutului care implică acel rezultat. Nici una dintre descrierile obișnuite ale *conținutului* – descrierea semantică în termenii claselor de lumi pe care le exclude un enunț și descrierea de tip consecință în termenii enunțurilor implicate de un enunț – nu are rezultatele cerute; într-adevăr, clasic și intuiționist, aceste descrieri atribuie contradicțiilor, în mod greșit, conținut total, iar din punct de vedere paraconsistent (e.g. relevant) aceste descrieri atribuie contradicțiilor conținut non-nul<sup>85</sup>. Doar în anumite logici conexe, în care contradicțiile nu implică nimic, contradicțiile au conținut zero în descrierea de tip consecință. Dar o astfel de bază logică specială ar trebui să fie respinsă ca fiind logic și paraconsistent inadecvată, după cum am văzut<sup>86</sup>.

Există o mai bună perspectivă de succes în a socoti contradicțiile ca fiind lipsite de sens (dacă realmente acesta este obiectivul), cu ajutorul celor două descrieri ale sensului care sunt dualele descrierilor considerate mai sus. Căci aceste descrieri redau o contradicție ca fiind lipsită de sens din punct de vedere clasic. Sub prima descriere, care este adesea luată drept o descriere de tip *Tractatus* a sensului<sup>87</sup>, sensul unei aserțiuni este ceva asemănător mulțimii non-triviale de lumi (sau evaluări) în care acea aserțiune este adevărată (i.e. domeniul său). Atunci, în cazul în care contradicțiile nu ar fi adevărate în nici o lume (în nici o evaluare), ar

<sup>83</sup> v. semanticile diferitelor logici paraconsistente discutate mai sus, în capitolul v.

<sup>84</sup> Un argument de acest tip este prezentat cât se poate de dogmatic de Rescher, Brandom, 1980, pp. 24–25: „Nu prea avem altă alternativă decât să considerăm... (contradicția) ca fiind autodistructivă, pur și simplu ca auto-anihilându-se... o contradicție flagrantă (este neinteligibilă) ...“, iar o concepție eliminativistă similară apare ca un fir roșu în gândirea lui Wittgenstein din cea de a doua perioadă (vezi capitolul 1, secțiunea 5.4 din G. Priest, R. Routley, *First Historical Introduction: A Preliminary History of Paraconsistent and Dialethic Approaches*). Există cu siguranță alte alternative și, în plus, există alternative mai bune, după cum se argumentează în Routley, Plumwood, 1982.

<sup>85</sup> Aceste măsuri ale conținutului, cu deosebire cea clasică și cea relevantă, sunt investigate în detaliu în Routley, 1977, iar una dintre ele este discutată în detaliu în capitolul al XIII-lea, secțiunea 4.6 (vezi studiul lui G. Priest, R. Routley, *Aplicații ale logicii paraconsistente*, tradus în volumul de față).

<sup>86</sup> În capitolul v de mai sus, secțiunea 2. O critică mult mai detaliată a logicilor conexe poate fi găsită în RLR, capitolul 2.

<sup>87</sup> Descrierea din *Tractatus*-ul lui Wittgenstein este diferită prin aceea că socotește tautologiile, ca și contradicțiile, ca fiind lipsite de sens. Care este exact teoria neintenționată a sensului subiacentă *Tractatus*-ului (dacă există vreuna) este încă o chestiune în dispută.



decurge concluzia de mai sus. Cu toate acestea, există evaluări care fac contradicțiile adevărate în unele lumi<sup>88</sup>. Cu siguranță, dacă totalitatea evaluărilor este restrânsă la cele clasice<sup>89</sup> (e.g. la cele pentru care  $v(A) = \{0\}$  sau  $v(A) = \{1\}$  pentru orice  $A$ ), atunci nu există lumi în care contradicțiile sunt adevărate. Dar a insista că trebuie să se facă aceasta, când este evident nenecesar, înseamnă din nou a presupune ceea ce trebuie demonstrat împotriva paraconsistenței. Sub descrierea alternativă duală a sensului, sensul unei aserțiuni este dat de complementarea mulțimii aserțiunilor implicate de aserțiunea respectivă. Atunci, dacă am presupune că o contradicție implică orice, contradicțiile ar apărea din nou cu sens zero. Oricum, caracteristica definitorie a logicii paraconsistente este exact respingerea concepției contraintuitive conform căreia contradicțiile implică orice. De aici rezultă că această cale de argumentare nu funcționează împotriva paraconsistenței.

Un set de considerații similare se aplică, cu și mai multă putere chiar, împotriva acelor descrieri special echipate ale sensului – sau, la drept vorbind, ale raționalității – care servesc la a aduce la lumină concluzia anti-paraconsistentă. După cum tocmai am explicat, pot fi date descrieri rivale mult mai naturale, care subminează concluzia anti-paraconsistentă și arată că aceasta este departe de a fi obligatorie. Așadar, de ce ar trebui să fie acceptate această concluzie și temeiurile sale? În acest stadiu al dialecticii, dezvoltările suplimentare ale argumentului anti-paraconsistent recur, și trebuie să recură, la proceduri speciale.

Obiecțiile la adresa asertabilității raționale a contradicțiilor, pe care le-am considerat până acum, fac doar cu puțin mai mult decât să presupună ceea ce trebuie demonstrat împotriva paraconsistenței. Totuși, există un argument teoretic, aparent mai profund, care susține că dacă ar fi să permitem oamenilor să aserteze contradicții, atunci *nici o* aserțiune nu ar avea vreun conținut<sup>90</sup>. Argumentul este acesta: pentru ca o aserțiune să aibă conținut, trebuie ca acea aserțiune să excludă anumite posibilități, altfel aserțiunea nu poartă nici un fel de informație. Acum, când un adept al paraconsistenței asertează  $A$ , prin aceasta el nu exclude nimic. Cu siguranță, el nu exclude  $\neg A$ :  $\neg A$  poate fi, de asemenea, realizat. Rezultă de aici că aserțiunea sa nu are nici un conținut. Argumentul este foarte plauzibil. Într-adevăr, îl putem chiar întări. Căci faptul că adevărul lui  $A$  nu exclude logic adevărul a nimic altceva poate fi demonstrat în semanticile celor mai multe logici paraconsistente. *Orice* mulțime de formule are o interpretare în care toate formulele sunt adevărate. Cu toate acestea, argumentul eșuează chiar în primul pas. Nu există nici un temei pentru a presupune că, pentru ca o propoziție să aibă un conținut determinat și non-trivial, acea propoziție trebuie să excludă ceva. Să considerăm „ $2 + 2 = 4$ ” și „Perth este în Australia”. Dacă paraconsistența are dreptate, nici una dintre aceste aserțiuni nu

<sup>88</sup> Am explicat exact ce sunt acestea în capitolul v, secțiunea 2.3.

<sup>89</sup> Aceasta este esențialmente ceea ce fac Rescher și Brandom, 1980. În mod firesc, argumentul nu se oprește acolo unde l-am lăsat noi. Dialectica se întoarce apoi asupra chestiunii a ceea ce contează drept *lume* și a ceea ce contează drept *evaluare* sau *interpretare*.

<sup>90</sup> Acest argument este sugerat de Rescher și Brandom, 1980, și este de găsit în fapt ca un argument pentru existența unei „negații tari”, în Batens, 1980, pp. 226–227. Este enunțat mai explicit în Lear, 1980, p. 112.

excluce logic negația sa sau orice altceva. Cu toate acestea, fiecare aserțiune are un conținut determinat diferit de al celeilalte, dar non-trivial. Lucrurile stau așa, deoarece fiecare aserțiune poartă informație pe care cealaltă *nu o include*. Astfel, cea de-a doua aserțiune implică faptul că Perth se află undeva, că este sau în Australia, sau în Indonezia etc., în timp ce prima aserțiune nu implică acestea. (Doar propoziția „totul este adevărat” are conținut total: conținutul său este determinat, dar este trivial). Această noțiune de conținut poate fi captată luând conținutul unei aserțiuni ca fiind mulțimea de propoziții implicate de acea aserțiune sau, ceea ce revine la același lucru, ca fiind locul său în laticia de Morgan a propozițiilor<sup>91</sup>. În orice caz, aceasta arată că excluderea logică nu este necesară pentru conținut.

După cum am văzut, teoria paraconsistentă poate furniza propria sa descriere a conținutului atât semantic, cât și din punctul de vedere al consecinței. (De fapt, definițiile iau exact aceeași formă ca și definițiile clasice, dar se bazează pe teorii diferite ale lumilor și, respectiv, ale consecinței). În acest fel, paraconsistența arată că descrierile felului în care aserțiunile poartă informație, date în termenii a ceea ce acestea exclud din punct de vedere clasic, induc în eroare. Desigur, dacă acceptăm astfel de descrieri ale conținutului, nu putem folosi excluderea conținutului ca o modalitate de a defini sensul sau conținutul negației. Dar atunci există o sumedenie de modalități de a face aceasta, de exemplu printr-o descriere semantică<sup>92</sup>.

Un ultim atac împotriva paraconsistenței se poate baza nu pe noțiunea de conținut sau pe ceea ce este asertat sau pe aserțiune, ci pe noțiunea de raționalitate. Căci este larg asumată supoziția conform căreia nici o contradicție, orice ar putea aserta aceasta (orice, ceva sau nimic), nu poate fi acceptată sau susținută *rațional*. Deși poate fi larg asumată, supoziția însăși nu este, în mod obișnuit, fundamentată rațional. În măsura în care sunt oferite argumente, acestea depind în mod tipic de o caracterizare a raționalității care, pur și simplu, face din consistență o condiție necesară a raționalității. Dar de ce să facem aceasta? Impunerea unei condiții atât de puternice cere o justificare – altfel poate fi pur și simplu respinsă (e.g. ca fiind stipulativă) – prin argumente care să susțină că nu trebuie să fie acceptate contradicțiile (în care verbul *trebuie* este unul al *raționalității*, de extins semantic printr-o regulă: În nici o lume ideal rațională ...). Oricare ar fi argumentele, cele mai multe derivând de la Aristotel, acestea invocă implicit principiul conform căruia trebuie implică poate și încearcă să arate că *nu pot* fi acceptate contradicțiile în virtutea caracterului logic al acestora, e.g. ele nu sunt valabile nicăieri, nu au conținut, sunt lipsite de sens etc. Am respins deja aceste argumente: am argumentat că o contradicție nu are un astfel de caracter logic radical defectuos, că o contradicție poate fi presupusă, acceptată și crezută și uneori este așa, precum și că

<sup>91</sup> Priest, 1980a.

<sup>92</sup> Cum este, de exemplu, cea dată în capitolul v, secțiunea 2.

argumentele care susțin contrariul, provenind de la Aristotel, sunt defectuoase<sup>93</sup>. Mai mult, am argumentat, cu unele detalii, că în anumite cazuri, contradicțiile trebuie să fie acceptate, deoarece nu există nici o cale realmente rațională de a le evita și deoarece sunt adevărate.

### 3.1.2. Critica și modificarea opiniei

Există o altă cale pe care se poate încerca infiltrarea supozițiilor de raționalitate tradiționale și clasice, prin intermediul problemei modificării raționale a opiniei. Se sugerează adesea că dacă se admit contradicții adevărate, atunci procesul, ba chiar și capacitatea de a determina în mod rațional pe cineva să își modifice opiniile prin critică sunt făcute imposibile<sup>94</sup>. Aspectul principal este acela că dacă cineva critică o teorie susținută de un dialethist, în domeniul logicii nu există nimic care să-l oprească pe acesta de la a accepta *deopotrivă* propria sa concepție și criticile oponentului, chiar dacă acestea constituie o contradicție. Din acest motiv, se pretinde, concepția sa nu poate fi rațional criticată.

Premisa acestui argument este corectă. Concluzia este un flagrant *non-sequitur*. Aceasta presupune că, numai datorită faptului că unele contradicții sunt adevărate, orice contradicție poate fi acceptată în mod rațional, și implică două treceri *deopotrivă* de greșite: de la unele la toate și de la adevărat la acceptabil în mod rațional ca adevărat. Dar, se va obiecta, avem nevoie de un criteriu, de o procedură de decizie pentru a spune care contradicții sunt acceptabile și care nu. Există temeiuri pentru a presupune că cerința tare pentru o procedură de decizie nu poate fi îndeplinită. Nu există nici o procedură de decizie pentru a stabili când este adevărată o contradicție. Mai mult, a solicita o astfel de procedură este nerezonabil: știm că nu există nici o procedură de decizie pentru adevăr, chiar și în cazuri foarte simple. Nu există nici o procedură de decizie pentru propoziții adevărate de formele  $\lceil Rab \rceil$ ,  $\lceil Fa \rceil$ ,  $\lceil pvq \rceil$  etc. De ce ar fi diferite propozițiile de forma  $\lceil p \& \sim p \rceil$ ?

Atunci cum să stabilim dacă o contradicție dată într-un context dat este rațional acceptabilă? Un răspuns preliminar este acela că în această etapă trebuie să considerăm fiecare tip de caz după meritele sale, chiar și atunci când este posibil să nu existe un răspuns imediat și tranșant. Probabil că nu există nici un răspuns la

<sup>93</sup> Argumentele conform cărora contradicțiile nu sunt logic defectuoase ca obiecte ale acceptării sau opiniei și conform cărora ele au conținut etc. sunt date, după cum am arătat anterior, în această subsecțiune. Argumentele conform cărora contradicțiile pot fi și sunt crezute de creaturi raționale sunt arătate în R. și V. Routley, 1975, unde sunt desființate și argumentele care derivă de la Aristotel. Demonstrația că argumentele lui Aristotel sunt greșite este dată de Łukasiewicz, 1971. Un argument suplimentar (acoperitor) împotriva supoziției tradiționale dominante conform căreia raționalitatea implică consistența este prezentat în R. Routley, *EMJB*, și, de asemenea, în Rescher, Brandom, 1980. Dar, cu toate că Rescher și Brandom perorează elocvent împotriva supoziției tradiționale, autorii nu observă că argumente similare se opun modificării supoziției tradiționale adoptate de ei, conform căreia raționalitatea nu implică contradicții (prin tabele de adevăr).

<sup>94</sup> v. Lewis, 1982, care sugerează aceasta. O face, de asemenea, Batens, 1980, pp. 230-231; el spune că paraconsistența face ca toate teoriile să fie „nefalsificabile”. Popper, 1963, enunță explicit aceasta, p. 317.

întrebarea „Când este acceptabilă rațional o contradicție oarecare?“, care să nu fie nici îndeajuns de vid și nici fals. Căci, la urma urmei, nu există până acum nici un răspuns la întrebarea „Când este acceptabilă rațional o aserțiune oarecare?“, care să nu fie nici vid și nici fals. Dar chiar dacă atât un criteriu, cât și nevoia unui criteriu pot fi puse la îndoială, nu tot așa sunt condițiile suficiente parțiale. Am argumentat că anumite contradicții sunt adevărate. Argumentele – convingătoare sau nu – au fost lăsate mai sus (în subsecțiunea 2.2) la latitudinea de decizie a cititorului. Aspectul important aici este că aceste argumente sunt considerații raționale care ne conduc către acceptarea unor contradicții ca fiind adevărate – și pot fi recunoscute ca atare de orice agent rațional suficient de competent. Astfel, tipul de lucruri care ne conduc către acceptarea unei contradicții ca fiind adevărată este exact același cu cel care ne conduce către acceptarea altor propoziții ca fiind adevărate. Dar dacă paraconsistența este corectă, putem să construim un argument pentru orice contradicție? Desigur că nu. Să considerăm contradicția „Acest obiect este un elefant și deopotrivă nu este un elefant“, unde obiectul în discuție este un telefon<sup>95</sup>. Ce se poate spune despre aceasta? Cu certitudine, putem argumenta rațional pornind de la un membru al conjuncției. Elefanții sunt gri, organici, au trompă etc., în timp ce acest obiect, telefonul, este alb, anorganic, nu are trompă etc. Dacă cineva poate avansa un argument rațional serios pentru celălalt conjunct (desigur, fără să folosească *ex falso quodlibet* sau vreo altă sofistică), atunci vom renunța nu numai la paraconsistență, ci și la o bună parte din orice altă activitate rațională.<sup>96</sup>

În acest fel, paraconsistența arată că activitatea critică rațională nu este bazată pe supoziția consistenței. O concepție este efectiv criticată, dacă se poate arăta că acea concepție conduce efectiv la ceva ce este inacceptabil – fie acest ceva o contradicție sau nu<sup>97</sup>. Insistența asupra totalei inacceptabilități a oricărei contradicții (sau cel puțin asupra unei proceduri de decizie pentru inacceptabilitatea totală a *unor* contradicții) este ultimul refugiu al trebuinței „euclidiene“ de certitudine sau de concludență<sup>98</sup>, care, altădată obișnuită în oceanele epistemologiei, trăiește acum, precum unele lipitori, în apele stătătoare ale logicii (clasice). Se obișnuia să se insiste asupra faptului că procedurile raționale, în special cele ale științei, furnizează certitudine fie în demonstrație (pentru inductiviști), fie în respingere (pentru falsificaționiștii naivi). Cu toate acestea, a devenit din ce în ce mai clar, în special prin strădania unor cercetători precum Lakatos, că este vorba

<sup>95</sup> Dacă și acest exemplu pare o greșeală categorială, alegeți un alt obiect, e.g. o găscă, o umbră etc.

<sup>96</sup> Cititorul care a parcurs acest paragraf cu speranța că va afla, în sfârșit, ce face ca unele contradicții să fie acceptabile ca adevărate și altele nu, va fi, probabil, dezamăgit de banalitatea acestui exemplu. Putem fi de acord, de pildă, cu ideea că noțiunile naive de mulțime nu i se poate rezerva soarta unei simple contradicții, dacă ținem cont de rezultatele valoroase obținute în teoria naivă a mulțimilor, dar tot așa am putea accepta, să zicem, noțiunea de triunghi dreptunghic echilateral, ținând cont că pe baza acestei noțiuni se pot demonstra toate teoremele referitoare la triunghi. Sub acest aspect, diferența dintre noțiunea naivă de mulțime și noțiunea de triunghi dreptunghic echilateral rămâne, totuși, neclară. (N.T.)

<sup>97</sup> Acest subiect este explorat în detaliu în Priest, 1989.

<sup>98</sup> Lakatos, 1962.

despre ceva de felul unei iluzii. Întreprinderea de a distruge o teorie este adesea o chestiune de lungă durată: de cele mai multe ori **nu** există nici o „raționalitate imediată“, nici un experiment cu reușită garantată<sup>99</sup>. Astfel, se poate întâmpla foarte bine ca o persoană să se mențină în mod rațional într-o teorie inconsistentă, inclusiv într-o contradicție explicită la care conduce aceasta, cel puțin pentru un timp. Probabil că, totuși, așa cum evidențiază alte fapte și argumente, în măsura în care această consecință a teoriei sau altele se dovedesc a fi prea nocive, aceasta nu mai rămâne o situație rațional posibilă. Probabil că **nu**. Astfel, paraconsistența ne ajută să ne dispensăm de vestigiile „raționalității imediate“.

Considerații similare cu cele care înfruntă acuzația conform căreia paraconsistența face imposibil procesul rațional de a determina pe cineva să-și schimbe opiniile prin critică sivesc, de asemenea, la a înfrunta alegația conform căreia paraconsistența însăși este necriticabilă<sup>100</sup>, căci această alegație este un caz special al acuzației mai generale. În timp ce un adept al paraconsistenței poate fi mult mai greu de criticat, întrucât (așa cum am văzut) nu se poate aștepta de la el să se considere învins dacă poziția sa se dovedește a fi inconsistentă, o astfel de critică este încă departe de a fi imposibilă. De exemplu, dacă o analiză a felului în care funcționează asertarea și modificarea rațională a opiniilor ar arăta că aceste lucruri nu ar fi posibile dacă paraconsistența ar fi corectă, am avea un argument transcendental puternic împotriva paraconsistenței. Oricum, o analiză corectă a acestor subiecte nu arată aceasta, așa cum am argumentat. Mai general, există *multe* feluri în care argumentele și procedurile logice paraconsistente (inclusiv, desigur, cele ale noastre) sunt deschise la critică și la reevaluare în lumina criticii, precum critica unei poziții paraconsistente de către alta sau îndreptată împotriva alteia<sup>101</sup>, și în care sunt evidențiate îmbunătățirile rezultante ale pozițiilor.

### 3.1.3. Consistența și metateoria

Până acum, ținta argumentului acestei secțiuni a fost aceea de a arăta că *din punct de vedere pragmatic, contradicțiile nu sunt chiar atât de diferite de alte tipuri de aserțiuni*: ele au un sens determinat, pot fi adevărate, pot fi crezute în mod rațional și pot fi respinse în mod rațional. Există, totuși, clase speciale de contradicții care funcționează într-o manieră „clasică“? Nimic din cele ce am spus nu ne angajează la o poziție în această privință, deși înclinăm către punctul de vedere conform căruia răspunsul este „Nu“. Cu toate acestea, dorim să discutăm pe scurt o clasă de contradicții care, s-a sugerat, are acest statut special.

Mai precis, s-a sugerat că nici o contradicție de forma  $\lceil s \text{ este adevărat și } s \text{ nu este adevărat} \rceil$  nu ar fi adevărată. Acum, întrucât predicatul de adevăr este principalul predicat al unui metalimbaj semantic, ceea ce este realmente în discuție aici este consistența metalimbajului. (Dacă formulele atomare care conțin

<sup>99</sup> Desigur, persoanele pragmatice au știut din totdeauna aceasta.

<sup>100</sup> Lewis, 1982.

<sup>101</sup> Ca în acest volum.

predicatul de adevăr se comportă consistent, la fel se comportă și toți compușii obișnuiți). În realitate, chiar și exprimarea în acest fel este oarecum supărătoare: căci a vorbi despre „metalimbaj” și „metateorie” înseamnă deja a începe să recurgem la ierarhia lui Tarski, ceea ce nu vrem să facem. De aceea, să reformulăm subiectul: ar trebui ca propria noastră semantică să fie consistentă? Din tot ce am spus despre semantică (în 2.1.6 și 2.2.2.2) va fi evident că noi credem că răspunsul este „Nu”. La urma urmei, aceasta este lecția paradoxului mincinosului, „Acest enunț nu este adevărat”. Acest enunț deopotrivă este și nu este adevărat. Nu avem în vedere nici o stratificare pentru a evita aceasta. Limbajul natural (sau un limbaj formal care îl modelează) ar trebui să fie îndeajuns de cuprinzător pentru a-și formula propria semantică.

Cu toate acestea, există unele argumente care susțin că trebuie să existe o metateorie (ultimă) care este consistentă. Putem acum să respingem destul de repede aceste argumente. Astfel de argumente apar la Batens<sup>102</sup>, care, ca și Rescher și Brandom, susține inconsistența, însă doar la „nivelul obiect”. Unul dintre argumentele sale (pp. 277, 231) susține că dacă nu putem localiza undeva un domeniu despre care putem fi asigurați că este consistent, capacitatea de a critica rațional o teorie și de a o respinge este imposibilă. Tratăm această obiecție în ultima secțiune. Celălalt argument (p. 277) este mai puțin clar. Acesta susține că „se poate descrie un domeniu inconsistent [cu o teorie paraconsistentă], dar aceea poate fi numită o descriere doar dacă metateoria sa este consistentă”. Ca să fim sinceri, socotim că argumentul pentru aceasta nu este foarte clar, dar următorul pasaj care apare câteva rânduri mai departe sugerează că problema este că dacă metateoria nu poate respinge definitiv anumite lucruri din teorie, teoria nu are nici un conținut: „Nu văd cum cineva poate fi în dezacord cu ideea de bază (a lui Popper), conform căreia numai teoriile care „interzic” ceva sunt informative”. Dacă avem dreptate, problema este exact ca aceea care privește conținutul și excluderea, pe care am tratat-o mai sus. Dar răspunsul de acolo poate fi suplimentat: Simplul fapt că  $A \in T$  și  $A \notin T$  nu implică faptul că  $B \in T$  pentru un  $B$  oarecare. (Desigur, numai dacă nu raționăm clasic). Atunci, faptul că metateoria este inconsistentă nu implică faptul că  $T$  este trivială, i.e. nu respinge nimic.

## 3.2. Metafizica

În subsecțiunea 2.2 de mai sus am admis posibilitatea existenței contradicțiilor adevărate, altele decât cele menționate acolo. Acum este momentul să discutăm despre unele dintre acestea. Elaborarea unor teorii inconsistente nu a fost doar privilegiul matematicienilor și al altor oameni de știință. Și filosofii, după cum am văzut, au avansat partea lor considerabilă de teorii inconsistente, uneori

<sup>102</sup> În studiul său din 1980. Discuția lui Batens nu epuizează în nici un caz argumentele aflate deja în circulație. Pentru mai multe detalii despre problema măsurii în care este cerută o metateorie consistentă, v. *RLR*, cap. 3 și Priest, 1984.

intenționat, alții nu. Evident, dacă unele dintre aceste teorii ar fi corecte, atunci ele ar furniza exemple de contradicții adevărate. Însă, aproape invariabil, teoriile de acest fel au fost respinse de către filosofi aparținând unui climat predominant empirist doar pentru că erau inconsistente. Atunci, un efect important imediat al paraconsistenței este acela de a insufla o nouă viață acestor teorii. Cu toate că poate fi citat un mare număr de astfel de teorii (v. 2.1.2), două dintre acestea ies în special în evidență: teoria lui Meinong a obiectelor și dialectica, pe care le vom discuta pe rând.

### 3.2.1. Teoria obiectelor a lui Meinong

Teza fundamentală a lui Meinong este aceea că orice termen individual al limbajului semnifică (ceva). *Significate* sunt obiecte, dintre care numai unele există. Argumentele pentru această poziție sunt numeroase<sup>103</sup>. Un argument principal, totuși, este acela că poziția permite o descriere simplă și uniformă a funcției semantice a termenilor individuali în propozițiile în care apar aceștia. Din punct de vedere clasic, funcția semantică a unui termen individual este exprimată în termenii obiectului care este denotatul său și al proprietăților pe care le are acesta. Totuși, din punct de vedere tradițional, s-a considerat că această descriere funcționează doar atunci când termenul semnifică un obiect existent. Se presupune că noțiunea unui obiect inexistent este extrem de problematică. Astfel, descrierea clasică este limitată drastic în aplicațiile sale, deoarece o bună parte a limbajului obișnuit apare a fi despre obiecte non-existente, e.g. obiecte ficționale, obiecte ale opiniei și alte obiecte intenționale, obiecte abstracte cum sunt numerele, proprietățile, funcțiile etc. Astfel, în întreprinderea de a da o descriere a acestui tip de limbaj, a trebuit să fie efectuate o serie de alte stratageme. Una dintre acestea constă în a insista asupra faptului că acest tip de termen denotă un obiect existent, dar non-actual. Acesta este „platonismul“, care este cu deosebire obișnuit în descrierile semantice standard ale teoriilor matematice. O altă stratagemă, mai obișnuită în legătură cu obiectele ficționale și intenționale, constă din a încerca eliminarea prin parafrază aparentele referințe la obiecte. Acesta este reducționismul. Toate aceste stratageme au de înfruntat probleme grave, dar nu acesta este locul pentru a le aborda<sup>104</sup>. Soluția meinongiană constă din a menține esențialmente descrierea clasică a funcției semantice a numelor și de a bloca supoziția conform căreia ceea ce este semnat trebuie să existe. Astfel, în fapt, se aplică foarte simplu o descriere denotațională a numelor în general și toate problemele dispar.

Ce au de-a face toate acestea cu paraconsistența? După cum ne-am putea aștepta, există numeroase obiecții la adresa soluției lui Meinong. Probabil că cea mai obișnuită obiecție este aceea că este imposibil de a înțelege sau de a elabora o teorie despre obiecte care, cel puțin într-un anume sens, nu există. Aceasta este o problemă străveche și nu intenționăm să ne ocupăm de ea acum<sup>105</sup>. Obiecția de care ne vom ocupa este aceasta: Cel puțin unele obiecte non-existente trebuie să aibă proprietăți. Descrierea semantică a funcției numelor depinde de aceasta. În plus,

<sup>103</sup> *EMJB*, în special cap. 1.

<sup>104</sup> Ele sunt discutate în *EMJB*, în special în capitoul 4.

<sup>105</sup> Încă o dată, o discuție completă poate fi găsită în *EMJB*.

trebuie să putem să determinăm proprietățile acestor obiecte, cel puțin în unele cazuri; altfel nu vom putea niciodată să le distingem și să spunem dacă propozițiile despre ele sunt adevărate sau false. Felul în care putem determina adesea proprietățile obiectelor existente este, în linii mari, destul de clar, întrucât acestea interacționează cauzal cu noi prin intermediul organelor de simț. Totuși, în general, acest tip de răspuns eșuează în mod evident pentru obiecte non-existente. Dar dacă nu putem găsi nici o modalitate de a atribui proprietăți sau de a determina proprietățile obiectelor non-existente, atunci acestea devin foarte asemănătoare kantienelor *Ding an sich* și tot atât de inutile. Și atunci cum ar trebui să procedăm? Meinongienii au la dispoziție un număr de răspunsuri, dar unul de importanță centrală privește postulatul caracterizării. Să considerăm un termen descriptiv „un ...“, „acel ...“. Să folosim „ $\tau$ “ pentru un operator general al descriției. Atunci termenul  $\tau x \phi$  are exact aceste proprietăți,  $\phi$ , prin care este caracterizat. Acesta este postulatul caracterizării:

$$\phi(x / \tau x \phi)$$

Postulatul este analitic în virtutea sensurilor termenilor implicați și deci este cunoscut *a priori*. Acum, aplicarea postulatului caracterizării conduce îndată la contradicții în cazul anumitor obiecte imposibile. Să considerăm, de exemplu, un obiect care este puternic contradictoriu prin aceea că are proprietatea  $F$  și nu are proprietatea  $F$ ,  $\tau x(Fx \ \& \ \sim Fx)$ , să spunem. Atunci  $F(\tau x(Fx \ \& \ \sim Fx)) \ \& \ \sim F(\tau x(Fx \ \& \ \sim Fx))$ . Prin urmare, dacă am respinge toate contradicțiile, trebuie să respingem și postulatul caracterizării – un rezultat cu implicații (negative) importante pentru întreaga întreprindere meinongiană. Într-adevăr, o instanță exact a acestui argument a fost folosită de Russell în critica sa devastatoare a teoriei lui Meinong a obiectelor, una dintre supozițiile subiacente ale lui Russell fiind aceea că toate contradicțiile, fără excepție, sunt proscrise<sup>106</sup>. Cu toate acestea, odată ce se admite posibilitatea contradicțiilor adevărate, ce se poate opune supoziției conform căreia obiecte imposibile, ca  $\tau x(Fx \ \& \ \sim Fx)$ , produc astfel de contradicții? Poate fi doar un fapt de viață acela că unele obiecte meinongiene sunt obiecte inconsistente, în sensul că au proprietăți contradictorii, așa cum sunt ele furnizate de postulatul caracterizării. Obiecția la adresa postulatului caracterizării, bazată pe temeuri de consistență, este astfel un fiasco. Așa cum este acum mai bine cunoscut, Meinong a răspuns imediat criticii lui Russell asupra acestor chestiuni, subliniind că, desigur, obiectele imposibile au proprietăți imposibile și încalcă LNC, care este valabilă cel mult pentru obiecte actuale și posibile<sup>107</sup>.

Ca să fim sinceri, situația nu este chiar atât de simplă pe cât am sugerat până acum; adică, procedează dialethic și teoria lui Meinong a obiectelor poate fi reabilitată neproblematic. Căci nici măcar un dialethician nu poate accepta postulatul caracterizării în deplina sa generalitate, deoarece, folosind o formă fără

<sup>106</sup> Critica lui Russell apare într-o serie de articole în *Mind*, în jurul anului 1905: v. în special 1905.

<sup>107</sup> Aceste aspecte au fost prezentate de Meinong în mai multe locuri, e.g. în 1907.



restricții a acestuia, se poate demonstra absolut orice. Este suficient să se observe că  $F(\text{tx}(Fx \ \& \ p)) \ \& \ p$  este o instanță fără restricții a postulatului. Corespunzător, sau postulatul este deja limitat implicit, e.g. într-un mod natural, sau trebuie să-i fie impuse unele restricții. Aceasta deschide o altă cale largă de scăpare pentru meinongieni, care pot încerca să formuleze astfel de restricții asupra postulatului, încât să fie respinsă orice aplicație care conduce la inconsistență. Oricum, aceasta face ca viața să fie mai dură și mai încurcată<sup>108</sup>.

### 3.2.2. Dialectica

După cum am văzut în introducerea la partea întâi, dialectica nu este atât o teorie unică, cât un mănunchi de idei și de teme ce pot fi găsite la o serie de gânditori diferiți, începând, probabil în epoca modernă, cu Fichte și ajungând prin Schelling, Hegel, Marx și Engels la gânditori contemporani precum Lenin, Sartre și Mao-Zedong. Ar fi o ineptie să se presupună că există o descriere uniformă a dialecticii care poate fi găsită la toți acești oameni. Ceea ce împărtășesc toți acești oameni nu pare a fi mai mult, cel puțin pentru cei ostili dialecticii, decât o formă a cuvintelor, ale căror înțelesuri diferă radical. Cu toate acestea, să începem cu aceste cuvinte. O componentă centrală a dialecticii, așa cum este înțeleasă aceasta în epoca modernă, este contradicția<sup>109</sup>. Principalele lucruri afirmate despre contradicții sunt următoarele:

- (D1) Există contradicții în realitate: unele situații realizează contradicții. (Aceasta este una dintre formele legii unității contrariilor).
- (D2) Schimbarea este produsă de rezolvarea contradicțiilor: într-un sistem dinamic, starea  $S'$  care succede unei stări  $S$  este produsă de rezolvarea unora dintre contradicțiile din  $S$ . ( $S'$  este negația lui  $S$ ).

Admitem că diferiți dialecticieni au înțeles noțiunea de contradicție în diferite feluri<sup>110</sup>. Astfel, de exemplu, o contradicție poate fi o propoziție auto-contradictorie, concepte incompatibile, o concepere a unei situații diferită de realitatea acelei situații, un proces care înaintază către un scop care se auto-anulează, operații inverse, forțe opuse, interese opuse, tendințe aflate în conflict ș.a.m.d. Desigur, diferite sensuri ale contradicției dau naștere la diferite sensuri pentru D1 și D2. Ar fi imprudent să încercăm să găsim mai mult decât o asemănare de familie între diferitele noțiuni de contradicție menționate mai sus și nu vom încerca să facem aceasta. Mai mult, unele dintre aceste noțiuni de contradicție au puține legături cu felul în care logicienii înțeleg termenul, care este în principal primul de pe listă. De exemplu, noțiunea de tendințe

<sup>108</sup> Pentru o discuție mai amănunțită a acestor subiecte, v. *EMJB*. O teorie consistentă a obiectelor este, de asemenea, dezvoltată în Parsons, 1980.

<sup>109</sup> Avem în vedere, de pildă, analiza de conținut a principalelor texte despre dialectică, e.g. a lucrărilor autorilor menționați mai sus.

<sup>110</sup> Într-adevăr, unii dintre cei la care ne-am referit mai sus au folosit mai mult decât o singură noțiune de contradicție.

opuse are comparativ puțin de a face cu acesta. Ne concentrăm asupra noțiunii logice nu pentru că noi considerăm că celelalte noțiuni sunt incorecte sau neinteresante, ci pentru că, dacă dialethica și dialectica sunt reciproc relevante, acesta va fi scena acțiunii. Astfel – să subliniem din nou – nu pretendem că ceea ce urmează să spunem despre contradicții este o analiză corectă a întregii dialectici – departe de aceasta. Ceea ce spunem este că unii dintre dialecticienii importanți au considerat adesea acest sens al contradicției<sup>111</sup> și că acesta este sensul central din care derivă și își trag puterea celelalte sensuri. Pentru aceste temeuri, dialethismul este un ajutor tehnic valoros, de fapt absolut esențial în înțelegerea logică a ceea ce se petrece în dialectică. Prin contrast, încercările bazate pe logica acceptată (clasică, intuiționistă sau tradițională) de a explica ceea ce se petrece sunt limitate la a fi mai curând eșecuri jalnice și sunt limitate sau la a anula dialectica, așa cum face Popper, ca „un fel vag și încălțat de a vorbi”, „fără nici cea mai mică bază”<sup>112</sup>, sau la a transforma dialectica în ceva foarte diferit de ceea ce a fost aceasta din punct de vedere istoric<sup>113</sup>. Oricum, scopul nostru nu este unul de exegeză istorică, ci este acela de a stabili relevanța reciprocă a dialecticii și dialethicii și în acest fel de a ajuta reabilitarea logică a dialecticii. În acest scop, vom considera contradicțiile în cunoaștere și contradicțiile în lumea naturală. Acestea nu sunt singurele locuri de relevanță, dar sunt suficiente pentru a stabili principalul nostru punct de vedere.

### 3.2.2.1. Contradicții în cunoaștere și în corpul științei

Conform legii unității contrariilor, când este aplicată la cunoaștere, starea istorică a cunoașterii la un moment dat este expusă la a conține propoziții contradictorii. Este destul de ușor de văzut că lucrurile stau așa. Mai întâi, am argumentat deja că anumite teorii din corpul cunoașterii pot fi intern inconsistente<sup>114</sup>. Oricum, contradicțiile apar tot așa de bine și din alte motive. Așa cum a evidențiat Popper, un rezultat experimental bine coroborat poate foarte bine să contrazică o teorie bine coroborată. Coroborarea ambelor ar fi în mod normal suficientă pentru a le plasa pe amândouă în corpul cunoașterii<sup>115</sup>. Popper, desigur, insistă că teoria ar trebui să fie respinsă în acest context. Totuși, așa cum alții, precum Lakatos, au argumentat împotriva lui Popper, „falsificarea” și respingerea nu sunt evenimente contemporane în cele mai multe cazuri<sup>116</sup>. Contradicția în starea cunoașterii persistă, căutând o rezolvare. Cel de al treilea temei pentru contradicții în starea cunoașterii este, așa cum a evidențiat din nou Lakatos, acela că în anumite momente, starea cunoașterii poate conține programe de cercetare rivale, ale căror „nuclee dure” se vor contrazice reciproc<sup>117</sup>. Astfel, D1 este justificat în acest context.

<sup>111</sup> v. în special discuțiile despre Hegel și Marx din capitolul II.

<sup>112</sup> Popper, 1963, p. 316.

<sup>113</sup> Unele încercări de acest tip sunt adunate în Marconi, 1979.

<sup>114</sup> v. mai sus în acest capitol, secțiunea 2.1.3.

<sup>115</sup> Cel puțin din perspectiva falsificaționistă asupra creșterii cunoașterii, pe care nu o înfruntăm aici.

<sup>116</sup> Lakatos, 1970.

<sup>117</sup> Lakatos, 1970.

Odată ce am văzut aceasta, D2 este în bună măsură trivial. Aceste contradicții furnizează un motor important pentru cunoaștere. Faptul că ele sunt incluse furnizează un bun temelie pentru a transforma corpusul cunoașterii în așa fel încât contradicțiile să fie rezolvate<sup>118</sup>. Aici, „rezolvat“ nu înseamnă pur și simplu „eliminat“, ci „depășit“ (*transcended*), în sensul de a găsi explicații satisfăcătoare pentru coroborarea ambelor părți ale contradicției. În acest fel, ideile lui Popper privind lupta dintre teorie și falsificarea experimentală și ideile lui Lakatos privind lupta dintre programele de cercetare rivale, de înlăturare a unuia de către celălalt, sunt încastrate într-o descriere dialectică a cunoașterii și a creșterii științei<sup>119</sup>. S-a obiectat că acceptarea de către noi a unor contradicții ca fiind adevărate subminează această descriere a dialecticii cunoașterii – și, mult mai pripit, că D1 subminează D2 – din următorul motiv. Cunoașterea se poate dezvolta foarte bine prin rezolvarea contradicțiilor. Totuși, motivul pentru care se întâmplă așa este acela că o contradicție în cunoaștere este nesatisfăcătoare și este așa deoarece trebuie să fie falsă. Odată ce se neagă aceasta, nu există nici un motiv pentru care nu s-ar permite contradicției să rămână și cunoașterii să fie statică.

Chestiunea este simplă. Aceasta sugerează că există o incompatibilitate între progresul cunoașterii prin rezolvarea contradicțiilor și credința actorilor istorici în contradicțiile adevărate (nu, *nota bene*, în contradicțiile adevărate ca atare). Dar aceasta este o confuzie. Căci chiar presupunând că scopul actorilor care produc schimbarea în cunoaștere este eliminarea falsității, nu rezultă că aceștia se vor mulțumi cu o contradicție. Nici dialethicienii și nici dialecticienii nu cred că *toate* contradicțiile sunt adevărate: acestea sunt, probabil, tot atât de neadevărate ca și orice altceva, chiar mult mai probabil. Dată fiind o contradicție în corpusul cunoașterii și dată fiind opinia conform căreia acea contradicție, ca și cele mai multe contradicții întâlnite, este falsă, motivația puternică de a o elimina din corpus se păstrează. Dar ce se întâmplă cu acele contradicții care sunt adevărate și sunt considerate ca atare? Vor fi acestea rezolvate? Nu în mod necesar. Ele pot foarte bine să fie păstrate. Nu există ceva care să determine pe un dialethician să exorcizeze paradoxurile logice din corpusul cunoașterii, de exemplu. Dar nu există nici o parte a dialecticii conform căreia *toate* contradicțiile produc schimbare. De fapt, în dialectică există o distincție standard trasată între contradicții antagoniste (i.e. producătoare de schimbare) și contradicții neantagoniste<sup>120</sup>.

Dar toate acestea înseamnă a asuma că scopul actorilor este pur și simplu eliminarea falsității. Și aceasta, desigur, este mult prea simplu. Căci falsitățile nu sunt pur și simplu eliminate, ci depășite. Pe măsură ce cunoașterea se extinde, noi producem explicații din ce în ce mai profunde<sup>121</sup>. Adevărul este explicat și sunt dezvăluite limitele sale, falsul este înfățișat ca fiind fals și este explicată coroborarea acestuia. Astfel, o contradicție falsă poate fi respinsă nu pentru ea însăși, ci ca un rezultat al profunzimii explicative crescânde. În plus, chiar și contradicțiile adevărate

<sup>118</sup> În general, deoarece cele mai multe contradicții întâlnite sunt pur și simplu false, dar nu invariabil. Chestiunea este dezvoltată mai jos în text.

<sup>119</sup> v. mai departe Priest, 1980.

<sup>120</sup> Mao-Zedong, 1977, § 4.

<sup>121</sup> v. e.g., Bhaskar, 1978.

pot fi rezolvate în acest fel. Căci teoriile mai profunde pot produce foarte bine o schimbare a înțelesului care rezolvă contradicțiile prin fisionomia înțelesului<sup>122</sup>.

### 3.2.2.2. Contradicții în lumea naturală

Să pornim din nou de la legea unității contrariilor, așa cum este încorporată aceasta în D1. Dacă lumea este lumea din *Tractatus* a totalității faptelor, atunci aceasta conține contradicții. Paradoxurile logice sunt exemple ale acestora. Dar există contradicții adevărate privind lumea *naturală*, ca opusă părții analitice a lumii? Am răspuns deja afirmativ și la această întrebare, prin analiza termenilor multicriteriali<sup>123</sup>. Aceasta, totuși, nu epuizează în nici un fel posibilitățile. Un marxist paraconsistent poate foarte bine să argumenteze în favoarea contradicțiilor adevărate (în sensul nostru) privind societatea, iar un teoretician dialethic al mecanicii cuantice (în prezent, un obiect ficțional al științei) ar argumenta în favoarea contradicțiilor adevărate la nivel subatomic<sup>124</sup>.

Aceasta înseamnă încă a neglija legătura deosebit de remarcată dintre contradicție și schimbare. Căci atunci când dialecticienii precum Hegel și Engels au evidențiat prezența contradicțiilor în lumea naturală, ei au făcut-o în legătură cu schimbarea. De exemplu, Engels era în bună măsură pregătit să admită că o descriere adevărată a lumii, așa cum este în fiecare moment, o descriere statică, poate fi consistentă. Totuși, odată ce o considerăm în mod corect ca fiind un sistem dinamic, într-o stare de perpetuă schimbare, atunci o descriere adevărată a ceea ce se întâmplă trebuie să conțină o contradicție<sup>125</sup>. Astfel, contradicțiile apar atunci când un sistem trece de la o stare la alta și sunt rezolvate la terminarea mișcării. Acesta este D2. Trebuie să se recunoască faptul că dialecticienii nu erau în general pregătiți pentru *a* argumenta aceasta. În mod obișnuit, ei se mulțumeau să citeze autoritatea lui Zenon și paradoxurile sale ale mișcării. Cu siguranță, unele dintre argumentele lui Zenon (de exemplu cel al săgeții) pot fi considerate drept argumente în favoarea pretenției conform căreia într-un moment al schimbării ceva este într-un anumit fel și deopotrivă nu este așa. Dar am discutat deja argumentele lui Zenon<sup>126</sup> și nu le-am adoptat. Să vedem, totuși, ce putem să obținem fără aceste argumente.

Să presupunem că un sistem este într-o stare  $S_0$  și că în momentul  $t_0$  sistemul trece în starea  $S_1$ . În ce stare este sistemul în  $t_0$ ? *A priori* există trei posibilități: este într-una dintre stările  $S_0$ ,  $S_1$ , nu și în ambele; nu este nici în  $S_0$ , nici în  $S_1$ ; este deopotrivă în  $S_0$  și  $S_1$ . Probabil că în împrejurări diferite și în diferite tipuri de schimbare, toate cele trei posibilități sunt realizate. Dar, în particular, dacă  $S_0$  înseamnă că este adevărat  $p$  și  $S_1$  înseamnă că este adevărat  $\sim p$  și apare o schimbare de cel de al treilea tip, atunci este realizată o contradicție în  $t_0$ :  $p$  și  $\sim p$  sunt deopotrivă

<sup>122</sup> În 2.2.1 am conchis deja că o contradicție adevărată poate fi situată în nodurile rețelei de schimbare a înțelesului. Există o serie de alte subiecte interesante, atinse aici doar în treacăt, privind transcendența contradicțiilor și relația intențiilor actorilor cu eforturile acestora; o discuție a acestor subiecte poate fi găsită în Priest, 1980.

<sup>123</sup> v. din nou discuția din 2.2.1 de mai sus.

<sup>124</sup> v. capitolul XIII, secțiunea 3.4 (G. Priest și R. Routley, *Aplicații ale logicii paraconsistente*, studiu tradus în volumul de față).

<sup>125</sup> Engels, 1878, p. 139.

<sup>126</sup> În capitolul II, §1.

adevărate. Desigur, această posibilitate este respinsă din punct de vedere clasic: despre paraconsistență se poate spune măcar că lasă deschisă această posibilitate<sup>127</sup>. Pentru a stabili dacă această posibilitate este sau nu realizată, trebuie să căutăm argumente suplimentare. Astfel de argumente pot fi găsite. De exemplu, unul dintre acestea privește principiul limitei al lui Leibniz: „ceea ce are loc către limită are loc la limită”. Acest principiu este destul de plauzibil în cazul în care este vorba despre procese fizice. Și dacă este corect, principiul implică faptul că  $p$  și  $\sim p$  sunt deopotrivă adevărate în  $t_0$ , întrucât  $t_0$  este deopotrivă o limită a intervalelor de timp anterior și ulterior acestuia. În acest caz, o astfel de schimbare implică contradicții, iar **D1** și **D2** sunt confirmate suplimentar ca referindu-se la contradicții în lumea naturală<sup>128</sup>.

### 3.3. Filosofia matematicii

Nu numai că multe teorii metafizice defuncte pot fi reabilitate prin paraconsistență; multe programe din filosofia matematicii pot fi, de asemenea, reactivate. Din motive istorice generale, filosofia matematicii în secolul al XX-lea a fost strâns legată de investigarea logicii. Și aproape toată această filosofie s-a sprijinit pe supoziția că logica, *acea* logică, este sau clasică, sau intuiționistă. Astfel, paraconsistența trebuie să aibă consecințe pentru filosofia matematicii, dintre care vom examina acum câteva<sup>129</sup>. Cel mai devastator efect al paraconsistenței constă din anularea multora dintre rezultatele negative care au apărut în ultimii cincizeci de ani, în special a celor provenite din teorema lui Gödel, din logicism și din programul lui Hilbert, pe care le vom discuta în cele ce urmează.

#### 3.3.1. Prima teoremă de incompletitudine a lui Gödel

Teorema lui Gödel poate fi enunțată în forma următoare: orice teorie ( $\omega$ -) consistentă care este destul de puternică pentru a reprezenta toate funcțiile recursive este incompletă. Nu este necesar să discutăm deocamdată acest rezultat profund. Demonstrația sa cere doar unele supoziții minimale privind logica subiacentă a teoriei<sup>130</sup>. Desigur, Gödel și toți ceilalți presupuneau încă o dată că logica subiacentă a teoriei trebuie să fie clasică sau intuiționistă, dar, cel puțin în cazul primei teoreme a lui Gödel, această supoziție nu este necesară. Nu; lucrurile cu care nu suntem de acord

<sup>127</sup> Și prin aceasta că înlătură problemele privind schimbarea, originate la Parmenide și Aristotel, care sunt generate de considerații fundamentate clasic.

<sup>128</sup> Chestiunea depinde în mod critic, totuși, de argumentele și supozițiile subiacente. Acestea sunt discutate în detaliu în Priest, 1982.

<sup>129</sup> O discuție suplimentară apare în *EMJB*, capitolele 10 și 11 și în *Anexă*.

<sup>130</sup> Există, totuși, supoziții importante privind metateoria implicată și relațiile acesteia cu logica-obiect – supoziții care ar trebui să fie examinate, de pildă, de oricine își propune să rezolve paradoxurile prin restricții sistematice impuse auto-referinței. În plus, în timp ce afirmația este adevărată despre teorema inițială a lui Gödel, unde ipoteza era  $\omega$ -consistența și nu atât consistența, poate să nu fie valabilă despre formularea lui Rosser a teoremei, unde ipoteza este redusă la consistență. Căci demonstrația lui Rosser pare să depindă de utilizarea silogismului disjunctiv. (Rămâne neclar dacă această utilizare este esențială.)

sunt pretențiile arogante care au fost formulate adesea și despre care se presupune că decurg din acest rezultat. Cele mai decente dintre acestea<sup>131</sup> susțin în mod obișnuit că orice matematică sau aritmetică axiomatică este incompletă<sup>132</sup>. Altfel spus, aceasta este pretenția conform căreia mulțimea propozițiilor matematice (sau aritmetice) adevărate nu este recursiv numărabilă. Acum, după cum va fi foarte clar, aceasta decurge din teorema lui Gödel dacă și numai dacă mulțimea adevărilor matematice (aritmetice) este consistentă. Oricum, în virtutea a ceea ce am spus cu privire la paradoxurile teoriei mulțimilor (în 2.2.2.1), mulțimea aserțiunilor matematice adevărate nu este, evident, consistentă.

Cum stau lucrurile cu mulțimea aserțiunilor aritmetice adevărate? S-ar putea ca aritmetica lui Peano, de exemplu, să fie inconsistentă. Nu este imposibil, în pofida demonstrațiilor de consistență, dar pare improbabil, întrucât tipul de condiții care par necesare pentru producerea paradoxurilor nu apare în aritmetica lui Peano<sup>133</sup>. Oricum, aceasta nu arată că mulțimea propozițiilor adevărate despre numere nu este recursiv numărabilă. Arată doar că mulțimea de astfel de propoziții exprimabile în limbajul aritmeticii lui Peano nu este recursiv numărabilă. Căci, desigur, este foarte posibil ca o mulțime recursiv numărabilă să aibă submulțimi non-recursiv numărabile. Dar ideea că orice se poate spune despre numere din punct de vedere matematic se poate spune în limbajul aritmeticii lui Peano este o parte a dogmei curente. Această idee este pur și simplu falsă.

Să considerăm, de exemplu, teoria numită în altă parte<sup>134</sup> „aritmetica semantic închisă”. Aceasta poate fi gândită ca aritmetica lui Peano extinsă printr-un nou predicat de  $n + 1$  locuri  $Sat_n$  (pentru orice  $n \geq 1$ ) și schema de axiome:

$$Sat_n(\ulcorner \phi \urcorner \neg x_1 \dots x_n) \leftrightarrow \phi(v_1/x_1 \dots v_n/x_n),$$

unde  $\phi$  este orice formulă cu  $n$  variabile libere  $v_1 \dots v_n$  și  $\ulcorner \phi \urcorner$  este numărul lui Gödel al formulei  $\phi$ . Această teorie va fi capabilă să exprime fapte despre numere care nu sunt exprimabile în limbajul aritmeticii lui Peano, e.g.  $Sat(\ulcorner x = 1 + 1 \urcorner)$ . Probabil că aritmetica lui Peano semantic închisă nu va fi o extensie conservatoare a aritmeticii lui Peano<sup>135</sup>. Dacă este așa, aritmetica lui Peano nu este numai incompletă din punctul de vedere al teoremelor, dar și expresiv incompletă și, putem bănuî, coincidența acestor lucruri poate să nu fie întâmplătoare. Am

<sup>131</sup> Cele mai brutale pretenții privesc chestiuni precum creativitatea umană, distincția dintre om și mașină ș.a. Toate acele corolare – care nu rezultă fără supoziții suplimentare foarte generale – se află de partea pretențiilor mult mai decente. Pentru o discuție suplimentară a unora dintre subiectele epistemologice care depind de teorema lui Gödel, v. Priest, 1979.

<sup>132</sup> Și ceea ce este implicat: incompleteținea extensională.

<sup>133</sup> Mai precis, ceea ce dă naștere la paradoxuri sunt condițiile de adevăr care, deși sunt recursive în sensul că pentru fiecare formulă, condițiile de adevăr sunt date în termenii condițiilor de adevăr ale părților sale, nu sunt recursive în sensul că analiza condițiilor de adevăr ale unei formule oarecare, efectuată printr-o aplicare a diferitelor reguli, este ținută să se împotmolească. (v. Priest, 1983).

<sup>134</sup> Priest, 1979.

<sup>135</sup> v. mai departe Priest, 1979.

presupus că aritmetica închisă semantic, sau cel puțin o extensie axiomatică naturală a sa, este (extensional) incompletă; dar soluția la această problemă este până acum necunoscută.

Oricum, aceste câteva observații sunt suficiente pentru a năru, cel puțin pentru moment, cele mai multe dintre consecințele filosofice importante ale teoremei lui Gödel (dintre care vom mai menționa câteva în următoarele două secțiuni).

### 3.3.2. Logicismul

Un scop principal al logicismului, programul fundațional propus de Frege și Russel pe la începutul secolului al XX-lea, era acela de a arăta că toate adevărurile matematice sunt adevăruri logice<sup>136</sup>. Conform reconstrucțiilor extensionale recente ale programului, încercarea de a realiza aceasta se compune din două părți: (a) a arăta că teoria mulțimilor este o ramură a logicii; (b) a arăta că matematica este reductibilă la teoria mulțimilor. Atât (a), cât și (b) se confruntă cu o mulțime de probleme, probleme care sunt în bună măsură înlăturate, odată ce adoptăm paraconsistența.

(a) Teoria mulțimilor cu care lucra Frege era esențialmente o elaborare a teoriei naive a mulțimilor. Ca și teoria naivă, teoria sa s-a dovedit a fi inconsistentă, și astfel a trebuit să fie căutată o reformulare consistentă<sup>137</sup>. Problemele pentru logicism încep chiar de aici. Principala problemă este că teoria mulțimilor, așa cum este reformulată acum, nu aduce prea mult a logică. Teoria mulțimilor a lui Frege ar putea fi considerată în mod plauzibil drept o teorie despre noțiuni care sunt foarte generale, topic-neutre și aflate în interiorul limitelor preocupărilor logicii tradiționale, și anume proprietăți, concepte și extensiunile acestora. În plus, principiile acesteia par a fi (iar noi am presupune că *sunt*) analitice, o chestiune de logică (într-un sens destul de restrâns al cuvântului). Astfel, teoria mulțimilor a lui Frege pare, sub toate aspectele relevante, o parte a logicii. Totuși, aceleași considerații nu pot fi aplicate formelor distorsionate care au trecut drept teoria mulțimilor în secolul al XX-lea. Teoria mulțimilor acceptată acum pare a fi un subiect a cărui preocupare este un domeniu cu totul specific al obiectelor abstracte, ușor mai generale decât alte obiecte matematice specifice, cum sunt grupurile, categoriile etc., deși nu esențial diferite de acestea. Astfel, teoria acceptată a mulțimilor este considerată adesea o ramură a matematicii și nicidecum a logicii. În plus, axiomele implicate abia dacă pot aspira la analiticitatea auto-evidentă a axiomelor lui Frege.

Adoptând paraconsistența (adoptând o logică paraconsistentă subiacentă adecvată) putem totuși să ne întoarcem la teoria naivă a mulțimilor și astfel, ca și în privința teoriei inițiale a lui Frege, să evităm toate aceste obiecții, întrucât teoria are, ca și cea a lui Frege, un aspect logic evident. Aceasta nu este tot. Multe observații critice au fost îndreptate asupra includerii axiomelor alegerii și

<sup>136</sup> În mod obișnuit, logicismul este acum considerat ca incluzând atât o teză reducționistă conform căreia matematica se reduce (într-un anumit fel) la logică, cât și o teză de analiticitate conform căreia adevărurile matematice sunt analitice.

<sup>137</sup> Am discutat deja teoria naivă și reformulările sale contemporane în 2.1.5.

infinitalui în baza de reducere logicistă, din nou pe temeiurile că aceste axiome nu au caracter logic și nu sunt teze (analitice) ale logicii. Aceste probleme dispar, de asemenea. Căci atât axioma alegerii, cât și axioma infinitului, care au formulări pur logice, sunt demonstrabile în teoria absolut naivă a mulțimilor<sup>138</sup>.

(b) Întrebarea dacă matematica este reductibilă la teoria mulțimilor este puțin mai deschisă. Este acum larg recunoscut faptul că matematica de tip clasic este, în general, reductibilă la teoria mulțimilor ZF, să spunem, cu logica subiacentă clasică – deși există unele argumente care susțin că nu este complet reductibilă în acest fel, argumente pe care le vom considera ceva mai departe. Totuși, până acum nu este deloc clar dacă matematica, sau chiar teoria numerelor, este reductibilă la teoria naivă a mulțimilor cu o bază logică paraconsistentă. Căci, deși principiile proprii teoriei mulțimilor sunt cu mult mai puternice, logica este corespunzător mai slabă. Astfel, nu mai poate fi efectuată o serie de pași în reducerea standard. Desigur, aceasta nu înseamnă că reducerea este imposibilă; s-ar putea să fie posibilă pe o altă cale. Totuși, pentru a stabili dacă această reducere este posibilă este nevoie de un travaliu deosebit, care nu a fost încă efectuat. Puținul care s-a făcut în privința formalizării relevante/ paraconsistente a matematicii (e.g. de Meyer și de Brady) arată că se pot găsi foarte adesea versiuni acceptabile din punct de vedere relevant/ paraconsistent ale teoremelor/ demonstrațiilor tradițional formulate/date presupunând principii clasice discutabile. Oricum, munca în acest domeniu abia a început.

Există argumente potrivit cărora o astfel de muncă ar fi o pierdere de timp, cel puțin în ceea ce privește repunerea în drepturi a unui program logicist. Să considerăm atunci argumentele teoretice standard împotriva reductibilității totale a matematicii la teoria mulțimilor și să ne întrebăm dacă aceste argumente sunt valabile împotriva teoriei paraconsistente naive a mulțimilor. Există trei astfel de obiecții de întâmpinat.

Prima obiecție este aceea că încorporarea teoriei categoriilor în teoria mulțimilor este imposibilă din cauza problemelor ridicate de categoriile „prea mari”. Deși aceasta este o problemă foarte reală pentru teoriile standard, pretins consistente ale mulțimilor (așa cum am insistat atunci când am examinat acest subiect în 2.1.5), este suficient de clar că teoria naivă a mulțimilor furnizează un aparat conceptual adecvat pentru teoria categoriilor<sup>139</sup>. Prin urmare, aceasta încetează a fi o obiecție la adresa reductibilității.

În al doilea rând, este vorba despre obiecția principală bazată pe teorema lui Gödel. Teorema lui Gödel pare a arăta că mulțimea adevărilor matematice nu este recursiv numărabilă și deci nu poate fi captată de nici un sistem axiomatic, naiv sau nu. Cu toate acestea, așa cum am văzut în secțiunea anterioară, din punct de vedere paraconsistent nu există nici un motiv de a crede că lucrurile stau așa. Deci se prăbușește și această obiecție la adresa logicismului.

Cea de a treia obiecție este legată de cea de a doua. Teorema lui Gödel intenționează să arate că orice teorie axiomatică a mulțimilor este incompletă la nivelul teoremelor. Conform obiecției în discuție, orice teorie a mulțimilor este

<sup>138</sup> Routley, 1977, capitolul XIII, secțiunea 3.2.

<sup>139</sup> Ca și mai înainte, rămâne de clarificat dacă această teorie furnizează o teorie a demonstrației suficient de generoasă. Oricum, obiecția era una a imposibilității conceptuale.



expresiv incompletă, în sensul că există obiecte matematice care nu pot fi definite în teoria respectivă<sup>140</sup>. În esență, obiecția decurge astfel: Fie # un număr Gödel al unei formule. Se definește o funcție  $F$  de la mulțimea numerelor naturale la mulțimea numerelor ordinale după cum urmează:

$$F(\# \phi) = \begin{cases} \alpha, & \text{dacă } \phi \text{ este o formulă cu o singură variabilă liberă} \\ & \text{și } \alpha \text{ este ultimul ordinal care o realizează} \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$$

Presupunerea că  $F$  poate fi reprezentată de o formulă a teoriei mulțimilor conduce la derivarea așteptată a unei contradicții. De fapt, derivarea este exact o versiune a paradoxului lui König.

Tot ceea ce arată aceste obiecții, totuși, este că  $F$  nu este definibilă într-o teorie consistentă a mulțimilor. Evident, aceste obiecții nu arată că  $F$  nu este definibilă în teoria naivă a mulțimilor, despre care știm oricum că este inconsistentă. În plus, știm cum să definim realizabilitatea din punctul de vedere al teoriei mulțimilor. Astfel, putem presupune că teoria naivă a mulțimilor își poate defini propriul său predicat de realizabilitate. Și atunci, dată fiind această posibilitate,  $F$  este definibilă în teoria naivă a mulțimilor esențialmente prin definiția de mai sus. Mai departe, în eventualitatea că – din cauza slăbiciunilor logicii subiacente – teoria naivă a mulțimilor nu și-ar putea defini propria sa relație de realizabilitate și nu ar putea demonstra că aceasta are toate proprietățile cerute, ceea ce ar arăta toate acestea ar fi aceea că teoria mulțimilor ca atare nu epuizează toate noțiunile logice. Căci realizabilitatea este în mod clar o noțiune logică. Prin urmare, am putea să o adăugăm teoriei naive a mulțimilor (cu axiome adecvate etc.), iar în teoria extinsă,  $F$  va fi definibilă exact ca mai sus. Această extensie a teoriei nu subminează în nici un fel pretenția logicistă, deoarece teoria extinsă este tot atât de logică precum este teoria inițială a mulțimilor. Astfel, această obiecție la adresa logicismului se prăbușește la fel ca toate celelalte obiecții. Aceste aspecte, luate împreună, acoperă principalele obiecții la adresa logicismului.

### 3.3.3. Programul lui Hilbert

Programul lui Hilbert era motivat filosofic, dar din punct de vedere tehnic, ceea ce s-a realizat a fost: (a) axiomatizarea matematicii sau cel puțin a unor părți ale sale și (b) demonstrarea consistenței prin metode finitiste<sup>141</sup>. Într-o anumită măsură, noțiunea de metodă finitistă a fost întotdeauna vagă. Oricum, metodele finitiste trebuiau să fie într-un anumit sens constructive și cu siguranță mult mai puțin decât metodele clasice complete de demonstrație. Programul lui Hilbert s-a confruntat cu probleme în ambele etape, din cauza teoremelor lui Gödel.

<sup>140</sup> Obiecția a fost formulată de Pollock, 1970.

<sup>141</sup> Pentru detalii complete asupra programului și a motivației sale filosofice, v. Hilbert, 1964.

(a) Încercarea de a axiomatiza chiar și aritmetica elementară a fost abandonată din cauza teoremei lui Gödel, despre care s-a considerat că dovedește imposibilitatea acestei întreprinderi. Totuși, după cum am văzut deja, paraconsistența subminează acest argument de imposibilitate<sup>142</sup>.

(b) Încercarea de a demonstra consistența aritmeticii axiomatice prin mijloace finitiste a fost abandonată din cauza celei de-a doua teoreme de incompletitudine a lui Gödel, care părea a arăta că propoziția care aserțiază consistența unei teorii nu este demonstrabilă în teoria însăși. Rezultă că proprietatea de consistență a oricărei teorii îndeajuns de puternice a aritmeticii nu poate fi demonstrată prin mijloace finitiste. Acum, toate acestea se prăbușesc odată ce abandonăm logica clasică. Căci demonstrația depinde de faptul că logica subiacentă a teoriei este cea clasică. Și fără aceasta, demonstrația celei de a doua teoreme a lui Gödel eșuează. Aceasta se poate ilustra cel mai bine cu ajutorul sistemului aritmeticii relevante,  $R\#$ , care este un sistem al aritmeticii ce cuprinde versiuni adecvate ale postulatelor lui Peano, bazate însă pe o logică relevantă  $R$ . Sistemul  $R\#$  este îndeajuns de puternic: el poate reprezenta toate funcțiile recursive. Totuși, acest sistem beneficiază de o demonstrație de consistență simplă, finitistă potrivit oricăror standarde, care este reprezentabilă în sistemul însuși<sup>143</sup>. În acest fel este redeschisă întreaga problemă a demonstrațiilor „finitiste“ de consistență pentru o serie de teorii matematice interesante.

În mod firesc, odată ce facem pasul către teorii matematice inconsistente – și, după cum am văzut, există un număr de astfel de teorii –, problema unei demonstrații de consistență se prăbușește. Cu toate acestea, subiectul nu-și pierde interesul. Căci rolul jucat de consistență din punct de vedere clasic este jucat de non-trivialitate din punct de vedere paraconsistent. Problema importantă devine aceea dacă în anumite teorii matematice se poate demonstra orice. Dar subiectul presupune noi dimensiuni, căci se pune problema *gradelor* de inconsistență (și, corespunzător, a măsurii în care există subteorii consistente). Mai precis, ideea este de a determina ce inconsistențe sunt demonstrabile. De exemplu, sunt demonstrabile inconsistențe privind mulțimi mici (e.g. finite) în teoria naivă a mulțimilor? De asemenea, este interesantă problema metodelor matematice necesare pentru a stabili aceste rezultate. Astfel, acest tip de investigație, inițiată în bună măsură de Hilbert, este încă de mare interes. Într-adevăr, problemele privind gradele de inconsistență sunt, bănuim, profunde și vor ajunge să joace un rol foarte important în acest subiect. Oricum, acest tip de investigație este în bună măsură incipient. A fost făcut doar un început: Brady a dovedit acum că teoria naivă a mulțimilor este non-trivială<sup>144</sup>. Dar chiar și problema dacă evident indezirabila  $\phi \neq \phi$  este demonstrabilă rămâne încă deschisă. În aceste diferite moduri, para-

<sup>142</sup> Chiar dacă aritmetica nu ar fi axiomatizabilă, restul programului lui Hilbert nu ar fi lipsit de interes. Desigur, poziția filosofică a lui Hilbert ar fi subminată, dar problema consistenței unor părți considerabile ale matematicii și a puterii metodelor cerute pentru a demonstra această consistență rămân probleme tehnice importante – inclusiv în întreprinderea paraconsistentă.

<sup>143</sup> Pentru detalii, v. Meyer, 1975 și Routley, 1977.

<sup>144</sup> Brady, 1989.

consistența deschide noi perspective părților principale ale programului lui Hilbert și domeniilor asociate, închise din punct de vedere clasic, și trezește din nou interesul pentru acestea.

## 4. Concluzie: ideologia consistenței

Am argumentat că nu există obstacole filosofice de netrecut în a presupune că există contradicții adevărate și, în plus, că există beneficii substanțiale care însoțesc această presupunere. În principal, ceea ce blochează acceptarea acestei concepții este ideologia consistenței: concepția nestrămutată și irațională conform căreia lumea este consistentă. Merită să ne întrebăm de ce este atât de nestrămutată această concepție. Un răspuns superficial este acela că încrederea în consistență este rezultatul unei inducții nejustificate, bazată pe experiența obișnuită care, în cea mai mare parte, este consistentă. Totuși, acest răspuns nu ne conduce la rădăcina problemei. Căci credința în consistență nu a fost universală. Această credință a fost respinsă de mulți presocratici și de cei mai mulți filosofi germani ai veacului al XIX-lea. De ce ar trebui să fie atât de dominantă astăzi? O parte a răspunsului se găsește în prezenta dominație a filosofiei analitice anglo-americane, care se situează direct în tradiția empiristă. Nu este nevoie de mult spirit de observație pentru a constata existența legăturilor dintre Locke, Hume, Mill, Russell, Carnap etc. Empirismul subiacent a fost întotdeauna o metafizică atomistă<sup>145</sup>, indiferent dacă este vorba despre „lumea” lui Hume a experiențelor independente sau atomismul logic al lui Russell. Acum, atomismul a fost din totdeauna ostil față de contradicții. Căci fiecare atom este independent de toți ceilalți. Se mișcă în propriul său „spațiu logic” și nu poate avea nici o relație cu ceilalți atomi. Prin urmare, un atom nu poate deveni incompatibil cu ceilalți atomi, astfel încât să producă o contradicție. Astfel, Wittgenstein în *Tractatus*, de exemplu, se face ecoul lui Hume, într-o terminologie ușor diferită:

- 5.134 Dintr-o propoziție elementară nu se poate deduce nici o altă propoziție elementară.
- 5.135 Din existența unei situații nu se poate infera în nici un fel existența unei alte situații, cu totul diferită de cea dintâi.
- 5.136 Nu există nici o legătură cauzală care să justifice o astfel de inferență.

<sup>145</sup> În această privință, v. Bhaskar, 1978, cap. 2. Pentru o explicație a faptului că atomismul este în mod caracteristic substratul empirismului, care face apel la o teorie mai profundă a referinței, v. *EMJB*, în special, cap. 9.

Aceste supoziții de separabilitate asigură consistența componentelor elementare, din care sunt alcătuite toate celelalte. Metafora dominantă în filosofia germană a veacului al XIX-lea este, desigur, foarte diferită. În locul colecțiilor de atomi este pus întregul organic, adică un întreg ale cărui părți sunt intim legate una de cealaltă. Posibilitatea unui conflict esențial, și astfel a unor contradicții interne, este în acest fel previzibilă.

Plasarea paradigmei filosofice dominante în tradiția sa empirist atomistă dezvăluie o parte a răspunsului la întrebarea de ce principala direcție a curentului filosofiei anglo-americane este ostilă față de contradicții. O altă piesă a acestui puzzle este următoarea: prin intermediul individualismului, atomismul a jucat întotdeauna un rol politic, ca și unul metafizic, în empirism. Căci și societatea este concepută în termenii unei colecții de indivizi autonomi sau de atomi politici (de contrastat din nou cu organicismul lui Marx sau al lui Hegel), iar această imagine a format baza a aproape tuturor teoriilor economice și politice burgheze și, cu siguranță, a paradigmei politico-economice dominante. Astfel, în măsura în care o ipoteză de consistență și aversiunea față de contradicție sunt părți ale perspectivei empiriste/ atomiste/ burgheze, trimiterea noastră la o ideologie a consistenței este mult mai puțin extravagantă decât a putut să pară la prima vedere.<sup>146</sup>

În orice caz, acestea sunt teme profunde și nu le vom urmări mai departe. De fapt, nu am făcut mai mult decât să cercetăm filosofia paraconsistenței numai la suprafață. Unele dintre aceste teme sunt duse mai departe în această parte a cărții, dar sperăm să fi arătat cel puțin că ramificațiile filosofice ale paraconsistenței sunt ample și profunde. Nu se poate spune exact unde vor duce acestea în cele din urmă, dar la fel se întâmplă cu orice teorie radical nouă.

## Bibliografie

- [1] BATENS, D. – „Paraconsistent extensional propositional logics“, *Logique et Analyse* 90–91, pp. 195–234, 1980.
- [2] BAHASKAR, R. – *A Realist Theory of Science*, Sussex: Harvester Press, 1978.
- [3] BLACK, M. – „Russell's philosophy of language“, în *The Philosophy of Bertrand Russell*, ed. P. Schilpp, Cambridge University Press, pp. 227–235, 1944.
- [4] BOSE, A. – *History of Anarchism*, Calcutta, World Press Private, 1967.
- [5] BOYER, C. B. – *The History of the Calculus and its Conceptual Development*, New York: Dover, 1989.
- [6] BRADY, R. T. – *The Non-triviality of Dialectical Set Theory*, în acest volum, pp. 437–471, 1989.

<sup>146</sup> Autorii sunt, în general, de părere că, prin contrast cu cei care au admis contradicțiile, gânditorii care au respins contradicțiile – „prietanii consistenței” – au fost, într-un fel sau altul, membrii unei „establishment” a societății în care au trăit (v., de pildă, Priest, Routley, *First Historical Introduction: A Preliminary History of Paraconsistent and Dialethic Approaches*, în G. Priest, R. Routley, J. Norman, eds., *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, München, Philosophia Verlag GmbH, 1989). În legătură cu pasajul de față, cred că o trecere atât de fulgerătoare de la atomismul filosofic la teoriile economice și politice „burgheze” ar fi necesitat o argumentare (N.T.).

- [7] CLARK, R. – „Nor every object of thought has being; a paradox in naive predication theory“, *Noûs* 12, pp. 181–188, 1978.
- [8] CLARK, R. – *Predication theory: guised and disguised*, material dactilografiat, 1981.
- [9] COLLINGWOOD, R. G. – *An Autobiography*, Oxford: Oxford University Press, 1939.
- [10] COLLINGWOOD, R. G. – *An Essay on Metaphysics*, Oxford: Clarendon Press, 1940.
- [11] ENGELS, F. – *Anti-Dühring*, Moscow: Progress Publishers, 1878.
- [12] FEYERABEND, P. – *Against Method*, New York: New Left Books, 1975.
- [13] FEYERABEND, P. – *In defence of Aristotel*, în *Progress and Rationality in Science*, Radnitzky, G. și Anderson, G., Dordrecht: Reidel, eds., 1978.
- [14] FITCH, B. – *Symbolic Logic*, New York: Ronald Press Co., 1952.
- [15] FRAENKEL, A., BAR-HILLEL, Y. ȘI LEVY, A. – *Foundations of Set Theory*, Amsterdam: North Holland, 1958.
- [16] GALILEO GALILEI – *Dialogue Concerning Two New Sciences*, New York: Dover, 1914.
- [17] GARRETT, D. – „Hume's self-doubts about personal identity“, *Philosophical Review* 90, pp. 337–358, 1981.
- [18] GOCHET, P. – *Ascent to Truth: A Critical Examination of Quine's Philosophy*, Munich-Vienna: Philosophia Verlag, 1986.
- [19] GRIFFIN, N. – „Russell on the nature of logic (1903–1913)“, *Synthese* 45, pp. 117–188, 1980.
- [20] GRIFFIN, N. – *Two Myths about Russell*, material dactilografiat, 1982.
- [21] GRIFFIN, N., JOHNSON, C. – *Plato: predication, participation, paraconsistency*, material dactilografiat, McMaster University, 1983.
- [22] HALDANE, E. S., ROSS, G. R. T., (eds.) – *Descartes's Philosophical Writings*, vol. 1, Cambridge University Press, 1911–1912.
- [23] HEMPEL, C. G. – *Philosophy of Natural Science*, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1966.
- [24] HILBERT, D. – *On the infinite*, în H. Putnam și P. Benacerraf, eds., *Philosophy of Mathematics*, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1964.
- [25] HINTIKKA, J. – *Knowledge and Belief*, Ithaca: Cornell University Press, 1962.
- [26] HUME, D. – *Enquiry Concerning Human Understanding*, (eds.) de L. A. Selby-Bigge, Oxford: Clarendon Press, 1951.
- [27] HUME, D. – *A Treatise of Human Nature*, (eds.) de L. A. Selby-Bigge, Oxford: Clarendon Press, 1978.
- [28] JENSEN, R. B. – *A slight (?) modification of «New Foundations»*, în *Words and Objections*, eds. D. Davidson și J. Hintikka, pp. 278–291, Dordrecht: Reidel, 1969.
- [29] LAKATOS, I. – *Infinite regress in the foundations of mathematics*, în *Collected Papers*, vol. 2, 1978, Cambridge University Press, 1962.
- [30] LAKATOS, I. – „Changes in the problem of inductive logic“, în *Collected Papers*, vol. 2, 1978, Cambridge University Press, 1968.
- [31] LAKATOS, I. – „Falsification and the methodology of scientific research programs“, în *Collected Papers*, vol. 1, 1978, Cambridge University Press, 1970.
- [32] LEAR, J. – *Aristotle and Logical Theory*, Cambridge University Press, 1980.
- [33] LEWIS, D. – „Logic for equivocators“, *Noûs* 16, pp. 431–441, 1982.
- [34] ŁUKASIEWICZ, J. – „On the principle of contradiction in Aristotle“, *Review of Methaphysics* 24, pp. 485–509. (Publicat în 1910. Traducere din limba germană de C. Wedin), 1971.
- [35] MAO ZEDONG – *On contradiction*, în *Five Essays in Philosophy*, Beijing: Foreign Language Press, 1977.
- [36] MARCONI, D. (eds.) – *La Formalizzazione della Dialettica*, Torino: Rosenberg and Sellier, 1979.
- [37] MARSH, R. C. (eds.) – *Logic and Knowledge; Essays 1901–1950*, London: Allen and Unwin, 1956.
- [38] MAUND, B. – „Colour – a case for conceptual fission“, *Australasian Journal of Philosophy* 59, pp. 308–322, 1981.
- [39] MEINONG, A. – *Über die Stellung der Gegenstandstheorie im System der Wissenschaften*, Leipzig: R. Voigtlander Verlag, 1907.

- [40] MEYER, R. K. – *The consistency of arithmetic*, material dactilografiat. Rezumat ca „*Relevant Arithmetic*” în *Bulletin of the Section of Logic*, Polish Academy of Sciences 5 (4), 1976, (1975).
- [41] MILL, J. S. – *A System of Logic*, London: Longmans, Green, 1947.
- [42] PAPINEAU, D. – *Theory and Meaning*, Cambridge University Press, 1979.
- [43] PARSONS, T. – *Nonexistent Objects*, New Haven: Yale University Press, 1980.
- [44] PASSMORE, J. – *Hume's Intentions*, Cambridge University Press, 1952.
- [45] PASSMORE, J. – *Philosophical Reasoning*, London: Duckworth, 1961.
- [46] PASSMORE, J. – „Locke and the ethics of belief”, *Proceedings of the British Academy* 64, pp. 185–208, 1978.
- [47] PINTER, C. – *The logic of inherent ambiguity*, în *Proceedings of the Third Brazilian Conference on Mathematical Logic*, eds., A. I. Arruda, N. C. A. da Costa și A. M. Sette, São Paulo, pp. 253–262, 1980.
- [48] POLLOCK, J. – *On Logicism*, în *Essays on Bertand Russell*, eds. E. D. Klemke, Chicago, University of Illinois Press, 1970.
- [49] POPPER, K. R. – *What is dialectic?*, *Mind*, n.s. 49 (1940); retipărit în lucrarea sa, *Conjectures and Refutations*, London: Routledge and Keagan Paul, pp. 312–335. (Referințele sunt date la ediția retipărită), 1963.
- [50] PRIEST, G. – „Logic of paradox”, *Journal of Philosophical Logic* 8, pp. 219–241, 1979.
- [51] PRIEST, G. – *A Dialectical Account of the Growth of Science*, manuscris nepublicat, 1980.
- [52] PRIEST, G. – „Sense, entailment and *modus ponens*”, *Journal of Philosophical Logic* 9, pp. 415–435, 1980a.
- [53] PRIEST, G. – „To be and not to be: dialectical tense logic”, *Studia Logica* 41, pp. 249–268, 1982.
- [54] PRIEST, G. – „An anti-realist account of mathematical truth”, *Synthese* 57, pp. 49–65, 1983.
- [55] PRIEST, G. – „Semantic closure”, *Studia Logica* 43, pp. 117–129, 1984.
- [56] PRIEST, G. – *Reductio ad Absurdum et Modus Tollendo Ponens*, în acest volum, pp. 613–626, 1989.
- [57] QUINE, W. V. – *Mathematical Logic*, Revised edition, 1951, Cambridge, Mass, 1940.
- [58] QUINE, W. V. – „On Frege's way out”, *Mind*, 64, pp. 145–149, 1955.
- [59] RESCHER, N., BRANDOM, R. – *The Logic of Inconsistency*, Oxford: Blackwell, 1980.
- [60] ROUTLEY, R. – „The collapse and inconsistency of Spinoza's”, *Ethics*, manuscris nepublicat, 1968.
- [61] ROUTLEY, R. – „Ultralogic as Universal?“, *Relevance Logic Newsletter* 2, pp. 50–90 și 138–175. Republicat ca anexă în Routley, 1980, (1977).
- [62] ROUTLEY, R. – „Dialectical logic, semantics and metamathematics”, *Erkenntnis*, 14, pp. 301–331, 1979.
- [63] ROUTLEY, R. – *Exploring Meinong's Jungle and Beyond*, Canberra: Australian National University, denumită și *EMJB*, 1980.
- [64] ROUTLEY, R. – *On what there is not*, în *Philosophy and Phenomenological Research* 43, pp. 151–177, 1982.
- [65] ROUTLEY, R., MEYER R. K., PLUMWOOD, V., BRADY, R. T. – *Relevant Logics and Their Rivals*, Atascadero, C.A., Ridgeview, denumită și *RLR*, 1982.
- [66] ROUTLEY, R. și PLUMWOOD, V. – *Negation and contradiction in later Wittgenstein*, în Leinfellner, W., ș.a., eds., *Language and Ontology*, Dordrecht, pp. 471–493, 1982.
- [67] ROUTLEY, R., PLUMWOOD, V. – *Moral dilemmas and the logic of deontic notions*, în acest volum, pp. 653–689, 1989.
- [68] ROUTLEY, R. și ROUTLEY, V. – „The role of inconsistent and incomplete theories in the logic of belief”, *Communication and Cognition* 8, pp. 185–235, 1975.
- [69] RUSSELL, B. – *A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz*, London, 1900.
- [70] RUSSELL, B. – „On denoting”, *Mind* 14, pp. 479–493. Retipărit în Marsh, 1956, (1905).
- [71] RYLE, G. – *The Concept of Mind*, London: Hutchinson, 1949.
- [72] SMART, J. J. C. – „Is Occam's razor a physical thing?“, *Philosophy* 53, pp. 382–385, 1978.
- [73] SPECKER, E. – „The axiom of choice in Quine's New Foundations for Mathematical Logic”, *Proceedings of the National Academy of Sciences, U.S.A.* 29, pp. 366–368, 1953.

- [74] SPINOZA, B. – *Ethics*, trad. de A. Boyle, 1967, London: Dent, 1675.
- [75] STAHL, F. – *Exploring Mysticism*, University of California Press, 1975.
- [76] STOVE, D. C. – „Hume, the causal principle and Kemp Smith”, *Hume Studies* 1 (1), pp. 1–24, 1975.
- [77] TARSKI, A. – „The concept of truth in formalized languages”, retipărit în *Logic, Semantics and Metamathematics*, 1950, Oxford University Press, 1936.
- [78] TORMEY, J. – „Sartre and contradiction”. comunicare prezentată la *Pacific Division Conference of the American Philosophical Association*, 1982.
- [79] WITTGENSTEIN, L. – *Tractatus Logico Philosophicus*, London: Kegan Paul, 1947.
- [80] WRIGHT, C. – *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*, London: Duckworth, 1980.

# Logica paraconsistentă: câteva probleme filosofice<sup>1</sup>

Francesco MIRÓ QUESADA

## 1. Introducere

Istoria logicii formale paraconsistente (PL) este scurtă. Ea a fost inițiată de Jaskowski în 1948.<sup>2</sup> În 1958, fără a fi cunoscut lucrarea lui Jaskowski, da Costa a început și el cercetările cu privire la acest tip de logică, apelând la idei și metode diferite. În 1974 el a publicat în engleză o lucrare care a însemnat punctul de pornire în ceea ce privește interesul pentru logica paraconsistentă.<sup>3</sup> Pe de altă parte, alți logicieni au propus alte sisteme de logică paraconsistentă; printre ei se numără Routley, Meyer, Priest, Asenjo, Sette, Anderson și Belnap, Wolf (în colaborare cu da Costa) etc. În prezent există o mișcare înfloritoare dedicată studierii logicii paraconsistente<sup>4</sup> în numeroase țări.

PL este o logică de tip nou (unde sunt incluse o gamă largă de sisteme eterogene) care ne oferă posibilitatea să abordăm și să tratăm diferite probleme logice, metateoretice și filosofice într-o manieră neconvențională și într-adevăr radicală. În legătură cu aspectele filosofice s-a ajuns la rezultate importante asupra problemei paradoxurilor, în efortul de a da rigoare gândirii dialectice, în ceea ce privește dezvoltarea teoriei inconsistente a mulțimilor etc. Datorită acestor realizări, interesul pentru a înțelege natura și a preciza domeniul logicii paraconsistente este în creștere.

---

<sup>1</sup> F. M. Quesada, *Paraconsistent Logic: Some Philosophical Problems*, în G. Priest, R. Routley, J. Norman, *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag, München, 1989. Traducere de Ionel Narița. (N.T.)

<sup>2</sup> Jaskowski, 1948.

<sup>3</sup> Newton da Costa, 1974. Aceasta este lucrarea pe care o folosim ca referință. Ideile privind logica paraconsistentă au fost dezvoltate de da Costa, încă din 1958.

<sup>4</sup> Cu privire la evoluția logicii paraconsistente și ideile lui da Costa și în legătură cu sistemele  $C_n$ , (v. Arruda, 1980).



În prezenta lucrare vom discuta o serie de probleme cu privire la unele sisteme **PL** care au, cum cred eu, o profundă semnificație filosofică. Sistemele **PL** asupra cărora am decis să mă opresc sunt sisteme da Costa  $C_n$  pentru care  $1 \leq n \leq \omega$ .<sup>5</sup> Când nu este nevoie să invoc calcule specifice unor asemenea sisteme, voi folosi  $C_n$  pentru a mă referi la un sistem oarecare din această categorie.

Am ales aceste sisteme pentru că dincolo de caracterul lor de pionierat sunt printre cele mai bune sisteme **PL**; ele au fost bine studiate din punct de vedere sintactic și semantic și au aplicații care interesează perspectiva filosofică.

## 2. Paraconsistență și heterodoxie

Este bine știut că  $C_n$  sunt diferite în raport cu logica clasică (**CL**). Ele aparțin unui tip de logică numit adesea „neclasică”, „deviantă” sau „heterodoxă” (căreia îi aparține orice sistem **PL**). Datorită acestei împrejurări, pentru a le clarifica natura este avantajos să știm în ce constă heterodoxia. Ar fi util un criteriu de comparare care să permită stabilirea gradului de heterodoxie al sistemelor logice. **CL** este un sistem constituit în urmă cu mult timp și, în ciuda exploziei de sisteme heterodoxe, el este încă larg acceptat. **CL** corespunde unei concepții restrânse și determinate despre logică potrivit căreia activitatea minții umane este guvernată de procese deductive. Logica heterodoxă, măcar prin diversitatea sistemelor sale, reprezintă o confruntare cu această concepție. Cel puțin din aceste considerente, sistemele cu un grad ridicat de heterodoxie au o semnificație filosofică revoluționară în raport cu modul obișnuit de a gândi.

### 2.1. Concepția heterodoxă

Din păcate, conceptul de heterodoxie nu este ușor să fie caracterizat cu precizie; și mai dificil este să se elaboreze un criteriu pentru gradul de heterodoxie. În ciuda dificultăților, pot fi făcute afirmații coerente despre ambele noțiuni.<sup>6</sup>

Heterodoxia poate fi abordată din trei puncte de vedere: sintactic, semantic și istoric. Din punct de vedere sintactic, un sistem cu teoreme diferite față de cele ale **CL** poate fi considerat heterodox.<sup>7</sup> Diferența între teoreme poate fi explicată

<sup>5</sup> Newton da Costa, 1974a. Pe lângă  $C_n$  avem în vedere numeroase extinderi ale acestora.

<sup>6</sup> Cu privire la conceptul de logică heterodoxă neclasică și dificultățile întâmpinate de analiza acesteia, v. Haak, 1977 și îndeosebi critica lui Haak.

<sup>7</sup> După cum se știe există nenumărate sisteme echivalente cu logica clasică (**CL**). Atunci când ne referim la logica clasică în general, avem în vedere aceste sisteme echivalente, iată de ce nu facem referire la un sistem logic anume. Când spunem că un sistem de logică are simboluri primitive care sunt diferite de cele ale **CL** avem în vedere simbolurile care *nu pot fi definite* prin simbolurile vreunui sistem echivalent cu **CL**.

prin factori diverși – pentru că sistemul are diferite axiome sau pentru că are reguli de inferență diferite sau ambele. Sistemul poate avea mai multe sau mai puține teoreme decât CL, mai exact, ar putea fi un suprasistem sau un subsistem al CL. Dacă simbolurile sale primitive sunt aceleași cu ale CL, dar sistemul are mai multe teoreme, atunci este inconsistent din perspectivă clasică, prin urmare, trivial. Dacă sistemul are simboluri primitive diferite, ar putea fi un subsistem al unui sistem consistent mai amplu (cum este cazul logicii modale). Dacă sistemul are mai puține teoreme decât CL, dar are cel puțin o teoremă diferită, apar numeroase posibilități privind relațiile cu CL, dar, în oricare dintre acestea, sistemul este incompatibil cu CL.

Diferența privind teoremele este o condiție suficientă pentru heterodoxie, dar nu este una necesară, deoarece s-ar putea ca unele teoreme ale sistemului să coincidă cu cele ale CL și, totuși, sistemul ar putea avea proprietăți pe care CL să nu le posedă; de exemplu, ar putea fi paraconsistent. În acest caz, ansamblul regulilor sale de inferență ar fi diferit de cele ale CL.<sup>8</sup> Deci, prin mijloace sintactice, heterodoxia unui sistem poate fi pusă în evidență fie prin devierea de la teoremele din CL, fie prin diferențe în ceea ce privește regulile de inferență.

Criteriul sintactic de heterodoxie se reflectă la nivelul semantic. Diferența sintactică face ca, atunci când un sistem este interpretat, condițiile de adevăr ale formulelor să fie diferite de cele ale sistemului CL. Bunăoară, dacă formulele sunt aceleași, sistemul poate include ca valide formule sau reguli diferite față de CL, ceea ce înseamnă că CL nu este complet sau nu este întemeiat.

Pentru subsistemele proprii ale CL nu se poate utiliza un criteriu sintactic de heterodoxie. De pildă, logica intuiționistă și orice calcul din ierarhia  $C_n$  ( $1 \leq n \leq \omega$ ) sunt heterodoxe, dar din perspectivă sintactică, ele apar ca subsisteme ale CL. Aspecte suplimentare privind heterodoxia sunt aduse de interpretarea sistemelor. Criteriul de adevăr pentru sistemele heterodoxe este diferit față de criteriul impus de interpretarea clasică, cum se întâmplă pentru interpretarea propusă de Kripke pentru logica intuiționistă a lui Heyting<sup>9</sup> sau cu interpretările date de da Costa și Alves pentru  $C_n$ .<sup>10</sup>

Din punct de vedere semantic apar numeroase variante de criterii pentru heterodoxie. Bunăoară, orice interpretare a unui sistem formal, inclusiv pentru CL, care diferă de interpretarea clasică, îl transformă într-un sistem heterodox. În general, acele sisteme heterodoxe pentru care sintaxa nu oferă un criteriu de distincție față de CL, cum ar fi IL și  $C_n$ , au fost elaborate pentru dezvoltarea formală a unei teorii deductive, controlate printr-o interpretare intenționată. Faptul că asemenea sisteme formale ajung să fie, sintactic, subsisteme ale CL este important și, poate, insuficient de bine înțeles. Cu toate acestea, intenția de formalizare nu generează un criteriu pentru relația cu CL.

<sup>8</sup> Un sistem de acest tip este, de pildă, cel al lui Priest, 1979.

<sup>9</sup> Kripke 1965.

<sup>10</sup> Newton da Costa și Alves, 1977.

Deoarece orice sistem *athetic* (d.e. nepropozițional) are o interpretare diferită de cea clasică, acest tip de sisteme logice trebuie considerate heterodoxe. Totuși, pot apărea și excepții, în care criteriul interpretational ar putea fi prea slab, cum ar fi situațiile în care există o identitate formală între un sistem *athetic* și unele sisteme clasice, de exemplu, sistemul lui Castañeda de logică imperativă<sup>11</sup>, cu toate că pot apare îndoieli asupra acestui tip de identitate. De pildă, este îndoielnic dacă o regulă precum  $F(a) / (\exists x) F(x)$  este corectă, sau că are sens, când  $F(a)$  este o comandă precum „John, închide ușa!”, deoarece, din această propoziție imperativă nu se poate deduce că persoana care formulează comanda, dă comanda cuiva care trebuie să închidă ușa.<sup>12</sup> Pentru orice eveniment, chiar acolo unde există identitate formală, dacă apare diferență de interpretare față de CL, heterodoxia este prezentă.

Criteriile sintactic și semantic amintite nu reușesc să exprime *gradul de heterodoxie* a unui sistem logic. Un asemenea criteriu ar putea fi: *un sistem este cu atât mai heterodox cu cât deviază mai mult față de normele tradiționale*. Prin tradiție au fost acceptate o serie de reguli și principii logice, mai întâi pe bază de intuiție, cum au fost cele trei legi ale gândirii, a identității, a contradicției și a terțului exclus, de asemenea, tranzitivitatea deducției, *modus ponens*, regulile de introducere și eliminare a conjuncției, caracterul necesar al relației logice de consecință etc. Logica clasică a încorporat cele mai multe dintre aceste principii și reguli tradiționale în formalismul său; de aceea, este firesc să se presupună că o logică este cu atât mai heterodoxă cu cât conține mai puține principii și reguli tradiționale. Compatibilitatea unui sistem de logică față de regulile tradiționale poate fi judecată după cum admite principii și reguli pe care CL nu le admite. Fie, de pildă, logica modală, care, cu toate că are o semantică diferită față de CL, include atât sintaxa clasică, dar și semantica clasică. În plus, logica modală exprimă, prin formalismul său, faptul că relația de consecință este necesară, luat în considerare de logicienii tradiționali. Îndepărtarea logicii modale de sintaxa sau semantica clasică nu reprezintă o ruptură față de tradiție, ci pune în evidență aspecte ale tradiției care nu au fost incorporate în CL. Din acest punct de vedere este cel puțin îndoielnic că logica modală ar fi mai heterodoxă decât IL sau  $C_n$ .

Să luăm în considerare aceste două ultime tipuri de sisteme și să le comparăm. Ambele sunt clar heterodoxe deoarece se dispensează de principii fundamentale ale CL. Cu toate acestea, sistemele  $C_n$  sunt mai puternic heterodoxe decât IL deoarece, conform tradiției, principiul contradicției este mai puternic decât principiul terțului exclus. Nici un logician tradițional (logician formal) nu a avut îndoieli în ceea ce privește principiul contradicției, în vreme ce chiar Aristotel, atunci când a formulat problema viitorilor contingenți și de atunci alți logicieni au avut îndoieli că *tertium non datur* are o aplicabilitate universală.<sup>13</sup> Din acest motiv, a elabora un sistem fără principiul contradicției este mai radical decât

<sup>11</sup> Castañeda, 1975, ch. 4.

<sup>12</sup> Cu privire la acestea, v. discuția dintre Miró Quesada și Castañeda din *Crítica*, Nr. 32, August, 1979, Mexico.

<sup>13</sup> În ceea ce privește poziția modernilor conformă lui Aristotel, v. Łukasiewicz, 1970.

un sistem fără principiul terțului exclus. În plus, intuiționiștii au construit propria logică în câmpul epistemic, ei nu au negat principiul terțului exclus în domeniul ontologiei. Prin urmare, nu se poate spune că asistăm la o respingere a principiilor logicii clasice în câmpul lor de aplicare; pe de altă parte, semantica  $C_n$  propusă de da Costa și Alves deviază de la semantica clasică și la nivel ontologic deoarece, conform acesteia, propoziția și negația ei nu pot fi ambele adevărate. Intuiționiștii, mai degrabă, nu au negat sau limitat principiile tradiționale, ci au făcut o schimbare de la nivelul ontologic la cel epistemic; ei au considerat conceptul ontologic de adevăr prea vag pentru a fi luat în considerare.<sup>14, 15</sup>

Care este relația, din perspectivă logică, între  $C_n$  și celelalte logici? S-ar putea argumenta că aceste logici sunt mai puțin heterodoxe decât  $C_n$  deoarece ele, în general, includ cele trei legi fundamentale și formalizează relațiile de relevanță (relevanța este una dintre presuposițiile fundamentale ale logicii tradiționale).<sup>16</sup> Susținem că logicile amintite sunt mult mai puțin heterodoxe decât  $C_n$  deoarece, teoretic, nu există nimic în aceste logici care să suprimă aplicarea principiilor tradiționale.<sup>17</sup> Mai mult, este interesant de observat că sistemele de logică dialectică propuse de Routley și Meyer includ cele trei principii fundamentale. La fel se întâmplă și cu logicile polivalente. Cu toate acestea, în ce privește aspectul aplicativ, logicile polivalente ajung la formule capricioase, multe dintre ele sunt mai degrabă conservative, ca generalizări ale CL, incluzând principiile identității și contradicției. În sistemele lui Rosser și Turquette, în care variabilele propoziționale pot fi asignate prin  $n$  valori, dacă  $n = 2$  se ajunge la CL<sup>18</sup>; iar cele mai multe sisteme de logică semnificativ elaborate de Goddard și Routley, care sunt trivalente, includ CL ca subsistem.<sup>19</sup>

Sistemele  $C_n$  sunt cele mai heterodoxe și sub criteriul istoric de comparare a sistemelor logice. Nu este o exagerare afirmația că sistemele lui da Costa sunt cele mai heterodoxe sisteme cunoscute până în prezent. Compararea este mai dificilă în raport cu logica athetică. Deși, chiar la Aristotel se întâlnesc elemente de logică athetică în legătură cu silogismul practic, totuși, logica a fost considerată, tradițional, ca o teorie a deducției propoziționale. De aceea, potrivit criteriului nostru, simplul fapt că un sistem este athetic, îl face heterodox. Pe de altă parte, sistemele deontice și imperative standard includ întotdeauna principiile clasice

<sup>14</sup> Heyting, 1965, p. 3. Deși interpretarea lui Kripke pentru sistemul lui Heyting nu este epistemică, rămâne interesant de văzut cum, în cazul lui Kripke, motivația este fără îndoială epistemică. (v. Kripke, 1965, p. 97ff).

<sup>15</sup> Conceptul aristotelic de adevăr care își are originile în teoriile lui Platon, a ajuns, prin intermediul filosofiei occidentale, în zilele noastre, fiind rezumat în dictonul lui Toma d'Aquino: *adeqvatio intellectus et rei*. Acest concept este presupus implicit de logica clasică și tradițională. Routley spune pe bună dreptate că CL este fundamentat prin presupuneri ontologice (Routley, 1980). Semantica da Costa-Alves pentru  $C_n$  este bazată pe semantica CL, în măsura în care adevărul propozițiilor depinde de relațiile acestora cu alte entități.

<sup>16</sup> Cu privire la noțiunea de relevanță în tradiția logică, v. Anderson, Belnap, 1975, s. XXI.

<sup>17</sup> Routley, Meyer, 1976.

<sup>18</sup> Rosser, Turquette, 1952.

<sup>19</sup> Goddard, Routley, 1973.

fundamentale. Dintr-un punct de vedere tradițional, este dificil să se conceapă un sistem de norme care să impună atât a face ceva, cât și a nu face. Ne confruntăm cu problema de a stabili ce este mai heterodox: extinderea conceptului de consecință logică asupra domeniului non-propozițional sau abandonarea principiului contradicției. Ni se pare că a doua variantă deviază mai mult de la normele tradiționale, fiind mai heterodoxă. Există și un exemplu în acest sens. Leibniz consideră firească extinderea logicii propoziționale la logica athetică, susținând că operatorii modali pot fi interpretați ca operatori deontici. Pe de altă parte, el ar fi avut de obiectat față de un sistem aplicabil unor teorii inconsistente.<sup>20</sup>

### 3. Semantica

#### 3.1. Semantica bivalentă

O contribuție interesantă în domeniul logicii paraconsistente o reprezintă semantica bivalentă obținută de da Costa și Alves pentru  $C_n$  ( $1 \leq n \leq \omega$ ), foarte simplă, în care se arată că  $C_n$  ( $1 \leq n \leq \omega$ ) sunt complete și decidabile. Deoarece  $C_n$  nu au o matrice caracteristică finită, metoda matriceală nu poate fi aplicată pentru a determina adevărul unei formule; cu toate acestea, semantica este de tip evaluator și nu privește faptul dacă în unele cazuri asignarea nu este o funcție de adevăr propriu-zisă, sistemul este oricum decidabil.<sup>21, 22</sup> Acesta este un avantaj față de semanticile de tip Kripke, deși se obțin aceleași rezultate, procedeele sunt mai complicate.

Un alt merit al acestei semantici este că ne permite să constatăm, simplu și clar, anumite proprietăți caracteristice ale  $C_n$  care pun în evidență îndeosebi caracterul heterodox și spiritul inovator al unor sisteme logice. De pildă, negația nu este funcție de adevăr deoarece, deși atunci când  $V(A) = 0$  are loc  $V(\sim A) = 1$ , atunci când  $V(A) = 1$ ,  $V(\sim A)$  poate fi atât 0 cât și 1. Aceasta permite o semantică aplicabilă unor situații dialectice, în care atât o propoziție, cât și negația sa sunt adevărate. (Vom reveni asupra acestui aspect). Astfel, o instanțiere a principiului contradicției poate fi atât adevărată, cât și falsă. De aici, principiul  $\sim A \supset A$  este valid în  $C_n$ , pe când  $A \supset \sim A$  nu este formulă validă. Situația este conversa a ceea ce se întâmplă în logica intuiționistă unde  $A \supset \sim A$  este validă, iar  $\sim A \supset A$  nu este.

O altă trăsătură interesantă este că implicația este definită în  $C_n$  în mod precis relativ la valorile de adevăr, ca și în logica clasică, dar de o manieră diferită.

<sup>20</sup> Cu privire la această idee genială a lui Leibniz, v. Couturat, 1901.

<sup>21</sup> Newton da Costa, Alves, 1977.

<sup>22</sup> Decidabilitatea se demonstrează printr-un procedeu ingenios, numit *metoda semi-matriceală*. (ibid).

Definiția este identică deoarece  $V(A \supset B) = 1$ , dacă și numai dacă  $V(A) = 0$  sau  $V(B) = 1$ . Dar, dacă pentru implicația clasică are loc  $(A \supset B) \equiv (\sim A \vee B)$ , această formulă nu este derivabilă în  $C_n$  și este falsă în semantica menționată. De aici apare problema clarificării naturii implicației în  $C_n$ . Numim implicația de acest tip „paraconsistentă“, după modul în care diferă de alte tipuri de implicație.<sup>23</sup> De pildă, deși în mod formal coincide cu implicația intuiționistă peste logica pozitivă, ea diferă în conținut. Ea este diferită și de implicația clasică și nu are nimic de-a face cu implicația relevantă. Astfel, ce este implicația paraconsistentă? Deși caracterizarea ei nu este ușoară, unele trăsături pot fi evidențiate; de pildă, teorema deducției este aplicabilă în  $C_n$ . De bună seamă, numai acest fapt este suficient pentru ca implicația paraconsistentă să îndeplinească funcția de consecință logică. Totuși, aceasta îi conferă o semnificație logică indubitabilă cu cel puțin aceeași extensiune cu implicația clasică.  $C_n$  pot fi interpretate în manieră kripkeană ca fiind complete și întemeiate. Semantica pune în evidență și conexiuni între  $C_n$  și logica intuiționistă.<sup>24, 25</sup>

A fost încercată și o direcție diferită de investigare pentru a determina sistemele paraconsistente complete cu privire la matrice finite, dar aceste sisteme sunt diferite de  $C_n$ . Sette, Asenjo și Tamburino, iar recent da Costa (în colaborare cu Alves) au inventat sisteme de acest tip.<sup>26</sup> Este interesant să se observe că aceste sisteme sunt trivalente (probabil, pentru că, dacă erau utilizate matricele bivalente, definiția unor conectivi ar fi fost puternic neortodoxă; și pentru că, mai mult decât trei valori ar crește mult complexitatea).

Asenjo și Tamburino folosesc trei valori: *adevărat*, *fals* și *antinomic* dintre care prima și a treia servesc pentru interpretare. Deși unele evaluări ale formulelor sunt clare și intuitive, altele par arbitrar. De pildă, nu vedem nici un motiv pentru a considera conjuncția unei formule antinomice cu una adevărată drept antinomică, mai ales când conjuncția unei formule false cu una antinomică este falsă, iar disjuncția unei formule adevărate cu una antinomică este adevărată și disjuncția unei formule antinomice cu una falsă este falsă.

Sette propune matrice diferite care, de asemenea, au caracter neintuitiv. Bunăoară, nu există nici un motiv pentru ca în matricea implicației, a doua valoare designată să fie eliminată dintre valorile implicației. Da Costa și Alves elaborează un sistem mai general care-l include pe cel al lui Sette. În plus, ei încearcă să dea o interpretare intuitivă pentru valorile matricelor (ceea ce Sette nu face). Prima valoare designată este *adevăru*, a doua valoare este *adevărat și contradictoriu*, iar

<sup>23</sup> Trebuie recunoscut că această denumire este arbitrară și există alte sisteme PL în care implicația este definită în alt mod. Cu toate acestea, considerăm că, având în vedere mai ales  $C_n$  și semantica da Costa-Alves, denumirea este potrivită.

<sup>24</sup> Routley, Meyer, 1976, pag. 33, nr. 4.

<sup>25</sup> Cum am menționat, Kripke a elaborat o semantică pentru IL. Pornind de la considerente epistemice, el a ajuns să determine o semnificație pentru relația de accesibilitate ( $R$ ) care are un caracter intuitiv (Kripke, 1965).

<sup>26</sup> Sette, 1973; Asenjo, Tamburino, 1975; da Costa, Alves, 1981.

valoarea nedesignată este *falsul*. Matricele de bază sunt cele ale implicației și negației. Prin intermediul unor definiții *ad-hoc* sunt introduși conectivii conjuncției, disjuncției, implicației și negației și se selectează un subsistem constituit prin formule care au numai acești conectivi. Subsistemul numit **F** este echivalent cu sistemul lui Sette. Cum s-a văzut mai sus, aici apar aspecte neintuitive puse în evidență prin interpretarea adoptată. De pildă, nu vedem de ce, implicația al cărei antecedent este o formulă adevărată și al cărei consecvent este adevărat și contradictoriu, este adevărată.

Da Costa și Alves observă că  $C_n$  este un subsistem al lui **F** (adică al sistemului lui Sette) și ajung la concluzia că există o strânsă corelație între logica paraconsistentă și cea polivalentă.<sup>27</sup> Nu este limpede de ce faptul amintit sugerează o asemenea relație. Bunăoară, orice sistem bivalent poate fi un subsistem de logică polivalentă, dar acest fapt nu conduce la o relație apropiată între ele. Astfel, **CL** este subsistem pentru diferite logici ale semnificației elaborate de Goddard și Routley și este un subsistem pentru logica polivalentă a lui Rosser și Turquette (pentru  $n = 2$ ).<sup>28</sup> Relația dintre  $C_n$  și logica polivalentă încă mai trebuie examinată înainte de a ne grăbi cu concluziile.

Eforturile de a găsi matrice finite pentru logicile paraconsistente sunt benefice deoarece pun în evidență proprietăți interesante ale sistemelor  $C_n$  și ale paraconsistenței în general. Dar asta nu înseamnă că rezultatul la care se ajunge este o interpretare *intuitivă*. Trebuie deosebit între motivele pentru care se apelează la matrice de tipul celor amintite și caracterul intuitiv al interpretării obținute prin intermediul lor. Interpretarea formulei „ $\sim A$ ” printr-o propoziție adevărată în cazul în care  $A$  este adevărat și contradictoriu nu ni se pare un rezultat intuitiv.

## 4. Dialectica

### 4.1. Paraconsistență și dialectică

Da Costa și Arruda susțin că  $C_n$  pot fi folosite drept fundament pentru logica dialectică (**DL**).<sup>29</sup> Credem că aceștia au dreptate. Principala dificultate în tentativa de a exprima riguros gândirea dialectică, respectiv, într-o manieră formală, este dată de supozițiile clasice. Astfel, conform **CL**, dacă două proprietăți sau propoziții contradictorii pot fi derivate într-o teorie, teoria este trivializată potrivit principiului  $(A \ \& \ \sim A) \vdash B$  și devine nefolositoare. În trecut, chiar în trecutul apropiat, datorită faptului că **CL** nu era pusă sub semnul întrebării,

<sup>27</sup> Newton da Costa, Alves, 1981.

<sup>28</sup> Goddard, Routley, 1973; Rosser, Turquette, 1952.

<sup>29</sup> Newton da Costa, 1974b; Arruda, 1979.

filosofii dialecticieni și logicienii nu erau capabili să depășească o asemenea dificultate. Mulți dintre ei nu erau conștienți de acest fapt, ceea ce a condus la un stil semi-literar al gândirii dialectice tradiționale, ei dezvoltându-și tezele într-un mod inacceptabil de vag. Când împotriva gânditorilor dialectici a fost ridicată obiecția de trivializare, ei nu au înțeles-o deoarece nu erau familiarizați cu logica modernă, sau, atunci când își dădeau seama de importanța ei, răspundeau că CL nu este validă din perspectiva logicii dialectice sau că este validă la un nivel pur formal și nu la nivelurile adânci ale proceselor reale din natură, societate și gândire. Elaborarea sistemelor  $C_n$  (și, în general, a sistemelor de logică paraconsistentă) este importantă pentru că deschide noi orizonturi pentru logică: demonstrează că inconsistența unei teorii nu este suficientă pentru a conduce la trivializare, astfel încât face posibilă formalizarea teoriilor dialectice, adică, prezentarea lor riguroasă. În acest fel, gândirea dialectică găsește posibilități neașteptate pe care nu le avea în trecut.<sup>30</sup> Cu toate acestea, apare dificultatea varietății dialecticilor, care pot fi hegeliană, marxistă, croceană, hameliniană etc. În peisajul filosofic non-analitic din America Latină, bunăoară, există numeroase forme de filosofie dialectică, unele chiar originale în raport cu cele de sorginte europeană.<sup>31, 32</sup> Să luăm în considerare, pe scurt, dialectica hegeliană și marxistă (în măsura în care ultima poate fi considerată ca o închidere relativ la prima).

Când avem în vedere dialectica hegeliană, se conturează, de la început, dificultăți serioase: fiecare concept, potrivit unei dinamici interne, produce propria sa negație.<sup>33</sup> În acest fel, fiecare judecată produce propria negație deoarece o judecată nu este altceva decât dezvoltarea unui concept.<sup>34</sup> În cadrele clasice, în măsura în care sunt acceptate relații conceptuale și propoziționale, mecanismul amintit nu poate fi acceptat deoarece ar genera teorii atât inconsistente, cât și triviale. Singurul mod de a evita o asemenea consecință ar fi teza că procesele dialectice sunt temporale, așa încât, cel puțin în anumite situații, judecata negativă este produsă când cea afirmativă încetează să mai fie adevărată. Chiar textele hegeliene sunt ambigue sub acest aspect deși uneori este clar că Hegel are în vedere desfășurarea în timp a proceselor dialectice (mai ales în *Fenomenologie*), dar, în multe pasaje este limpede că el are în vedere relații pur conceptuale.

O altă problemă, la fel de importantă, privește natura raționării. Hegel, ca și Marx, Engels și marxistii în general, consideră raționamentul într-o manieră care poate fi calificată deductivă. Dar, spre deosebire de logica formală, în cea dialectică nu sunt reguli prin care să se justifice pașii deductivi. Mai mult, apar principii (de pildă, principiile unității contrariilor și negării negației sunt reguli de inferență) care nu permit o justificare adecvată a fiecărui pas deductiv. Lanțul deductiv nu poate fi reconstruit într-o manieră riguroasă, așa cum se întâmplă în

<sup>30</sup> Newton da Costa are în vedere acest fapt, în 1974a. În prezent, există numeroase logici paraconsistente care oferă posibilitatea de a formaliza logica dialectică.

<sup>31</sup> Zea, 1976.

<sup>32</sup> Sambarino, 1959; Villegas, 1972.

<sup>33</sup> Hegel, 1934, vol. II, pp. 219, 243.

<sup>34</sup> Hegel, 1934, vol. II, pp. 264, 279, 280.



logica formală. Atitudinea lui Hegel însuși în raport cu acest tip de deducție este ambiguă: pe de o parte, susține că derivarea rațională are un caracter necesar<sup>35</sup>, iar pe de altă parte, se opune logicii *more mathematico*; cu alte cuvinte, el se opune singurei metode care poate conferi rigurozitate.<sup>36</sup> Pentru Hegel, logica trebuie să nu fie formală. De aceea, da Costa compară tentativa de a formaliza logica dialectică cu demersul de formalizare a logicii intuiționiste. O formalizare a logicii dialectice nu trebuie să o considerăm ca o sistematizare utilizând un anumit formalism, ci mai degrabă, ca o explicație a anumitor „regularități” ale „mecanismului” dialectic care aruncă o altă lumină asupra acestui nou tip de logică.<sup>37</sup> În ciuda vaguității gândirii dialectice tradiționale se poate susține că gândirea dialectică trebuie să conțină, sub anumite aspecte, propoziții contradictorii. Acesta este motivul pentru care formalizarea este posibilă numai într-un sistem **PL**; iar  $C_n$  este un sistem care poate servi acestui scop.

## 4.2. Dialectică, paraconsistență și relevanță

Datorită vaguității mai sus-menționate, există mai multe căi pentru a încerca formalizarea gândirii dialectice, respectiv, pentru a elabora o logică dialectică riguroasă. Există multe sisteme care susțin variante de logică dialectică neformalizată. Routley și Meyer susțin că  $C_n$  nu este unul dintre acestea. La rândul său, da Costa nu a elaborat  $C_n$  cu intenția de a crea un sistem de logică dialectică. El afirmă numai că ar putea servi pentru formalizarea logicii dialectice. Routley și Meyer aduc o serie de obiecții sistemelor  $C_n$  și susțin că există alte sisteme care oferă posibilități mai bune. Obiecțiile lor sunt următoarele:

- (1) principiul contradicției nu este derivabil în  $C_n$ , făcând acest sistem inadecvat pentru logica dialectică;
- (2)  $C_n$  reprezintă un grup limitat de sisteme în care pot fi derivate paradoxurile implicației, de aceea, ele sunt ineficace pentru numeroase aplicații filosofice;
- (3) puterea excesivă a părții pozitive a sistemului face imposibilă o teorie adecvată a negației;
- (4)  $C_n$  este inadecvat pentru a formula un sistem care să reprezinte teoria meinongiană sau dialectică.<sup>38</sup>

Este util să se dea replica acestor obiecții deoarece anumite aspecte privind sistemele  $C_n$  și sistemele paraconsistente în general, ca și cele dialectice, pot fi clarificate în acest fel.

<sup>35</sup> Hegel, 1971, pp. 1, 7.

<sup>36</sup> Hegel, 1934, p. 333.

<sup>37</sup> Newton da Costa, 1974, pp. 508, 509.

<sup>38</sup> Routley, Meyer, 1976, p. 33, nr. 4.

(1) Este adevărat că în  $C_n$  principiul contradicției nu poate fi derivat; dar această imposibilitate nu este un defect, din perspectiva noastră, ci mai degrabă un aspect benefic deoarece, conform lui Hegel, principiul contradicției nu este valid. Se pot menționa paragrafe din *Știința logicii* în care principiul amintit este respins explicit.<sup>39</sup> Unul dintre motivele pentru care Routley și Meyer insistă asupra menținerii acestui principiu este că era acceptat în varianta ortodoxă sovietică.<sup>40</sup> Nu negăm faptul că menținerea acestui principiu ar fi convenabilă pentru a deriva anumite concluzii, dar absența sa corespunde cu intențiile hegeliene privind dialectica. Pe de altă parte, direcția sovietică nu coincide peste tot cu varianta hegeliană, nici chiar cu aceea a lui Marx și Engels. Prin urmare, credem că excluderea formulei  $\sim(A \& \sim A)$  în interiorul  $C_n$  corespunde mai bine dialecticii hegeliene decât includerea sa. De bună seamă, Routley și Meyer pot afirma că obiectivul lor este modelarea logicii dialectice în variantă sovietică, sau chiar de a considera drept cea mai bună o asemenea variantă. Totuși, aceasta rămâne îndoielnic.

(2) A doua obiecție este mai convingătoare.  $C_n$  include unele formule paradoxale precum  $A \supset (B \supset A)$  și, mai rău,  $(\sim A \& \sim(A \& \sim A)) \supset (A \supset B)$ . Sistemul propus de Routley și Meyer exclude aceste paradoxuri, ceea ce constituie un avantaj, deoarece paradoxurile influențează aplicațiile filosofice. În ceea ce ne privește, problema este dacă aceste paradoxuri împiedică o analiză adecvată a inferenței dialectice. Routley și Meyer nu demonstrează acest fapt. Așa cum vom arăta, în cazul dialecticii, amplitudinea implicației paraconsistente este un avantaj.

(3) A treia obiecție nu ni se pare atât de puternică. Pentru a prinde în sistemul lor legea negării negației, Routley și Meyer au respins  $A \supset \sim\sim A$ , dar au păstrat  $\sim\sim A \supset A$ .<sup>41</sup> Această lege, însă, este acceptată de sistemele  $C_n$ .

(4) În cazul teoriei de tip Meinong, faptul că principiul contradicției nu poate fi derivat în  $C_n$  este mai degrabă un avantaj decât un defect. O logică, pentru a fi aplicabilă unei teorii de tip Meinong, trebuie să dea seama de propoziții contradictorii; de aceea, nu vedem de ce să includem principiul contradicției. În măsura în care se au în vedere teorii dialectice, potrivit lui Routley și Meyer, o logică aplicabilă acestora trebuie să fie o logică a deducției.<sup>42</sup> Nu credem că o logică de acest tip ar surprinde mai bine raționamentele dialectice decât  $C_n$  numai pentru că presupune relevanța deducției dialectice, respectiv, că între premise și concluzie trebuie menținută relația că atunci când premisele sunt adevărate, concluzia este adevărată cu necesitate. Asta nu înseamnă că orice sistem pentru necesitatea logică a consecvenței poate fi exprimat formal; dar sistemul ar trebui cel puțin să reflecte această relație. Intuitiv, trecerea de la adevărul premiselor la adevărul concluziei este impusă cu certitudine (dacă nu ar fi așa, nu ar fi vorba de relevanță).

<sup>39</sup> Hegel, 1934, vol. II, p. 32.

<sup>40</sup> Routley, Meyer, 1976, p. 5.

<sup>41</sup> Routley, Meyer, 1976, p. 10.

<sup>42</sup> Routley, Meyer, 1976, p. 3ff.

Dimpotrivă, în raționamentul dialectic așa cum este conceput de Hegel și frecvent de Marx, Engels și alți marxiști, conexiunea necesară de la premise la concluzie nu apare întotdeauna. În textele clasice unde este expusă dialectica, relația premise–concluzie este neregulată. Uneori ea apare, dar alteori este imposibil de găsit o asemenea relație. De aceea, problema respectivei relații este dificil de rezolvat. În cadrul unui sistem formal de logică ar trebui să fie date reguli clare de inferență; chiar dacă am dori să surprindem variațiile proprii raționamentului dialectic, acestea ar trebui surprinse cu precizie. Atât la Hegel, cât și la clasicii marxismului nu putem descifra reguli de inferență care să fie aplicabile în general raționamentului dialectic.

Iată de ce, *dacă* cineva încearcă să impună reguli fixe și precise pentru conectivi în cadrul logicii dialectice, atunci implicația paraconsistentă este mai potrivită decât implicația relevantă. Ultima este prea tare și cere prea mult de la raționamentul dialectic. Pe de altă parte, prima se caracterizează prin *amplitudine* și *nuanțare* impunând puține restricții gândirii deductive așa încât este mai utilă în tentativa de a formaliza raționamentul dialectic.

## 5. Aplicații

### 5.1. Logica thetică

$C_n$  are deja numeroase aplicații, unele dintre ele importante. Folosind formalismul  $C_1^-$ , un sistem care conține  $C_1$  împreună cu simbolul egalității „=“ și postulatele pentru cuantificatori, da Costa construiește un sistem  $NF_1$  care include sistemul lui Quine  $NF$ .<sup>43</sup> Deși nu s-a demonstrat că  $NF_1$  nu este trivial, și non-trivialitatea sa nu poate fi dovedită nici mai mult nici mai puțin decât consistența sistemelor deductive tradiționale tari, rezultatele obținute au încurajat conjectura că nu este trivial. În acest caz sistemul lui Quine  $NF$  ar fi consistent.<sup>44</sup>

Cu toate acestea nu este nevoie să pornim de la  $NF$  pentru a construi o teorie a mulțimilor inconsistentă, dar, sperăm, netrivială. Se poate porni și de la alte teorii ale mulțimilor, cum sunt Zermelo-Fraenkel sau von Neumann-Bernays-Gödel.<sup>45</sup> Ceea ce este important legat de  $C_1^-$  este faptul că, prin intermediul sistemului care se fundamentează pe el,  $NF_1$ , matematica clasică poate fi dezvoltată fără prea multe complicații și, mai remarcabil, *oferă soluții pentru paradoxurile teoriei mulțimilor*. Atâta timp cât sistemele matematice inconsistente nu sunt acceptate, o soluție

<sup>43</sup> Newton da Costa, 1974.

<sup>44</sup> După  $NF_1$  au fost obținute alte rezultate importante cu privire la teoria paraconsistentă a mulțimilor, fiind demonstrată netrivialitatea ei (consistența absolută). Newton C.A. da Costa împreună cu Ayda Arruda au dovedit netrivialitatea unei teorii a mulțimilor a cărei logică subiacentă este paraconsistentă dar diferită de  $C_1$ . (v. Routley, 1980; logica folosită este da Costa-Arruda, 1966).

<sup>45</sup> Newton da Costa, 1974.

precum cea oferită de  $C_1^-$ , nu poate fi găsită. În cazul în care se impune condiția de consistență, sistemele sunt fie prea înguste, fie există riscul real de a conține paradoxuri.  $C_1^-$ , la fel cu alte sisteme paraconsistente, se delimitează de false dihotomii respingând presupunerea consistenței.<sup>46</sup> În plus, respingerea consistenței conduce la o mai bună înțelegere a modului în care funcționează mintea umană.

Odată cu eliminarea presupunerii de consistență domeniul logicii este *mult* extins conducând la o libertate mai mare de construcție: dacă matematica poate fi dezvoltată fără a fi afectată de antinomii, atunci antinomiile pot prolifera fără să ne îngrijoreze. Aceasta este maniera în care da Costa și grupul său încep studiul unui domeniu fascinant și încă neexplorat, acela al obiectelor matematice contradictorii.<sup>47, 48</sup>

Rezultatele obținute sunt deja importante. Pentru exemplificare, să ne oprim la clasele paradoxale puse în evidență de Russell;  $R_0 = \hat{x} \{x \notin x\}$  devine o mulțime formală:

$$(1) \quad R_0 \in R_0 \ \& \ R_0 \notin R_0; \ \Lambda \in R_0; \ x \in R_0 \supset \{x\} \in R_0; \cup R_0 = V \dots$$

Acceptarea mulțimii  $R_0$  trivializează NF (sistemul lui Quine) dar nu trivializează NF<sub>1</sub>. Conceptul de mulțime russelliană poate fi generalizat folosind negația tare, care este definită în următorul fel:

$$(2) \quad \sim^* A =_{df} \sim A \ \& \ A^0, \text{ unde } A^0 \text{ este abrevierea pentru } \sim(A \ \& \ \sim A).$$

Dacă  $A^n = A^{00\dots 0}$  (în care „0” apare de  $n$  ori) și  $A^{(n)} = A^1 \ \& \ A^2 \ \& \dots \ \& \ A^n$ , o mulțime russelliană este definită pentru fiecare  $n$  astfel:

$$(3) \quad R_n = \hat{x} \{x \notin x \ \& \ (x \in x)^{(n)}\}$$

Dacă apelăm la ierarhia  $C_n$  (pentru  $n > 1$ ) și facem modificările corespunzătoare, atunci sunt obținute sistemele din șirul NF<sub>2</sub>, ..., NF <sub>$\omega$</sub> . Fiecare dintre aceste sisteme este o teorie inconsistentă a mulțimilor, dar, potrivit coniecturii amintite, netrivială. În NF<sub>1</sub> poate fi derivată existența lui  $R_0$ , adică este prezent paradoxul lui Russell fără a trivializa sistemul. În NF<sub>2</sub> poate fi derivată existența lui  $R_1$  care trivializează NF<sub>1</sub>, dar nu NF<sub>2</sub> și așa mai departe.

O aplicație diferită o reprezintă extinderea  $C_n$  la un sistem modal prin adăugarea operatorului necesității  $\Box$ , cu ajutorul căruia, folosind negația tare, poate fi definit operatorul posibilității  $\Diamond$ , după cum urmează:

<sup>46</sup> Newton da Costa, 1974.

<sup>47</sup> Newton da Costa, 1974.

<sup>48</sup> Avem de-a face cu o investigație fără precedent, care deschide o perspectivă nouă asupra matematicii. Da Costa și grupul său au explorat posibilitățile oferite de teoria inconsistentă a mulțimilor. O altă lucrare interesantă pe aceeași temă aparține lui Asenjo și Tamburino, 1975. Routley consideră că, deși teoria antinomică a mulțimilor are antecedente în Rusia și Polonia, dezvoltarea sa sistematică are loc în America Latină (Routley, 1979).

$$(4) \quad \Diamond A =_{\text{df}} \sim * \Box \sim * A$$

În acest fel se obține o logică modală cu proprietăți paraconsistente.

## 5.2. Logica athetică

Nimeni nu a explorat posibilitatea aplicării  $C_n$  la deducția nepropozițională, bunăoară, în logica deontică. Aici ne vom opri la un exemplu scurt.

O situație frecvent întâlnită în domeniul juridic este legiferarea a două legi contradictorii. Dacă legislatorul și-ar da seama atunci când codifică o normă  $N_1$  că aceasta intră în conflict cu o normă deja legiferată  $N_2$ , poate nu ar formula o asemenea lege, dar, deseori aceasta nu se întâmplă și rezultă un sistem juridic contradictoriu. Deși în practică este dificil de realizat un sistem juridic consistent, acest fapt nu împiedică funcționarea raționamentului juridic.<sup>49</sup> Când contradicția este descoperită și ambele norme au puteri legale, în final trebuie să se renunțe la una dintre ele. Totuși, sistemul continuă să funcționeze și nimeni nu inferează orice normă din două norme contradictorii. Aceasta arată că în practica juridică este utilizată logica paraconsistentă mai degrabă decât logica clasică.

Pentru ca  $C_n$  să fie aplicabile la sistemul juridic, aceste sisteme trebuie completate cu operatori deontici. După cum se știe, acești operatori pot fi considerați drept operatori modali. Astfel, utilizând definiția lui da Costa pentru posibilitate se poate defini operatorul permisivității  $P$ , ajungându-se la următoarea egalitate neintuitivă (operatorul obligativității,  $O$ , îl înlocuiește pe cel al necesității  $\Box$ ):

$$(5) \quad PA = \sim O(\sim A \ \& \ \sim(A \ \& \ \sim A)) \ \& \\ \& \ \sim O(\sim A \ \& \ \sim(A \ \& \ \sim A)) \ \& \ \sim O(\sim A \ \& \ \sim(A \ \& \ \sim A)).$$

Această formulă este cea mai simplă care poate fi obținută deoarece corespunde sistemului  $C_1$ , aflat la baza sistemelor  $C_n$ . O expresie asemănătoare s-ar obține pentru  $O$  dacă s-ar utiliza  $P$  drept operator primitiv. Datorită neintuitivității unor asemenea definiții, trebuie fie să găsim o definiție mai simplă, fie să ne îndreptăm atenția spre alte sisteme de logică paraconsistentă, diferite de  $C_n$ , unde negația este mai puțin restrictivă. Cu toate acestea, credem că următoarea definiție în  $C_n$  este adecvată:

$$(6) \quad PA = \sim * O \sim A$$

Dacă ținem seama de definiția negației tari, se ajunge la:

$$(7) \quad PA = \sim O \sim A \ \& \ \sim(O \sim A \ \& \ \sim O \sim A)$$

<sup>49</sup> Existența normelor contradictorii este bine cunoscută în practica juridică. Literatura de specialitate conține frecvente trimiteri la acest tip de norme (v., de pildă, García Máynez, 1973).

Pentru ca (6) să fie acceptabilă, să spună ceva, trebuie să se aibă în vedere atât consecințele sintactice, cât și să se elaboreze o semantică prin care să se ajungă la un sens intuitiv. Definiția (6) spune că ceva, pentru a fi permis, trebuie nu numai să nu fie oprit, ci și să nu fie nici interzis nici neinterzis. De aici rezultă că, dacă judecătorul găsește o acțiune care este atât permisă, cât și interzisă, el nu o poate considera permisă. Astfel, din faptul că un sistem juridic ar conține legi contradictorii nu rezultă că acel sistem este trivial.

## 6. Paraconsistența și raționalitatea logicii

### 6.1. Logica clasică, heterodoxie și raționalitate

Deoarece heterodoxia este definită din perspectivă sintactică drept divergență de la logica clasică s-ar putea crea impresia că sistemul CL este unul privilegiat. CL ar trebui să fie cea mai rațională expresie a logicii, iar sistemele heterodoxe, în diferite moduri, ar devia de la normele clasice ideale. Din acest punct de vedere, heterodoxia ar fi considerată ca o deviere de la raționalitate, în ultimă instanță, ca o aberație.  $C_m$ , în aceste condiții, datorită extremei sale heterodoxii ar trebui considerate drept sistemele cele mai puțin raționale. Cine gândește astfel se află în deplină eroare.

Unul dintre rezultatele importante ale cercetării logico-filosofice contemporane este că CL nu oferă o formalizare adecvată a relației de consecință logică așa cum cred clasiștii. Există numeroase argumente în acest sens: mai întâi, în CL există teoreme care deviază prea mult de la ceea ce spune intuiția. Potrivit intuiției între premisele și concluzia unui argument trebuie să existe o relație integrată unui pas deductiv (cum ar fi relevanța). Dar, cum am menționat deja (v. subcapitolul 4.1), în CL are loc:  $(A \ \& \ \sim A) \vdash B$ . De aici rezultă că o teorie inconsistentă a cărei logică este CL este trivială. Dar, pentru cineva care ia în serios consecința logică, nu există nici o rațiune pentru a deduce  $B$  din  $A \ \& \ \sim A$ . Între premise și concluzie nu există nici o relație; nu există nimic comun între ele: nici o conexiune nu poate justifica pasul deductiv de la antecedent la consecvent.<sup>50</sup>

<sup>50</sup> Este interesant faptul că această formulă a fost anticipată de logicienii Evului Mediu: *Ex contradictoriis quodlibet*. (În acest sens, v. Kneale, 1963, p. 227ff). Cum au ajuns medievalii la o asemenea formulă fără a avea în vedere relația dintre premise contradictorii și concluzie? S-ar putea găsi o explicație pornind de la următoarea ipoteză: *Principiul contradicției a fost considerat, încă din vremea când l-au formulat grecii și până astăzi, cel mai evident dintre toate. Logicienii medievali, urmând tradiția elenă, i-au atribuit o importanță supremă (nu numai teologiei, ci chiar misticii, care aveau raporturi interesante cu logica, dar care depășesc cadrele acestui studiu). Toți aceștia erau convingși că rațiunea nu acceptă contradicția. O teorie contradictorie este fără valoare. Contradicției i se atribuiău asemenea efecte dezastruoase încât rațiunea pierdea controlul asupra procesului deductiv, iar când controlul este pierdut, se poate întâmpla orice. O asemenea posibilitate era exprimată cu tărie în Ex contradictoriis quodlibet*.

Caracterul de nerelevanță a deducției formale în CL este tipic acestui sistem. De aici rezultă că într-un asemenea sistem se poate deduce *prea mult*. De pildă, orice formulă adevărată este implicată de orice formulă, fie că este falsă sau adevărată. Această posibilitate este ilustrată prin teoremele cu caracter paradoxal:  $A \supset (A \supset B)$  și  $\neg A \supset (A \supset B)$ . Amplitudinea excesivă a implicației (formal și semantic) în CL nu a părut inițial (și așa a rămas pentru unii logicieni clasici) o anomalie logică. Dar nu există îndoială că relațiile respective între premise și concluzie nu corespund intuițiilor noastre profunde despre consecința logică, intuiții care au fost urmărite de către întemeietorii logicii.

Un alt motiv pentru care CL nu poate formaliza conceptul de consecință logică este că nu distinge între deducere și implicația materială. Desigur, logicienii clasici sunt conștienți de faptul că „ $\supset$ ” nu este simbolul consecinței logice. Astfel, când  $\vdash A$  și  $\vdash (A \supset B)$  sunt obținute în CL, atunci prin *modus ponens*, se obține  $\vdash B$ . Logicienii clasici sunt înclinați să considere că atunci când  $\vdash (A \supset B)$ ,  $B$  ar fi deductibil din  $A$ . Iată de ce, pentru ei, simbolul „ $\supset$ ” în *mod vag*, exprimă deducerea. De bună seamă, această impresie nu corespunde adevărului, dar arată încă o dată dificultățile de care se lovește formalizarea relației de consecvență logică și că mijloacele de care dispune CL în acest scop sunt insuficiente.

Teoremele de completitudine și teorema deducției pentru CL contribuie la menținerea și adâncirea confuziei și a mitului adevărării. Din alăturarea faptelor că orice formulă validă este deductibilă în CL și că ori de câte ori are loc  $A \vdash B$  are loc și  $A \supset B$ , se naște impresia că relația de consecință logică a fost formalizată corect. Toate acestea duc la impresia eronată că CL este un sistem de nezdrcinat.

Analiza acestor aspecte ale CL i-au condus pe logicienii cu preocupări filosofice spre căutarea unor noi căi pentru formalizarea relației de consecință logică. Contribuția lui Lewis în această problemă este fundamentală. El s-a aflat nu numai între cei dintâi care au atras atenția asupra modului nesatisfăcător în care era formalizată relația de consecință logică în CL, dar a fost primul care a dezvoltat un sistem formal (de fapt mai multe asemenea sisteme) care analizează relația de consecință logică mai bine decât CL. Sub acest aspect, el a făcut pași importanți pentru a obține o logică mai rațională deoarece nu există nici o îndoială că raționalitatea privește îndeosebi relația logică de consecință. Un sistem de logică formală, cum este CL, dacă nu oferă o analiză satisfăcătoare a consecinței logice nu este pe deplin rațional.<sup>51</sup> Sistemul implicației stricte atrage atenția asupra confuziei

<sup>51</sup> Împotriva acestui fapt s-ar putea argumenta că noțiunea intuitivă de deducție nu este suficient de clară; dar nu se poate contesta că prin analiza relației de consecință logică sunt puse în evidență numeroase caracteristici ale deducției, bunăoară, că din  $A \ \& \ B$  derivă  $B$  (dacă cineva crede contrariul înseamnă că interpretează cuvântul „și” altfel decât obișnuit), sau că relația de consecință logică este tranzitivă și necesară etc. În general, în logică, precum și în alte domenii, este inevitabil să se pornească de la un fundament clar și evident prin intuiție, deoarece, în alt mod, ar fi imposibil să se justifice ceva. Cu privire la acest aspect merită citat un logician ce nu poate fi bănuit de raționalism naiv, cum este Meyer: „... Frank se întreabă: «Până unde se extinde intuiția?» Răspunsul său este «Poate zece picioare». La fel se întâmplă în cazul intuițiilor logice. Dezvoltarea lor depășește nevoile argumentului

dintre implicația materială și deducere astfel încât reprezintă un progres în efortul de a raționaliza logica. Într-un sens, se poate spune că a restabilit idealul de raționalitate al logicii tradiționale care a fost pierdut prin evoluția modernă a CL. Lewis credea că sistemul implicației stricte oferă o formalizare adecvată a relației de consecință logică.<sup>52</sup> Din păcate, în sistemul său au fost descoperite noi paradoxuri care, sub unele aspecte, sunt chiar mai periculoase decât cele ale implicației materiale, ori, relația de consecință logică, fiind rațională, trebuie să fie imună la paradoxurile implicației. Nu este rezonabil să se accepte că o propoziție necesară poate fi dedusă din orice propoziție, așa cum apare în sistemul lui Lewis, ori că dintr-o propoziție imposibilă se poate deduce orice propoziție.

Contribuția lui Lewis are o dublă importanță: pe de o parte, constituie începutul unei mișcări spre o mai mare raționalitate a logicii, o mișcare care odată pornită este imposibil de oprit; pe de altă parte, datorită eșecului tentativei sale a atras atenția că relația de consecință logică este mai complexă decât presupunea analiza tradițională.

## 6.2. Considerații privind raționalitatea logicii

Ce rol poate juca logica paraconsistentă, în speță  $C_n$  în efortul de a raționaliza logica? Logica paraconsistentă are contribuții importante sub acest aspect deoarece a arătat că posibilitățile de deducție rațională sunt mai extinse decât se consideră de obicei.

Prin eliminarea principiului contradicției, ceva cu adevărat nou și remarcabil a fost pus în evidență: că rațiunea noastră poate funcționa eficient fără un principiu care a fost considerat indispensabil pentru fundamentarea oricărei teorii logice încă de către vechii greci. Cu excepția gânditorilor de orientare dialectică (numai foarte recent s-a încercat elaborarea unei logici cu acest nume) toți logicienii clasici erau convinși că fără principiul amintit orice deducție și orice gândire coerentă este imposibilă.<sup>53</sup> Este adevărat că intuiționiștii au construit o logică fără unul dintre principiile clasice, dar principiul terțului exclus a fost considerat de mai mică importanță și universalitate decât cel al contradicției (deoarece există cazuri, cum ar fi viitorii contingenți, în care valabilitatea sa era pusă la îndoială: vezi nota 12). În aceste circumstanțe, elaborarea unui sistem care să funcționeze eficient, fără a fi trivial, când este aplicat unor teorii inconsistente, pune în evidență ceva fundamental:

---

practic. Admițând stilul modern de abordare a acestor nevoi cu rigoare mărită este greșit atât să le ignorăm, cât și să le ridicăm la statutul de legi rigide. *Datoriă celor zece picioare la care se întind intuițiile noastre, suntem obligați să fim seama de ele.*" (Meyer, 1978, p. 41). Nu este exclus ca rațiunea noastră să fie rezultatul adaptării biologice. Dar aceasta este numai o ipoteză a cărei coroborare empirică nu este ușoară. Important este că, oricare ar fi originea rațiunii noastre sau a capacității de a deriva consecințe logice, la baza lor stau anumite intuiții fără de care rezultatul dobândit astfel nu poate fi calificat *rațional*.

<sup>52</sup> Lewis, 1932, p. 252ff.

<sup>53</sup> Sub acest aspect, da Costa este un deschizător de drumuri deoarece, deși Jaskowski a fost primul care a elaborat o logică paraconsistentă, el include principiul non-contradicției în acest sistem.



că, în ciuda principiului contradicției, inconsistența unei teorii nu înseamnă neapărat colapsul său. De aici se poate sugera un singur lucru: *modul în care funcționează rațiunea nu corespunde presupunerilor logicii tradiționale. Funcționarea rațiunii este mai complexă și mai profundă decât se credea în trecut și, de aceea, nu se supune schemelor clasice simpliste.* Apariția unor sisteme precum  $C_n$  nu înseamnă că rațiunea noastră trebuie, pentru a funcționa adecvat, să genereze contradicții prin dinamica sa internă (cum cer tezele dialecticii tradiționale); ci înseamnă că, dacă o face, sau dacă lumea funcționează într-o manieră dialectică, raționamentul logic nu ar fi eronat: de aceea există tentative de a elabora sisteme logice care să fie aplicabile unor asemenea situații. Dar nu numai atât. Într-o lucrare recentă, da Costa și R. Wolf dezvoltă un sistem de logică dialectică în care CL este prezent ca subsistem; cu alte cuvinte, logica clasică și logica dialectică sunt, în acest fel, unificate.<sup>54</sup> De bună seamă, acesta este unul dintre numeroasele sisteme de logică dialectică elaborate în zilele noastre, iar preocupările pentru dezvoltarea unor asemenea sisteme este deosebit de relevantă.

Toate acestea arată că separarea sau distincția între rațiunea dialectică și cea tradițională (rațiunea celor trei principii tradiționale) este numai aparentă și se datorează unei înțelegeri eronate cu privire la modul în care funcționează gândirea rațională. Cum am arătat deja, rațiunea noastră operează într-un mod mai flexibil decât credeau filosofii înainte de evoluțiile recente din logică. O altă cale care conduce la concluzii asemănătoare este logica relevantă. Logica relevantă este sistemul formal care oferă cea mai bună formalizare a relației de consecință logică, prin care sunt excluse teoreme de genul:  $(A \ \& \ \sim A) \rightarrow B$ , astfel încât, această logică are un caracter paraconsistent și permite formalizarea unor variante interesante de logică dialectică (să ne reamintim de discuția de la subcapitolul 4.1). Caracterul paraconsistent al logicii relevante este scos în evidență de analiza semantică în care raționamentele inconsistente joacă un rol crucial.

Termenul „rațiune“, folosit în numeroase contexte, are nevoie de clarificări, cu atât mai mult cu cât în ultima vreme se remarcă tendința de a fi exploatată ambiguitatea semnificației sale, ambiguitate care se originează chiar în filosofia occidentală. Abordarea acestui subiect depășește obiectivele pe care le urmărim aici. Cu toate acestea, trebuie spus că, datorită dezvoltărilor recente și spectaculoase ale logicii, raționalitatea a ajuns din nou în centrul atenției. Fără raportarea la raționalitate, evoluția logicii se reduce la un proces neinteligibil și arbitrar.

Activitatea rațională se realizează pe multe căi, cu privire la multe domenii, de la limbajul natural la etică și chiar la estetică, așa că este imposibil să fie caracterizată exhaustiv și riguros, dată fiind ponderea sa în gândirea filosofică. Fără îndoială, activitatea rațională are unele trăsături perfect determinate; una dintre acestea este fundamentarea cunoașterii științifice, în sensul că, – în virtutea unor mecanisme complicate care sunt dificil de analizat, – suntem în măsură să ajungem la cunoaștere. Astfel, rațiunea este facultatea care ne permite să facem multe lucruri, inclusiv să elaborăm discipline, cum ar fi logica.

<sup>54</sup> Newton da Costa, Wolf, 1980. O sinteză asemănătoare este realizată de Routley și Meyer, 1976.

Situația nou apărută arată că acest aspect al activității raționale, care părea atât de clar, este mult mai complex și opac decât se credea anterior. De aceea, o importantă sarcină a filosofiei este să clarifice mecanismul real al activității raționale la nivelul logic. Pentru a ajunge la rezultat, trebuie cercetat modul în care se comportă rațiunea la nivelul matematicii și, mai apoi, în elaborarea cunoașterii empirice – deoarece fără logică și matematică știința empirică nu poate fi constituită. Trebuie să alegem între două alternative: fie renunțăm la teza că logica este rațională și atunci ceea ce se întâmplă este sub semnul contingentului și a întâmplării, ori avem de-a face cu o evoluție pur pragmatică, fie încercăm să înțelegem că dezvoltarea logicii înseamnă o lărgire a raționalității.

Dacă acceptăm (variantea corectă) al doilea punct de vedere suntem confrunțați cu următoarea problemă: în mod tradițional, logica era considerată drept canonul raționalității. În schimb, proliferarea sistemelor neclasice arată că logica tradițională nu a ajuns la fundamentele raționalității. Dacă logica este o disciplină rațională și, în consecință, dezvoltările sale trebuie să ofere o cunoaștere bine fundamentată, atunci, fenomenul amintit arată că logica nu ar mai putea fi un sistem rațional perfect. Noile sisteme de logică, măcar unele dintre ele, reprezintă un efort de a crea sisteme deductive mai raționale. Altele derivă din surse precum analiza deducțiilor non-propoziționale. Dezvoltarea combinată a acestora reprezintă o lărgire a domeniului raționalității și înnoirea orizonturilor logicii.<sup>55</sup>

Considerațiile anterioare arată că raționalitatea logică este legată de deductibilitate. Relația de consecință logică sau inversa ei, constituie aspectul central al raționalității la nivel logic. Evoluția recentă a logicii a demonstrat că CL era o sistematizare foarte imperfectă a acestei raționalități. Acum știm că relația de consecință logică este mai riguroasă decât se credea (datorită cerinței de relevanță) și că are un domeniu mai vast deoarece este prezentă și în zona raționamentelor non-propoziționale și nu este limitată de condițiile de consistență sau chiar cele de existență sau semnificație.<sup>56</sup>

Aceste rezultate circumscriu o perspectivă complet nouă potrivit căreia relațiile dintre logică și ontologie sunt văzute într-o manieră diferită față de perioada tradițională. Faptul că deducțiile pot fi făcute pornind de la premise inconsistente fără a ajunge la concluzii arbitrare arată că pot exista modele ale sistemelor de logică în care relația de consecință logică este formalizată în mod adecvat, deși principiile tradiționale pot să nu fie prezente. Aceasta înseamnă că

<sup>55</sup> Dacă raționalitatea logicii este înțeleasă drept capacitate de a opera deducții, atunci, neîndoind, crearea de sisteme atletice conduce la o lărgire a domeniului unei asemenea raționalități. A fi în stare să stabilești că o anumită normă, de pildă, este consecință logică a altor norme, arată că, din perspectivă logică, în câmpul normativ este prezentă raționalitatea. În general, se poate spune că orice relație de consecință logică stabilită pornind de la intuiții puternice aparține sferei raționalității. Prezența unor cazuri dubioase nu este decisivă, deoarece asta se întâmplă în orice domeniu al cunoașterii; ele nu înseamnă că nu putem determina cu claritate, într-un număr mare de cazuri, că există o relație de consecință logică între premise și concluzie.

<sup>56</sup> Cu privire la această extindere extraordinară a relației de consecință logică relativ la conținutul său, v. Routley, Meyer, 1976; Routley, 1979; Peña, 1979; Routley, 1980.

principiile tradiționale nu sunt evidente, că ele sunt numai generalizări empirice sau convenții care au numai o valoare pragmatică? Deși este dificil să se dea un răspuns unei asemenea întrebări, considerăm că răspunsul adecvat este „nu”. Faptul că există lumi inconsistente în care principiile tradiționale nu sunt valide nu înseamnă că aceste principii nu sunt raționale sau nu sunt evidente ci numai că domeniul de aplicare al consecinței logice este mai *larg* decât al acestor principii. Regulile care controlează deducerea sunt aplicabile în toate cazurile, în relație cu orice structură, chiar dacă lumea corelată cu o asemenea structură este absurdă sau imposibilă; pe de altă parte, principiile tradiționale sunt aplicabile numai structurilor cărora le corespund lumi care îndeplinesc anumite condiții cum ar fi consistența, posibilitatea, subzistența etc.<sup>57</sup>

În ciuda unor sisteme logice precum  $C_n$ , principiile logicii sunt încă evidente și valide așa cum erau anterior, ca explicații logice relevante. Rațiunea le impune și mulțumită lor suntem în măsură să caracterizăm anumite lumi (cum ar fi lumea reală și lumile logice obișnuite). Aceste lumi constituie domeniul înțelegerii ortodoxe. O situație contradictorie în care atât  $A$ , cât și  $\sim A$  sunt ambele adevărate, pur și simplu nu poate fi înțeleasă din perspectivă clasică.

Faptul că pornind de la preceptele clasice nu putem admite că un obiect are și nu are o anumită proprietate nu înseamnă că realitatea sau, în general, regiunile ontologice (care pot fi ale unor obiecte abstracte) trebuie să fie limitate rațional în așa fel încât contradicțiile să nu poată avea loc în interiorul lor. S-ar putea ca, până de curând, argumentele teoriilor ontologice neclasice să nu fi fost prea convingătoare. Cu toate acestea, ele nu pot fi excluse pe calea demonstrației,<sup>58</sup> așa că respingerea lor ne-ar duce înapoi la raționalismul naiv al vechii filosofii clasice. Pe scurt, este posibil să existe lumi inconsistente care sunt, în consecință, complet sau parțial neinteligibile din perspectivă clasică. *Dar, ceea ce este de remarcat în ceea ce privește logica este că permite deducții riguroase în raport cu asemenea lumi.* Dacă cineva pornește de la premise contradictorii și folosește o logică paraconsistentă atunci ajunge în mod riguros la concluzii nearbitrare, în ciuda CL. În acest fel, ajungem la două consecințe:

(1) există o raționalitate logică independentă de structura căreia i se aplică; aceasta poate fi o raționalitate în logică fără a fi nevoie de raționalitatea clasică a lumii respective;

(2) există o intuiție logică tare care, chiar dacă nu pune în evidență structuri ontologice, este supusă constrângerilor clasice și reușește numai o înțelegere limitată. Presupunerile de consistență și identitate sunt, în mod clar, condiții necesare ale înțelegerii clasice.<sup>59</sup>

<sup>57</sup> Rezultatele investigațiilor recente asupra semanticii relației de deducere efectuate de Routley și Meyer tind să confirme tezele pe care le susținem aici (Routley, Meyer, 1972; Routley, 1980).

<sup>58</sup> Cu privire la acest aspect, v. Routley, Meyer, 1976.

<sup>59</sup> Am putea merge mai departe în folosirea adverbului „clasic”, cum ar fi în contextul „inteligibilitate clasică” deoarece, în ciuda nenumăratelor modificări ale principiilor raționale și a evidenței raționale petrecute de-a lungul vremii, trebuie să existe un nucleu invariant în timp. În alt

În analiza de mai sus s-a arătat că dezvoltarea logicii este dată, în aspectele sale cele mai importante, de exigența raționalității. Această exigență, în manieră explicită sau implicită a condus investigațiile logicienilor de-a lungul vremii. Ea a generat numeroase sisteme care încearcă să formalizeze, sau să analizeze din ce în ce mai bine mecanismele (sau produsele logice) prin care rațiunea este capabilă să stabilească relații precum consecința logică. Analiza acestor mecanisme a demonstrat, pe lângă extinderea neașteptată a domeniului conectorilor deductivi că nu există coincidență între raționalitatea logică și raționalitatea ontologică, așa încât, activitatea rațională este posibilă în domenii care prezintă aspecte iraționale sau paradoxale ori inconsistente.<sup>60</sup>

Drept consecință, analizele tradiționale ale raționalității au fost depășite de dezvoltarea celei mai raționale dintre discipline: logica. Nici raționalismul clasic (naiv) nici empirismul, nici istoricismul, nici filosofia dialectică (filosofia tradițională hegelian-marxistă cu variațiile sale) nu oferă o înțelegere a faptelor prezentate mai sus. Dacă dorim să înțelegem ce se întâmplă în câmpul logicii trebuie, inevitabil, să elaborăm un nou concept de raționalitate care să dea seama de rezultatele uimitoare atinse de teoriile asupra deducției din ultimii ani. A elabora un nou concept de raționalitate înseamnă o nouă paradigmă în înțeles epistemologic. Credem că aceasta este calea care deja este deschisă și urmată cu

caz, am fi în situația *istoricistilor clasici* conform cărora semnificația logică nu are loc: în consecință, cunoașterea științifică își pierde orice semnificație (chiar dacă nu am fi pragmatisti). Un principiu care aparține acestui nucleu dur este, fără îndoială, *principiul contradicției*, care, într-un fel sau altul, este prezent pretutindeni în logică. La prima vedere, sistemele paraconsistente cum sunt  $C_n$  nu au nevoie de el. Dar, cercetătorii acestor sisteme, după îndelungate eforturi, au demonstrat consistența absolută a acestor sisteme, care este o variantă a consistenței obișnuite. Atunci când da Costa și adepții săi au dezvoltat o teorie paraconsistentă a mulțimilor, bazată pe  $C_n$ , ei au trebuit să deosebească între teoreme bune și rele. Dacă avem de-a face cu o teoremă bună, atunci nu se poate demonstra, în interiorul sistemului, că acea teoremă este contradicție; dar se poate realiza o asemenea demonstrație pentru o teoremă rea. Prin urmare, este eronat să se afirme că sisteme precum  $C_n$  funcționează fără principiul contradicției. Într-un fel, se întâmplă așa, deoarece se aplică unor teoreme inconsistente; dar într-un altul, foarte precis definit, principiul contradicției este prezent, deoarece este acceptat *principiul non-trivialității* și posibilitatea de a deriva numai *teoreme bune*. Pe lângă principiul contradicției, alte principii, precum cel al identității, sau cele derivate din formalismul logic, cum ar fi tranzitivitatea deducerii, eliminarea conjuncției, distribuția implicației relevante, unele principii de cuantificare (aceste principii sunt prezente chiar dacă regulile de cuantificare nu sunt cele clasice) etc. sunt acceptate. Mai mult, toate aceste principii reapar, la alt orizont semantic, atunci când logica se extinde la nivelul non-propozițional. Neîndoios, există motive pentru a menține expresii precum „inteligibilitate clasică”, „înțelegere ortodoxă” etc.: nu se poate stabili ferm cu mijloacele actuale că neinteligibilitatea stărilor de lucruri contradictorii, pentru care majoritatea oamenilor are o puternică atracție, nu cumva este produsul a milenii de tradiție ce-și are originea în fapte contingente. S-ar putea ca, odată obișnuți cu contradicțiile, acest simțământ să dispară odată și-o dată. Dar, dacă toate intuițiile noastre intelectuale s-ar modifica în viitor și toate principiile pe care le considerăm raționale ar fi invalidate, atunci atât logica, cât și filosofia și știința sunt în pericol să nu mai fie practicate. Considerăm că problema existenței unui nucleu dur de principii raționale este *problema* filosofiei cunoașterii și că rămâne un subiect neepuizat.

<sup>60</sup> Problema intuiției intelectuale este, conform celor de mai sus (v. notele 51 și 59), o problemă fundamentală care trebuie studiată în profunzime pentru a înțelege maniera în care lucrează rațiunea la nivel logico-matematic. Problema nu poate fi ignorată afirmând că, potrivit istoriei științei, evidența noastră este înșelătoare, deoarece chiar această afirmație presupune un sistem complex de intuiții intelectuale.

interes crescând. Credem că numai pe această cale se poate elabora o imagine a întregului care constituie scopul final al filosofiei. Datorită efortului făcut în ultimii ani pentru a clarifica obscurul concept de consecință logică această viziune a fost regăsită, în ciuda influenței empirismului și pragmatismului care au dominat filosofia vreme îndelungată. Acestea au însemnat distrugerea necesară pentru ca o nouă și fascinantă operă de construcție să înceapă<sup>61</sup>.

## Bibliografie

- [1] ANDERSON, A.R., BELNAP, N.D. jr. – *Entailment... The Logic of Relevance and Necessity*, Princeton University Press, 1975.
- [2] ARRUDA, A. – „La mathématique classique dans NF<sub>1</sub>“, *C.R. Acad. Sc. Paris* t. 272, pp. 1152–1153 [3 mai 1972] Serie A, 1971.
- [3] ARRUDA, A. – „A survey of paraconsistent logic“, *Mathematical Logic in Latin America*, ed. A.I. Arruda, R. Chuaqui și N.C.A. da Costa, Amsterdam, North-Holland, pp. 1–41, 1978.
- [4] ARRUDA, A. –, „N.A. Vasiliev e a logica paraconsistente“, *Relatorio interno 140*. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matematica. Estadística e Ciencia de Computação, 1979.
- [5] ARRUDA, A. –, „Aspects of the historical development of paraconsistent logic“, *Relatorio interno 172*, Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matematica, Estadística e Ciencia de Computação, 1980.
- [6] ASENJO, F.G., TAMBURINO, J. – „Logic of antinomies“, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, XVI, pp. 272–278, 1975.
- [7] CASTAÑEDA, H.-N. – *Thinking and Doing*, Dordrecht. Reidel, 1975.
- [8] DA COSTA, N.C.A. – „On the theory of inconsistent formal systems“, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, XV, pp. 497–510, 1974a.
- [9] DA COSTA, N.C.A. – „Logique mathématique – Remarques sur le calculs  $C_n$ ,  $C_n^*$ ,  $C_n^-$  et  $D_n$ “, *C.R. Acad. Sc. Paris* t. 278, pp. 819–821, 1974b.
- [10] DA COSTA, N.C.A., ALVES, E.H. – „Logique mathématique – Une sémantique pour le calcul  $C_1$ “, *C.R. Acad. Sc. Paris*, t. 283, pp. 729–731, 1976.
- [11] DA COSTA, N.C.A., ALVES, E.H. – „A semantical analysis of the calculi  $C_n$ “, *Notre Dame Journal of Formal Logic* XVIII, pp. 621–630, 1977.
- [12] DA COSTA, N.C.A., ALVES, E.H. – *Relations between paraconsistent logic and many-valued logic*, Universidade de São Paulo, Instituto de matematica e statistica, São Paulo, 1981.
- [13] DA COSTA, N.C.A., ARRUDA, A. – „O paradoxo de Curry – Moh Shaw-Kwei“, *Boletim de matematica de São Paulo*, 18, pp. 83–89, 1965.
- [14] COUTURAT, L. – *La Logique de Leibniz d'apres des documents inedits*, Paris, Felix Alcan, 1961, (1901).
- [15] GARCIA MAYNEZ, E. – *Filosofia del Derecho*, Mexico: Porrua, 1973.
- [16] GODDARD, L., ROUTLEY, R. – *The Logic of Significance and Context*, Scottish Academic Press, 1973.
- [17] HAAK, S. – *Deviant Logic*, Cambridge University Press, 1974.
- [18] HEGEL, G.W.H. – *Wiissenschaft der Logik*, Leipzig: Verlag von Felix Meiner, 1934.
- [19] HEGEL, G.W.H. – *Enciclopedia de las ciencias filosoficas*, Mexico: Porrua, 1971.
- [20] HEYTING, A. – *Intuitionism – An Introduction*, Amsterdam: North-Holland, 1956.
- [21] JASKOWSKI, S. – „A calculus of propositions for contradictory deductive systems“, *Studia Soc. Scn. Torunensis*, section A.1, pp. 55–77, 1948.
- [22] JASKOWSKI, S. – „The propositional calculus for contradictory deductive systems“, *Studia Logica* 24, pp. 143–157, 1969.

<sup>61</sup> Traducătorul nu este de acord în totalitate cu tezele susținute în acest studiu. (N.T.)

- [23] KNEALE, W., KNEALE, M. – *The Development of Logic*, Oxford: Clarendon Press, 1962.
- [24] KRIPKE, S.A. – „Semantical analysis of intuitionistic logic I“, *Formal Systems and Recursive Functions*, eds. J.N. Crossley și M.A. Dummett, Amsterdam: North-Holland, pp. 92–130, 1965.
- [25] LEWIS, C.I., LANGFORD, C.H. – *Symbolic Logic*, New York: the Century Co, 1932.
- [26] LUKASIEWICZ, J. – *Selected Works*, Amsterdam: North-Holland, 1970.
- [27] MEYER, R.K. – *Why I am not a Relevantist*, Research Paper No.1. Logic Group, Canberra, Australian National University, 1978.
- [28] QUESADA, M.F. – „Sobre el concepto de razon“, *Revista Latinoamericana de Filosofia* 1, 3, pp.183–191, 1975.
- [29] QUESADA, M.F. – „Las logicas heterodoxas y el problema de la unidad de la logica“, *Logica-Aspectos Formales y Filosoficos*, Pontificia Universidad Catolica del Peru, 1978.
- [30] QUESADA, M.F. – „Logica y Razon“, *Ponencia presentada a la Sociedad Peruana de Filosofia*, 1979.
- [31] PEÑA, L. – *Contradiction et verité - Étude sur le fondements et la portée epistemologique d'une logique contradictoirelle*, Dissertation, Liege, 1979.
- [32] PRIEST, G. – „Logic of Paradox“, *Journal of Philosophical Logic*, 8, pp. 219–241, 1979.
- [33] ROSSER, J.B., TURQUETTE, A.R. – *Many-valued logics*, Amsterdam, North-Holland, 1962.
- [34] ROUTLEY, R. – „Dialectical logic, semantics and metamathematics“, *Erkenntnis* 14, pp. 301–331, 1979.
- [35] ROUTLEY, R. – *Exploring Meinong's Jungle and Beyond*, Canberra: Australian National University, 1980.
- [36] ROUTLEY, R., MEYER, R.K. – „The semantic of entailment I“, *Truth, Syntax and Modality*, ed. H. Leblanc, Amsterdam: North-Holland, pp. 199–243, 1973.
- [37] ROUTLEY, R., MEYER, R.K. – „Dialectical logic, classical logic, and the consistency of the world“, *Studies in Soviet Thought*, 16, pp. 1–25, 1976.
- [38] SETTE, A.M. – „On the propositional calculus  $P_1$ “, *Mathematica Japonicae*, 18, pp. 173–180, 1973.
- [39] SAMBARINO, M. – *Investigaciones sobre la estructura aporetico-dialectica de la eticidad*, Montevideo, Universidad de la Republica, Facultad de Humanidades y Ciencias, 1959.
- [40] VILLEGAS, A. – *Reformismo y revolucion en el pensamiento latinoamericano*, Madrid, Siglo. XXI, 1972.
- [41] ZEA, L. – *Dialectica de la conciencia americana*, Mexico, Alianza Editorial Mexicana, 1976.



# **(C-E)n)consistența, contradictorialitatea și paraconsistența<sup>1</sup>**

Walter A. CARNIELLI

## **1. Să nu trivializezi!**

*Din cauza principiului clasic al [non-]contradicției, o propoziție și negația sa nu pot fi simultan adevărate; datorită acestui fapt, nu este posibil ca o teorie care este validă sub aspect filosofic (sau logic) să includă contradicții interne. A presupune contrariul ar constitui aparent o eroare filosofică.*

Newton C. A. DA COSTA, [23], pp. 6–7, 1958

În zorii secolului al XXI-lea, dezbaterea asupra statutului contradicției în logică, filosofie și matematică par încă să provoace cele mai diverse și animate sentimente. Și aceasta este o poveste veche, ale cărei prime trăsături pot fi urmărite în trecut încă de la autori precum Aristotel (pentru apărarea non-contradicției) sau Heraclit (pentru poziția opusă). Oricum ar sta lucrurile, faptul este că la începutul secolului trecut esențialmente aceeași dispută avea încă loc, de data aceasta contrapunând pe Russell lui Meinong. Și ar fi putut continua astfel secole la rând, dacă ar fi fost atinse fie și numai aspectele filosofice ale disputei. Chiar și pe un teren mai tehnic, logicieni de calibru, precum Alfred Tarski, ar specula până la urmă despre aceasta (cf. [60]):

---

<sup>1</sup> Acest articol reprezintă o selecție, realizată cu permisiunea lui W.A. Carnielli, din W.A. Carnielli și J. Marcos, „A Taxonomy of C-systems”, în W. A. Carnielli, M. E. Coniglio și I.M.L. D'Ottaviano (editori), *Paraconsistency: The Logical Way to the Inconsistent – Proceedings of WCP'2000*, Marcel Dekker, New York, 2002, W. A. Carnielli, „Possible-translations Semantics for Paraconsistent Logics”, în D. Batens, C. Mortensen, G. Priest și J.-P. van Bendegem (eds.), *Frontiers in Paraconsistent Logic: Proceedings of the I World Congress on Paraconsistency*, Ghent, 1998 și W. A. Carnielli și J. Marcos, „Limits for paraconsistent calculi”, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 40(3), 1999. Traducere de Dumitru Gheorghiu. (N.T.)

Nu cred că atitudinea noastră față de o teorie inconsistentă s-ar schimba, chiar dacă ne-am decide dintr-un motiv sau altul să slăbim sistemul nostru de logică pentru a ne priva de posibilitatea de a deriva orice enunț din două enunțuri contradictorii. Mi se pare că motivul real al atitudinii noastre este unul diferit: noi știm (fie și numai intuitiv) că o teorie inconsistentă trebuie să conțină enunțuri false și nu suntem înclinați să considerăm ca fiind acceptabilă vreo teorie care s-a dovedit a conține astfel de enunțuri.

Împotriva unor astfel de suspiciuni, filosoful Wittgenstein, care și-a dedicat aproape jumătate din ultima parte a activității sale filosofiei matematicii, la care obișnuia să se refere ca la a sa „principală contribuție“ (cf. articolului *Mathematics* din [36]), ar fi avut ceva de spus. Într-adevăr, el se simțea adesea nedumerit în legătură cu „sentimentul de respect amestecat cu teamă superstițioasă și uimire al matematicienilor în fața contradicției“ (cf. [61], Ap. III–17), și își punea întrebarea: „Contradicția. De ce numai această *singură* fantomă? Aceasta este cu siguranță foarte suspect.“ (id., IV–56). Punctul său esențial era că „una este să folosești o tehnică matematică ce constă din evitarea contradicției și alta este să filosofezi împotriva contradicției în matematică“ (id. IV–55) și că era necesar să se înlăture „ghimpele metafizice“ înfipt aici (id. VII–12). Din acest punct de vedere, filosoful descrie propriul său obiectiv ca fiind tocmai acela de a schimba atitudinea matematicienilor față de contradicție (id. III–82).

Pasajul introductiv din da Costa [23] poate fi, de asemenea, văzut ca o critică a unei poziții cum este cea de mai sus a lui Tarski. Presupoziția de înfruntat aici este, desigur, cea a unei teorii inconsistente care conține în mod obligatoriu enunțuri false. Astfel, dacă se pot descrie modele de structuri în care unele enunțuri contradictorii (dar nu toate) sunt simultan adevărate, vom avea un argument tehnic împotriva unor astfel de suspiciuni de imposibilitate sau implauzibilitate de a menține enunțuri contradictorii înăuntrul unei teorii și de a fi totuși capabili să efectuăm inferențe rezonabile pornind de la acea teorie, *în loc* să fim capabili să deducem alte enunțuri oarecare. Este sigur că aceasta îndreptățește conferirea unei anumite respectabilități a sarcinii de a studia comportamentul teoriilor contradictorii și netriviale – sarcina *paraconsistenței*. Și este într-adevăr posibil să se atribue modele pentru teorii inconsistente non-triviale, chiar dacă aceste teorii ar fi să fie considerate de către unii ca fiind problematice din punct de vedere epistemologic sau derutante din punct de vedere ontologic! Construirea de modele și înțelegerea rolului lor este cu siguranță o întreprindere matematică extraordinar de importantă. A fost nevoie de eforturi enorme din partea celor mai strălucite minți și de mai mult de douăzeci de secole pentru ca matematicienii să-și permită să considere modele în care, dată fiind o linie dreaptă  $D$  și un punct  $P$  în afara acesteia, se poate duce prin  $P$  nu doar o singură paralelă la  $D$ , ci o infinitate sau nu se poate duce nici una, ca în cazul bine cunoscut al geometriilor non-euclidiene. În cazul de față, atunci, problema nu va fi aceea de a *valida falsități*, ci aceea de a *extinde noțiunea noastră de adevăr* (o idee examinată mai mult în [12]).

În același moment decisiv, în prima jumătate a secolului trecut, au existat acești alți oameni, precum Łukasiewicz sau Vasiliev, care au propus imediat relativizări ale ideii de non-contradicție, oferind interpretări formale ale unor



sisteme formale în care această idee nu este valabilă și în care contradicțiile pot avea sens. Iar între anii '40 și '60 lumea a asistat în fine la apariția primelor sisteme efectiv operaționale de logică paraconsistentă (cf. Jaśkowski [39], Nelson [51] și da Costa [25]).

## 1.1. Există teorii contradictorii

Fie acestea o consecință a singurei descrieri corecte a unei lumi contradictorii (așa cum se presupune în [54], fie acestea doar o stare temporară a cunoașterii noastre sau, iarăși, rezultatul unui limbaj particular pe care l-am ales pentru a descrie lumea, efectul criteriilor observaționale incompatibile, suprapunerea concepțiilor despre lume sau numai a celor științifice, întrucât rezultă din cele mai bune teorii disponibile la un moment dat [10], contradicțiile sunt probabil inevitabile în teoriile noastre. Chiar dacă ar fi ca teoriile contradictorii să apară doar din greșeală sau printr-un comportament răsucit de tip Ianus al autorilor acestora, este greu de văzut, date fiind, de exemplu, rezultate precum teoremele de incompletitudine ale lui Gödel, cum se poate împiedica fie și numai luarea în considerare a contradicțiilor. Așadar, ar trebui să fie clar că problema aici nu se referă la *existența* teoriilor contradictorii, ci la *ceea ce ar trebui să facem* cu acestea! Ar trebui să permitem acestor teorii să explodeze și să producă orice, ca în logica clasică, sau mai curând ar trebui să înlocuim logica subiacentă în situații (potențial) critice, pentru a putea fi totuși capabili să tragem (fie și doar provizoriu, dacă vreți) concluzii rezonabile din aceste teorii?

În acest punct este interesant să considerăm următorul *motto* formulat de Newton da Costa, unul dintre fondatorii logicii paraconsistente moderne [24]:

Din punctul de vedere sintactico-semantic, orice teorie matematică este admisibilă, dacă nu este trivială.

Da Costa caracteriza acest *motto* drept „Principiul toleranței în matematică“, prin analogie cu principiul „sintactic“ propus anterior de Carnap (cf. [14], p. 52). Conform acestui principiu, linia de separație dintre sistemele care merită a fi investigate și acela care „nu au importanță“ [30] și nici nu transmit informație [10] ar trebui să fie trasată în preajma non-trivialității, mai curând decât în vecinătatea non-contradictorialității. Aceasta ne va da prima cheie către paraconsistență: dacă nu există nici o contradicție prin preajmă, atunci totul este sub control, din moment ce suntem într-un mediu consistent; dar dacă sunt permise contradicțiile, scopul ar trebui să fie non-trivialitatea – dar atunci ceea ce trebuie să controlăm este caracterul *exploziv* al logicii noastre subiacente. Într-adevăr, înăuntrul unei logici consistente noi știm că o contradicție este periculoasă într-o teorie tocmai pentru că aceasta va da un temelie suficient pentru ca acea teorie să explodeze, deducând orice!

Așadar, dată fiind o logică al cărei limbaj include un simbol pentru negație  $\neg$ , să numim *contradictorie* o teorie din care o formulă  $A$  și negația sa  $\neg A$  pot fi derivate prin intermediul logicii sale subiacente. Să numim o teorie *trivială* dacă orice formulă  $B$  poate fi derivată din teorie prin intermediul logicii subiacente și să numim o teorie *explozivă* dacă adăugarea la aceasta a oricărei contradicții  $A$  și  $\neg A$  este suficientă pentru a o face trivială. Logica subiacentă, luată ca atare, va fi de asemenea numită *contradictorie*, *trivială* sau *explozivă* dacă, respectiv, toate teoriile despre care poate vorbi sunt contradictorii, triviale sau explozive. Desigur, orice teorie/ logică se va dovedi, de asemenea, a fi contradictorie, ori de câte ori este disponibilă o negație (și orice este derivabil din aceasta, în particular toate perechile de formule de forma  $A$  și  $\neg A$ ). Înăuntrul logicii clasice și a celei intuționiste, și, în general, înăuntrul oricărei logici „consistente“ (aceasta se va defini în cele ce urmează), teoriile contradictorii și cele triviale pur și simplu coincid, prin intermediul caracterului lor exploziv. *Logicile paraconsistente* au fost propuse pentru a fi logiciile subiacente acelor teorii contradictorii care trebuie totuși să fie menținute non-triviale, iar ceea ce trebuie să facă aceste logici pentru a atinge acest țel este să slăbească sau să anuleze caracterul exploziv al acestor teorii<sup>2</sup>. Așadar, pe neașteptate, paraconsistența vine și furnizează o distincție netă între noțiunile logice de contradictorialitate, explozivitate și trivialitate.

Oricine care lucrează ca inginer al cunoașterii, asamblând și administrând baze de cunoștințe, va fi perfect conștient de faptul că strângerea de date inconsistente este regula, mai curând decât excepția. Și încă odată, fie că, printr-un tip de cerință metodologică, presupui că teoriile inconsistente sunt problematice [10], fie că nu [54], aceasta nu te împiedică să presupui, de asemenea, că aceste teorii sunt îndeajuns de *informative* și să dorești să *raționezi* în mod semnificativ pornind de la acestea. Să considerăm, de exemplu, această situație foarte simplă [19], în care, în cursul unei investigații, pui două persoane să răspundă la o întrebare de tip „da-nu“, cum este „Dick locuiește în Arizona?“, astfel că ceea ce se va obține va fi exact unul dintre următoarele scenarii posibile: ambii ar putea răspunde „da“, ambii ar putea răspunde „nu“ sau unul dintre ei ar putea răspunde „da“, în timp ce celălalt răspunde „nu“. Acum, se întâmplă că în nici o situație nu poți fi sigur de locul în care locuiește Dick (dacă nu cumva ai încredere într-unul dintre cei întrebați mai mult decât în celălalt), însă numai în ultimul scenariu, în care a apărut o inconsistență, ești sigur că ai primit informație greșită de la una dintre sursele tale!

Următorul nostru argument este că și noțiunile logice de *inconsistență* și *contradictorialitate* pot și trebuie să fie *distinse* într-un mod pur abstract. În literatură au fost deja propuse distincții între noțiunile de teorii *paradoxe* și teorii *antinomice* (cf., de exemplu, Arruda [3], p. 3 sau da Costa [27], p. 194), cele paradoxale fiind identificate cu acele teorii în care inconsistențele pot să apară fără

<sup>2</sup> Oricât ar putea să pară de surprinzător, acesta ar fi fost sfatul dat de Wittgenstein asupra felului în care să procedăm în prezența contradicțiilor: „Contradicția nici măcar nu falsifică orice. Să stăm puțin. Să nu mergem acolo“ (cf. [8], XIV, p. 138). Pentru relațiile și non-relațiile dintre Wittgenstein și întreprinderea paraconsistentă, cititorul poate consulta, de exemplu, [45], [36] sau [47].

să conducă în mod necesar la trivializare, iar cele antinomice fiind identificate cu acele teorii în care orice contradicție care apare se dovedește a fi catastrofală, ca în cazul antinomiei lui Russell din teoria naivă a mulțimilor. Să insistăm pentru moment asupra acestei distincții și să o extindem ceva mai mult.

Orice ar putea să însemne o inconsistență, fie ea mai generală sau nu decât o simplă contradicție, putem fără îndoială să presupunem că o contradicție este cel puțin un exemplu de inconsistență, fie aceasta singura posibilă sau nu. În mod tradițional, așa cum am menționat câteva paragrafe mai sus, contradictorialitatea unei teorii/logici date era de identificat cu faptul că din aceasta se derivă cel puțin unele perechi de formule de forma  $A$  și  $\neg A$ , în timp ce despre inconsistență se vorbește în mod obișnuit ca despre o proprietate model-teoretică de asigurat pentru ca teoriile noastre să aibă sens și să vorbească despre „structuri efectiv existente”. Desigur, în acest fel, dată fiind supoziția noastră de mai sus conform căreia contradicțiile implică inconsistențele, orice teorie/logică trivială va fi deopotrivă contradictorie și inconsistentă. Acum, dacă explozivitatea nu are loc în domeniul logicilor paraconsistente, după cum vom vedea, nu există în principiu nici un temei pentru a presupune că reciproca este, de asemenea, valabilă și că o contradicție va conduce întotdeauna la trivializare. Atunci cum să împăcăm aceste concepte? Ideea lui da Costa, atunci când propunea primele sale calcule paraconsistente [25], era aceea că noțiunea de „consistență” și „comportamentul de tip clasic” (el îl numea „comportamentul docil” – *well-behavior*) al unei formule date, ca o condiție suficientă pentru a garanta caracterul său exploziv, ar putea fi reprezentate pur și simplu printr-o altă formulă a logicii subiacente (pentru primul său calcul,  $C_1$ , el alegea să reprezinte consistența unei formule  $A$  prin formula  $\neg(A \wedge \neg A)$  și se referea la această ultimă formulă – de interpretat intuitiv ca „nu este cazul că atât  $A$ , cât și  $\neg A$  sunt adevărate” – ca la o realizare al „principiului non-contradicției”, convenții pe care, în general, nu le vom urma – și nu vom urma, în mod necesar, nici identificarea consistenței cu „comportamentul de tip clasic”). De fapt, propunerea noastră, inspirată de ideea lui da Costa, este exact aceea de a introduce consistența ca o *noțiune primitivă* a logicilor noastre: logicile paraconsistente care internalizează noțiunea de consistență pentru a o introduce deja la nivelul obiect vor fi numite *logici ale inconsistenței formale* (LFI-uri). Și, dată fiind o logică consistentă  $L$ , se va spune că acele LFI-uri – care extind baza pozitivă a  $L$  constituie *C-sisteme bazate pe  $L$* .

În ceea ce privește această poveste despre considerarea consistenței ca o noțiune primitivă, ne putem gândi imediat la statutul punctelor, liniilor și planelor în geometrie, dar cazul numerelor complexe (imaginare) pare să constituie o comparație încă mai bună, chiar dacă nu știm ce sunt acestea, și putem chiar să bănuim că nu prea are rost să insistăm asupra felului în care aceste numere pot exista în lumea „reală”, cel mai important aspect este acela că este posibil să calculăm cu ele. Girolamo Cardano, primul care a avut ideea de a calcula cu astfel de numere, pare să fi văzut această chestiune foarte clar – el nu a reușit, totuși, să își dea seama de importanța acestui fapt; în 1545 el scria în a sa *Ars Magna* [52]:

Lăsând la o parte supliciuul minții și înmulțind  $5 + \sqrt{-15}$  cu  $5 - \sqrt{-15}$  obținem  $25 - (-15)$ . Prin urmare, produsul este 40. ... și subtilitatea aritmetică merge atât de departe încât aceasta, extrema, este, după cum am spus, atât de subtilă încât este inutilă.

Descoperirea sa, conform căreia se poate opera cu un concept matematic independent de ce ar spune intuiția noastră, iar acea inutilitate (sau altceva) ar putea fi un principiu călăuzitor pentru acceptarea sau respingerea experimentării cu obiecte matematice, a contribuit definitiv la demonstrarea „Teoremei fundamentale a algebrei” de către C. F. Gauss, în 1799, înainte de care numerele complexe nu erau pe deplin acceptate.

Pentru a clarifica lucrurile, ideea din spatele internalizării consistenței în logicile noastre va fi realizată, în general, prin adăugarea unui conector monadic ce exprimă consistența (și în mod obișnuit a unui alt conector ce exprimă inconsistența), plus următoarea supoziție importantă, conform căreia *consistența* este exact ceea ce ar putea lipsi unei teorii pentru a scăpa de trivialitate atunci când este expusă la o contradicție<sup>3</sup>. Recapitulând: după cum am spus mai înainte, trivialitatea implică contradictorialitatea (dacă este prezentă o negație), iar contradictorialitatea implică inconsistența (sau, mai precis, contradictorialitatea implică „non-consistența”, căci se poate întâmpla ca inconsistența și consistența să nu fie exact duale în unele LFI-uri, dacă luăm ambele noțiuni ca primitive)<sup>4</sup>; acum, adăugăm la aceasta supoziția, conform căreia, contradictorialitatea *plus* consistența implică trivialitatea! În acest fel, introducem de fapt o definiție nouă a consistenței, mult mai rafinată decât cea model-teoretică obișnuită: pentru o clasă largă de logici (v. *Faptul* 2.14, (ii)) se va dovedi că noțiunea de consistență poate fi identificată cu prezența deopotrivă a trăsăturilor non-contradictorialității și explozivității. Acum, non-contradictorialitatea va fi pentru noi o condiție necesară, dar nu va mai fi și *suficientă*, pentru a demonstra consistența. În cazul logicilor explozive, desigur, conceptele de non-contradictorialitate și non-trivialitate vor coincide, astfel că non-contradictorialitatea și consistența sunt, de asemenea, de identificat. Logicile paraconsistente sunt situate exact în acea *terra incognita* care e află între logicile non-explozive și cele triviale și ele cuprind exact acele logici care sunt atât non-explozive, cât și non-triviale (exemple de astfel de logici sunt furnizate de întreaga literatură despre logicile paraconsistente)! Astfel, încă o dată, consistența separă spațiul logic dintre logicile consistente (și deci explozive și non-contradictorii) și cele inconsistente, iar acestea din urmă, la rândul lor, pot fi sau paraconsistente (și deci non-explozive și posibil chiar contradictorii), sau triviale.

<sup>3</sup> Este interesant de notat, printre altele, că această supoziție este compatibilă în mod remarcabil cu intuiția lui Jaśkowski în această chestiune. După cum spunea el: „în unele cazuri, avem de-a face cu un sistem de ipoteze care, *dacă sunt supuse unei analize prea consistente*, conduc la o contradicție internă sau la o contradicție cu o anumită lege acceptată, dar pe care le folosim într-un mod care este astfel limitat încât să nu producă o falsitate auto-evidentă” (sublinierile noastre, v. [39], p. 144). Este clar că putem da cel puțin o interpretare conform căreia Jaśkowski părea să fi fost deja îngrijorat în legătură cu efectele contradicțiilor consistente!

<sup>4</sup> v. studiul lui W. A. Carnielli, *Cum să îți construiești propria logică paraconsistentă: o introducere în logicile (in)consistenței formale*, tradus în volumul de față. (N.T.)

## 1.2. Paraconsistent, dar nu contradictoriu!

De fapt, este și un alt punct esențial pe care dorim să-l accentuăm aici, deoarece se pare că în jurul său s-a produs multă confuzie în mod inutil. În general, logicile paraconsistente *nu* validează contradicții și *nu* invalidează nimic precum „principiul non-contradicției” (deși sunt câteva care o fac). În realitate, cele mai multe logici paraconsistente sunt doar fragmente ale unei alte logici consistente date (cum sunt unele versiuni ale logicii clasice sau unele logici modale normale), astfel că acestea *nu pot* fi în nici un caz contradictorii! Oricum, o bună modalitate de a face întreaga chestiune mult mai puțin ambiguă (chiar dacă rămâne încă deschisă discuțiilor, dar acum la un nivel diferit) este aceea de a considera definițiile formale ale acelor așa-numite *principii* (meta)logice.

Să spunem că o logică respectă *principiul non-contradicției* (PNC), dacă este non-contradictorie, conform definițiilor noastre anterioare, adică dacă are teorii non-contradictorii, adică teorii în care nici o pereche de formule  $A$  și  $\neg A$  nu poate fi inferată. Să spunem, de asemenea, că o logică respectă *principiul non-trivialității* (PNT) (o realizare a principiului toleranței al lui da Costa înăuntrul spațiului lui logic), dacă este non-trivială, având astfel teorii non-triviale, și să spunem că o teorie respectă *principiul exploziei* sau *principiul lui Pseudo-Scotus* (PPS), dacă este explozivă, adică dacă toate teoriile sale explodează atunci când sunt puse în contact cu o contradicție. Este clar acum că toate logicile paraconsistente, prin chiar natura acestora, trebuie să nu respecte PPS, vizând să rețină PNT, dar este de asemenea clar că aceste logici nu pot să nu respecte PNC, atâta timp cât sunt definite ca fragmente ale altor logici care respectă PPS! Într-adevăr, esența a ceea ce lasă în urmă logica paraconsistentă rezidă în a arăta că trebuie construite logici în care puterea principiului lui Pseudo-Scotus este controlată și aceasta nu are „în principiu” *nimic de a face* cu validitatea sau nevaliditatea principiului non-contradicției, așa cum îl înțelegem noi. Totuși, există câteva logici care nu sunt numai paraconsistente, dar care de fapt nu respectă PNC. Astfel de logici sunt în mod obișnuit avansate pentru a formaliza unele principii dialectice și, în mod corespunzător, sunt cunoscute ca *logici dialectice*. Oricum, fiind capabile să infereze contradicții, astfel de logici dialectice nu pot fi fragmente ale vreunei logici consistente, iar pentru a evita trivializarea, ele trebuie, de asemenea, să presupună, de pildă, eșecul *substituției uniforme*, cel puțin atunci când aceasta este aplicată unor formule specifice, cum sunt contradicțiile pe care aceste logici le pot infera (altminteri orice altă contradicție, și astfel orice altă formulă, ar fi inferabilă). În literatură au fost totuși considerate versiuni mult mai slabe ale PNC, cum este, de exemplu, următoarea, care provine din abordările semantice ale chestiunii: se spune că o logică respectă *principiul non-contradicției, forma a doua*, PNC2, dacă are modele non-triviale pentru perechi de formule contradictorii. Dar în acest caz, desigur, orice model pentru falsificarea PPS, adică orice model pentru o logică paraconsistentă, va satisface, de asemenea, PNC2 și reciproc, în așa fel încât nu numai că PNC2 nu ar fi necesar ca un nou principiu, dar nu ar mai fi nici un principiu care să se adreseze în mod specific existenței logicilor dialectice. Păcat! Și, desigur, există o mare diferență între a avea modele pentru o anumită

contradicție și a valida o pereche contradictorie de formule prin *toate* modelele unei logici date – aceasta duce în cele din urmă la aceeași diferență care există în logica clasică între formulele contingente, pe de o parte, și cele (tautologice sau) contradictorii, pe de altă parte ...

Secțiunea următoare prezintă în detaliu interrelațiile dintre toate aceste principii, formulate la un nivel pur logic, precum și bazele abstracte ale logicii paraconsistente, cu scopul de a clarifica distincțiile dintre noțiunile logice de inconsistență, contradictorialitate și paraconsistență. Ultima secțiune prezintă dimensiunea semantică a sistemelor paraconsistente prin intermediul *semanticilor traducerilor-posibile*, conform cărora unele logici complexe pot fi înțelese în termenii *combinării* unor logici mai simple.

## 2. Trandafirul, oricum i-ai spune, tot așa-și împarte mireasma dulce<sup>5</sup>

*Logica este locul de întâlnire ales al oamenilor cu capul limpede, fiecare dintre ei convins de completa acceptabilitate a doctrinei sale. Este atât de regretabil că aceștia nu se pot înțelege între ei.*

A. N. WHITEHEAD, „Harvard: The Future“, *Atlantic Monthly*, 158, p.263.

Mulți logicieni vor fi de acord că noțiunea fundamentală din spatele logicii este noțiunea de „derivare“, sau poate că ar trebui să spunem mai curând noțiunea de „consecință“. Din această cauză, în patrimoniul nostru comun este de găsit noțiunea tarskiană de *relație de consecință*. Ca de obicei, dată fiind o mulțime *For* de formule, spunem că  $\Vdash \subseteq \wp(For) \times For$  definește o relație de consecință pe *For* dacă au loc următoarele clauze pentru oricare formule *A* și *B* și submulțimi  $\Gamma$  și  $\Delta$  ale *For* (ca de obicei, formulele și virgulele aflate la stânga semnului  $\Vdash$  denotă mulțimi și reuniuni de mulțimi de formule):

(Con1)  $A \in \Gamma \Rightarrow \Gamma \Vdash A$  (reflexivitate)

(Con2)  $(\Delta \Vdash A \text{ și } \Delta \subseteq \Gamma) \Rightarrow \Gamma \Vdash A$  (monotonicitate)

(Con3)  $(\Delta \Vdash A \text{ și } \Gamma, A \Vdash B) \Rightarrow \Delta, \Gamma \Vdash B$  (tranzitivitate)

Ca atare, o logică *L* va fi definită aici pur și simplu ca o structură de forma  $\langle For, \Vdash \rangle$ , conținând o mulțime de formule și o relație de consecință definită pe această mulțime. În acest punct nu avem nevoie să presupunem că mulțimea *For* este

<sup>5</sup> Shakespeare, *Romeo și Julieta*, II, 2. Traducere de Virgil Teodorescu. (N.T.)

înzestrată cu orice altă structură suplimentară, cum este cea algebrică obișnuită, dar vom presupune prin aceasta, pentru comoditate, că *For* este construită pe un limbaj numărabil, având  $\neg$  ca simbol pentru negație (primitiv sau definit) și vom mai presupune cu privire la conectori că sunt operatori constructivi pe mulțimea de formule. Orice mulțime  $\Gamma \subseteq \text{For}$  este numită o *teorie* a **L**. Se spune că o teorie  $\Gamma$  este *proprie* dacă  $\Gamma \neq \text{For}$  și că o teorie  $\Gamma$  este *închisă* dacă conține toate consecințele sale, i.e. dacă are loc reciproca lui (Con1):  $\Gamma \models A \Rightarrow A \in \Gamma$ . Ori de câte ori, într-o logică dată, avem  $\Gamma \models A$  pentru o teorie dată  $\Gamma$  și o formulă  $A$ , vom spune că  $A$  este *inferată* din  $\Gamma$  (în acea logică); dacă pentru orice  $\Gamma$  avem  $\Gamma \models A$ , adică dacă  $A$  este inferată din orice teorie dată, vom spune că  $A$  este o *teză* (a acelei logici).

Nu toate logicile cunoscute respectă toate clauzele de mai sus sau numai pe acestea. De exemplu, acele logici în care (Con2) este sau eliminată, sau substituită cu o formă de „monotonicitate prudentă” sunt numite *non-monotonice*, iar logicile ale căror relații de consecință sunt închise sub substituție sunt numite *structurale*. Dacă nu se enunță explicit contrariul, vom lucra de acum înainte cu o logică fixată oarecare **L** =  $\langle \text{For}, \models \rangle$  și cu o teorie fixată oarecare  $\Gamma$  a lui **L**. Despre proprietățile (Con1) – (Con3) se va presupune că au loc fără restricții și acestea vor fi folosite din când în când în demonstrații. Unele consecințe interesante și imediate ale (Con1) – (Con3) de care ne vom folosi sunt următoarele:

**Faptul 2.1.** Următoarele proprietăți au loc pentru orice logică, oricare teorii date  $\Gamma$  și  $\Delta$  și oricare formule  $A$  și  $B$ :

- (i)  $\Gamma, \Delta \not\models A \Rightarrow \Gamma \not\models A$ ;
- (ii)  $(\Gamma \Vdash A \text{ și } A \Vdash B) \Rightarrow \Gamma \Vdash B$ ;
- (iii)  $(\Gamma \Vdash A \text{ și } \Gamma, A \Vdash B) \Rightarrow \Gamma \Vdash B$ .

**Demonstrație:** (i) decurge din (Con2); (ii) și (iii) decurg din (Con3).

Date fiind două logici **L1** =  $\langle \text{For}_1, \Vdash_1 \rangle$  și **L2** =  $\langle \text{For}_2, \Vdash_2 \rangle$ , vom spune că **L1** este o *extensie lingvistică* a **L2** dacă  $\text{For}_2$  este o mulțime proprie a  $\text{For}_1$  și vom spune că **L1** este o *extensie deductivă* a **L2** dacă  $\Vdash_2$  este o mulțime proprie a  $\Vdash_1$ . În fine, dacă **L1** este deopotrivă o extensie lingvistică și deductivă a **L2** și dacă restrângerea relației de consecință  $\Vdash_1$  a **L1** la mulțimea  $\text{For}_2$  o va face identică cu  $\Vdash_2$  (adică dacă  $\text{For}_2 \subset \text{For}_1$  și pentru orice  $\Gamma \cup \{A\} \subseteq \text{For}_2$  avem  $\Gamma \Vdash_1 A \Leftrightarrow \Gamma \Vdash_2 A$ ), atunci vom spune că **L1** este o *extensie conservatoare* a **L2**. În oricare dintre cazurile de mai sus, putem spune mai general că **L1** este o *extensie* a **L2** sau că **L2** este un *fragment* al **L1**. Doar ca o notă orientativă pentru cititor, totuși, putem remarca faptul că, în mod obișnuit, dar nu obligatoriu, extensiile lingvistice sunt și extensii deductive, dar, pe de altă parte, în domeniul logicilor non-clasice sunt destul de ușor de găsit fragmente

deductive care nu sunt fragmente lingvistice (așa cum logica intuiționistă este un fragment deductiv al logicii clasice). Cele mai multe logici paraconsistente din literatură sunt, de asemenea, fragmente deductive ale logicii clasice, dar cele la care vom face referire aici, C-sistemele, sunt, în general, fragmente deductive doar ale unei extensii conservatoare a logicii clasice – prin adăugarea unor conectori (explicit definibili) care exprimă consistența/inconsistența. Despre un caz particular al acestora, dC-sistemele, se poate arăta, totuși, că sunt caracterizabile ca fragmente deductive ale dragei logici clasice, fără extensiile menționate.

Fie  $\Gamma$  o teorie a  $L$ . Spunem că  $\Gamma$  este *contradictorie relativ la*  $\neg$  sau pur și simplu *contradictorie*, dacă pentru o formulă  $A$  avem  $\Gamma \Vdash A$  și  $\Gamma \Vdash \neg A$ . Cu un abuz de notare, dar (cu toată speranța) fără nici un risc de interpretare greșită, vom scrie acest gen de enunțuri de acum înainte în următoarea manieră:

$$\exists A (\Gamma \Vdash A \text{ și } \Gamma \Vdash \neg A). \quad (D1)$$

Pentru orice astfel de formulă  $A$  putem spune, de asemenea, că  $\Gamma$  este *A-contradictorie* sau pur și simplu că  $A$  este *contradictorie* pentru o astfel de teorie  $\Gamma$  (și o astfel de logică subiacentă  $L$ ). Rezultă că:

**Faptul 2.2.** Pentru o teorie dată  $\Gamma$ :

(i) Dacă  $\{A, \neg A\} \subseteq \Gamma$ , atunci  $\Gamma$  este *A-contradictorie*;

(ii) Dacă  $\Gamma$  este atât *contradictorie*, cât și *închisă*, atunci  $\{A, \neg A\} \subseteq \Gamma$ .

**Demonstrație:** Partea (i) decurge din (Con1), partea (ii) decurge din chiar definiția unei teorii închise.

Se spune că o teorie este *trivială* dacă:

$$\forall B (\Gamma \Vdash B) \quad (D2)$$

Ca atare, o teorie trivială nu poate face nici o diferență între formulele unei logici – toate acestea putând fi inferate din teorie. Desigur, folosind (Con1), putem observa că teoria non-proprie *For* este trivială. Putem să conchidem imediat și că:

**Faptul 2.3.** Contradictorialitatea este o condiție necesară pentru trivialitate într-o teorie dată.  $(D2) \Rightarrow (D1)$

Se spune că o teorie  $\Gamma$  este *explozivă* dacă:

$$\forall A \forall B (\Gamma, A, \neg A \Vdash B)$$



Astfel, o teorie este numită *explozivă* dacă trivializează atunci când este expusă la o pereche de formule contradictorii. Evident:

### Faptul 2.4

(i) Dacă o teorie este trivială, atunci este explozivă;

(ii) Dacă o teorie este contradictorie și explozivă, atunci este trivială.

$$(D2) \Rightarrow (D3); (D1) \text{ și } (D3) \Rightarrow (D2)$$

**Demonstrație:** Se folosește (Con2) în prima parte și Faptul 2.1 (iii) în partea a doua.

## 2.1. O chestiune de principii

Să ne amintim că a vorbi despre o logică înseamnă a vorbi despre comportamentul inferențial al unei mulțimi de teorii. În consecință, folosind definițiile de mai sus, vom spune că o logică dată **L** este *contradictorie* dacă toate teoriile sale sunt contradictorii. (D4)

În aproape același spirit, vom spune că **L** este *trivială* sau *explozivă* dacă, respectiv, toate teoriile sale sunt triviale sau explozive.

Teoria vidă poate fi privită aici ca jucând un rol important, dezvăluind unele proprietăți intrinseci ale unei logici date, în pofida comportamentului oricăreia dintre teoriile sale specifice non-vidă (numite și *axiome non-logice*). Într-adevăr:

**Faptul 2.5.** O logică monotonică **L** este contradictorie/ trivială/ explozivă dacă și numai dacă teoria sa vidă este contradictorie/ trivială/ explozivă.

Putem acum să considerăm câte o definiție formală pentru unele dintre așa-numitele *principii logice* (relativizate pentru o logică dată **L**), și anume:

**Principiul non-contradicției**

(PNC)

**L** trebuie să fie non-contradictorie:  $\exists \Gamma \forall A (\Gamma \not\models A \text{ sau } \Gamma \not\models \neg A)$ .

**Principiul non-trivialității**

(PNT)

**L** trebuie să fie non-trivială:  $\exists \Gamma \forall B (\Gamma \not\models B)$ .

**Principiul exploziei sau Principiul lui Pseudo-Scotus<sup>6</sup>**

(PPS)

L trebuie să fie explozivă:  $\forall \Gamma \forall A \forall B (\Gamma, A, \neg A \vdash B)$ .

Acest ultim principiu este adesea menționat și ca *ex contradictione sequitur quodlibet*. Cititorul își va da imediat seama că aceste principii sunt întrucâtva interrelaționate:

**Faptul 2.6**

(i) O logică explozivă este contradictorie dacă și numai dacă este trivială;

(ii) O logică trivială este deopotrivă contradictorie și explozivă;

(iii) O logică în care principiul exploziei are loc este o logică trivială dacă și numai dacă principiul non-contradicției nu are loc.

$(D6) \Rightarrow [(D4) \Leftrightarrow (D5)]; (D5) \Rightarrow [(D4) \text{ și } (D6)]; (PPS) \Rightarrow [\text{non-(PNT)} \Leftrightarrow \text{non-(PNC)}]$

**Demonstrație:** Considerați doar Faptul 2.4 și definițiile de mai sus.

O logică trivială, i.e. o logică în care PNT nu are loc, nu poate fi foarte interesantă, deoarece într-o astfel de logică orice poate fi inferat din orice și, ca atare, orice capacitate intenționată de a modela raționarea „semnificativă” s-ar prăbuși. Desigur, PPS ar fi încă valabil într-o astfel de logică, la fel ca și orice altă propoziție cuantificată universal care se referă la comportamentul relației sale de consecință, dar de data aceasta numai pentru că propozițiile de acest fel ar fi de nefalsificat! Se poate înțelege imediat, atunci, că trivialitatea ar putea fi privită ca fiind cel mai cumplit coșmar al matematicianului. Într-adevăr, PNT constituia ceea ce Hilbert numea „principiul consistenței (sau al compatibilității)”, a cărui demonstrație era construită astfel încât să facă față întreprinderii sale metamatematiche. Perfect conștient de faptul anterior și lucrând în mediul unei logici explozive, cum este cea clasică, Hilbert transpunea „problema consistenței” (adică problema non-trivialității) în problema de a demonstra că nu există contradicții între axiomele aritmeticii și consecințele acestora (aceasta era Cea de a Doua Problemă a lui Hilbert, cf. [38]. Printre altele, această situație l-a condus în cele din urmă pe Hilbert la formularea unui criteriu curios, conform căruia non-contradictorialitatea unui obiect este o condiție necesară și suficientă

<sup>6</sup> Acest principiu a fost făcut evident printr-o reeditare a colecției de comentarii asupra lucrării *Analitica Prima* a lui Aristotel, mult timp atribuită greșit lui Johannes Duns Scotus (1266–1308) în cea de-a douăsprezecea carte din *Opera Omnia*, 1639 (retipărită, în 1968). Cea mai plauzibilă ipoteză curentă asupra paternității acestor cărți le atribuie lui John of Cornwall, în jurul lui 1350. Pentru mai multe detalii istorice privind această lucrare, v. [11].

pentru însăși existența sa<sup>7</sup>. Probabil că el nu ar fi propus niciodată un astfel de criteriu, dacă ar fi considerat fie și numai existența logicilor non-explozive, cu sau fără PNC, logici în care teoriile contradictorii nu conduc în mod necesar la trivializare! Căutarea unor astfel de logici a dat naștere mult mai târziu „întreprinderii paraconsistente”<sup>8</sup>.

Desigur, în logica clasică toate cele trei principii de mai sus sunt valabile și s-ar putea specula în mod naiv pornind de la aceea că, într-un anumit sens, sunt toate „echivalente”. Într-adevăr, aceste principii au fost din când în când confundate în literatură și, la rândul său, fiecare principiu a fost identificat cu „principiul non-contradicției” (iar acestea nu epuizează toate formulările acestui ultim principiu care au fost propuse ocazional). După cum vom vedea, apariția logicii paraconsistente servește la a arăta că această echivalență este departe de a fi necesară, pentru o logică oarecare  $L$ .

## 2.2. Situația paraconsistenței

Cu câteva decenii în urmă, S. Jaśkowski [39] și Newton C. A. da Costa [25], fondatorii logicii paraconsistente propuneau independent studiul logicilor care ar putea cuprinde teorii contradictorii, dar non-triviale. Corespunzător, o *logică paraconsistentă* (denumire care ar fi fost introdusă abia în anii '70 de Miró Quesada) ar fi definită inițial ca o logică astfel încât:

$$\exists \Gamma \exists A \exists B (\Gamma \Vdash A \text{ și } \Gamma \Vdash \neg A \text{ și } \Gamma \nVdash B) \quad (\text{PL1})$$

**Atenție:** Această definiție nu spune că PNC nu are loc într-o astfel de logică, deoarece nu spune că *toate* teoriile unei logici paraconsistente sunt contradictorii, ci doar că *unele* dintre acestea ar trebui să fie contradictorii și totuși

<sup>7</sup> Girolamo Saccheri (1667–1733) a pregătit cu mult înainte calea către non-contradictorialitatea mulțimii, în loc de intuitivitate, ca un criteriu suficient, altul decât unul necesar, pentru legitimitatea unei teorii matematice (cf. [2]). Așa-numitul *criteriu al lui Hilbert pentru existența în matematică* pare astfel să constituie un pas în plus în ducerea acestei metode la ultimele sale consecințe.

<sup>8</sup> Presupunând intuitiv (cf. [23], p. 7) că o contradicție ar putea fi acceptată în mod nedureros într-o teorie dată numai dacă această teorie ar fi să nu fie trivializată prin aceasta, chiar cu câțiva ani înainte de propunerea efectivă a sistemelor sale paraconsistente, da Costa era în cele din urmă condus să lege de PNT problema metamatematică despre utilitatea unui sistem formal. În acel punct, da Costa urma chiar să sugereze că ar trebui schimbat criteriul lui Hilbert despre existența în matematică și că *existența* în matematică ar trebui să fie echivalată cu non-trivialitatea, mai curând decât cu non-contradictorialitatea (cf. [24], p. 18). Pentru a fi mai preciși asupra acestui punct, da Costa a recuperat, de fapt, *motto-ul* lui Quine ([56], capitolul 1): „a fi înseamnă a fi valoarea unei variabile” – din care rezultă că angajamentul ontologic al teoriilor noastre trebuie să fie comensurat prin domeniul variabilelor acestora – și apoi a propus următoarea modificare a acestui *motto*: „a fi înseamnă a fi valoarea unei variabile într-un limbaj dat al unei logici date” (cf. [28] și articolul „Paraconsistency” din [13]). Aceasta urma să deschidă calea apariției diferitelor ontologii bazate pe diferite tipuri de logică, analog cu ceea ce s-a întâmplat în secolul al XIX-lea cu apariția diferitelor geometrii bazate pe diferite mulțimi de axiome.

non-triviale. Ca o consecință, urmând definițiile noastre de mai sus, noțiunea de logică paraconsistentă nu are, în principiu, nimic de a face cu respingerea principiului non-contradicției, așa cum se susține în mod obișnuit! Pe de altă parte, această noțiune are cu siguranță ceva de a face cu respingerea explozivității. Întradevăr, să considerăm următoarea definiție alternativă a unei logici paraconsistente, ca o logică în care PPS nu are loc:

$$\exists \Gamma \exists A \exists B (\Gamma, A, \neg A \not\models B). \quad (\text{PL2})$$

Acum, se poate verifica ușor că:

**Faptul 2.7.** (PL1) și (PL2) sunt moduri echivalente de definire a logicii paraconsistente, dacă relația sa de consecință este reflexivă și tranzitivă.

$$[(\text{Con1}) \text{ și } (\text{Con3})] \Rightarrow [(PL1) \Leftrightarrow (PL2)]$$

**Demonstrație:** Pentru a arăta că (PL1) implică (PL2) se folosește (Con3) sau direct Faptul 2.1; pentru a arăta reciproca se folosește (Con1).

Să spunem că două formule  $A$  și  $B$  sunt *echivalente* dacă fiecare dintre acestea poate fi inferată din cealaltă, respectiv:

$$(A \models B) \text{ și } (B \models A) \quad (\text{Eq1})$$

Într-o manieră similară, să spunem că două mulțimi de formule  $\Gamma$  și  $\Delta$  sunt *echivalente* dacă:

$$\forall A \in \Delta (\Gamma \models A) \text{ și } \forall B \in \Gamma (\Delta \models B) \quad (\text{Eq2})$$

Vom denota alternativ aceste fapte scriind:  $A \dashv \vdash B$  și  $\Gamma \dashv \vdash \Delta$ .

O trăsătură esențială a unei logici paraconsistente este aceea că nu privește toate contradicțiile în aceeași lumină – fiecare dintre acestea este o chestiune diferită. Într-adevăr:

**Faptul 2.8.** Dată fiind orice logică paraconsistentă tranzitivă oarecare, nu se poate ca toate contradicțiile sale să fie echivalente.

**Demonstrație:** Dacă, pentru două formule  $A$  și  $B$  oarecare, avem  $\{A, \neg A\} \dashv \vdash \{B, \neg B\}$ , atunci, prin tranzitivitate și definiția (Eq2), orice teorie  $A$ -contradictorie ar fi și o teorie  $B$ -contradictorie. Dar dacă dintr-o teorie se poate infera orice pereche de formule contradictorii, atunci, în particular, din acea teorie se poate infera orice formulă dată și astfel teoria este trivială.

Încă o dată, cititorul trebuie să rețină că existența unei logici paraconsistente  $L$  presupune doar existența *unor* teorii non-explozive în  $L$ ; aceasta nu înseamnă că *toate* teoriile lui  $L$  trebuie să fie non-explozive – și cum ar putea fi toate astfel? (să ne amintim Faptul 2.4(i)). În plus, din nou conform definițiilor propuse de noi, cititorul poate observa că marea majoritate a logicilor paraconsistente aflate în literatură sunt non-contradictorii (i.e. „consistente“, urmând conotația model-teoretică obișnuită a cuvântului)<sup>9</sup>. În particular, aceste logici au în mod obișnuit teorii vide non-contradictorii, ceea ce, dintr-un punct de vedere al teoriei demonstrației, înseamnă că ele nu aduc nici o contradicție încorporată în axiomele lor și că regulile lor de deducție nu generează contradicții din aceste axiome. Chiar și așa, datorită caracterului lor paraconsistent, aceste logici pot fi folosite în continuare ca logici subiacente pentru a extrage o formă de raționare semnificativă din unele teorii care sunt contradictorii, dar care, totuși, trebuie să fie menținute non-triviale. După cum cititorul va înțelege mai jos, acest fenomen nu este un miracol și cu siguranță nu este o scamatorie, ci este obținut prin constrângeri adecvate impuse puterii explozivității, PPS. Astfel, cele mai multe logici paraconsistente sunt, într-un anumit sens, „mai conservatoare“ decât logica clasică, și anume în sensul că ele extrag mai puține consecințe decât ar extrage logica clasică dintr-o teorie clasică dată sau cel mult aceeași mulțime de consecințe, dar niciodată mai multe<sup>10</sup>. Aceste logici nu validează nici o formă bizară de raționare și nu extrag nici o consecință contradictorie în cazurile în care din punct de vedere clasic nu există astfel de consecințe. Este totuși posibil să se construiască logici care nu respectă nici PPS și nici PNC și despre care se poate astfel spune, într-un anumit sens, că sunt „extrem“ de non-clasice, odată ce aceste logici *au* teze care nu sunt teze clasice. Aceste logici vor constitui un caz particular de logici paraconsistente, care sunt, în general, numite *logici dialectice* sau *logici ale obiectelor imposibile*, iar unele mostre ale acestora pot fi găsite, de exemplu, în [31], [50], [51] și [57]. Nu avem în vedere astfel de logici în capitolul de față.

În cele ce urmează, vom folosi indistinct fiecare dintre definițiile de mai sus ale logicii paraconsistente.

## 2.3. Situația trivializării

Dată fiind (PL1), știm că orice logică paraconsistentă trebuie să aibă teorii contradictorii non-triviale, iar din (PL2), știm că acestea trebuie să fie non-explozive. Evident, nu toate teoriile unei logici date pot fi astfel: știm deja că orice teorie trivială este deopotrivă contradictorie și explozivă, iar orice logică are

<sup>9</sup> Ceea ce este valabil despre toate logicile paraconsistente studiate în W. A. Carnielli J. Marcos, „A Taxonomy of C-systems“<sup>9</sup>, articol din care s-a realizat, în principal, selecția de (N.T.)

<sup>10</sup> v. nota 9. (N.T.)

teorii triviale (să considerăm, de exemplu, teoria non-proprie *For*, i.e. întreaga mulțime de formule). Cu toate acestea, este posibil și, de fapt, foarte interesant să explorăm mai departe acest teritoriu al nimănui, care se află între non-explozivitatea evidentă și explozivitatea deschisă, dacă se consideră unele logici paraconsistente care au unele teorii explozive proprii adecvate. Aceasta este ceea ce vom face în următoarele subsecțiuni.

Se spune că o logică **L** este *finit trivializabilă*, atunci când are teorii triviale finite. (D7)

Evident:

**Faptul 2.9.** Dacă o logică este explozivă, atunci este finit trivializabilă.

(D6)  $\Rightarrow$  (D7)

**Demonstrație:** Toate teoriile unei logici explozive sunt explozive, în particular teoria vidă. Astfel, pentru orice *A*, teoria finită  $\{A, \neg A\}$  este trivială.

Acest fapt nu are loc pentru logicile non-explozive. De altfel, vom prezenta în cele ce urmează câteva logici paraconsistente care *nu* sunt finit trivializabile, deși, în general, astfel de logici nu ne vor preocupa în articolul de față, din motive care vor deveni în curând clare. Mai întâi, să enunțăm și să studiem încă o serie de definiții simple.

O logică **L** are o *particulă minimală* dacă există o formulă *C* în **L** care poate, prin ea însăși, să trivializeze logica, adică:

$$\exists C \forall \Gamma \forall B (\Gamma, C \vdash B) \quad (D8)$$

Vom denota orice astfel de particulă fixată, atunci când există, prin  $\perp$ . Evident, nici o logică monotonică și tranzitivă oarecare nu poate avea o particulă minimală drept o teză, sub amenințarea transformării acestei logici într-o logică trivială – în care, desigur, toate formulele se dovedesc a fi particule minimale.

Aici este instructiv să amintim o altă formulare a PPS care apare uneori în literatură:

**Principiul „ex falso sequitur quodlibet”** (ExF)

**L** trebuie să aibă o particulă minimală.

Acum, dacă am izbutit să izolăm logicile care nu respectă PPS, dar respectă totuși (ExF), vom arăta că *ex contradictione (sequitur quodlibet)* nu trebuie să fie identificat cu *ex falso (sequitur quodlibet)*, așa cum se susține aproape în mod obișnuit<sup>11</sup>.

<sup>11</sup> Și totuși această separare între aceste două principii poate să fie găsită încă în opera lui Pseudo-Scotus (v. [11], cap. V, secțiunea 2.3).

Spunem că o logică  $L$  are o *particulă maximală* dacă există o formulă  $C$ , în  $L$  care este o consecință a oricăreia dintre teoriile sale, oricum ar sta lucrurile, adică:

$$\exists C \forall \Gamma (\Gamma \Vdash C) \quad (D9)$$

Vom denota orice astfel de particulă fixată, atunci când există, prin  $\top$ . Evident, dată fiind o logică monotonică, oricare dintre tezele sale vor constitui o astfel de particulă maximală (iar logicile fără nici o teză, cum este logica trivalentă a lui Kleene, nu vor avea nici o astfel de particulă). De asemenea, date fiind tranzitivitatea și monotonicitatea, este ușor de văzut că adăugarea unei particule maxime la o teorie dată este destul de inofensivă, căci în acest caz  $(\Gamma, \top \Vdash B)$  dacă și numai dacă  $(\Gamma \Vdash B)$ .

Fie  $L$  o logică, fie  $\sigma: For \rightarrow For$  o aplicație (dacă  $For$  apare a fi înzestrată cu o structură suplimentară, vom cere ca  $\sigma$  să fie un endomorfism) și fie această aplicație în așa fel încât  $\sigma(A)$  să denote o formulă care *depinde numai de*  $A$ . Prin aceasta vom înțelege că  $\sigma(A)$  este o formulă construită folosind numai pe  $A$  și unele simboluri pur logice (cum sunt conectorii, cuantorii, constantele). În termeni mai generali, dată fiind orice secvență de formule  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , vom denota prin  $\sigma(A_1, A_2, \dots, A_n)$  o formulă care depinde doar de formulele din secvență. Similar, vom denota prin  $\Gamma(A_1, A_2, \dots, A_n)$  o mulțime de formule în care fiecare formulă depinde doar de secvența  $A_1, A_2, \dots, A_n$ . În unele situații va fi de ajutor să presupunem că această  $\sigma$  este o *schemă*, adică să presupunem că, date fiind oricare două secvențe  $A_1, A_2, \dots, A_n$  și  $B_1, B_2, \dots, B_n$ , trebuie ca  $\sigma(A_1, A_2, \dots, A_n)$  să fie făcut identic cu  $\sigma(B_1, B_2, \dots, B_n)$  dacă schimbăm doar pe fiecare  $A_i$  cu  $B_i$  în  $\sigma(A_1, A_2, \dots, A_n)$  (într-un anumit sens, aceasta înseamnă că toate aceste  $\sigma$ -formule au în comun o *formă logică* incorporată). În mod obișnuit, atunci când spunem că avem o formulă sau o mulțime de formule care depind doar de o anumită secvență de formule, presupunem în plus că această dependență este schematică, dar această supoziție nu va fi, în general, strict necesară pentru scopurile noastre.

Spunem că o logică  $L$  are o *negație tare* (sau *suplimentată*) dacă există o schemă  $\sigma(A)$ , depinzând numai de  $A$ , care nu constă, în general, dintr-o particulă minimală și care nu poate fi adăugată nici unei teorii din care se poate infera  $A$  fără să producă trivializarea acelei teorii, adică:

$$\begin{aligned} (a) \quad & \exists A \text{ astfel încât } \sigma(A) \text{ nu este o particulă minimală și} \\ (b) \quad & \forall A \forall \Gamma \forall B [\Gamma, A, \sigma(A) \Vdash B] \end{aligned} \quad (D10)$$

Vom denota negația tare a unei formule  $A$ , dacă există, prin  $\sim A$ .

Asemănător cu definiția contradictorialității relativ la  $\neg$ , am putea defini acum o teorie  $\Gamma$  ca fiind *contradictorie relativ la  $\sim$*  dacă este astfel încât:

$$\exists A (\Gamma \Vdash A \text{ și } \Gamma \Vdash \sim A). \quad (D11)$$

Corespunzător, se spune că o logică  $L$  este *contradictorie relativ la*  $\sim$  dacă toate teoriile sale sunt contradictorii relativ la  $\sim$ . (D12)

Desigur, aici putem introduce încă o altă versiune a PPS:

**Principiul suplimentat al exploziei** (sPPS)

$L$  trebuie să aibă o negație tare<sup>12</sup>.

Unele consecințe imediate ale ultimei definiții sunt:

### Faptul 2.10

- (i) Dacă o logică are sau o particulă minimală, sau o negație tare, atunci acea logică este finit trivializabilă;
- (ii) Dacă o logică non-trivială are o particulă minimală, atunci acea logică admite o negație tare;
- (iii) Dacă o logică este explozivă și non-trivială, atunci este suplimentat explozivă.

$$[(D8) \text{ sau } (D10)] \Rightarrow (D7); [\text{non-}(D5) \text{ și } (D8)] \Rightarrow (D10); \\ [(PNT) \text{ și } (ExF)] \Rightarrow (sPPS); [(PPS) \text{ și } (PNT)] \Rightarrow (sPPS)$$

**Demonstrație:** (i) este evidentă. Pentru a demonstra (ii), definim negația tare  $\sim A$  a unei formule  $A$ , stipulând că, oricare ar fi teoriile  $\Gamma$  și  $\Delta$ , avem (a)  $(\Gamma, \Delta \Vdash \sim A)$ , ddacă  $(\Gamma, \Delta, A \Vdash \perp)$ , și (b)  $(\Gamma, \Delta, \sim A \Vdash \perp)$ , ddacă  $(\Gamma, \Delta \Vdash A)$ . Prin (Con1) avem  $(\Gamma, \sim A \Vdash \sim A)$ , și astfel partea (a) ne va da  $(\Gamma, \sim A, A \Vdash \perp)$ , luând  $\Delta = \{\sim A\}$ . Dar  $\perp \Vdash B$  pentru orice formulă  $B$ , din moment ce  $\perp$  este o particulă minimală. Astfel, prin Faptul 2.1(ii), conchidem că  $(\Gamma, A, \sim A \Vdash B)$  pentru orice  $B$ . Acum, pentru a verifica faptul că o astfel de negație tare, definită în acest fel, nu poate fi întotdeauna o particulă minimală, să notăm că partea (b) ne dă  $\Vdash A$ , ddacă  $\sim A \Vdash \perp$ , luând atât pe  $\Gamma$ , cât și pe  $\Delta$  ca fiind vide. Astfel, dacă  $\sim A$  ar fi o particulă minimală, ar avea loc  $\sim A \Vdash \perp$  și deci orice  $A$  ar fi o teză a acestei logici, ceea ce nu are loc, din moment ce am presupus că logica respectivă este non-trivială. Pentru a verifica (iii), să notăm doar că o logică explozivă non-trivială apare ca fiind deja înzestrată cu o negație tare încorporată, care coincide cu propria sa negație primitivă.

<sup>12</sup> O negație tare *nu* trebuie să fie confundată cu o negație „clasică”!



**Faptul 2.11.** Fie  $L$  o logică cu o negație tare  $\sim$ .

(i) Orice teorie care este contradictorie relativ la  $\sim$  este explozivă

(ii) O logică este contradictorie relativ la  $\sim$ , dacă și numai dacă este trivială.

$$(D11) \Rightarrow (D3); (D12) \Leftrightarrow (D5)$$

Se spune că o logică este *adjunctivă-la-stânga* dacă, oricare ar fi două formule  $A$  și  $B$ , există o schemă  $\sigma(A, B)$ , depinzând doar de  $A$  și  $B$ , cu următorul comportament:

(a)  $\exists A \exists B$  astfel încât  $\sigma(A, B)$  nu este o particulă minimală și

(D13)

(b)  $\forall A \forall B \forall \Gamma \forall D [\Gamma, A, B \Vdash D \Rightarrow \Gamma, \sigma(A, B) \Vdash D]$ .

O astfel de formulă, atunci când există, va fi denotată prin  $(A \wedge B)$ , iar semnul  $\wedge$  va fi numit o *conjuncție adjunctivă-la-stânga* (dar, desigur, nu va avea în mod necesar toate proprietățile unei conjuncții clasice). Similar, se spune că o logică  $L$  este *disadjunctivă-la-stânga* dacă există o schemă  $\sigma(A, B)$ , depinzând doar de  $A$  și  $B$ , astfel că (D13) este cumva inversată, adică:

(a)  $\exists A \exists B$  astfel încât  $\sigma(A, B)$  nu este o particulă maximală și

(D14)

(b)  $\forall A \forall B \forall \Gamma \forall D [\Gamma, \sigma(A, B) \Vdash D \Rightarrow \Gamma, A, B \Vdash D]$ .

În general, atunci când nu există nici un risc de neînțelegere, am putea denota această formulă, atunci când există, tot prin  $(A \wedge B)$  și, în mod corespunzător, vom numi pe  $\wedge$  o *conjuncție disadjunctivă-la-stânga*. Acum, trebuie să se realizeze faptul că, în principiu, o logică poate avea doar una dintre aceste conjuncții sau poate avea atât o conjuncție adjunctivă-la-stânga, cât și o conjuncție disadjunctivă-la-stânga fără ca acestea să coincidă.

Pentru a ne convinge de naturalitatea acestor definiții și a comentariilor pe care le-am făcut despre ele, invităm cititorul să considere următoarele două proprietăți mai „concrete” ale conjuncției:

(a)  $\exists A \exists B$  astfel încât  $A \wedge B$  nu este o particulă minimală și

(pC1)

(b)  $\forall \Gamma \forall A \forall B [\Gamma, A \wedge B \Vdash A \text{ și } \Gamma, A \wedge B \Vdash B]$ .

(a)  $\exists A \exists B$  astfel încât  $A \wedge B$  nu este o particulă maximală și

(pC2)

(b)  $\forall \Gamma \forall A \forall B (\Gamma, A, B \Vdash A \wedge B)$ .

Acum, este ușor de văzut că:

**Faptul 2.12.** Fie  $L$  o logică ce îndeplinește (Con1)–(Con3).

(i) O conjuncție în  $L$  este adjunctivă-la-stânga ddacă respectă (pC1);

(ii) O conjuncție în  $L$  este disadjunctivă-la-stânga ddacă respectă (pC2).

$$[(\text{Con1})-(\text{Con2})] \Rightarrow \{[(D13) \Leftrightarrow (pC1)] \text{ și } [(D14) \Leftrightarrow (pC2)]\}$$

**Demonstrație:** Pentru a demonstra că o conjuncție adjunctivă-la-stânga respectă (pC1) și că o conjuncție disadjunctivă-la-stânga respectă (pC2) se folosește (Con1) și (Con2). Pentru reciproce se folosește (Con3).

Cititorul ar putea fi interesat să observe că o conjuncție care este atât adjunctivă-la-stânga, cât și disadjunctivă-la-stânga este numită uneori, în domeniul logicii relevante, o conjuncție *intensională*, precum și că în domeniul logicii lineare, despre o astfel de conjuncție se spune că este *multiplicativă* (de asemenea, în [6], aceasta este ceea ce autorul numește o conjuncție *internă*).

Putem acum să verificăm că:

**Faptul 2.13.** Fie  $L$  o logică adjunctivă-la-stânga.

(i) Dacă  $L$  este sau finit trivializabilă, sau are o negație tare, atunci  $L$  are o particulă minimală;

(ii) Dacă  $L$  este finit trivializabilă, atunci va fi suplimentat explozivă;

(iii) Dacă  $L$  respectă *ex contradictione*, atunci va respecta *ex falso*.

$$(D13) \Rightarrow \{[(D7) \text{ sau } (D10)] \Rightarrow (D8)\};$$

$$[(D13) \text{ și } (D7)] \Rightarrow (sPPS); (D13) \Rightarrow [(PPS) \Rightarrow (ExF)]$$

**Demonstrație:** Pentru a demonstra (i), să observăm că dacă  $L$  are o teorie trivială finită  $\Gamma$ , se poate defini o particulă minimală pe baza conjuncției tuturor formulelor din  $\Gamma$ ; în cazul în care  $L$  are o negație tare, orice formulă de forma  $(A \wedge \neg A)$ , pentru o formulă  $A$  din  $L$ , va fi suficientă. Părțile (ii) și (iii) rezultă imediat.

Să considerăm acum *logica discursivă* propusă de Jaśkowski în [39], **D2**, care este în așa fel încât  $\Gamma \models_{D2} A$  ddacă  $\Diamond \Gamma \models_{S5} \Diamond A$ , unde  $\Diamond \Gamma = \{\Diamond B: \text{pentru orice } B \in \Gamma\}$ ,  $\Diamond$  denotă operatorul posibilității, iar  $\models_{S5}$  denotă relația de consecință definită de binecunoscuta logică modală S5. Este ușor de văzut că în **D2**  $(A, \neg A \models_{D2} B)$  nu are

loc în general, deși  $(A \wedge \neg A) \models_{D2} B$  are loc pentru două formule oarecare  $A$  și  $B$ . Acest fenomen se poate întâmpla doar pentru că în **D2** are loc (pC1), însă nu are loc (pC2) și astfel conjuncția sa este adjunctivă-la-stânga, dar nu disadjunctivă-la-stânga, în timp ce  $(A \wedge \neg A)$  definește o particulă minimală. Așadar, faptul de mai sus are încă loc pentru **D2**, iar această logică reprezintă un exemplu imediat al unei logici care respectă (ExF), dar nu PPS.

## 2.4. Teritorii imense ale spațiului logic

Și iată! Dacă acum cititorul află fie și numai că toate proprietățile menționate în ultima subsecțiune *sunt* compatibile cu definiția unei logici paraconsistente, este sigur că el dobândește o viziune mai largă a peisajului paraconsistent. Într-adevăr, logicile non-explozive generale, adică logicile în care nu toate teoriile sunt explozive, pot susține realmente sau existența teoriilor finit trivializabile, sau pe cea a particulelor minimale! (O hartă provizorie a acestui minunat teritoriu nou poate fi găsită în figura 2.1). Logicile care sunt paraconsistente dar care, totuși, au unele teorii explozive speciale, cum este cea pe care tocmai am menționat-o, vor constitui punctul central al atenției noastre de acum înainte, căci, așa cum vom argumenta, aceste logici ne permit să explorăm unele domenii în care nu am fi pătruns în absența acestor teorii. După cum vom vedea, acum pot fi studiate unele concepte noi – acesta este cazul noțiunii de *consistență* (și duala sa, noțiunea de *inconsistență*).

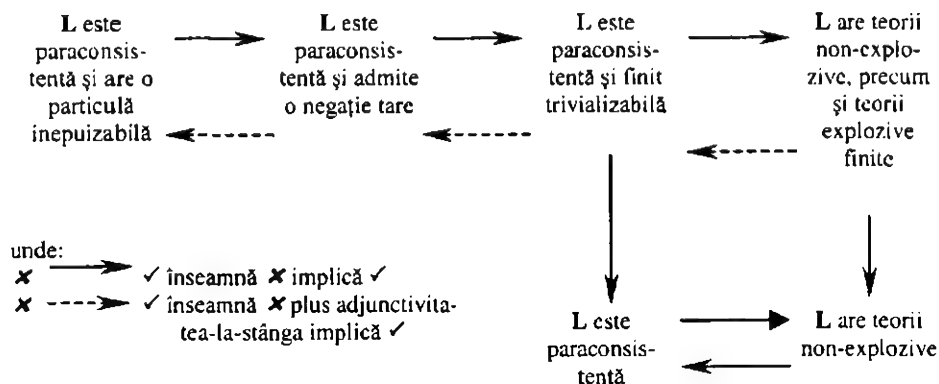


Fig. 2.1.

Să considerăm, de exemplu, logica *Pac*, dată de următoarele matrice:

| $\wedge$ | 1   | 1/2 | 0 |
|----------|-----|-----|---|
| 1        | 1   | 1/2 | 0 |
| 1/2      | 1/2 | 1/2 | 0 |
| 0        | 0   | 0   | 0 |

| $\vee$ | 1   | 1/2 | 0   |
|--------|-----|-----|-----|
| 1      | 1   | 1   | 1   |
| 1/2    | 1/2 | 1/2 | 1/2 |
| 0      | 0   | 1/2 | 0   |

| $\rightarrow$ | 1 | 1/2 | 0 |
|---------------|---|-----|---|
| 1             | 1 | 1/2 | 0 |
| 1/2           | 1 | 1/2 | 0 |
| 0             | 1 | 1   | 1 |

|     | $\neg$ |
|-----|--------|
| 1   | 0      |
| 1/2 | 1/2    |
| 0   | 1      |

în care atât 1, cât și 1/2 sunt valori caracteristice. Acesta este numele sub care această logică a apărut în Avron [5] (secțiunea 3.2.2), deși a apărut anterior, de exemplu, în Avron [4], sub numele  $RM_3^>$  și chiar mai înainte, în Batens [8], sub numele  $PI^s$ . Este ușor de văzut că într-o astfel de logică, pentru nici o formulă  $A$  nu poate fi cazul că  $A, \neg A \models_{Pac} B$ , pentru orice  $B$ . Deci *Pac* este o logică non-explozivă și astfel paraconsistentă. Conjuncția, disjuncția și implicația din *Pac* sunt conectori cât se poate de clasici: de fapt, întreaga logică pozitivă clasică este validată de matricele sale. Negația din *Pac*, însă, este într-un anume sens puternic non-clasică în mediul său înconjurător, iar consecința imediată a acestui fapt este că *Pac* nu are nici o teorie explozivă cum sunt cele menționate mai sus. Dacă o astfel de logică trivalentă ar defini o negație având toate proprietățile negației clasice, atunci tabelul următor prezintă felul în care ar arăta aceasta:

|     | $\sim$ |
|-----|--------|
| 1   | 0      |
| 1/2 | 0      |
| 0   | 1      |

Este foarte ușor de văzut că o astfel de negație (de fapt o negație tare cu toate proprietățile negației clasice) *nu* este definibilă în *Pac*, deoarece orice funcție de adevăr a acestei logici care are doar valori 1/2 ca *input* va avea, de asemenea, 1/2 ca *output*. Ca o consecință, *Pac* nu va respecta *ex falso*, neavând nici o particulă minimală (fiind astfel incapabilă să exprime consistența formulelor sale, așa cum vom argumenta la sfârșitul acestei secțiuni) și, odată ce este, evident, și o logică-adjunctivă-la-stânga, nu va fi nici măcar finit trivializabilă. Atunci, o astfel de logică poate fi criticată pentru că furnizează o interpretare foarte slabă pentru negație, odată ce în această logică toate contradicțiile sunt admisibile. Acest fapt are unele consecințe ciudate și este cu siguranță o cale mult prea ușoară pentru a obține o logică paraconsistentă (acest fapt este și punctul central al criticii lui Batens a logicii LP a lui Priest<sup>13</sup>, [9]): dacă unele contradicții vă fac necazuri, atunci presupuneți doar că nici o contradicție nu poate vreodată să vă deterioreze logica! Din punctul de vedere pe care îl susținem aici, a propune o logică în care nici o singură contradicție nu poate vreodată să aibă un efect nociv asupra teoriilor

<sup>13</sup> Printre altele, Logica LP a lui Priest nu este altceva decât fragmentul fără implicație al *Pac* (cf. [54]).

subiacente acesteia este o poziție cu totul extremistă și ne poate duce prea departe de orice formă clasică de raționare<sup>14</sup>.

Acum, dacă se suplimentează limbajul *Pac* sau cu o negație tare, sau cu o constantă *falsem* (o particulă minimală), cu interpretarea canonică, ceea ce va rezulta este o binecunoscută extindere conservatoare a acestei logici, numită  $J_3$ , care este încă paraconsistentă, dar are toate acele teorii explozive speciale neglijate de *Pac*. Această logică  $J_3$  a fost introdusă pentru prima dată de D'Ottaviano și da Costa, în 1970 (cf. [34]) ca o „soluție posibilă la problema lui Jaśkowski“, după care a reapărut destul de des în literatură. Prima prezentare a lui  $J_3$  nu a adus negația tare  $\sim$  ca un conector primitiv, dar a prezentat în schimb un „conector de posibilitate“  $\nabla$  (tabelul următor):

|     | $\nabla$ | $\circ$ |
|-----|----------|---------|
| 1   | 1        | 1       |
| 1/2 | 1        | 0       |
| 0   | 0        | 1       |

Această logică a fost prezentată din nou în [35], dar de data aceasta având și un fel de „conector de consistență“  $\circ$  ca primitiv (tabelul de mai sus), iar în [20] am explorat mai detaliat capacitățile expresive și inferențiale ale acestei logici, precum și posibilitatea de a o aplica la studiul bazelor de date inconsistente, renunțând la  $\sim$  și  $\nabla$ , dar menținând pe „ $\circ$ “ ca primitiv. Drept rezultat, am argumentat că această logică (redenumită acum **LFII**, una dintre principalele noastre „logici ale inconsistenței formale“) s-a dovedit a fi perfect adecvată, între alte opțiuni, pentru sarcina formalizării noțiunii de (in)consistență în mod puternic și semnificativ. Dar despre acest subiect vom avea mult mai multe de spus în continuare.

Acum, cititorul și-ar putea pune, desigur, întrebarea: dacă paraconsistența este despre non-explozivitate, de unde atât interes în a avea aceste teorii explozive speciale? Din aceea că interesul nostru se află mult dincolo de simplul control al capacității explozive a contradicției – dorim să păstrăm raționarea clasică, fie și numai sub o interpretare adecvată a unui fragment al logicilor noastre paraconsistente și, de asemenea, dorim să folosim aceste logici paraconsistente nu

<sup>14</sup> Acest fapt constituie realmente nucleul unei îndelungate controverse între H. Jeffreys și K. Popper. Primul autor argumenta în 1938 că despre o contradicție nu trebuie să se presupună în mod rațional că implică orice altceva, la care cel de-al doilea autor replica în 1940, spunând că orice contradicție este fatală și ar trebui evitată cu orice preț, pentru a preveni ca știința să se prăbușească. În 1942, Jeffreys repeta cu îndreptățire că el nu a sugerat că toate contradicțiile ar trebui să fie tolerate, ci cel puțin unele. Popper răspundea succesiv la această idee în 1943, 1959 și 1963, spunând că el însuși a meditat la un sistem în care propozițiile contradictorii nu sunt „cuprinzătoare“, adică nu explodează, dar a abandonat acest sistem, deoarece s-a dovedit a fi prea slab (lipsindu-i, de exemplu, *modus ponens*) și de aici a conchis grăbit că nici un astfel de sistem util nu va putea fi vreodată realizat. (v. mai multe detalii și referințe despre această dispută în [11], cap. VI).

numai pentru a raționa în condiții care nu presupun consistența, dar dorim să putem prinde chiar noțiunea de consistență înăuntrul logicilor noastre! Din acest punct de vedere, logicile paraconsistente care ne vor interesa sunt exact cele care ne permit să formalizăm și să obținem un bun control asupra fenomenului complex al *inconsistenței*, ca opus celui simplu al banalei *contradictorialității*.

Orice ar putea să însemne inconsistența, conform analizei noastre anterioare, am putea presupune fără ezitare că o teorie trivială este nu numai contradictorie, ci și inconsistentă. Și totuși, o contradicție este cu siguranță una dintre multele măști ale inconsistenței! Ca atare, se poate presupune despre *consistență* că este exact ceea ce i-ar putea lipsi unei contradicții pentru a deveni explozivă – dacă nu era explozivă de la bun început. În linii mari vorbind, suntem pe cale să presupunem că o „contradicție consistentă” este probabil să explodeze, chiar dacă aceasta nu se întâmplă cu o contradicție „obișnuită”. În logici cum este cea clasică, consistența este bine stabilită și, într-adevăr, toate teoriile sunt explozive; prin urmare, în orice teorie clasică dată, o contradicție se dovedește a fi nu numai condiție necesară, ci și una suficientă pentru trivialitate.

Pe baza considerațiilor de mai sus, să presupunem că o propoziție *poate* să fie contradictorie și totuși să nu provoace multe daune într-o logică paraconsistentă, numai dacă consistența sa nu este asigurată sau nu poate fi stabilită. Astfel, se va permite ca o contradicție „inconsistentă” să apară fără mare zarvă, cu toate că o contradicție „consistentă” s-ar comporta clasic și ar exploda! Iată cum vom pune aceasta în termeni formali. Fie aici  $\Delta(A)$  o mulțime (posibil vidă) de scheme care depind doar de  $A$ . Vom numi o teorie  $\Gamma$  *ușor explozivă* dacă:

- (a)  $\exists A$  astfel încât  $\Delta(A) \cup \{A\}$  nu este trivială,  $\Delta(A) \cup \{\neg A\}$  nu este trivială și
- (b)  $\forall A \forall B [\Gamma, \Delta(A), A, \neg A \vdash B]$ .

(D15)

Se va spune că teoria ușor explozivă  $\Gamma$  este finită atunci când  $\Delta(A)$  este o mulțime finită, astfel că o teorie ușor explozivă finită va fi pur și simplu o teorie care este finit trivializată într-un mod foarte specific.

(D16)

Corespunzător, se va spune că o logică  $L$  este [finit] *ușor explozivă* atunci când toate teoriile sale sunt [finit] ușor explozive.

[(D17)] (D18)

Ca atare, în orice astfel de logică ușor explozivă, dată fiind o teorie contradictorie, există întotdeauna ceva „rezonabil” – și anume consistența – care se poate adăuga pentru a asigura că va deveni trivială. Putem acum să considerăm următoarea versiune ușoară a principiului exploziei:

**Principiul [finit] ușor al exploziei**[(fgPPS)] (gPPS)<sup>15</sup>

**L** trebuie să fie [finit]ușor explozivă.

Ca atare, conform interpretării propuse mai sus, ceea ce presupunem implicit în principiile deja expuse este că, pentru orice formulă dată  $A$ , mulțimea [finită]  $\Delta(A)$  va exprima, într-un anumit sens, *consistența* lui  $A$  relativ la logica **L**.

Pe această bază, putem defini consistența unei logici în felul următor. Se va spune că **L** este consistentă dacă:

$$(a) \quad \mathbf{L} \text{ este ușor explozivă și } (b) \quad \forall A \forall \Gamma (\forall B \in \Delta(A)) (\Gamma \Vdash B). \quad (D19)$$

Din aceste definiții și din cele precedente rezultă imediat că:

**Faptul 2.14**

- (i) Orice teorie/logică explozivă non-trivială este finit ușor explozivă;
- (ii) Orice logică tranzitivă este consistentă dacă și numai dacă este atât explozivă, cât și non-trivială;
- (iii) Orice logică consistentă tranzitivă este finit ușor explozivă;
- (iv) Orice logică finit ușor explozivă adjunctivă-la-stânga este suplimentat explozivă.

$$\begin{aligned} [\text{non}-(D2) \text{ și } (D3)] &\Rightarrow (D16); [(PNT) \text{ și } (PPS)] \Rightarrow (fgPPS); \\ (Con3) &\Rightarrow [(D19) \Leftrightarrow [(D6) \text{ și } \text{non}-(D5)]]; \\ &[(Con3) \text{ și } (D19)] \Rightarrow (D17); \\ &[(D13) \text{ și } (fgPPS)] \Rightarrow (sPPS) \end{aligned}$$

**Demonstrație:** Pentru a verifica (i), se consideră că  $\Delta(A)$  este vidă pentru orice formulă  $A$ . Evident, acest rezultat este analog cu Faptul 2.10 (iii) despre logicile explozive suplimentate. Pentru a vedea în (ii) că orice logică consistentă dată este explozivă, folosiți tranzitivitatea ori de câte ori întâlniți o  $\Delta$  non-vidă. Partea a (iii)-a rezultă din (i) și (ii), iar partea a (iv)-a reflectă pur și simplu Faptul 2.13(ii).

Ca atare, pe baza definiției de mai sus a unei logici consistente și a faptului ulterior, dacă ar fi să definim un așa-numit *principiul consistenței*, acesta ar coincide pur și simplu cu suma lui PNT cu PPS, pentru logicile care se supun tranzitivității. Prin urmare, nu vom insista în a formula explicit aici un astfel de principiu.

<sup>15</sup> Ca și până acum, păstrăm în continuare abrevierile autorului după denumirile din limba engleză ale sistemelor logice, precum și ale principiilor, regulilor și axiomelor. Aici, „f” stă pentru *finite*, iar „g” pentru *gentle*. (N.T.)

În fine, putem acum să definim ceea ce vom înțelege printr-o *logică a inconsistenței formale* (**LFI**), care nu va fi nimic mai mult decât o logică ce ne permite să „vorbit despre consistență” într-un mod semnificativ. Desigur, vom considera o logică *inconsistentă* ca fiind pur și simplu o logică ce nu este consistentă. Această supoziție, împreună cu Faptul 2.14 (ii), explică de ce logicile paraconsistente au fost numite de da Costa „sisteme formale inconsistente”, odată ce toate logicile paraconsistente sunt cu siguranță inconsistente în sensul de a nu respecta (D19), chiar dacă acestea sunt întotdeauna non-triviale și sunt adesea și non-contradictorii. Acele logici inconsistente care au mers până acolo încât să fie triviale, și astfel ne mai fiind deloc paraconsistente, au fost numite de Miró Quesada logici *absolut inconsistente* (cf. [49]). Acum, o **LFI** va fi orice logică non-trivială în care consistența nu are loc, dar poate totuși să fie exprimată, fiind astfel o logică ușor explozivă și totuși non-explozivă, adică o logică în care:

- (a) (PPS) nu are loc, dar (b) (gPPS) are loc. (D20)

Logica clasică, atunci, nu va fi o **LFI** exact pentru că în această logică are loc PPS. De asemenea, *Pac* nu va fi o **LFI**, chiar dacă este paraconsistentă, căci *Pac* nu este finit trivializabilă. Dar logica  $J_3$  a lui D'Ottaviano & da Costa (și, în consecință, **LFI1**), care extinde conservator *Pac*, va fi *realmente* o **LFI**, în care consistența este exprimată de conectorul „ $\circ$ ” (v. mai sus), iar inconsistența, ca de obicei, este exprimată de negația acestui conector. De asemenea, logica **D2** a lui Jaśkowski va constitui o **LFI**, după cum cititorul poate verifica cu ușurință, în care consistența unei formule *A* poate fi exprimată de formula  $(\Box A \vee \Box \neg A)$ , scrisă în termenii operatorului necesității „ $\Box$ ” al  $S5^{16}$ .

Aici vom fi interesați „doar” de **LFI**-uri, deși aceste logici par să cuprindă de departe *marea majoritate* a tuturor logicilor paraconsistente cunoscute.

## 2.5. Un pas mai puțin decât trivializarea

Distincția dintre formularea inițială a explozivității, formularea sa în termenii lui *ex falso* și formulările sale suplimentată și ușoară oferite mai sus nu îți spun tot ce trebuie să știi despre modurile de a exploda. „Într-adevăr, mai multe-s pe tărâmul explozivității, dragă cititorule, decât închipuie filosofia ta!”<sup>17</sup>. Astfel, de exemplu, un scenariu nu foarte interesant pare să se desfășoare în cazul în care

<sup>16</sup> Aici este nevoie de o precizare. În diferitele formulări în care **D2** a apărut în literatură, nu este complet clar dacă limbajul său are un operator necesitate disponibil pentru a face posibilă această definiție sau nu are un astfel de operator. Dacă nu este disponibil, s-ar putea foarte bine ca **D2** să nu fie caracterizabilă drept o **LFI** (cu toate că ar apărea foarte natural o situație pentru un operator al necesității, pentru toate scopurile practice, în cazul trivial în care există doar o singură persoană care „discută” sau chiar și mai puțin probabil, o situație în care toți interlocutorii cad de acord).

<sup>17</sup> Parafrază după Shakespeare: „Mai multe-s pe pământ și-n cer, Horațiu, decât închipuie filosofia ta!”, *Hamlet*, I, 5. Traducere de Leon Levițchi și Dan Duțescu. (N.T.)



contradicțiile sunt împiedicate de la a face trivială o teorie dată, dar li se permite totuși să meargă până la jumătatea drumului și să provoace un fel de „trivializare parțială”. Așadar, se va spune că o teorie  $\Gamma$  este *parțial trivială relativ la o schemă dată*  $\sigma(C_1, \dots, C_n)$  sau  $\sigma$ -*parțial trivială* dacă:

- (a)  $\exists C_1 \dots \exists C_n$  astfel încât  $\sigma(C_1, \dots, C_n)$  nu este o particulă maximală și
  - (b)  $\forall C_1 \dots \forall C_n [\Gamma \vdash \sigma(C_1, \dots, C_n)]$ .
- (D21)

Urmând aceeași cale, se va spune că o teorie  $\Gamma$  este *parțial explozivă relativ la o schemă dată*  $\sigma(C_1, \dots, C_n)$  sau  $\sigma$ -*parțial explozivă* dacă:

- (a)  $\exists C_1 \dots \exists C_n$  astfel încât  $\sigma(C_1, \dots, C_n)$  nu este o particulă maximală și
  - (b)  $\forall C_1 \dots \forall C_n \forall A [\Gamma, A, \neg A \vdash \sigma(C_1, \dots, C_n)]$ .
- (D22)

Desigur, se va spune că o logică  $L$  este  $\sigma$ -parțial trivială/  $\sigma$ -parțial explozivă dacă toate teoriile sale sunt  $\sigma$ -parțial triviale/  $\sigma$ -parțial explozive.  
respectiv (D23), (D24)

Mai simplu, se poate spune acum că o teorie sau o logică este *parțial trivială/parțial explozivă*, dacă această teorie sau logică este  $\sigma$ -parțial trivială/  $\sigma$ -parțial explozivă pentru o schemă  $\sigma$ . Deci, putem acum să formulăm versiunea nouă a principiului exploziei:

**Principiul exploziei parțiale** (pPPS)

$L$  trebuie să fie parțial explozivă

Se poate conchide imediat că:

### Faptul 2.15

- (i) Orice teorie/logică parțial trivială este parțial explozivă;
  - (ii) Orice logică explozivă este parțial explozivă.
- (D21)  $\Rightarrow$  (D22); (D23)  $\Rightarrow$  (D24); (PPS)  $\Rightarrow$  (pPPS)

Un exemplu bine cunoscut al unei logici care nu este explozivă, dar, chiar și așa, este parțial explozivă este dat de Logica Intuiționistă Minimală (MIL), a lui Kolmogorov & Johanson, obținută prin adăugarea unor forme de *reductio ad absurdum* la partea pozitivă a logicii intuiționiste (cf. [40] și [42]). Această logică exprimă că nu este cazul că  $\forall \Gamma \forall A \forall B (\Gamma, A, \neg A \vdash B)$ , dar este încă valabil că

$\forall \Gamma \forall A \forall B (\Gamma, A, \neg A \Vdash \neg B)$ . Aceasta înseamnă că **MIL** este paraconsistentă într-un sens larg, căci contradicțiile nu explodează, dar toate propozițiile *negate* pot fi încă inferate din orice contradicție dată!

Este ceva în genul unui consens că o logică paraconsistentă interesantă ar trebui să evite nu numai trivialitatea, ci și trivialitatea parțială. Astfel, următoarea definiție vine la timp. Se va spune că o logică **L** este *abrupt paraconsistentă* (**boldly paraconsistent**) dacă:

$$(\text{pPPS}) \text{ nu are loc pentru } \mathbf{L}. \quad (\text{BPL})$$

Evident:

**Faptul 2.16.** O logică abrupt paraconsistentă este paraconsistentă.

$$(\text{BPL}) \Rightarrow (\text{PL2})$$

Să considerăm acum o abordare oarecum inversă. Să numim o teorie  $\Gamma$  *controlabil explozivă în contact cu* o schemă dată  $\sigma(C_1, \dots, C_n)$  dacă:

$$(a) \quad \exists C_1 \dots \exists C_n \text{ astfel încât } \sigma(C_1, \dots, C_n) \text{ și } \neg \sigma(C_1, \dots, C_n) \text{ nu sunt particule minimale și} \quad (\text{D25})$$

$$(b) \quad \forall C_1 \dots \forall C_n \forall B [\Gamma, \sigma(C_1, \dots, C_n), \neg \sigma(C_1, \dots, C_n) \Vdash B].$$

Corespunzător, se va spune că o logică **L** este *controlabil explozivă în contact cu* o schemă dată  $\sigma(C_1, \dots, C_n)$  dacă toate teoriile sale sunt controlabil explozive în contact cu această schemă. (D26)

O teorie/ logică dată poate acum să fie numită mai simplu *controlabil explozivă*, dacă această teorie/logică are o schemă în contact cu care este controlabil explozivă. Atunci, o versiune nouă a principiului exploziei care se impune de la sine este:

**Principiul controlabil al exploziei** (cPPS)

**L** trebuie să fie controlabil explozivă.

Similar cu cazul faptului 2.14, părțile (i) și (iii), aici rezultă că:

**Faptul 2.17**

(i) Orice teorie/logică non-trivială explozivă este controlabil explozivă;

(ii) Orice logică tranzitivă consistentă este controlabil explozivă.

$$[\text{non-(D2) și (D3)}] \Rightarrow (\text{D25})$$

$$[(\text{PNT}) \text{ și } (\text{PPS})] \Rightarrow (\text{cPPS}); [(\text{Con3}) \text{ și } (\text{D19})] \Rightarrow (\text{D26})$$

Printre altele, putem acum să amendăm Faptul 2.9 astfel încât să conchidem imediat că:

**Faptul 2.18.** Orice logică finit-ușor/ controlabil explozivă este finit trivializabilă și totuși non-trivială.

$$[(D17) \text{ sau } (D26)] \Rightarrow [(D7) \text{ și non-}(D5)]$$

Acum, se pare că nu există temeiuri bune pentru a exclude teoriile controlabil explozive, așa cum am făcut în cazul teoriilor parțial explozive prin intermediul definiției abrupte a paraconsistenței, BPL. De fapt, se pare că cele mai multe, dacă nu toate logicele finit ușor explozive *sunt* controlabil explozive și reciproc! Sunt multe exemple de logici paraconsistente – într-adevăr, de LFI-uri – care nu numai că sunt evident ușor explozive, dar sunt și controlabil explozive în contact cu scheme cum este  $(A \wedge \neg A)$  sau cum este  $\circ A$ , unde, să ne amintim,  $\circ$  este un conector ce exprimă consistența (logica D2 a lui Jaśkowski, de exemplu, poate fi deja una dintre aceste logici, dar logica LFI1, pe de altă parte, explodează doar în contact cu cea de a doua dintre aceste scheme). Există chiar logici care explodează controlabil în contact cu clase largi de propoziții non-atomice (v. [48], și mai înainte, pentru un număr dintre acestea). Un caz extrem de astfel de logică este dat de logica trivalentă  $P^1$  a lui Sette (cf. [58]), care explodează controlabil în contact cu *orice* formulă complexă și despre care, așadar, se poate spune că se comportă paraconsistent doar la nivelul atomilor săi. De asemenea, nu este neobișnuit pentru unele logici paraconsistente  $L$  care au o negație tare  $\div$  să fie controlabil explozive. De fapt, este suficient ca o astfel de logică să fie tranzitivă și să infere  $\neg \div A \vdash A$  și, desigur, se va dovedi a fi controlabil explozivă în contact cu  $\div A$  sau cel puțin în contact cu  $\div \div A$ . Multe LFI-uri vor fi, în plus, controlabil explozive în contact cu orice formulă consistentă ș.a.m.d.

Se poate obține o gamă de variații ale versiunilor de mai sus ale principiului exploziei fie și numai prin combinarea celor pe care le avem deja. Oricum, nu vom investiga această temă mai departe, ci vom observa doar că relațiile multiple, sugerate mai sus, dintre (sPPS), (gPPS) și (cPPS) și formele de explozie suplimentată, ușoară și controlabilă merită cu siguranță o examinare mai atentă din partea „comunității paraconsistente” și a simpatizanților săi.

## 2.6. C-sisteme

Data fiind o logică  $L = \langle For, \Vdash \rangle$ , să denotăm prin  $For^+ \subseteq For$  mulțimea tuturor *formulelor pozitive* ale lui  $L$ , adică fragmentul *fără negație* al  $For$  sau, încă altfel spus, mulțimea tuturor formulelor în care nu apare nici un simbol al negației  $\neg$ . Se spune că logica  $L1 = \langle For_1, \Vdash_1 \rangle$  este *pozitiv conservatoare relativ la* logica  $L2 = \langle For_2, \Vdash_2 \rangle$  dacă:

- (a)  $For_1^+ = For_2^+$  și
- (b)  $(\Gamma \Vdash_1 A \Leftrightarrow \Gamma \Vdash_2 A)$  pentru orice  $\Gamma \cup \{A\} \subseteq For_1^+$ .
- (D27)

Așadar, dacă  $L1$  este pozitiv conservatoare relativ la  $L2$ , atunci aceasta va fi, în general, o extensie conservatoare a fragmentului pozitiv al  $L2$ . Acum, ca un exemplu al ubicuității **LFI**-urilor în domeniul logicilor paraconsistente, să observăm doar că:

**Faptul 2.19.** Orice logică paraconsistentă care este pozitiv conservatoare relativ la logica clasică și are o particulă minimală poate fi caracterizată drept o **LFI**.

**Demonstrație:** Se definește  $\circ A$  ca  $(A \rightarrow \perp) \vee (\neg A \rightarrow \perp)$  și se verifică faptul că, în general,  $\circ A$  nu este o particulă maximală,  $\{\circ A, A\}$  nu este întotdeauna trivială și  $\{\circ A, \neg A\}$  nu este întotdeauna trivială, dar că, în orice caz,  $\{\circ A, A, \neg A\}$  este într-adevăr o teorie trivială. Acest rezultat are loc realmente pentru orice logică ce are o disjuncție *adjunctivă-la-stânga*, adică un conector binar  $\vee$ , astfel încât, pentru unele formule  $B$  și  $C$ ,  $(B \vee C)$  nu este o particulă minimală și astfel  $\forall A \forall C \forall \Gamma \forall \Delta \forall D \{[(\Gamma, B \Vdash D) \text{ și } (\Delta, C \Vdash D)] \Rightarrow [\Gamma, \Delta, (B \vee C) \Vdash D]\}$  și are *modus ponens*:  $\forall \Gamma \forall A \forall B [\Gamma, A, (A \rightarrow B) \Vdash B]$ . Trebuie doar să luăm  $\Gamma = \{A\}$ ,  $B = (A \rightarrow \perp)$ ,  $\Delta = \{\neg A\}$  și  $C = (\neg A \rightarrow \perp)$  și să observăm că în acest caz au loc atât  $(\Gamma, B \Vdash \perp)$ , cât și  $(\Delta, C \Vdash \perp)$ , prin *modus ponens*.

Acest ultim rezultat arată că orice logică paraconsistentă care extinde conservator logica clasică pozitivă și respectă unul sau altul dintre principiile *ex falso* sau al exploziei suplimentate va fi și finit ușor explozivă, aruncând lumină asupra unor legături nebanuite până acum dintre (ExF), (sPPS) și (fgPPS) și, în consecință, orice astfel de logică poate fi lesne refăcută ca o **LFI** (v. fig. 2.1). Prin urmare, pentru toate logicile de acest fel, aceasta echivalează întrucâtva cu a avea același punct de plecare, sau cu un operator al consistenței, sau cu o negație tare, sau cu o particulă minimală: se poate folosi oricare dintre acestea pentru a le defini pe celelalte. Aceasta nu înseamnă, totuși, că „numai” astfel de logici sunt **LFI**-uri.

Pentru a restrânge puțin această foarte largă definiție a **LFI**-urilor, vom defini acum conceptul de **C-sistem**. Despre o logică  $L1$  se va spune că este un **C-sistem bazat pe  $L2$**  dacă:

- (a)  $L1$  este o **LFI** în care consistența sau inconsistența sunt exprimate prin operatori (la nivelul limbajului obiect),
- (b)  $L2$  nu este paraconsistentă și
- (c)  $L1$  este pozitiv conservatoare relativ la  $L2$ .
- (D28)

Orice logică ce este construită ca un C-sistem bazat pe o altă logică va fi mai general identificată pur și simplu ca un C-sistem.

Așa cum am văzut deja în subsecțiunile de mai sus, logica D2 a lui Jaśkowski este o LFI și poate defini un operator care să exprime consistența – cel puțin în anumite prezentări (v. nota 16). Dar pentru ca această logică să fie caracterizată drept un C-sistem ar trebui încă să fie clarificat pe ce logică se bazează, adică de unde provine partea sa pozitivă caracteristică! Aceeași problemă apare în raport cu toate celelalte logici care sunt adjunctive-la-stânga, dar nu disadjunctive-la-stânga, ca și în raport cu multe logici relevante.

### 3. In translatio veritas

*Chiar dacă „este” și „nu este” au reguli și temei,  
Iar „sus” și „jos” din logică le iei,  
Din tot ce mi-a păsat să știu cândva,  
Doar vinul cred că merită să-l bei.*

Omar KHAYYAM<sup>18</sup>

#### 3.1. Semanticile traducerilor-posibile: introducere și motivare

Sarcina de a găsi semantici intuitiv acceptabile pentru logicile non-clasice este, în general, dificilă. Doar în foarte puține cazuri a fost posibil să se găsească o semantică atât de elegantă cum este cea introdusă de S. Kripke pentru logica modală. Întrucât în logica actuală sistemele non-clasice au devenit regula, mai curând decât excepția, problema obținerii unor semantici formale pentru astfel de sisteme se impune cu o necesitate specială.

Analiza formală a informației este un domeniu în care sistemele logice non-clasice își găsesc aplicații importante. Logicile non-standard au jucat un rol din ce în ce mai important în modelarea limbajelor imprecise în bazele de date [55]; și în sistemele informaționale care implică o cunoaștere incompletă sau inconsistentă ([21]). În particular, sistemele paraconsistente par a fi cu deosebire adecvate pentru manipularea informației și raționării inconsistente [41]. Cu toate acestea, cazul logicilor paraconsistente ilustrează dificultatea de a furniza o semantică naturală pentru sistemele non-clasice. Semanticile tradiționale ale evaluărilor, propuse în [29] pentru ierarhia  $C_n$  (cf. [26]), deși satisfăcătoare din punct de vedere pur formal, nu au conținuturi intuitive și operaționale și sunt greu de aplicat. În particular, o problemă mai veche este aceea de a da o semantică de tip Kripke

<sup>18</sup> Întrucât traducerea în limba română a acestui „robai” lipsește din ediția lui Otto Stark (1974), am întreprins o traducere consultând diverse variante transpuse în limba engleză. (N.T.)

pentru logicile paraconsistente sau a arăta că această întreprindere este imposibilă. Această problemă a fost abordată în [7] și a fost rezolvată afirmativ pentru cazul particular al calculului  $C_\omega$ . Dar problema rămâne încă deschisă pentru ierarhia  $C_n$  (în care  $C_\omega$  este o limită inferioară).

Ca un pas către soluționarea acestei probleme, am propus [16] o semantică pentru logica paraconsistentă care are drept punct de plecare semanticile pentru logicile polivalente și nu folosește evaluări. În primul rând, arătăm că între logicile non-clasice, logicile polivalente finite dispun de interpretări semantice care sunt atât intuitiv acceptabile, cât și ușor de manipulat formal. Oricum, se poate arăta că sistemele logice paraconsistente din ierarhia  $C_n$  nu au semantici finit-valente. Cu toate acestea, am prezentat primele idei despre modul în care calculul  $C_1$  poate fi înțeles în termeni de logici trivalente cu ajutorul conceptului de *semantici ale traducerilor-posibile* (cf. [16], în care acest concept era menționat ca *semantici non-deterministe*).

Ideea din spatele semanticilor traducerilor posibile este aceea de a combina două sau mai multe modele semantice de bază (de același tip de asemănare) pentru a construi o interpretare semantică nouă care depinde de cele de bază într-un anumit mod non-determinist. Semanticile traducerilor-posibile pot fi văzute, de asemenea, ca generalizări ale structurilor Kripke în care pot fi considerate lumi de *naturi complet diferite* și în care se poate *localiza* realizabilitatea într-o lume dată.

Într-un anumit sens, ideea de a combina logici (sau semantici) distincte poate fi găsită încă în Łukasiewicz ([44], p. 367), unde un tip de înmulțire între matrice bivalente furnizează o matrice cvadrivalentă adecvată pentru tratarea de către Łukasiewicz a logicii modale. Oricum, această metodă, spre deosebire de cea prezentată aici, furnizează întotdeauna matrice finit-valente. Este, de asemenea, adevărat că în logica sa discursivă (cf. [33]), Jaśkowski susținea aparent ideea conform căreia contradicțiile pot să apară în interacțiunile raționale cu cel puțin doi participanți, dar această idee nu este reflectată în semantica formală asociată cu opera sa.

Vom prezenta aici intuițiile centrale, reformulând și extinzând rezultatele din [16] într-un cadru nou (restrâns la calculul propozițional), care dovedesc că se poate da o nouă semantică pentru calculele paraconsistente  $C_n$  prin intermediul paradigmei semanticilor traducerilor-posibile bazate pe o anumită logică trivalentă ce conține doi operatori negație.

### 3.2. Semantici trivalente ale traducerilor-posibile pentru logica paraconsistentă

Nucleul fiecărui calcul  $C_n$ ,  $1 \leq n < \omega$ , include calculul pozitiv intuționist ( $\text{Int}^+$ ), care poate fi axiomatizat cu ajutorul următoarelor scheme:

- (1)  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
- (2)  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C))$
- (3)  $A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B))$
- (4)  $(A \wedge B) \rightarrow A$
- (5)  $(A \wedge B) \rightarrow B$
- (6)  $A \rightarrow (A \vee B)$
- (7)  $B \rightarrow (A \vee B)$
- (8)  $(A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C))$

Singura regulă de deducție este *modus ponens*:  $A, A \rightarrow B / B$ . Adăugând la  $(\text{Int}^+)$  *terțul exclus* și *reducerea negațiilor*, respectiv, în următoarele forme:

- (9)  $A \vee \neg A$
- (10)  $\neg \neg A \rightarrow A$

se obține  $C_\omega$ . Fiecare  $C_n$  poate acum să fie construit din  $C_\omega$  prin adăugarea a încă două scheme:

- (11n)  $B^{(n)} \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A))$
- (12n)  $(A^{(n)} \wedge B^{(n)}) \rightarrow ((A \wedge B)^{(n)} \wedge (A \vee B)^{(n)} \wedge (A \rightarrow B)^{(n)})$

Amintim că  $G^\circ$  prescurtează formula  $\neg(G \wedge \neg G)$ , și că  $G^n$ ,  $0 \leq n < \omega$ , este definit recursiv prin  $G^0 =_{\text{df}} G$  și  $G^{n+1} =_{\text{df}} (G^n)^\circ$ , iar  $G^{(n)}$ ,  $0 \leq n < \omega$ , prin  $G^{(1)} =_{\text{df}} G^1$  și  $G^{(n+1)} =_{\text{df}} G^{(n)} \wedge G^{(n+1)}$ . Formula  $G^{(n)}$  se poate înțelege spunând că propoziția  $G$  este *docilă* (*well-behaved*), astfel că (11) poate fi considerată ca o formă de *reductio ad absurdum paraconsistent* și (13) guvernând *propagarea comportamentului docil*.

Vom trata aici o versiune puțin mai tare a calculelor  $C_n$ , numită  $C_n^{\neg\neg}$ , obținută prin adăugarea axiomelor  $A \rightarrow \neg\neg A$  și  $\neg(\neg A \wedge A) \rightarrow \neg(A \wedge \neg A)$  la axiomele  $C_n$  (pentru o altă variantă de sisteme paraconsistente, v. [32]). În versiunea considerată aici, negația paraconsistentă este mai apropiată de negația clasică<sup>19</sup>.

Presupunem că cititorul este familiarizat cu definițiile și conceptele elementare ale logicilor polivalente finite (detalii pot fi găsite, de exemplu, în [15]).

<sup>19</sup> În [17] sunt prezentate semantici ale traducerilor-posibile pentru calculul  $C_1$  propriu-zis, ca și pentru un sistem dual (cu indicații despre modul în care se extind rezultatele la întreaga ierarhie). Principala diferență este aceea că, luând  $A \rightarrow \neg\neg A$  ca o axiomă (cum am făcut aici), avem nevoie de două negații (trivalente) pentru a modela negația paraconsistentă.

Urmând aceleași motivații de bază date în [16], considerăm un calcul propozițional trivalent numit **LCD**, care conține trei conjuncții, trei disjuncții, trei implicații și două negații:  $\wedge_i$ ,  $\vee_i$ ,  $\rightarrow_i$  ( $i \in \{1, 2, 3\}$ ),  $\neg_C$  și  $\neg_L$  (acest limbaj este numit  $L_{LCD}$ ). Fiecare alegere de conjuncție, disjuncție, implicație și negație constituie un subsistem al **LCD**: numim un astfel de fragment *logică pentru lipsa continuă* (*logic for continuous default*) (**CD**) dacă negația sa este  $\neg_C$  și *logică pentru lipsa locală* (*logic for local default*) (**LD**) atunci când negația sa este  $\neg_L$ . Matricele logice corespunzătoare sunt următoarele, în care valorile de adevăr sunt T, T<sup>-</sup> și F, între care T, T<sup>-</sup> sunt caracteristice:

|                 |  |                |          |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
|-----------------|--|----------------|----------|----------------|---|---|---|---|---|----------------|----------------|---|---|---|---|---|---|-----------------|--|---|---|----------------|---|---|---|----------------|---|----------------|---|----------------|---|---|---|---|---|-----------------|--|--|---|----------------|---|---|---|----------------|---|----------------|----------------|----------------|---|---|---|---|---|
| $\wedge_1$      | <table><tr><td></td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>F</td></tr><tr><td>T<sup>-</sup></td><td>T<sup>-</sup></td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr></table> |                | T        | T <sup>-</sup> | F | T | T | T | F | T <sup>-</sup> | T <sup>-</sup> | T <sup>-</sup>  | F | F | F | F | F | $\wedge_2$      | <table><tr><td></td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>T<sup>-</sup></td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr></table> |   | T | T <sup>-</sup> | F | T | T | T <sup>-</sup> | F | T <sup>-</sup> | T | T <sup>-</sup> | F | F | F | F | F | $\wedge_3$      | <table><tr><td></td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>T<sup>-</sup></td><td>T<sup>-</sup></td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr></table> |  | T | T <sup>-</sup> | F | T | T | T <sup>-</sup> | F | T <sup>-</sup> | T <sup>-</sup> | T <sup>-</sup> | F | F | F | F | F |
|                 | T  | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T               | T  | T              | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T <sup>-</sup>  | T <sup>-</sup>   | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| F               | F  | F              | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
|                 | T  | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T               | T  | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T <sup>-</sup>  | T  | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| F               | F  | F              | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
|                 | T  | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T               | T  | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T <sup>-</sup>  | T <sup>-</sup>   | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| F               | F  | F              | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| $\vee_1$        | <table><tr><td></td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr><tr><td>T<sup>-</sup></td><td>T<sup>-</sup></td><td>T<sup>-</sup></td><td>T</td></tr><tr><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>F</td></tr></table> |                | T        | T <sup>-</sup> | F | T | T | T | T | T <sup>-</sup> | T <sup>-</sup> | T <sup>-</sup>  | T | F | T | T | F | $\vee_2$        | <table><tr><td></td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>T</td></tr><tr><td>T<sup>-</sup></td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>T</td></tr><tr><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>F</td></tr></table> |   | T | T <sup>-</sup> | F | T | T | T <sup>-</sup> | T | T <sup>-</sup> | T | T <sup>-</sup> | T | F | T | T | F | $\vee_3$        | <table><tr><td></td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>T</td></tr><tr><td>T<sup>-</sup></td><td>T<sup>-</sup></td><td>T<sup>-</sup></td><td>T</td></tr><tr><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>F</td></tr></table> |  | T | T <sup>-</sup> | F | T | T | T <sup>-</sup> | T | T <sup>-</sup> | T <sup>-</sup> | T <sup>-</sup> | T | F | T | T | F |
|                 | T  | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T               | T  | T              | T        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T <sup>-</sup>  | T <sup>-</sup>   | T <sup>-</sup> | T        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| F               | T  | T              | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
|                 | T  | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T               | T  | T <sup>-</sup> | T        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T <sup>-</sup>  | T  | T <sup>-</sup> | T        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| F               | T  | T              | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
|                 | T  | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T               | T  | T <sup>-</sup> | T        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T <sup>-</sup>  | T <sup>-</sup>   | T <sup>-</sup> | T        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| F               | T  | T              | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| $\rightarrow_1$ | <table><tr><td></td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>F</td></tr><tr><td>T<sup>-</sup></td><td>T<sup>-</sup></td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr></table> |                | T        | T <sup>-</sup> | F | T | T | T | F | T <sup>-</sup> | T <sup>-</sup> | T <sup>-</sup>  | F | F | T | T | T | $\rightarrow_2$ | <table><tr><td></td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>T<sup>-</sup></td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr></table> |   | T | T <sup>-</sup> | F | T | T | T <sup>-</sup> | F | T <sup>-</sup> | T | T <sup>-</sup> | F | F | T | T | T | $\rightarrow_3$ | <table><tr><td></td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td><td>F</td></tr><tr><td>T<sup>-</sup></td><td>T<sup>-</sup></td><td>T</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr></table>             |  | T | T <sup>-</sup> | F | T | T | T <sup>-</sup> | F | T <sup>-</sup> | T <sup>-</sup> | T              | F | F | T | T | T |
|                 | T  | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T               | T  | T              | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T <sup>-</sup>  | T <sup>-</sup>   | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| F               | T  | T              | T        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
|                 | T  | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T               | T  | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T <sup>-</sup>  | T  | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| F               | T  | T              | T        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
|                 | T  | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T               | T  | T <sup>-</sup> | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T <sup>-</sup>  | T <sup>-</sup>   | T              | F        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| F               | T  | T              | T        |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
|                 | $\neg_L$   |                | $\neg_C$ |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
|                 | <table><tr><td></td><td>T</td><td>F</td></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>T</td><td></td></tr></table>   |                | T        | F              | T | T | F | F | T |                |                | <table><tr><td></td><td>T</td><td>F</td></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>T<sup>-</sup></td></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>T</td></tr></table> |   | T | F | T | T | T <sup>-</sup>  | F  | F | T |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
|                 | T  | F              |          |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T               | T  | F              |          |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| F               | T  |                |          |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
|                 | T  | F              |          |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| T               | T  | T <sup>-</sup> |          |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |
| F               | F  | T              |          |                |   |   |   |   |   |                |                |   |   |   |   |   |   |                 |  |   |   |                |   |   |   |                |   |                |   |                |   |   |   |   |   |                 |  |  |   |                |   |   |   |                |   |                |                |                |   |   |   |   |   |

Interpretarea intuitivă a acestor tabele este următoarea: presupunem că valorile T și F, respectiv, etichetează informația adevărată și pe cea falsă (prin propoziții etichetate), în timp ce T<sup>-</sup> etichetează informație care este luată ca adevărată *prin lipsă*, adică prin lipsa dovezilor în sens contrar. Presupunem că valorile de adevăr sunt ordonate ca  $F < T^- < T$  și că valorile sunt compatibile cu adăugarea informației. Sunt astfel două posibilități pentru informația luată ca adevărată prin lipsă: (etichetată prin T<sup>-</sup>): sau poate fi evaluată ca adevărată în viitor (datorită informației suplimentare, să spunem), caz în care negația sa trebuie să fie F, sau poate continua cu același statut, caz în care are aceeași valoare logică cu negația sa, adică negația sa trebuie să fie T<sup>-</sup>. În fiecare dintre alternativele posibile vom raționa în două scenarii distincte cu două logici subiacente diferite: o logică **LD** care modelează prima situație în care adevărul-lipsă este *limitat* sau *local* (temporar nedecis) și o logică **CD** în cel de-al doilea caz, care modelează situația în care adevărul-lipsă este *continuu* (încă nedecis). *Relația de realizabilitate* trivalentă



pentru **LCD** (pentru propoziții oarecare  $\Gamma \cup \{A\}$ ) este definită inductiv în modul obișnuit prin evaluări matriciale, adică:

$\Gamma \models_{LCD} A$ , dacă pentru orice **LCD**-evaluare  $\omega$ , dacă  $\omega(\Gamma) \subseteq \{T, T^-\}$ ,  
atunci  $\omega(A) \in \{T, T^-\}$ .

Limbajul **L** pentru calculele paraconsistente  $C_n^{\neg\neg}$  este închis față de  $\wedge, \vee, \rightarrow, \neg$ . Definim acum o clasă de traduceri între **L** și **L<sub>LCD</sub>** care satisfac anumite condiții (pentru mai multe detalii despre traduceri între sisteme logice v. [35] și [18]). Fiecare propoziție a  $C_n^{\neg\neg}$  poate fi tradusă într-o propoziție a **L<sub>LCD</sub>** printr-o traducere  $*$ :  $L \rightarrow L_{LCD}$ , în care familia de traduceri  $*$  este subiectul unor condiții specifice. Pentru cazul  $C_n^{\neg\neg}$ , condițiile sunt următoarele:

**Tr 1.** Pentru o variabilă atomică  $p$ :

- (a)  $p^* = p$ ;
- (b)  $(\neg p)^* = \neg_C p$ .

**Tr 2.** Pentru formule  $(A \# B)^*$ , unde  $\# \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$ :

- (a)  $(A \# B)^* = A^* \#_1 B^*$ , dacă  $(\neg A)^* = \neg_C A^*$  și  $(\neg B)^* = \neg_L B^*$ ;
- (b)  $(A \# B)^* = A^* \#_2 B^*$ , dacă  $(\neg A)^* = \neg_L A^*$  și  $(\neg B)^* = \neg_C B^*$ ;
- (c)  $(A \# B)^* = A^* \#_3 B^*$ , în celelalte cazuri.

**Tr 3.** Pentru formule  $\neg(A \wedge \neg A)$  și  $\neg(\neg A \wedge A)$ :

- (a)  $(\neg(A \wedge \neg A))^* = \neg_L(A \wedge \neg A)^*$  și
- (b)  $(\neg(\neg A \wedge A))^* = \neg_L(\neg A \wedge A)^*$

**Tr 4.** Pentru formule  $\neg(A \# B)$  altfel decât în (Tr 3) și unde  $\# \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$ :

- (a)  $(\neg(A \# B))^* = \neg_L(A \# B)^*$ , dacă  $(\neg A)^* = \neg_L A^*$  și  $(\neg B)^* = \neg_L B^*$ ;
- (b)  $(\neg(A \# B))^* \in \{\neg_L(A \# B)^*, \neg_C(A \# B)^*\}$  altfel.

**Tr 5.** Pentru formule  $\neg\neg A$ ,  $(\neg\neg A)^* = \neg_C(\neg A)^*$ .

Ca exemple, să observăm că, potrivit condiției (Tr 3),  $f b f \neg(A \wedge \neg A)$  poate fi tradusă  $\neg_L(A^* \wedge \neg_L A^*)$ , sau  $\neg_L(A^* \wedge \neg_C A^*)$ , după cum  $\neg A$  a fost tradus  $\neg_L A^*$  sau  $\neg_C A^*$ . Remarci analoge sunt valabile pentru  $f b f \neg(\neg A \wedge A)$ .

De asemenea, potrivit (Tr 5), pentru  $A$  atomică,  $\neg\neg A$  va fi tradusă întotdeauna ca  $\neg\neg\neg A$ , dar pentru  $A$  non-atomică și pozitivă,  $\neg\neg A$  poate fi tradusă sau ca  $\neg\neg\neg A$ , sau ca  $\neg\neg\neg\neg A$ .

Definim acum *relația de deductibilitate locală*  $\models^*_1$  pentru  $C_1^{\neg\neg}$  (relativ la o traducere dată \*) prin:

$$\Gamma \models^*_1 A, \text{ ddacă } \Gamma^* \models_{LCD} A^*$$

pentru formule  $\Gamma \cup \{A\}$  oarecare ale  $C_1^{\neg\neg}$ .

În fine, definim  $\Gamma \models_1 A$ , ddacă, pentru orice traducere \*,  $\Gamma \models^*_1 A$ .

Pentru cazul general al  $C_n^{\neg\neg}$ ,  $\Gamma \models^*_n A$  se definește prin aceleași clauze de mai sus, cu excepția că, în locul lui (Tr 3), avem clauza (Tr 3<sub>n</sub>) pentru fiecare  $n$ .

Definim clasa de propoziții  $K_m$  ca:

$$K_m = \{\neg(\neg B \wedge B) : B \in K_{m-1}\} \cup \{\neg(B \wedge \neg B) : B \in K_{m-1}\},$$

unde  $K_0$  este colecția tuturor *fb*-urilor.

**Tr 3<sub>n</sub>** La fel ca (Tr 3), dar numai pentru formule din  $K_n$ .

Generalizând cele de mai sus, definim  $\Gamma \models_n A$ , ddacă pentru orice traducere \*,

$$\Gamma \models^*_n A.$$

În termeni intuitivi, traducerile pot fi considerate ca forme abstracte de relații de accesibilitate în semantici Kripke obișnuite, iar diferitele sisteme logice trivalente pot fi considerate ca forme de lumi posibile. Aceasta explică de ce acest tip de semantică este numit *semantică a traducerilor-posibile*. În termeni neformali, clauzele din definițiile traducerilor pot fi înțelese după cum urmează:

1. Pentru (Tr 1): literalii (formule atomice pozitive sau negare) sunt traduse în **CD**.
2. Pentru (Tr 2): propozițiile compuse pozitive sunt traduse în funcție de traducerile componentelor acestora.
3. Pentru (Tr 2): Să numim o formulă negată reglementară dacă cea mai externă negație a sa este  $\neg_L$ . Formulele de formele  $\neg(A \wedge \neg A)$  și  $\neg(\neg A \wedge A)$  sunt întotdeauna reglementare în  $C_1^{\neg\neg}$ . În cazul lui  $C_n^{\neg\neg}$ , prin (Tr 3<sub>n</sub>), formulele din clasa  $K_n$  sunt întotdeauna reglementare.
4. Pentru (Tr 4) și (Tr 5): formulele negare (nu de formele  $\neg(A \wedge \neg A)$  și  $\neg(\neg A \wedge A)$ ) sunt interpretate (în cazul b) în **LD** sau în **CD**.

Adaptând definițiile date în [43], evaluările paraconsistente pentru calculele  $C_n^{\neg\neg}$  sunt funcții  $v$  de la mulțimea de propoziții ale  $C_n^{\neg\neg}$  în  $\{0, 1\}$ , astfel încât sunt satisfăcute următoarele condiții:<sup>20</sup>

Fie  $X^\circ \in \{\neg(\neg X \wedge X), \neg(X \wedge \neg X)\}$  (atunci  $X^\circ \in K_m$  dacă  $X^\circ \in K_{m-1}$ ):

1.  $v(A \vee B) = 1$ , ddacă  $v(A) = 1$  sau  $v(B) = 1$ ;
2.  $v(A \wedge B) = 1$ , ddacă  $v(A) = 1$  și  $v(B) = 1$ ;
3.  $v(A \rightarrow B) = 1$ , ddacă  $v(A) = 0$  sau  $v(B) = 1$ ;
4.  $v(\neg\neg A) = 1$ , ddacă  $v(A) = 1$ ;
5. Dacă  $v(A) = 0$ , atunci  $v(\neg A) = 1$ ;
6. Dacă  $A \in K_{n-1}$ ,  $v(A) = 0 = v(\neg A)$ , ddacă  $v(A^\circ) = 0$ ;
7. Dacă  $v(A) \neq v(\neg A)$  și  $v(B) \neq v(\neg B)$ , atunci  $v(A \# B) \neq v(\neg(A \# B))$ ;
8.  $v(A) = v(\neg A)$ , ddacă  $v(\neg A^\circ) = 1$ .

Pentru o utilizare viitoare, enunțăm o proprietate imediată a evaluărilor paraconsistente pentru  $C_n^{\neg\neg}$  (care poate fi ușor verificată):

(Pv1) Dacă  $X^\circ \in K_m$  (i.e.  $X^\circ = \neg(\neg X \wedge X)$  sau  $X^\circ = \neg(X \wedge \neg X)$ ) pentru  $X \in K_{m-1}$ , atunci  $v(X^\circ) = 0$ , ddacă  $v(X) = v(\neg X) = 1$ .

Se poate demonstra acum că pentru fiecare relație locală de deductibilitate, definită ca mai sus, există o evaluare paraconsistentă<sup>21</sup>.

**Teorema 1.** Fiecare LCD-evaluare  $\omega$  și traducere  $*$  determină o evaluare paraconsistentă  $v$  astfel încât

$v(A) = 1$ , ddacă  $v(A^*) \in \{T, T^-\}$  pentru orice propoziție  $A$  din  $L$ .

<sup>20</sup> Trebuie reținut că, în termeni formali, este necesar să se adauge axioma  $\neg(\neg A \wedge A) \rightarrow \neg(A \wedge \neg A)$  la calculele  $C_1$  și  $C_1^{\neg\neg}$  și axiome similare la  $C_n$  și  $C_n^{\neg\neg}$ , așa cum facem aici, pentru a asigura condiția simetrică așa cum apare în 7. În mod echivalent, în clauza 7 se poate utiliza  $C^\circ$  ca o metavariabilă peste mulțimea  $\{\neg(\neg C \wedge C), \neg(C \wedge \neg C)\}$ . În loc de aceasta, se pot considera „logici paraconsistente la stânga” (în care  $(\neg(\neg A \wedge A) \wedge \neg A \wedge A) \rightarrow B$  nu are loc) și „logici paraconsistente la dreapta” (în care  $(\neg(A \wedge \neg A) \wedge A \wedge \neg A) \rightarrow B$  nu are loc). În astfel de cazuri, se pot da semantici ale traducerilor-possibile pentru astfel de calcule, cu modificările evidente.

<sup>21</sup> Demonstrațiile teoremelor din această secțiune se găsesc în W. A. Carnielli, *Possible-translations Semantics for Paraconsistent Logics*. (N.T.)

În [43], așa cum am menționat mai sus, se arată că evaluările paraconsistente pot fi considerate drept duplicate semantice pentru sistemele  $C_n$ ; acest rezultat poate fi adaptat cu ușurință la sistemele  $C_n^{\neg\neg}$ . Pentru a extinde rezultatele noastre la întreaga ierarhie și pentru a demonstra că relația de deductibilitate  $\models_n$  a  $C_n^{\neg\neg}$  constituie o semantică adecvată pentru calculele, trebuie demonstrat cum se produce o astfel de relație locală de deductibilitate pornind de la o evaluare dată.

**Teorema 2.** Fiecare evaluare paraconsistentă  $v$  pentru  $C_n^{\neg\neg}$  determină o LCD-evaluare  $\omega$  și o traducere  $*$  astfel încât  $v(A^*) \in \{T, T^-\}$ , ddacă  $v(A) = 1$ , pentru orice propoziție  $A$  din  $L$ .<sup>22</sup>

Teoremele 1 și 2 stabilesc astfel semantica alternativă dorită pentru calculele  $C_n^{\neg\neg}$ . Credem că această nouă semantică aruncă o nouă lumină asupra supozițiilor de bază ale sistemelor paraconsistente  $C_n^{\neg\neg}$ . În primul rând, aceasta arată că putem avea situații în care  $f b f$ -urile  $A$  și  $\neg A$  sunt simultan valide, ca și situații în care acest fapt nu apare și, în al doilea rând, că putem raționa într-un mod bine fundamentat logic despre situațiile de acest fel.

Abordarea noastră semantică sprijină aceste supoziții în felul următor: situațiile în care  $f b f$ -urile  $A$  și  $\neg A$  sunt simultan valide apar acolo unde lipsa de informație ne împiedică să respingem, *prima facie*, sau pe  $A$ , sau pe  $\neg A$ . Fragmentul CD este proiectat să facă față acestui scenariu.

Pe de altă parte, situațiile în care  $A$  sau  $\neg A$  sunt considerate a fi false sunt tratate de fragmentul LD. Întrucât se poate să nu știm dinainte care este cazul pentru o  $f b f$  dată  $A$ , cadrul traducerilor-posibile obținut prin considerarea celor două scenarii în același timp definește un cadru logic ce ne permite să raționăm cu astfel de scenarii, obținând exact sistemele paraconsistente  $C_n^{\neg\neg}$ .

Rezultatele de mai sus pot fi, în principiu, extinse la calculul  $C_\omega^{\neg\neg}$  (o limită inferioară a  $C_n^{\neg\neg}$ ), omițând condițiile (Tr 3) și (Tr 4) și adăugând alte condiții adecvate. Sunt unele dificultăți, totuși, deoarece  $C_\omega$  nu este cazul limită al  $C_n$  (și  $C_\omega^{\neg\neg}$  nu este cazul limită al  $C_n^{\neg\neg}$ ); de exemplu, propoziția  $A \vee (A \rightarrow B)$  are loc în  $C_n$ , dar nu și în  $C_\omega$ .

În treacăt, este interesant de notat că ambele logici paraconsistente trivalente  $P^1$  și  $J_3$  (pentru aceste sisteme, v., de exemplu, [59] și [35]) pot fi definite în sistemul

<sup>22</sup> Demonstrația acestei teoreme a fost sugerată de João Marcos în teza sa de Master la UNICAMP sub îndrumarea autorului. [46].

LCD și reciproc<sup>23</sup>, tabelele LCD pot fi definite în  $J_3$ ; prin urmare, LCD și  $J_3$  sunt în fond aceeași logică. Aceasta este o chestiune foarte interesantă, care arată că, deși sistemele  $C_n^{\neg}$  nu sunt logici polivalente [16], acestea pot fi reconstruite, ținând seama de rezultatele noastre de mai sus, ca o combinație de logici paraconsistente trivalente simple (și anume, ca fragmente ale  $J_3$ ).

## Bibliografie

- [1] CARNIELLI, W. A., MARCELLO, M. E., MARCOS, J. – *Logics of Formal Inconsistency*. În curs de apariție în D. Gabbay și F. Guenther, editori, *Handbook of Philosophical Logic*, Kluwer Academic Publishers, 2nd Edition.
- [2] AGAZZI, E. – *Il formale e il non formale nella logica*. În: E. Agazzi, editor, *Logica filosofica e logica matematica*, pp. 1119–1131. Brescia: La Scuola, 1990.
- [3] ARRUDA, A. I. – *A survey of paraconsistent logic*. În: A. I. Arruda, R. Chuaqui și N. C. A. da Costa, editori, *Mathematical Logic in Latin America: Proceedings of the IV Latin American Symposium on Mathematical Logic*, Santiago, Chile, 1978, pp.1–41. Amsterdam: North-Holland, 1980.
- [4] AVRON, A. – „On an implication connective of  $RM^*$ ”. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 27, pp. 201–209, 1986.
- [5] AVRON, A. – „Natural 3-valued logics – characterization and proof theory”. *The Journal of Symbolic Logic*, 56(1), pp. 276–294, 1991.
- [6] AVRON, A. – *On negation, completeness and consistency*. În curs de apariție în: D. Gabbay și F. Guenther, editori, *Handbook of Philosophical Logic*, Kluwer Academic Publishers, 2nd Edition.
- [7] BAAZ, M. – „Kripke-Type semantics for da Costa's paraconsistent logic  $C_\omega$ ”, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 27, pp. 523–527, 1986
- [8] BATENS, D. – „Paraconsistent extensional propositional logics”. *Logique et Analyse*, 90–91, pp.195–234, 1980.
- [9] BATENS, D. – „Against global paraconsistency”. *Studies in Soviet Thought*, 39: 209–229, 1990.
- [10] BATENS, D. – „Paraconsistency and its relation to worldviews”. *Foundations of Science*, 3, pp. 259–283, 1999.
- [11] BOBENRIETH-MISERDA, A. – *Inconsistencias ¿Por qué no? Un estudio filosófico sobre la lógica paraconsistente*. Santafé de Bogotá: Tercer Mundo, 1996.
- [12] BUENO, O. – *Truth, quasi-truth and paraconsistency*. În: W.A. Carnielli, and I.M.L. D'Ottaviano, editori, *Advances in Contemporary Logic and Computer Science: Proceedings of the XI Brazilian Conference of Mathematical Logic*, Salvador, 1996, pp.275–293. Providence: American Mathematical Society, 1999.
- [13] BURKHARDT, H., SMITH, B. (eds.) – *Handbook of metaphysics and ontology* (2v). Munich: Philosophia Verlag, 1991.
- [14] CARNAP, R. – *The Logical Syntax of Language*. London: Routledge & Kegan Paul, 1949.
- [15] CARNIELLI, W. A. – „Systematization of finite many-valued logics through the method of tableaux”. *Journal of Symbolic Logic*, 52, pp. 473–493, 1987.
- [16] CARNIELLI, W. A. – *Many-valued logics and plausible reasoning*. În *Proceedings of the Intl. Symp. On Multiple-Valued Logics*, Charlotte, North Carolina, U.S.A., IEEE Computer Soc. Press, California, pp.326–335, 1990.

<sup>23</sup> Observații făcute de João Marcos, teza de Master.

- [17] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J. – *Possible-translations semantics and dual logics*. În curs de apariție.
- [18] CARNIELLI, W. A., D'OTTAVIANO, I. M. I. – „Translations between logical systems: a manifesto”, *Logique et Analyse*, 57, pp.67–81, 1997.
- [19] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J. – *Ex contradictione non sequitur quodlibet*. În: *Proceedings of the Advanced Reasoning Forum Conference*, susținută în București, România, Iulie 2000. *Bulletin of Advanced Reasoning and Knowledge*, 1, pp.89–109, 2001.
- [20] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J., AMO, S. DE – *Formal inconsistency and evolutionary databases*. În curs de apariție în: *Logic and Logical Philosophy*, 7–8 (Proceedings of the Jaskowski's Memorial Symposium), 1999/2000.
- [21] CARNIELLI, W. A., FARIÑAS DEL CERRO, L., LIMA-MARQUES, M. – *Contextual negations and reasoning with contradictions*. În *Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pp. 523–537, Morgan Kaufman, Sidney, Australia, 1991.
- [22] CURRY, H. – „The inconsistency of certain formal logics”. *The Journal of Symbolic Logic*, 7(3), pp.115–117, 1942.
- [23] DA COSTA, N. C. A. – „Nota sobre o conceito de contradição”. *Anuário da Sociedade Paranaense de Matemática* (2), 1:6–8, 1958.
- [24] DA COSTA, N. C. A. – „Observações sobre o conceito de existência em matemática”. *Anuário da Sociedade Paranaense de Matemática* (2), 2, pp. 16–19, 1959.
- [25] DA COSTA, N. C. A. – *Inconsistent Formal Systems* (în portugheză). Teză, UFPR, Brazil, 1963. Curitiba: Editora UFPR, 68p, 1993.
- [26] DA COSTA, N. C. A. – „On the theory of inconsistent formal systems”, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 15, pp. 497–510, 1974.
- [27] DA COSTA, N. C. A. – *Essay on the Foundations of Logic* (în portugheză). São Paulo: Hucitec, 1980. (Tradusă în limba franceză de J.-Y. Béziau, sub titlul *Logiques Classiques et Non-Classiques*, 1997, Paris: Masson.).
- [28] DA COSTA, N. C. A. – „The philosophical import of paraconsistent logic”. *The Journal of Non-Classical Logic*, 1, pp. 1–19, 1982.
- [29] DA COSTA, N. C. A., ALVES, E. H. – „A semantical analysis of the calculi  $C_n$ ”, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 16, pp. 621–630, 1977.
- [30] DA COSTA, N. C. A., MARCONI, D. – „An overview of paraconsistent logic in the 80s”. *The Journal of Non-Classical Logic*, 6(1), pp.5–32, 1989.
- [31] DA COSTA, N. C. A., WOLF, R. G. – „Studies in paraconsistent logic I: The dialectical principle of the unity of opposites”. *Philosophia (Philosophical Quarterly of Israel)*, 9, pp.189–217, 1980.
- [32] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. A. S. – „Aspects of paraconsistent logics”. *Bulletin of the IGPL*, 3, pp.597–614, 1995.
- [33] DA COSTA, N. C. A., DUBIKAJTIS, L. – „On Jaskowski's discussive logic”. În *Non-Classical Logics, Model Theory and Computability*, Proceed. Third Latin-American Symp. Math. Logic, Campinas, 1976, A. I. Arruda, N. C. A. da Costa și R. Chaqui, eds., pp. 37–56, 1977.
- [34] D'OTTAVIANO, I. M. L., DA COSTA, N. C. A. – „Sur un problème de Jaskowski”. *Comptes Rendus de l'Academie de Sciences de Paris (A–B)*, 270, pp.1349–1353, 1970.
- [35] EPSTEIN, R. L. – *Propositional Logics: The semantic foundations of logic*, cu asistența și colaborarea lui W. A. Carnielli, I. M. L. D'Ottaviano, S. Krajewski și R. D. Maddux. Belmont: Wadsworth-Thomson Learning, 2nd edition, 2000.
- [36] GLOCK, H.-J. – *A Wittgenstein Dictionary*. Blackwell, 1996.
- [37] GOLDSTEIN, L. – *Wittgenstein and paraconsistency*. În: G. Priest, R. Routley și J. Norman, editori, *Paraconsistent Logic: essays on the inconsistent*, München: Philosophia Verlag, pp.540–562, 1989.

- [38] HILBERT, D. – *Mathematische Probleme*: Vortrag, gehalten auf dem Internationalen Mathematiker Kongress zu Paris 1900. *Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, pp. 253–297, 1900.
- [39] JAŚKOWSKI, S. – „Propositional calculus for contradictory deductive systems“ (în poloneză). *Studia Societatis Scientiarum Torunensis*, sectio A–I: 57–77, 1948. Tradus în limba engleză: *Studia Logica*, 24, pp. 143–157, 1967.
- [40] JOHÁNSSON, I. – „Der Minimalkalkül, ein reduzierter intuitionistischer Formalismus“. *Compositio Mathematica*, 4(1), pp. 119–136, 1936.
- [41] KIFER, M., LOZINSKII, E. L. – „A logic for reasoning with inconsistency“, *Journal of Automated Reasoning*, 9, pp. 179–215: 1992.
- [42] KOLMOGOROV, A. N. – *On the principle of excluded middle*. În: Van Heijenoort, editor, *From Frege to Gödel*, pp. 414–437. Cambridge: Harvard University Press, 1967. (Traducere din originalul în limba rusă din 1925.)
- [43] LOPARIĆ, A., ALVES, E. H. – *The semantics of the systems  $C_n$  of da Costa*. În *Proceedings of the Brazilian Conference on Mathematical Logic*, 3, São Paulo, A. I. Arruda, N. C. A. da Costa și M. Sette, (eds.), pp. 161–162, Sociedade Brasileira de Lógica, 1980.
- [44] ŁUKASIEWICZ, J. – *A system of modal logic*. În *J. Łukasiewicz's Selected Works*, J. Borkowski, editor, North-Holland and PWN, Warsaw, 1970.
- [45] MARCONI, D. – „Wittgenstein on contradiction and the philosophy of paraconsistent logic“. *History of Philosophy Quarterly*, 1(3), pp. 333–352, 1984.
- [46] MARCOS, J. – *Possible-Translations Semantics* (în portugheză). Teză, Unicamp, Brazil, xxviii+240p, 1999. URL = <ftp://www.cle.unicamp.br/pub/thesis/J.Marcos/>
- [47] MARCOS, J. – *Wittgenstein & Paraconsistência*. Capitoul 1 în [45], prezentat la VIII National Meeting on Philosophy (VIII ANPOF Meeting), Caxambu, Brazil, 1998. Trimis spre publicare.
- [48] MARCOS, J. – *8K solutions and semi-solutions to a problem of da Costa*. În curs de apariție.
- [49] MIRÓ, QUESADA, F. – „Nuestra lógica“. *Revista Latinoamericana de Filosofía*, 8(1), pp. 3–13, 1982.
- [50] MORTENSEN, C. – „Aristotel's thesis in consistent and inconsistent logics“. *Studia Logica*, 43:107–116, 1984.
- [51] NELSON, D. – *Negation and separation of concepts in constructive systems*. În: A. Heyting, editor, *Constructivity in Mathematics: Proceedings of the colloquium held at Amsterdam*, 1957, pp. 208–225. Amsterdam: North-Holland, 1959.
- [52] O'CONNOR, J. J., ROBERTSON, E. F. – *Girolamo Cardano*. În: J. J. O'Connor și E.F. Robertson, editori, *The Mac Tutor History of Mathematics archive* (March, 2001 edition). URL = <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Mathematicians/Cardan.html>
- [53] PEÑA, L. – „Graham Priest's «dialetheism»: Is it altogether true?“ *Sorites*, 7, pp. 28–56, 1996.
- [54] PRIEST, G. – *In Contradiction. A Study of the Transconsistent*. Dordrecht: Nijhoff, 1987.
- [55] PRZYMUSINSKI, T. – „The well-founded semantics coincides with the three-valued stable semantics“, *Fundamenta Informaticae*, 13, pp. 445–464, 1990.
- [56] QUINE, W. V. O. – *From a Logical Point of View*. Cambridge: Harvard University Press, 1953.
- [57] ROUTLEY, R., MEYER, R. K. – „Dialectical logic, classical logic and the consistence of the world“. *Studies in Soviet Thought*, 16, pp. 1–25, 1976.
- [58] SETTE, A. M. A. – „On the propositional calculus  $PI$ “. *Mathematica Japonicae*, 18, pp. 181–203, 1973.
- [59] SETTE, A. M. A., CARNIELLI, W. A. – „Maximal weakly-intuitionistic logics“, *Studia Logica*, 5, pp. 181–203, 1995.
- [60] TARSKI, A. – „The semantic conception of truth and the foundation of semantics“. *Philosophy and Phenomenological Research*, 4, pp. 341–378, 1944.
- [61] WITTGENSTEIN, L. – *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*. 3rd revised edition. Suhrkamp: 1984. (În limba engleză ca: *Remarks on the Foundations of Mathematics*.)

G. H. von Wright, R. Rhees și G. E. M. Anscombe (eds.), 3rd revised edition. Oxford: Basil Blackwell, 1978.)

[62] WITTGENSTEIN, L. – *Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics*: Cambridge, 1939. C. Diamond, editor. The University of Chicago Press, 1989.

### ***Mulțumiri***

*Țin să mulțumesc colaboratorilor mei, Marcelo E. Coniglio și João Marcos, care sunt parteneri la cele mai multe dintre rezultatele prezentate aici, precum și lui Dumitru Gheorghiu pentru traducerea foarte competentă.*



# **R**eductio ad absurdum et modus tollendo ponens<sup>1</sup>

Graham PRIEST

## **1. Introducere**

Existența contradicțiilor adevărate trebuie să fie luată în serios. Din mai multe motive, avem bune temeiuri pentru a presupune că există enunțuri de forma  $A \wedge \neg A$  care sunt adevărate. Aceasta s-a argumentat în altă parte (v., de exemplu, Priest, 1979) și nu doresc să insist acum. Mai curând, doresc să discut consecințele acestei presupunerii pentru unele forme binecunoscute de argumente. În particular, dacă există contradicții adevărate, atunci atât regula *reductio ad absurdum*, cât și silogismul disjunctiv sau, pentru a-i da numele său medieval, *modus tollendo ponens* sunt problematice. Totuși, acestea par a fi o parte integrantă a raționării obișnuite. Trebuie să renunțăm la ele ca fiind nevalide? Putem renunța la ele fără a mutila rațiunea? Care este exact rolul lor în rațiune? Aceasta este problema pe care doresc să o abordez.

## **2. Logica în calitate de organon al criticii**

Logica este concepută foarte restrictiv astăzi drept studiul formelor de raționare validă (în mod obișnuit, deductivă). Totuși, în mod tradițional, logica era concepută ca un domeniu de studiu mult mai larg, incluzând deopotrivă logica (așa cum este concepută astăzi) și retorica. Retorica este studiul folosirii argumentelor

---

<sup>1</sup> *Reductio ad Absurdum et Modus Tollendo Ponens*, în G. Priest, R. Routley, J. Norman (eds.), *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag GmbH, München, 1987  
Traducere de Dumitru Gheorghiu. (N.T.)

Acest articol a fost prezentat pentru prima dată la un simpozion despre paraconsistență și relevanță la Australian National University, aprilie 1980.

pentru a convinge în mod legitim (ceea ce nu trebuie confundat cu sofistica – studiul metodelor ilegite). Astfel, discuțiile despre presupunerea a ceea ce trebuie demonstrat, argumente *ad hominem* etc. cad în domeniul retoricii, nu al logicii în conceperea sa modernă. Este păcat că studiul retoricii a fost îndepărtat din logica modernă, și aceasta din mai multe puncte de vedere, cel mai important în momentul de față fiind acela că soluția problemei noastre se află acolo.

Să începem prin a răspunde următoarei obiecții la paraconsistență. Dacă paraconsistența este corectă, atunci logica este anulată în calitate de organon al criticii. Căci ori de câte ori atacăm concepțiile cuiva prin prezentarea unui argument împotriva uneia dintre acestea, nimic nu oprește persoana respectivă să accepte deopotrivă poziția sa inițială și argumentul nostru, a cărui concluzie neagă acea poziție!

Mai întâi, să notăm că această obiecție cade în mod clar în domeniul retoricii, căci are în vedere folosirea logicii pentru a schimba concepțiile altuia. În al doilea rând, să notăm că ceea ce este în discuție aici este exact folosirea critică a lui *reductio ad absurdum*. Atunci când cineva prezintă un argument împotriva unui oponent, este inutil să pornească de la premise pe care oponentul nu le acceptă. Aceasta nu va convinge. Trebuie să se pornească de la premise pe care oponentul le acceptă deja. Ceea ce face apoi argumentul este să arate că aceste premise, pe care oponentul le acceptă, implică negația a ceva ce este, de asemenea, acceptat de oponent. Cu alte cuvinte, se arată că ansamblul de opinii ale oponentului este inconsistent și se presupune că aceasta îl va face să-și modifice concepțiile. Desigur, aceasta este exact *reductio ad absurdum*. În fine, să notăm că țelul argumentului împotriva paraconsistenței *nu* este acela de arăta că, dacă permitem cuiva să susțină o contradicție, atunci acea persoană ar accepta Falsul. (Căci adepții paraconsistenței susțin că o contradicție poate să nu fie Falsul, astfel că această obiecție presupune ceea ce trebuie demonstrat). Mai curând, țelul argumentului este de a arăta că, dacă paraconsistența este corectă, *reductio ad absurdum* încetează de a mai fi un organon efectiv al criticii – adică o modalitate de a critica și astfel de a schimba opiniile altora.

Oricum, această obiecție este incorectă și își are sursa într-o neînțelegere a felului cum funcționează un argument prin *reductio* în acest context. Supoziția obiecției constă din aceea că o persoană este constrânsă să-și revizuiască opiniile atunci când se arată că unele dintre ele sunt false (o contradicție fiind o falsitate manifestă). Dacă această supoziție ar fi corectă, atunci posibilitatea ca o contradicție să fie adevărată ar îndepărta realmente constrângerea menționată. Totuși, nu acesta este felul în care funcționează *reductio*. Intenția acestui tip de argument este aceea de a determina pe oameni să-și schimbe opiniile, iar a arăta că opiniile lor implică o falsitate nu este o condiție suficientă și nici una necesară pentru aceasta. Nu este o condiție suficientă, întrucât dacă persoana *nu acceptă* consecința concepției sale ca fiind falsă, atunci nu va resimți nici o constrângere pentru a și-o schimba. (Este inutil să arăți că opiniile cuiva implică ideea că Pământul este plat, dacă acea persoană crede că Pământul este plat!). Mai mult, nu este o condiție necesară, întrucât, chiar dacă consecințele sunt realmente adevărate, în cazul în care persoana nu le acceptă, ea va resimți constrângerea de a-și schimba

concepțiile. Astfel, observăm că efectivitatea unui argument prin *reductio* depinde esențialmente de capacitatea sa de a arăta că opiniile unei persoane implică lucruri pe care acea persoană obișnuiește să le respingă.

Odată ce am lămurit toate acestea, putem observa acum că un argument prin *reductio* este tot atât de efectiv, dacă paraconsistența este corectă. Adepții paraconsistenței nu se angajează la acceptarea *tuturor* contradicțiilor. În fapt, mulți dintre noi obișnuiesc să respingă multe dintre acestea. Astfel, în multe cazuri ale unui argument prin *reductio*, constrângerea de modificare a opiniilor este încă resimțită. Adeptul paraconsistenței diferă de alții prin aceea că el *poate* considera în mod serios acceptarea contradicției și, în cele din urmă, *poate* decide să o accepte. (Deși, într-un caz luat la întâmplare, este mai probabil să o respingă). Oricum, acesta nu este un semn de stupiditate: este un semn că adeptul paraconsistenței este mai puțin mărginit și dogmatic decât logicianul clasic, care respinge contradicția nechibzuit și fără ezitare. În orice caz, obiectivul principal a fost atins. Pretenția era că *reductio* eșuează în a fi o formă eficientă de critică, dacă este acceptată paraconsistența. Această pretenție a fost respinsă. Un argument prin *reductio* poate fi foarte bine unul eficient; numai că nu este sigur că funcționează *întotdeauna*.

### 3. *Euthyphron* al lui Platon: o ilustrare

Pentru a ilustra această concluzie, merită să considerăm pe scurt dialogul lui Platon, *Euthyphron*. *Euthyphron* este un dialog între Socrate și Euthyphron, care își acuză tatăl pentru omor prin imprudență. În pofida îndoielilor lui Socrate, Euthyphron este sigur că acțiunea sa este pioasă. Atunci când Socrate îi cere să definească „pietatea“, prima definiție pe care acesta o prezintă este că pietatea este ce le este plăcut zeilor (6e – 7a). Cu flerul său caracteristic, Socrate arată că de aici rezultă că ceva poate fi deopotrivă o pietate și o impietate (8a). Mai târziu, Euthyphron își schimbă părerea<sup>2</sup>. Este ușor să se interpreteze acest pasaj supersimplificat și să se considere că Euthyphron respinge definiția sa pur și simplu pentru că această definiție implică o contradicție. Oricum, această procedură ar fi incorectă [v. Candlish, 1983]. Euthyphron nu este incomodat de ideea că ceva poate fi deopotrivă o pietate și o impietate (8a). (Și nici măcar Socrate, care, mai târziu, acceptă că ceva poate fi, deopotrivă, o pietate și o impietate (8d)). Atunci când, în fapt, Euthyphron se apără împotriva atacului lui Socrate (8b), el se apără împotriva posibilității ca fapta sa (acuzarea tatălui său) să fie deopotrivă o pietate și

<sup>2</sup> Prescurtat, argumentul decurge după cum urmează: Să presupunem că pietatea este ce le este plăcut zeilor. Zeii, însă, pot fi sau sunt dezbinați între ei, astfel că o faptă plăcută unui zeu poate fi urâtă altuia. Admițând că pietatea este ce le este plăcut zeilor, rezultă că aceeași faptă ar putea fi deopotrivă o pietate și o impietate. Euthyphron acceptă mai târziu că pietatea este ce le este plăcut *tuturor* zeilor, o faptă impioasă fiind o faptă urâtă de *toți* zeii. (N.T.)

o impietate. Astfel, el interpretează argumentul lui Socrate ca arătând că fapta sa poate fi o impietate (chiar dacă este pioasă), ceea ce el nu poate accepta. Astfel, argumentul lui Socrate este eficient fără supoziția generală conform căreia contradicțiile sunt inacceptabile. Este eficient, deoarece această contradicție particulară este inacceptabilă.

Aceasta ilustrează exact felul în care paraconsistența nu arată că *reductio ad absurdum* este o formă inutilă de argument într-un context retoric. *Reductio* este doar un tip special de argument *ad hominem*: un argument care arată că anumite opinii au consecințe inacceptabile.

#### 4. Inacceptabilitatea generală a contradicțiilor și acceptabilitatea particulară a unor contradicții

Să sondăm mai profund. În definitiv, care ar fi motivul pentru care un adept al paraconsistenței ar fi dispus să respingă o contradicție? La urma urmei, *justificarea* clasică pentru a respinge o contradicție este aceea că o contradicție este vădit neadevărată, și, ca atare, este de neacceptat. O dată ce admitem că pot fi adevărate contradicțiile, de ce am fi dispuși să le respingem?

În parte, cred că răspunsul la această întrebare este acela că, odată ce ne familiarizăm cu ideea că unele contradicții sunt adevărate, s-ar putea să nu mai fim chiar atât de dispuși să le respingem. Eu, de pildă, am ajuns să fiu mult mai precaut de când am devenit un adept al paraconsistenței. Aceasta nu ajunge, însă, la fondul problemei. Căci, deși unele contradicții sunt adevărate, rămâne încă supoziția, și chiar una rezonabilă, că este mult mai probabil ca o contradicție luată la întâmplare să nu fie adevărată decât să fie adevărată. Căci numărul de contradicții adevărate este relativ mic în comparație cu numărul celor neadevărate. Desigur, „relativ mic” este aici o aparență înșelătoare. Dat fiind orice limbaj în care apar propoziții paradoxale, vor fi tot atât de multe propoziții paradoxale câte propoziții. (Dacă  $A$  este paradoxală, tot așa sunt  $A \vee A$ ,  $A \wedge A$ ,  $\neg A$  etc.). Cu toate acestea, frecvența cu care întâlnim propoziții paradoxale în *raționarea obișnuită* este foarte redusă. În cel mai bun (cel mai rău?) caz, propozițiile paradoxale apar doar în anumite circumstanțe logico-matematice, juridice sau dialectice (și poate în câteva alte circumstanțe). Dar acestea abia dacă dau seama de temele raționării noastre obișnuite și chiar acolo unde sunt astfel de teme, frecvența apariției propozițiilor paradoxale este, totuși, redusă. Tocmai frecvența redusă a propozițiilor paradoxale în discursul nostru justifică presupuziția generală conform căreia o contradicție întâlnită nu este paradoxală. În cazuri particulare, s-ar putea să fie necesar să examinăm amănunțit această presupuziție și poate să o respingem, dar ea furnizează în mod obiectiv *justificarea* pentru eficiența argumentelor prin *reductio*.

Toate acestea pot fi foarte bune, dar ridică următoarea întrebare evidentă: cum distingem dacă o anumită contradicție  $A \wedge \neg A$  este adevărată? Întrebarea merită să fie pusă, dar răspunsul este simplu și, aproape sigur, dezamăgitor. Stabilim că acea contradicție este adevărată, stabilind că  $A$  este adevărată și stabilind că  $\neg A$  este adevărată. Dar cum stabilim că  $A$  este adevărată? Din nefericire, nu există un răspuns universal la această întrebare. (Dacă ar exista, viața ar fi mult mai ușoară!). Fiecare domeniu de cercetare are propriile sale teste (supuse greșelii) pentru adevăr. Aceasta este tot ceea ce se poate spune cu folos în general. Cu toate acestea, poate că merită să examinăm un exemplu particular: antinomiile teoriei mulțimilor.

Să presupunem că pornim (așa cum am făcut-o, istoric) cu o încredințare în axiomele teoriei naive a mulțimilor. Acestea conduc la o contradicție. Vom continua să acceptăm axiomele și contradicția sau vom respinge contradicția și vom încerca să reformulăm axiomele? În mod clar, ceea ce trebuie făcut este să examinăm ambele posibilități. Numai una dintre acestea a fost urmărită cu multă vigoare până acum: cea de a doua. Rezultatele nu au fost încurajatoare. Reformulările sunt întotdeauna *ad-hoc* (cu justificări neînsemnate – cel puțin pentru a rezista la presiuni binevoitoare), arbitrar (dovadă în cât de multe feluri pot fi făcute) și au drept consecință respingerea unei părți considerabile a raționării naive, perfect valabilă. (Priviți confuzia din fundamentele teoriei categoriilor). În comparație cu aceasta, cealaltă posibilitate implică puține lucruri care ar putea merge într-o direcție greșită. Singura sa problemă este că prea mult s-ar putea dovedi a fi paradoxal. Este perfect în regulă că mulțimea lui Russell este și nu este propriul său membru, dar ar fi prea mult dacă am putea dovedi că orice ordinal este identic cu orice alt ordinal (precum și diferit de orice alt ordinal) sau chiar că  $0 \neq 0$ . Aceste rezultate par neverosimile. Rezultatele lui Brady (1989), reprezintă un pas important în clarificarea problemei, dar este limpede că trebuie întreprinse mai multe cercetări.

Oricum, odată ce aceste două posibilități au fost examinate, trebuie să alegem una dintre ele. Alegerea este destul de evidentă, dar putem fi puțin mai formal în această privință. După cum a arătat filosofia științei, pare a fi în principiu imposibil de stabilit un criteriu unic pentru teoria deciziei. Mai curând, există un set de criterii, incluzând grade și o câțime de *ad-hoc*, productivitate, capacitate de rezolvare de probleme etc. Nu este greu de văzut că, atunci când se face comparația, teoria naivă, inconsistentă, a mulțimilor își depășește competitorii. Voi lăsa detaliile argumentului pentru a fi tratate amănunțit în altă parte (deși unele dintre argumente sunt date în Priest, 1989, 1983b). Este suficient pentru moment că am arătat ce fel de considerații ar putea duce la acceptarea rațională a unei contradicții. Acestea se dovedesc a fi unele foarte familiare.

## 5. O problemă importantă

În următoarea secțiune doresc să trec la considerarea lui *reductio ad absurdum* în contextul demonstrației, mai curând decât în cel al criticii, dar înainte de a aceasta, trebuie semnalată o problemă care merită să fie considerată separat.

Să presupunem că cineva acceptă o disjuncție,  $A \vee B$ . Nimic, deocamdată, nu forțează persoana respectivă să accepte unul sau altul dintre disjuncți,  $A$  sau  $B$ . Totuși, să presupunem că acea persoană ajunge să respingă unul dintre disjuncți, să zicem pe  $A$ , dar continuă să accepte  $A \vee B$ . Atunci, persoana respectivă este angajată la acceptarea celuilalt disjunct,  $B$ . *Justificarea* pentru aceasta este exact condiția de adevăr a disjuncției:  $A \vee B$  este adevărată, dacă  $A$  este adevărat sau  $B$  este adevărat (sau, într-un alt jargon, primordialitatea Adevărului). Cel care se angajează la  $A \vee B$  nu se angajează în felul acesta nici la  $B$  și nici la  $A$ . Totuși, el este angajat rațional la acceptarea unuia dintre disjuncți, dacă îl respinge pe celălalt. Desigur, persoana în chestiune poate să refuze să fie rațională și să facă ceea ce trebuie făcut, dar aceasta este nerelevant; ceea ce trebuie să facă, în mod rațional, este clar. (Acest punct de vedere a fost susținut viguros, în mai multe rânduri, de Meyer, 1978; v., de exemplu, pp. 87, 90n.)

Cititorului superficial poate să i se pară că justificarea pentru acest comportament se bazează pe o aplicare a silogismului disjunctiv:  $A \vee B$  este adevărată. Prin urmare,  $A$  este adevărat sau  $B$  este adevărat. Dar  $A$  nu este adevărat. De aici rezultă că  $B$  este adevărat. Totuși, este incorect. Justificarea pentru această procedură este una retorică, nu una formală. Dacă  $A \vee B$  este acceptată și  $A$  este respins,  $B$  trebuie să fie acceptat.

Dacă această distincție nu este clară, comparați-o cu următoarea: Dacă cineva acceptă  $A \rightarrow B$  ca adevărată și acceptă că  $\neg B$  este adevărată, atunci trebuie să accepte că  $\neg A$  este adevărată. Justificarea pentru aceasta este validitatea formală a lui *modus tollendo tollens*:  $(A \rightarrow B, \neg B / \neg A)$ . Totuși, dacă acceptă  $A \rightarrow B$  și respinge  $B$ , atunci în mod clar este cel mai bine să respingă pe  $A$ . Totuși, acesta nu este *modus tollendo tollens*. Chestiunea esențială aici este că acceptarea lui  $\neg A$  ca adevărată este diferită de respingerea lui  $A$ . Cineva poate să respingă pe  $A$  fără să accepte  $\neg A$ . (Dacă, de exemplu, susține, probabil pe temeuri intuiționiste, că deopotrivă  $A$  și  $\neg A$  pot să nu aibă loc). Reciproc, cineva poate să accepte  $\neg A$  fără să respingă pe  $A$  (De pildă, dacă acceptă posibilitatea ca  $A$  să fie paradoxal). Silogismul disjunctiv depinde de acceptarea lui  $\neg A$ , procesul care ne preocupă depinde de respingerea lui  $A$ .

Pentru a rezuma: dacă cineva acceptă  $A \vee B$  și respinge pe  $A$ , atunci trebuie în mod rațional să accepte pe  $B$ . Să numim aceasta principiul acceptării pentru disjuncție (PAD). PAD poate fi simbolizat simplu. Să folosim  $\vdash_x$  pentru „ $x$  acceptă că” și  $\neg_x$  pentru „ $x$  respinge că” (notația îi aparține lui Richard Routley). Atunci, presupunând că  $x$  este un agent rațional, PAD este pur și simplu

$$(\vdash_x A \vee B) \wedge (\neg_x A) \rightarrow \vdash_x B \quad (\text{PAD})$$

O problemă evidentă în acest punct este următoarea. Noi luăm paraconsistența în serios. PAD pare foarte rezonabil pentru o minte clasică, dar ce se întâmplă dacă permitem deopotrivă acceptarea și respingerea unui enunț de către cineva? Aceasta subminează PAD? Dacă  $x$  acceptă  $A \vee B$  și respinge pe  $A$ , atunci mai este  $x$  angajat la acceptarea lui  $B$ , chiar dacă acceptă pe  $A$ ?

Aici apar două chestiuni importante. În primul rând, adeptul paraconsistenței nu este în nici un fel angajat față de concepția conform căreia toate contradicțiile (sau perechile de contrarii) sunt realizabile. În particular, perechea  $\vdash_x A$  și  $\vdash_x A$  nu ar părea să fie de acest fel. Cineva care respinge pe  $A$  nu poate simultan să accepte pe  $A$ , tot așa cum o persoană nu poate simultan să prindă un autobuz și să îl piardă sau să câștige o partidă de șah și să o piardă. Dacă o persoană este întrebată dacă  $A$  sau nu  $A$ , ea poate, desigur, să răspundă „Da și nu”. Totuși, aceasta nu arată că acea persoană acceptă și respinge deopotrivă pe  $A$ . Aceasta înseamnă că acea persoană acceptă deopotrivă pe  $A$  și negația sa. Mai mult, o persoană poate ezita între a accepta și a respinge un enunț. Ea poate fi, de asemenea, indecisă cu privire la ceea ce are de făcut. Dar nu poate să le facă pe ambele. În al doilea rând, chiar dacă cineva ar putea, *per impossibile*, să accepte și să respingă deopotrivă pe  $A$ , PAD nu ar eșua. Preocuparea în legătură cu PAD depinde de observația potrivit căreia faptul că cineva acceptă o disjuncție și unul dintre disjuncți nu implică în nici un fel că acel cineva trebuie să accepte rațional celălalt disjunct, i.e.:

$$\neg((\vdash_x A \vee B) \wedge (\vdash_x A) \rightarrow \vdash_x B)$$

Oricum, aceasta nu respinge PAD, căci ambele sunt adevărate. Astfel, dacă agentul respinge  $A$ , el *ar fi* încă angajat în mod rațional să accepte pe  $B$ , chiar dacă poate să accepte pe  $A$ . Prin urmare, iată două motive pentru care PAD nu este subminat de paraconsistență.

## 6. Reductio ad absurdum ca demonstrație

Să trecem acum la folosirea lui *reductio ad absurdum* în contextul demonstrației. Cu acest domeniu logicienii sunt mult mai familiarizați (deși numai cu aspectele formale, nu și cu cele retorice). Nu mai avem două persoane, dintre care una încearcă să schimbe concepțiile celeilalte. În loc de aceasta, avem o persoană ale cărei concepții sunt cu siguranță fixate și nu sunt deschise la revizuire, și care le demonstrează altora, deducându-le din stocul fixat. În mod tradițional, una dintre cele mai importante astfel de metode de demonstrație a fost *reductio ad absurdum*: se presupune  $A$ ; din  $A$  și din alte adevăruri acceptate se deduce o contradicție; se inferă  $\neg A$  și se descarcă supoziția  $A$ . Probabil că unele dintre cele

mai faimoase rezultate matematice au demonstrații care folosesc în mod esențial *reductio*: iraționalitatea lui  $\sqrt{2}$ , nenumărabilitatea mulțimii numerelor reale, faptul că puterea unei mulțimi  $x$  este mai mare decât  $x$  etc. Cu toate acestea, paraconsistența aruncă aici unele îndoieli asupra folosirii lui *reductio*. Ar trebui să conchidem că  $\sqrt{2}$  este, la urma urmei, rațional? Să cercetăm mai îndeaproape.

Forma generală a unei demonstrații prin *reductio* este următoarea:

$$\frac{\Sigma \vdash C \Pi \vdash \neg C}{\Sigma \cup \Pi - \{A\} \vdash \neg A} \quad (\rho)$$

unde „ $\Delta \vdash B$ ” înseamnă că există o derivare a lui  $B$  din întreaga mulțime  $\Delta$ , în care fiecare membru al lui  $\Delta$  este utilizat relevant, iar  $A \in \Sigma \cup \Pi$ .

Toate celelalte forme ale lui *reductio* sunt reducibile la aceasta, sub supoziții rezonabile. De exemplu, dacă  $\Sigma \vdash C \wedge \neg C$ , atunci  $\Sigma \vdash C$  și  $\Sigma \vdash \neg C$ . Prin urmare,  $\Sigma - \{A\} \vdash \neg A$ . Dacă  $A \in \Sigma$  și  $\Sigma \vdash \neg A$ , atunci, întrucât  $\{A\} \vdash A$ ,  $\Sigma - \{A\} \vdash \neg A$  etc.

În prezent, existența contradicțiilor adevărate nu dovedește că schema  $\rho$  este nevalidă, i.e. nu putem utiliza acest fapt pentru a construi un contraexemplu la  $\rho$  și, prin urmare, nu există un temei *a priori* pentru care  $\rho$  nu ar fi acceptabilă într-o logică paraconsistentă. (Cu siguranță, nu conduce la execrabilul *ex falso quodlibet*, cu condiția să luăm pe „ $\vdash$ ” în mod serios. Dacă ar fi să permitem ca  $\{A, B\} \vdash A$ , atunci am obține  $\{A, \neg A\} \vdash \neg B$ , după cum urmează:

$$\frac{\{A\} \vdash A \quad \{A, B\} \vdash \neg A}{\{A, \neg A\} \vdash \neg B}$$

Dar, în general, nu există nici o modalitate de a obține pe  $\{A, B\} \vdash A$ , după cum știm acum. Într-adevăr,  $\rho$  are loc în unele dintre cele mai puternice logici paraconsistente, cum este  $R$ .

Totuși,  $\rho$  eșuează cu siguranță în unele logici paraconsistente slabe, cum este logica mea din 1980. (Cu toate că, încă odată, anumite cazuri speciale pot să aibă loc). Acest fapt nu este surprinzător. Căci, deși nu putem folosi existența contradicțiilor adevărate pentru a produce un contraexemplu la  $\rho$ , existența acestora subminează întrucâtva justificarea lui  $\rho$ . Într-adevăr, putem lua partea principală a unei demonstrații prin *reductio*, deducerea unei contradicții din  $A$  și anumite axiome, drept un criteriu al adevărului lui  $\neg A$ . Dar de ce am face-o, dacă o contradicție poate fi adevărată?

Să presupunem atunci (după cum pare a fi verosimil) că  $\rho$  nu este în general acceptabilă din punct de vedere paraconsistent. Ar trebui să nu mai folosim această schemă în demonstrații? Răspunsul este „nu” și decurge simplu din discuția noastră despre *reductio* în contextul criticii. Căci contextul demonstrației este ușor de asimilat contextului criticii.  $X$  a acceptat că toți membrii lui  $\Sigma \cup \Pi$  sunt adevă-



rați.  $Y$  îl forțează să admită că  $\Sigma \vdash C$  și  $\Pi \vdash \neg C$ . Este vorba doar despre faptul că  $X$  și  $Y$  sunt una și aceeași persoană. Acum, în această situație,  $X$  are o alegere de făcut. Toți membrii lui  $\Sigma \cup \Pi$ , cu excepția lui  $A$ , sunt intangibili, întrucât sunt axiome.  $X$  poate continua să accepte pe  $A$  și să accepte contradicția  $C \wedge \neg C$ . Cu toate acestea, el poate, și cu temeiuri excelente (după cum am discutat), să respingă atât contradicția, cât și pe  $A$ . Cu condiția ca supoziția conform căreia domeniul în chestiune nu este unul paradoxal (sau, cel puțin, dacă este, ca enunțul  $C$  să nu fie unul dintre parodoxe) să fie rezonabilă, atunci este rezonabil să respingă pe  $A$ .

Totuși, aceasta nu ne dă, ca atare, concluzia formală a lui *reductio*.  $X$  poate să fi respins pe  $A$ , dar, după cum am văzut, aceasta nu este același lucru cu acceptarea lui  $\neg A$ . Aici intră în scenă PAD. Căci dacă  $X$  acceptă  $A \vee \neg A$  ca fiind adevărată, atunci când respinge  $A$  el trebuie, conform PAD, să accepte  $\neg A$ . Acum, instanțele legii tertului exclus pot fi suspectate în anumite ocazii, dar, în general, este rezonabil să acceptăm majoritatea instanțelor sale. Prin urmare, în majoritatea cazurilor, pasul va fi unul foarte rezonabil. Astfel, cu condiția să acceptăm  $A \vee \neg A$  și să respingem caracterul paradoxal al lui  $C$ , ambele fiind foarte rezonabile, putem accepta concluzia unei demonstrații formale care utilizează *reductio ad absurdum*. Esențialmente, acceptabilitatea demonstrației rezidă în respingerea posibilității ca enunțul  $C$  să fie paradoxal. Aceasta se poate formula ușor mai general, folosind noțiunile de consistență/ inconsistentță locală. Acestea sunt noțiuni paraconsistente simple, dar importante. Dacă  $\Sigma$  este orice mulțime deductiv închisă de enunțuri,  $\Sigma$  este *local consistentă* în raport cu  $B$ , dacă sau  $B \notin \Sigma$ , sau  $\neg B \notin \Sigma$ .  $\Sigma$  este *local inconsistentă* în raport cu  $B$  dacă nu este local consistentă în raport cu  $B$ . (Definiția poate fi extinsă la mulțimi care nu sunt deductiv închise, prin închiderile lor deductive). Un caz special al inconsistenței locale are loc atunci când  $\Sigma$  este  $Ad_L$ , mulțimea adevărilor unui limbaj  $L$ . În multe cazuri (de exemplu, dacă  $L$  este semantic închis),  $Ad_L$  este (global) inconsistentă. Totuși,  $Ad_L$  poate fi local consistentă în anumite puncte. Într-adevăr, este evident că  $Ad_L$  este local consistentă în raport cu  $A$ , dacă  $A$  nu este paradoxal. Prin urmare, o demonstrație prin *reductio* a cărei concluzie are drept subdemonstrație pe  $C \wedge \neg C$  este acceptabilă, cu condiția să putem respinge în mod rezonabil inconsistența locală a  $Ad_L$  în raport cu  $C$ , unde  $L$  este limbajul utilizat.

Să ne întoarcem acum la problema dacă  $\sqrt{2}$  este rațional, dacă mulțimea numerelor reale este numărabilă etc. Primii pași în analiza acestor probleme constau din (a) a stabili sistemul corect de logică paraconsistentă și (b) a determina dacă formele specifice ale lui *reductio* utilizate în aceste argumente sunt valide. Acestea sunt chestiuni importante. Totuși, sunt prea detaliate pentru a fi discutate aici. În loc de aceasta, să presupunem, cel puțin pentru beneficiul discuției, că aceste demonstrații nu sunt formal valide. Problema acceptabilității acestor rezultate depinde acum de acceptabilitatea unui argument general prin *reductio*, care, după cum am văzut, depinde esențialmente de problema consistenței locale. Nimeni nu a produs vreodată un temei pentru a presupune că teoria standard de ordinul doi a numerelor reale este inconsistentă. Prin urmare, dat fiind oricare

dintre membri săi  $A$ , este rezonabil să respingem supoziția că teoria este local inconsistentă în raport cu  $A$ . Astfel, este rezonabil să acceptăm că o demonstrație prin *reductio* funcționează în acest context și deci că  $\sqrt{2}$  este irațional și mulțimea numerelor reale este nenumărabilă. Întorcându-ne la demonstrația conform căreia puterea mulțimii  $x$  este de cardinalitate mai mare decât  $x$ , putem avea foarte bine, în virtutea paradoxurilor teoriei mulțimilor, unele temeiuri pentru a suspecta că în această demonstrație apare o paradoxalitate. Totuși, nimeni nu a arătat vreodată că este rezonabil să se presupună că mulțimile obișnuite au proprietăți inconsistente, astfel că pare rezonabil a accepta că demonstrația arată că, cel puțin pentru majoritatea mulțimilor  $x$  de care matematicienii sunt interesați, puterea mulțimii  $x$  este de cardinalitate mai mare decât  $x$ . Cu toate acestea, cineva poate avea îndoieli foarte serioase despre faptul dacă puterea mulțimii  $r$  a lui Russell, a mulțimii  $Or$  a tuturor numerelor ordinale și a mulțimii universale  $V$  sunt mai mari decât mulțimile însele.

În acest punct trebuie să replicăm unei obiecții. Dacă avem un temei pentru a ne îndoi cu privire la demonstrațiile prin *reductio* în aria mulțimilor  $r$ ,  $V$  și  $Or$ , nu punem în primejdie pretenția că există contradicții adevărate? Căci multe paradoxuri sunt obținute folosind argumente prin *reductio* în vecinătatea acestor mulțimi. Răspunsul este „nu“. Mai întâi, paradoxul lui Russell:

$$\forall x(x \in r \leftrightarrow x \notin x)$$

$$r \in r \leftrightarrow r \notin r$$

$$r \in r \wedge r \notin r$$

folosește *reductio* doar în forma foarte slabă

$$\frac{A \rightarrow \neg A}{\neg A},$$

care este echivalenta legii terțului exclus și are în loc în majoritatea logicilor paraconsistente, chiar și în cele mai slabe. Mai mult, paradoxul lui Burali-Forti se demonstrează fără a folosi *reductio*. Căci putem da argumente independente atât pentru  $Or \in Or$ , cât și pentru  $Or \notin Or$ . Dacă  $Or$  este mulțimea (lui von Neumann) a ordinarilor, atunci  $Or$  este o mulțime tranzitivă bine ordonată de ordinale și deci este un ordinal, i.e.  $Or \in Or$ . Mai departe, întrucât ordinarile sunt, prin definiție, bine ordonate prin relația  $\in$ ,  $\forall \alpha (\alpha \in Or \rightarrow \alpha \notin \alpha)$ . Prin urmare, în particular,  $Or \notin Or$ .

Similar, să considerăm paradoxul celui mai mic indefinibil ordinal (fără parametri). Întrucât mulțimea ordinarilor este nenumărabilă, acesta există și este indefinibil. Dar noi tocmai l-am definit. (Rețineți, de asemenea, că existența ordinarilor nenumărabile poate fi dovedită fără o demonstrație prin *reductio*. Fie  $\beta = \{\alpha | \alpha \text{ este un ordinal numărabil}\}$ .  $\beta$  este un ordinal și deci  $\beta \notin \beta$ . Astfel,  $\beta$  nu

este un ordinal numărabil). Pentru o examinare amănunțită a paradoxurilor care nu utilizează *reductio*, vezi Priest, 1983a.

Astfel, respingerea parțială a demonstrațiilor prin *reductio* nu subminează paraconsistența. Oricum, pentru a rezuma această secțiune, am văzut că, acolo unde inconsistența locală este respinsă, o demonstrație prin *reductio* este perfect rezonabilă. Paraconsistența poate ruina încrederea oarbă în *reductio* ca metodă de demonstrație. Dar pune în loc opinia întemeiată pe rațiune.

## 7. Modus tollendo ponens

Și acum să rămânem în contextul demonstrației, dar să ne îndreptăm atenția către o regulă de inferență care a provocat recent unele controverse în cercul adeptilor logicilor relevante. Problema este acceptabilitatea formei de inferență *modus tollendo ponens* (MTP) sau, pentru a-i da un nume mai familiar, silogismul disjunctiv. Aceasta este forma de inferență

$$\{A, \neg A \vee B\} \vdash B.$$

Anderson și Belnap susțineau în 1975, secțiunea 25, că forma de axiomă a MTP este falsă, i.e. că  $A \wedge (\neg A \vee B) \rightarrow B$  este falsă. Ideea este că aceasta cuprinde o eroare de relevanță. Totuși, ceea ce susțin ei este, oarecum, mai puțin decât convingător. Mai întâi, antecedentul și consecventul acestui principiu *satisfac* condiția lui Anderson și Belnap pentru relevanță, și anume au o variabilă în comun. După cum se știe, aceasta nu a fost considerată niciodată drept o condiție suficientă, ci mai curând drept una necesară. Oricum,  $A \wedge (\neg A \vee B)$  apare pentru toată lumea ca și cum ar fi relevantă pentru  $B$ . În plus, este foarte dificil pentru ei să spună de ce ar trebui să ne abținem de la folosirea MTP. În definitiv, din punct de vedere clasic s-ar părea că nu există nici o situație în care premisele să fie adevărate și concluzia falsă. Așadar, dacă știm că premisele sunt adevărate, de ce nu am putea infera concluzia?

Anderson și Belnap au dreptate atunci când susțin că MTP este formal nevalid (cu toate că, desigur, unele instanțe de substituție ale sale pot fi valide). Totuși, explicația acestui fapt este furnizată de paraconsistență. MTP nu este o eroare de relevanță: pur și simplu eșuează în a conserva adevărul. Dacă  $A$  și  $\neg A$  sunt adevărate, atunci premisele sunt adevărate, oricum ar fi  $B$ . Desigur, Anderson și Belnap nu cred în contradicțiile adevărate, astfel încât nu pot adopta această cale, ceea ce face ca respingerea MTP să fie filosofic instabilă. Prin urmare, nu este surprinzător să afli că alt adept al logicilor relevante, Meyer, care, de asemenea, nu ia paraconsistența prea în serios, argumentează că MTP este o formă de inferență perfect acceptabilă (cel puțin în situații „normale”). (v. articolul său, 1978). Totuși, într-un anumit sens, Meyer are

dreptate: MTP este acceptabil în situații consistente. Am susținut eu însumi aceasta (în articolul meu, 1979, secțiunea IV.1). Oricum, chestiunea trebuie să fie examinată cu atenție, întrucât este mult mai subtilă decât pare.

Se poate crede că, dacă adăugăm o premisă suplimentară conform căreia  $A \wedge \neg A$  nu este adevărată, silogismul disjunctiv este valid. Astfel, fie  $T$  operatorul de adevăr. Atunci, deși nu putem argumenta de la  $A \wedge (\neg A \vee B)$  la  $B$ , putem argumenta valid de la  $\neg T(A \wedge \neg A)$  și  $A \wedge (\neg A \vee B)$  la  $B$ , i.e.

$$\{A \wedge (\neg A \vee B), \neg T(A \wedge \neg A)\} \vdash B.$$

Totuși, este incorect. Nevaliditatea MTP este dovedită luând în mod serios posibilitatea contradicțiilor adevărate. În plus, dacă situația este inconsistentă, adăugarea unei premise suplimentare pentru a arăta că nu este așa nu va schimba situația – observație făcută de Belnap și Dunn (1983). În particular, adevărul lui  $\neg T(A \wedge \neg A)$  nu exclude adevărul lui  $A$  și  $\neg A$ ! Dacă  $A$  și  $\neg A$  sunt adevărate, tot așa este și  $A \wedge \neg A$  și tot așa este  $\neg T(A \wedge \neg A)$ . Dar aceasta poate fi doar o altă contradicție adevărată și dacă este, antecedentii inferenței pot fi adevărați, în timp ce concluzia este oarecare. (Să notăm că dacă acceptăm  $T$ -schema și contrapозиția, atunci  $\neg T(A \wedge \neg A)$  este întotdeauna adevărată! Căci  $T(A \wedge \neg A) \leftrightarrow A \wedge \neg A$ . Deci  $\neg(A \wedge \neg A) \leftrightarrow \neg T(A \wedge \neg A)$ . Dar partea stângă a acestei formule este o tautologie, clasică și paraconsistentă (v. articolul meu din 1979, III.8).

Ar fi posibil să se impună vreo altă condiție pentru  $A$ , care ar putea fi adăugată silogismului disjunctiv pentru a-l face entimematic valid? Ideea evidentă este că o anumită interpretare a lui „ $A$  nu este paradoxal” ar trebui să realizeze această stratagemă. Totuși, nu o va realiza. Problema este că nu există nici o garanție *a priori* că enunțul „ $A$  nu este paradoxal” nu este el însuși paradoxal. Astfel, chiar „ $A$  nu este paradoxal  $\wedge A \wedge \neg A$ ” poate fi adevărat. Și dacă este, toate premisele silogismului disjunctiv entimematic sunt adevărate, în timp ce concluzia este una oarecare. Nu este dificil nici să arătăm că atribuirile caracterului paradoxal pot fi ele însele paradoxale. Să considerăm doar

(1) Această propoziție este falsă și nu este paradoxală.

Dacă (1) este adevărată, atunci este falsă și nu este paradoxală. Prin urmare (1) este paradoxală și nu este paradoxală. Dacă (1) este falsă, atunci este adevărată sau paradoxală. Dacă este adevărată, atunci este paradoxală și nu este paradoxală, ca mai sus. Dacă este paradoxală, este cu siguranță adevărată și deci este paradoxală și nu este paradoxală. Prin urmare, (1) este paradoxală și nu este paradoxală.

De fapt, putem demonstra că nu există nici o condiție impusă lui  $A$ ,  $C(A)$ , care, adăugată la premisele silogismului disjunctiv, să ne permită să inferăm valid

concluzia. (Această observație este datorată lui Eroll Martin). Să presupunem că pentru o  $C(A)$  oarecare,

$$\{C(A), A \wedge (\neg A \vee B)\} \vdash B.$$

Atunci

$$\{C(A) \wedge A \wedge (\neg A \vee B)\} \vdash B.$$

Dar

$$\{C(A) \wedge A \wedge \neg A\} \vdash C(A) \wedge A \wedge (\neg A \vee B),$$

de unde

$$\{C(A) \wedge A \wedge \neg A\} \vdash B.$$

Dar aceasta este o eroare de relevanță. Astfel, silogismul disjunctiv nu poate fi salvat prin această abordare.

Pentru a rezuma cele spuse până acum: nu se poate produce nici un enunț care să forțeze o formulă să se comporte consistent. Putem să spunem „ $A$  se comportă consistent“, dar, întrucât este posibil ca „metateoria“ noastră să fie inconsistentă, aceasta nu poate impune comportamentul consistent. Aceasta este doar una dintre realitățile incontestabile ale vieții paraconsistente.

Cum trebuie să fie înțeleasă, atunci, pretenția că MTP este acceptabil în situații consistente? S-a sugerat că dacă trecem de la domeniul raționării efective la cel al metateoriei, vizând situația în care se află cel care raționează, putem obține o înțelegere corectă. Astfel, fie  $T$  o teorie (situație, mulțime de propoziții etc.). Atunci, dat fiind doar faptul că  $T$  este consistentă (i.e.  $A \in T \rightarrow \neg A \notin T$ ) și completă (i.e.  $A \vee B \in T \rightarrow A \in T$  sau  $B \in T$ ), din  $A \in T$  și  $\neg A \vee B \in T$  putem infera că  $B \in T$  (\*). Acest argument poate fi găsit în Routley și Routley, 1972, p. 329.

Cu toate acestea, ca de obicei, retragerea în metateorie nu rezolvă problema, ci doar o deplasează. Căci argumentul pentru (\*) decurge esențialmente după cum urmează:

- (1) Fie  $\neg A \vee B \in T$
- (2) Atunci  $\neg A \in T$  sau  $B \in T$ , întrucât  $T$  este completă.
- (3) Dar  $A \in T$
- (4) Deci  $\neg A \notin T$ , întrucât  $T$  este consistentă
- (5) Astfel,  $B \in T$  prin (2) și (4).

Problema evidentă cu acest argument este aceea că pasul (5) este aplicație a MTP.

S-ar putea sugera că acest fapt face ca poziția lui Routley și Routley să fie deschisă la un argument *ad hominem*. Totuși, aceasta ar fi o greșeală. La urma urmei, ei încearcă să arate că unele aplicații ale MTP sunt acceptabile. Oricum, este clar că MTP nu poate fi utilizat pentru a justifica folosirea MTP fără a presupune, într-un anumit sens, ceea ce trebuie demonstrat. (Situția este exact analoagă cu justificarea inductivă a inducției). Mai mult, și cel mai important în acest context, dacă vom continua încercarea de a stabili condițiile sub care MTP poate fi folosit în mod legitim și de ce poate fi folosit astfel, atunci, din cauza folosirii MTP, acest argument nu ne este de mare ajutor. Routley și Routley sunt într-adevăr conștienți de această problemă și recurg la o încercare ingenioasă de a justifica aplicarea MTP. Căci ei vorbesc despre „non-apartenență [a lui  $\neg A$ ], dacă  $T$  poate fi folosită pentru a elimina apartenența lui  $\neg A$  dată fiind doar o relație de apartenență consistentă” (op. cit., p. 329, sublinierea îmi aparține). Totuși, aceasta nu ne va ajuta. Căci este vorba exact despre pretenția că MTP este utilizabil în situații consistente, ale căror sensuri și justificări încercăm să le determinăm. Prin urmare, nu ajungem nicăieri. (Într-adevăr, dacă aici este invocată consistența globală, stăm mult mai rău: relația de apartenență este în mod notoriu inconsistentă).

S-ar putea întâmpla să existe demonstrații ale (\*) care să nu folosească MTP. Oricum, nu cunosc o astfel de demonstrație și nu mă aștept să găsesc vreuna. Căci tipurile de considerații care produc un contraexemplu la silogismul disjunctiv entimematic sugerează că putem găsi un contraexemplu la (\*). Esențialmente, tot ce ne trebuie este o teorie consistentă  $T$ , astfel încât  $\neg A \in T$  și  $A \in T$ , dar astfel încât să nu ne putem mulțumi cu  $B \in T$  pentru un  $T$  oarecare. Producerea unei teorii consistente inconsistentă rămâne o problemă deschisă.

În final, înainte de a părăsi această abordare a MTP, să notăm că fără MTP putem demonstra o rudă a (\*), și anume

$$(T \text{ este consistentă} \wedge T \text{ este completă} \wedge (\neg A \vee B \in T) \wedge (A \in T)) \supset B \in T.$$

Las demonstrația ca exercițiu. (Totuși, cei care vor să trișeze pot consulta demonstrația lui Meyer, conform căreia  $\gamma$  are loc pentru  $R$  în forma unei implicații materiale; v. 1978, pp. 59–65). Dar aceasta nu ne ajută prea mult. Căci, chiar dat fiind antecedentul, nu putem infera că  $B \in T$ , dacă nu putem folosi în mod legitim MTP, iar ceea ce încercăm încă să stabilim este tocmai *modus operandi* al MTP.

Până acum am tras un loz necâștigător. Cum trebuie să înțelegem pretenția că MTP este acceptabil în situații consistente? De fapt, răspunsul este foarte simplu și decurge imediat din discuția noastră anterioară despre *reductio ad absurdum*. Să presupunem că avem demonstrații necondiționate pentru  $A$  și  $\neg A \vee B$ . Atunci avem o demonstrație necondiționată pentru  $A \wedge (\neg A \vee B)$  și de aici  $(A \wedge \neg A) \vee B$ . Dar, așa cum am explicat în secțiunea 4, este adesea rezonabil să respingem o contradicție și, deci, prin PAD, cu condiția să respingem pe  $A \wedge \neg A$ , trebuie să acceptăm pe  $B$ . Aceasta este soluția la problema MTP. Este rezonabil să acceptăm

concluzia unei aplicații a MTP, cu condiția să putem respinge în mod rezonabil o anumită contradicție. Dar respingerea lui  $A \wedge \neg A$  este exact respingerea inconsistenței locale a contextului în problema cu privire la  $A$ . Astfel, totul depinde de respingerea unei inconsistențe locale.

Este absolut esențial să se distingă aici între acceptarea consistenței (locale) și respingerea inconsistenței (locale). Ar trebui să fie evident de acum că acestea sunt distincte. În plus, acceptarea consistenței locale nu este suficientă pentru a face loc MTP. După cum am văzut, nu există nici o condiție asupra lui  $A$ , a cărei acceptare va face să funcționeze MTP. Această sarcină este îndeplinită de respingerea inconsistenței (locale).

## 8. Concluzie: inferențe cvasi-valide

Discuția despre MTP poate fi aplicată unei clase generale de inferențe din care MTP este doar un membru. Acestea sunt inferențe cvasi-valide. O inferență este *cvasi-validă*, dacă este validă din punct de vedere clasic, dar nevalidă din punct de vedere paraconsistent (v. articolul meu, 1979, IV.1). Se poate vedea că o concluzie a unei inferențe cvasi-valide este perfect acceptabilă, cu condiția să putem respinge în mod rezonabil o anumită inconsistență locală. Să considerăm o inferență cvasi-validă  $A_1 \dots A_n/B$ . Întrucât această inferență este validă din punct de vedere clasic,  $\neg(A_1 \wedge \dots \wedge A_n) \vee B$  este o tautologie clasică și paraconsistentă. (v. articolul meu, 1979, §III.13). Să presupunem că avem o demonstrație pentru  $A_1 \dots A_n$ . Atunci se poate obține imediat o demonstrație pentru formula  $((A_1 \wedge \dots \wedge A_n) \wedge \neg(A_1 \wedge \dots \wedge A_n) \vee B$ . Cu condiția să putem respinge în mod rezonabil inconsistența locală în legătură cu  $A_1 \wedge \dots \wedge A_n$ , putem accepta în mod rezonabil pe  $B$  prin PDA, ceea ce trebuia stabilit.

Petru a rezuma ideea principală a întregului articol, *reductio ad absurdum*, *modus tollendo ponens* și toate inferențele cvasi-valide sunt perfect acceptabile, cu condiția să putem respinge în mod rezonabil inconsistența locală. Și, după cum am văzut, acesta este în mod obișnuit cazul.

## Bibliografie

- [1] ANDERSON, A. R., BELNAP, N. D., Jr – *Entailment*, Princeton University Press, 1975.
- [2] BELNAP, N. D., JR., DUNN, J. M. – *Entailment and the Disjunctive Syllogism*, în G. Flóistad (ed.), *Contemporary Philosophy*, vol. 1, Nijhoff, 1983.
- [3] BRADY, R. – „The Non-triviality of Dialectical Set Theory”, în acest volum, capitolul XVI, pp. 437–471, 1989.
- [4] CANDLISH, S. – „Euthyphro 6D–9B and its misinterpretations”, *Apeiron* XVII, pp. 28–32, 1983.
- [5] MEYER, R. – „Why I am not a Relevantist”. *Research Paper* No. 1., Logic Group, Canberra: Australian National University, 1978.
- [6] PRIEST, G. – „Logic of paradox”, *Journal of Philosophical Logic*, 8, pp. 219–241, 1979.

- [7] PRIEST, G. – „Sense, entailment and *modus ponens*“, *Journal of Philosophical Logic* 9, pp. 415–435, 1980.
- [8] PRIEST, G. – „The logical paradoxes and the law of excluded middle“, *Philosophical Quarterly*, 33, pp. 160–165, 1983a
- [9] PRIEST, G. – „An antirealist account of mathematical truth“, *Sinthese*, 57, pp. 49–65, 1983b.
- [10] PRIEST, G. – *Classical logic Aufgehoben*, în acest volum, capitolul IV, pp. 131–148, 1989.
- [11] ROUTLEY, R., ROUTLEY, V. – „The semantics of first degree entailment“, *Noûs*, 6, pp. 335–358, 1972.



# Paraconsistența și limitele gândirii

---

Ioan BIRIȘ

Încrederea, încă din vechime, în forța gândirii, s-a asociat cu ideea unui caracter universal al consistenței. În schimb, confruntarea, la fel de veche și ea, sub un aspect sau altul, cu anumite limite ale gândirii, atrage după sine ipoteza paraconsistenței. Față de paraconsistență (sau inconsistență), atrag atenția Nicholas Rescher și Robert Brandom într-o lucrare dedicată acestui subiect (Rescher, N., Brandom, R., 1979), încă de la Aristotel, printre logicienii din tradiția occidentală se manifestă o adevărată fobie. În general, se consideră că paraconsistența se instalează în acele „lumi”, „universuri de discurs” sau „teorii”, în care anumite teze se obțin împreună cu negațiile lor. Iar acest lucru se întâmplă când se trece de limitele gândirii „logice”.

## 1. Provocarea limitelor gândirii

Când vorbim despre limitele gândirii avem în vedere gândirea obiectivă (în sensul lui Frege), respectiv acele procese conceptuale – de descriere, de cunoaștere, de repetare a unor operații sau de concepere etc. – care, aduse dincolo de granițele impuse de principiile logicii clasice, par să nu mai funcționeze. Aceste limite sunt numite *dialectice* (Priest, Graham, 1995, p. 3) și sunt considerate sub specia contradicțiilor adevărate.

Problema paraconsistenței este supusă analizei într-un mod tot mai susținut în ultimele decenii în contextul în care, oarecum paradoxal, problematica principiilor logice este cvasiabsentă din tratatele de logică simbolică (Botezatu, P., 1979, p. 591). Ori, „cu rare excepții”, subliniază logicianul român „au trecut neobservate două laturi critice ale formulării clasice: *incompletitudinea* tabelului tradițional și *insuficiența generalizării* principiilor” (Botezatu, P., 1983, p.153).

Exemplificarea poate începe cu principiul identității. Un fin cunoscător al logicii și filosofiei științei, cum este cazul lui Emile Meyerson, aprecia că „principiul identității este cea mai vastă ipoteză din câte putem formula, pentru că el se aplică la totalitatea lumii sensibile“, dar nu trebuie să uităm că ceea ce este particular nu este niciodată „complet explicabil“ (Meyerson, E., 1912, p. 449), ceea ce face ca un deductivism, dus la limită, să eșueze oricând.

Cele mai multe confuzii apar însă în legătură cu lipsa de univocitate a ceea ce semnifică identitatea prin „este“. Acest verb este luat în multiple accepțiuni – posesie a unei însușiri, apartenență la o clasă, incluziune într-o clasă, operație de identificare, afirmarea unei existențe etc. – , dar poate exprima și ceva mai profund, anume „persistența substanței, a esenței lucrului, dincolo de vicisitudinile accidentelor“ (Botezatu, P., 1994, vol. I, p. 35).

Dar tocmai acest sens (tare) al identității, de „persistență a esenței“, care este nu numai logic, ci mai ales ontologic, sens impus de către Aristotel, face ca în viziunea Stagiritului speciile să fie gândite ca „etern“, aflate în afara timpului și transformărilor (Robin, L., 1923, p. 354), și astfel noțiunile privite din perspectiva principiului identității vor avea un caracter rigid, static (Valeriu, Al., p. 172), noțiuni ce nu pot reprezenta realitatea pe care o desemnează în integralitatea ei.<sup>1</sup>

Aceste aspecte devin și mai clare când se aduce în discuție principiul necontradicției. Deși unii autori consideră că principiul logic al necontradicției ar putea fi redus la cel al identității, în fapt cerințele necontradicției potențează rigiditatea amintită, iar trecerea în situații de paraconsistență se produce îndeosebi prin încălcarea principiului necontradicției. Pe lângă ambiguitățile pe care le poate induce aplicarea acestui principiu în alte planuri decât cel strict logic, s-a observat de multă vreme că necontradicția nu poate pretinde un statut de validitate generală<sup>2</sup>.

Pentru problematica paraconsistenței conexată cu limitele gândirii este, de asemenea, important să urmărim operatorii logici și unele scheme de inferență care provoacă gândirea la limită. Dacă identității îi corespunde afirmația, contradicția poate fi captată prin intermediul negației. Dar atât negația, cât și alți operatori de bază, precum conjuncția și disjuncția au fost adoptați adesea de către diferitele sisteme de logici paraconsistente într-un mod „necritic“, după cum arată Wolfgang Lenzen într-un studiu recent (Lenzen, W., 1998).

<sup>1</sup> Este interesant de remarcat faptul că această trăsătură de rigiditate se menține și la logicieni care au depășit granițele logicii clasice și au inițiat noi orientări, așa cum este și cazul lui Lesniewski, creatorul mereologiei. Pentru Lesniewski, subliniază Gr. Priest și R. Routley, verbul „este“, simbolizat prin „E“, va fi utilizat sistematic într-un sens nediferențiat (Gr. Priest, R. Routley, J. Norman, eds., 1989, p.11).

<sup>2</sup> Asemenea concluzii au dinamizat cercetările logice, iar în ceea ce privește „logica principiilor“ (chiar dacă nu s-a bucurat de același interes ca alte domenii), încercările de nuanțare au mers, de exemplu, în studiile românești cel puțin, de la un interes pronunțat epistemologic, cum este cazul lui Noica (Noica, C., 1972), care propune ca între principiul identității și cel al necontradicției (ca extreme) să fie introdus principiul conexiunii necesare, către un interes constructiv de amploare pentru reconfigurarea sistemului principiilor logice, unde să se regăsească și principii prelogice (precum cele ale structurii clasiale a realității, structurii sistemice, atribuțiunii, conexiunii universale etc.) (Botezatu, P., 1983).

Dacă avem în vedere negația, pot apărea o serie de confuzii când nu se face distincția dintre negațiile propriu-zise și negațiile-afirmații. În mod similar cu produsul a două numere, întotdeauna din produsul a două numere pozitive,  $(+x)(+y)$ , ca și din produsul a două numere negative  $(-x)(-y)$  rezultă un număr pozitiv, iar din produsul  $(+x)(-y)$  și  $(-x)(+y)$  rezultă un număr negativ, așa cum afirmarea unei expresii afirmative și negarea unei expresii negative produc o afirmație, în timp ce afirmarea unei negații, ca și negarea unei afirmații reprezintă o negație. În mod particular, negația clasică a unei expresii afirmative constituie în sine o negație, în timp ce negația clasică a unei negații arbitrare produce o afirmație. Dacă notăm cu „ $\sim$ ” o negație arbitrară și cu „ $\neg$ ” o negație clasică, și prin  $\sim p$  vom înțelege că  $p$  este „imposibil”, sau că  $p$  este „fals”, sau că  $p$  „nu este adevărat”, sau că  $p$  este „imposibil adevărat” etc., atunci expresia clasică negată  $\neg \sim p$  va spune: fie că  $p$  nu este fals, fie că  $p$  este adevărat, fie că  $p$  nu este imposibil, fie că  $p$  nu este improbabil adevărat etc., toate aceste expresii reprezentând în mod evident diferite tipuri de afirmații (Lenzen, W., 1998, p. 219).

Ceea ce reprezintă elementul comun în toate formele de negație este o anume opoziție față de afirmație. Dar uneori această opoziție exprimă efectiv negația (clasică), ca negație a unei expresii afirmative, alteori opoziția poate transforma explicit negația într-o afirmație. Aplicând operatorul negației ( $\neg$ ) unei negații arbitrare ( $\sim$ ), atunci negarea acestei negații ( $\neg \sim$ ) va exprima un anumit tip de afirmație.

Fortarea limitelor clasice ale negației impune să distingem între negația în sens tare și negația în sens slab. Avem o negație în sens tare dacă și numai dacă  $\sim p$  produce logic  $\neg p$ , respectiv dacă conjuncția  $(p \wedge \sim p)$  produce logic contradicția  $(p \wedge \neg p)$ , semnificând faptul că  $p$  și  $\sim p$  nu pot fi niciodată adevărate împreună. În schimb, avem o negație slabă, compatibilă cu paraconsistența, atunci când disjuncția  $(p \vee \sim p)$  urmează logic tautologia  $(p \vee \neg p)$ , ceea ce înseamnă că  $(p \vee \sim p)$  este logic adevărată, altfel spus că cel puțin una din propozițiile  $p$  și  $\sim p$  trebuie să fie întotdeauna adevărată. Susținătorii logicii paraconsistente subliniază atunci că acest tip de logică permite cel puțin o pereche de propoziții  $p$ ,  $\sim p$  care să fie adevărată fără ca prin aceasta să se ajungă la o logică trivială.

Demersul în domeniul paraconsistenței evidențiază apoi că pot fi forțate cu folos și limitele clasice ale conjuncției. În logica tradițională, ținând seamă și de ideea adevărului corespondență (*adaequatio ad rem*), principiul conjuncției poate fi exprimat în felul următor:  $P, Q \vdash P \wedge Q$  ( $P, Q$  = variabile metapropoziționale). Ontologic vorbind, într-o lume standard (sau consistentă), dacă stările  $P$  și  $Q$  sunt afirmate fiecare, atunci și conjuncția lor este afirmată, însă o situație de forma  $P \wedge \sim P$  nu poate fi admisă (ca fiind o stare de contradicție). Cu alte cuvinte, contradicția apare în urma unui proces distributiv pe care îl induce conjuncția astfel înțeleasă. Dar în

lumile non-standard, după cum subliniază Rescher, stările  $P$  și  $\sim P$  pot fi independente una de alta și împreună posibile (dar nu în conjuncție de tip distributiv).

Nuanțarea care trebuie introdusă este aceea că și operația conjuncției se împarte într-o conjuncție distributivă și una colectivă. Dacă cele două tipuri coincid în lumile standard, în schimb în lumile non-standard trebuie diferențiate. În lumile non-standard putem avea situația lui  $P$  împreună cu situația lui  $\sim P$  într-un înțeles colectiv, dar nu într-o conjuncție distributivă. Având convingerea că inconsistența vizează semantica (nu logica), Rescher arată că din următoarele trei sensuri ale principiului adjunctiv:

- 1) deductiv,  $P, Q \vdash P \wedge Q$ ;
- 2) semantic,  $\varkappa(P), \varkappa(Q) \Rightarrow \varkappa(P \wedge Q)$  (adevărul lui  $P$ , adevărul lui  $Q$  implică adevărul lui  $P$  și  $Q$ );
- 3) metateoretic,  $\vdash P, \vdash Q \Rightarrow \vdash P \wedge Q$ , numai sensul 2) trebuie eliminat pentru analiza lumilor non-standard, sensurile 1) și 3) putând fi reținute intacte (Rescher, M., Brandom, R., 1979, p. 18).

Așadar, prin intermediul logicilor și al semanticilor paraconsistente revine din nou în centrul atenției distincția colectiv-distributiv (diviziv). Împărțirea conjuncției în cele două tipuri este solidară clasificării noțiunilor în „colective” și „distributive”. Dar în cele din urmă aceeași noțiune poate fi privită dintr-un unghi „colectiv” sau dintr-un unghi „distributiv”, așa după cum aceeași conjuncție poate fi analizată „colectiv” sau „distributiv”.

Pentru a relua un exemplu utilizat în mereologie (Biriș, I., 1999, p. 262–264), noțiunea de „planetă”, în sens distributiv, exprimă extensiunea, respectiv o conjuncție distributivă ( $\text{Mercur} \wedge \text{Venus} \wedge \text{Pământ} \wedge \text{Marte} \wedge \text{Jupiter} \wedge \text{Saturn} \wedge \text{Uranus} \wedge \text{Neptun} \wedge \text{Pluto}$ ), adică o conjuncție ce distribuie componentii după o singură dimensiune, după o singură caracteristică: aceea de a fi planete. Aceeași noțiune de „planetă”, luată acum în sens colectiv, exprimă o conjuncție colectivă în care universul de discurs devine pluridimensional, se deschide, aici putând intra și calotele polare de pe Marte, și inelele lui Saturn etc. În timp ce conjuncția distributivă joacă rolul unui *indicator* rigid (unidimensional) pentru elementele noțiunii, conjuncția colectivă exprimă mai degrabă un *generator* pentru toate posibilitățile latente ale acelei noțiuni.

Iată de ce putem afirma că tipul de conjuncție colectivă (care face loc paraconsistenței) este unul mai cuprinzător, făcând din tipul de conjuncție distributivă un caz limită al său, așa cum se întâmplă și în relația dintre noțiunile colective (care sunt „de un tip mai înalt”) și cele distributive, ultimele fiind „un caz limită al noțiunilor colective (noțiuni colective de tipul zero, să zicem). Important este că notele din conținutul noțiunii colective se aplică doar claselor din sfera

noțiunii respective, nu și a obiectelor din care aceste clase se compun" (Lucica, I., 1999, p. 369)<sup>3</sup>.

Dacă ținem seamă de distincția colectiv-distributiv vom înțelege mai ușor de ce paraconsistența reclamă mai degrabă un demers de tip holist, în interiorul căruia accentul se pune pe noțiunile și pe conjuncțiile colective, nu pe cele distributive. Înclinarea decisivă către o dimensiune a distributivității și tranzitivității în explicație o datorăm lui Aristotel și silogisticii sale. Într-o schemă de inferență de tipul *S* este *A*; *A* este *B*; deci *S* este *B*, concluzia este necesară, căci notele lui *B* sunt distribuite, sunt translate pe latura cuprinderii sferelor de sfere în mod obligatoriu de la *B* la *A* și de la *A* la *S*. Dar înaintea sa, Platon propusese o schemă de inferență care lăsa loc și probabilității: *S* este *A*; *A* se împarte în *B* și *non-B*; deci *S* este *B* sau *non-B*. Chiar dacă această concluzie nu mai are forța celei aristotelice, explicația nu este neapărat una parțială (Dima, T., 1980, p. 109).

Schema lui Platon se dovedește însă fertilă pentru perspectiva holistă și pentru conjuncțiile colective, întrucât situarea lui *S* în *B* sau în *non-B* presupune luarea în calcul a unor note specifice, nedistributive, precum și a unei dimensiuni constructive, de definire și introducere a noului, nu doar de simplă traducere de la mai cuprinzător la mai puțin cuprinzător.<sup>4</sup> De fapt, strict vorbind, pe linia unei

<sup>3</sup> În aceeași manieră, de exemplu, Gr. C. Moisil arată că o primă caracteristică a noțiunilor și judecăților de tip stohastic rezidă în faptul că orice cantitate considerată stohastic este apreciată în raport cu colecția (cu clasa) însăși, fără a influența indivizii. De aceea, un raționament de formă: a) majoritatea oamenilor sănătoși sunt virtuoși; b) Caius este sănătos; c) deci Caius este virtuos, va fi fals. Un silogism stohastic este corect numai dacă judecățile sale sunt de tip colectiv:

majoritatea lui *M* este *P*

majoritatea lui *S* este *M*

majoritatea lui *S* este *P*

(Gr. C. MOISIL, *Essais sur les logiques non chrysippiennes*, Editions de l'Academie, Bucurest, 1972, pag. 169).

<sup>4</sup> Insuficiența schemei aristotelice bazată pe principiul distributivității se poate exemplifica cel puțin prin două domenii ale cercetării științifice contemporane: cel al mecanicii cuantice și cel al socio-umanului. Pentru mecanica cuantică, de pildă, Birkhoff și von Neumann au fost primii care au arătat că se poate întâmpla (contrar logicii clasice) ca  $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma) \neq (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$ , adică să fie valabilă proprietatea nondistributivității sistemelor cuantice (Tarozzi, G., 1981, p.127). Pentru Tarozzi, logica, la fel ca geometria, este o știință empirică, și așa cum geometria euclidiană s-a dovedit a fi un caz particular al geometriilor noneuclidiene, tot așa și logica aristotelică poate fi considerată ca un caz particular al unei logici mai generale, respectiv al logicii cuantice nondistributive (Tarozzi, G., 1981, p.130).

Atât principiul complementarității formulat de Bohr, cât și experimentul crucial al celor două fante din mecanica cuantică par să acrediteze ideea că două teze  $\alpha$  și  $\beta$  (sau o propoziție și complementara sa) pot funcționa împreună, pot coexista, dar nu și conjuncția lor. Într-o logică paraconsistentă putem admite (ca în conjuncțiile colective) că împreună  $a = b$ , dar și  $a \neq b$  pot fi teoreme, însă nu putem admite conjuncția lor (în sens distributiv). Mecanica cuantică ne impune astfel o teoremă de calcul paraconsistent,  $\forall x P(x) \wedge \exists x \neg P(x)$ , care se poate interpreta și în felul următor: pentru orice proprietate *A* a unui obiect „*a*”, obiectul „*b*” deține această proprietate, dar există și o proprietate specifică lui „*a*”, care nu este și proprietate a lui „*b*”. În acest fel putem accepta împreună  $a = b$ ,  $a \neq b$ , fără riscul unei contradicții. Într-o atare perspectivă, din  $a = b$ ,  $a \neq b$ , nu e posibilă derivarea contradicției  $a = b \wedge a \neq b$  (Krause, D., 2000, p.161). Situații similare găsim și în științele

conjuncții distributive merge doar silogistica clasială (aristotelică), nu și silogismul disjunctiv. Acest lucru se poate observa foarte bine din situația silogismelor categorico-disjunctive. Dacă înțelegem prin  $A \rightarrow B$  echivalentul său  $\neg A \vee B$ , atunci schema de inferență de tip *modus ponens* sau *tollens*

$$\begin{array}{c} \neg A \vee B \\ \neg A \\ \hline B \end{array}$$

nu este general validă. Deoarece concluzia  $B$  nu este obligatorie, concluzia putând să fie și  $A$ . Atunci când disjuncția nu este exclusivă și când inferența se realizează din premise multiple și obținute distinct, se impune mai degrabă o perspectivă colectivă decât una distributivă (Rescher, M., Brandom, R., 1979, p. 20).

Pentru că, revenind la exemplul de mai sus,  $\neg A \vee B$  se poate obține, să spunem, într-un univers de discurs ( $u_1$ ),  $\neg A$  într-un univers ( $u_2$ ), iar concluzia se dorește valabilă pentru universul de discurs în ansamblul său ( $u$ ). De aceea, schema lui *modus ponens* nu conduce întotdeauna de la premise adevărate la concluzii adevărate (Goddard, L., Routley, R., 1973, vol.1, p. 274). Într-o situație similară ne găsim și cu schema lui *modus tollens* atunci când disjuncția nu este exclusivă (Enescu, Gh., Tratat de logică, p. 143).

Putem reține pentru această primă parte a studiului următoarele concluzii:

a) la paraconsistență se ajunge în momentul în care se trece de limitele fixate de logica clasică atât pe latura principiilor logice, cât și pe aceea a operatorilor și a schemelor de inferență silogistică;

b) distincția colectiv – distributiv este esențială pentru înțelegerea relației consistent – paraconsistent.

## 2. O revenire a dialecticii ?

Cu puține excepții, cea de a doua concluzie amintită mai sus nu s-a aflat în atenția cercetătorilor cu privire la fenomenul paraconsistenței. În opinia noastră, înțelegerea cât mai nuanțată a distincției dintre conjuncțiile colective și cele distributive reprezintă „nucleul dur” al analizei trecerii de la consistență la paraconsistență. Datorăm lui Aristotel impunerea sensului tare al consistenței prin

sociale. Atunci când Robert Nozick vorbește despre dreptatea distributivă avem de-a face cu o analogie a conservării adevărului prin inferență validă, prin tranzitivitate. Suntem aici în cazul unei conjuncții distributive, integrarea făcându-se prin conformitate. Dar există și o integrare prin cooperare, care este mai degrabă corespondentul conjuncției colective. Integrarea prin cooperare nu mai beneficiază de proprietatea tranzitivității, dar face loc construcției și inovării, introducerii noului (v. și Biriș, I., 2000, pp. 100–102).

centrarea logicii pe silogistica clasială. În acest fel au fost lăsate la o parte o serie din preocupările și intuițiile lui Platon în legătură cu definițiile, cu problemele care țin de operațiile de clasificare și diviziune etc.

Silogistica aristotelică se asociază cu forța derivațională a conjuncțiilor distributive. Unele din schemele de inferență pe care le găsim la Platon implică tipul de conjuncții colective, așa după cum am arătat. Aceste conjuncții colective sunt solidare cu operațiile constructive necesare în definiții, clasificări și diviziuni. Dar ele introduc și un sens special al dialecticii, utilizat de către Platon în lucrările târzii. După unele oscilații din lucrările de la început, în perioada mijlocie, după cum subliniază Kneale, Platon optează pentru înțelesul dialecticii ca *reductio ad impossibile*. Dar în lucrările de mai târziu (Fedru, Fileb ș.a.) el va folosi termenul de dialectică pentru metoda *diviziunii și reunirii* (Kneale, W., Kneale, M., 1974, vol.1, p.18). Dacă procesul reunirii rămâne destul de obscur, acela al diviziunii este tratat clar ca o metodă de a căuta definiții prin dihotomia noțiunilor, plecând de la cele mai generale.

În *Fileb*, de exemplu, se pune întrebarea cum poate fi analizată plăcerea din perspectiva filosofului. Plăcerea trebuie supusă intelectului, ceea ce înseamnă a o raționaliza, respectiv a o diviza în genurile și speciile sale. Multiplicitatea trebuie redusă la un număr determinat, căci numai după această operație se poate obține unitatea. Iar această procedură exprimă tocmai modul dialectic de abordare a lucrurilor, subliniază Socrate în dialogul *Fileb* (Platon, 1993, vol.VII, p. 28). Iar în *Fedru* această poziție este exprimată și mai ferm. A proceda prin reuniri (reîntregiri) și prin diviziuni înseamnă a vedea lucrurile în unitatea și în pluralitatea lor naturală. Cei care sunt în stare de așa ceva, atrage atenția Socrate, sunt „pe urma unor pași de zeu“, și eu îi botez, continuă Socrate, drept „dialecticieni“ (Platon, 1983, vol. IV, p. 472).

Diviziunea, înțeleasă ca dialectică la Platon, se bazează în esență pe operația de determinare, iar aceasta presupune construcția și introducerea noului. Notele noi introduse nu se supun întotdeauna unei conjuncții distributive, ci reclamă o conjuncție colectivă, unde  $p$  și  $\sim p$  pot fi împreună posibile. Din perspectiva limitelor gândirii (impuse de logica clasică), acest înțeles al dialecticii datorat lui Platon reprezintă, în același timp, deschiderea unei căi esențiale către domeniul paraconsistenței.

Dar mai poate fi invocată dialectica astăzi, îndeosebi după critica ce s-a dorit demolatoare a lui Popper ? Înainte de a ne opri asupra criticii lui Popper, este necesar să amintim principalele accepții ale dialecticii. Într-un studiu dens asupra temei, J. Rivelaygue (1978) atrage atenția că dintre sensurile antice ale dialecticii s-a impus cel stabilit de Aristotel, ca logică a probabilului și metodă de interogare, plecând de la ipoteze contrare. Acest sens a rămas valabil până la gânditorul german Kant, care va impune încă trei sensuri :

- a) dialectica în înțeles de logică a aparenței;
- b) în înțeles de logică generală, ca organon;
- c) în înțeles de critică a aparenței.

În studiul de față ne interesează îndeosebi al doilea sens kantian. El apare atunci când logica generală nu este folosită în limitele ei firești, adică în calitate de *canon* de judecare, ci este utilizată ca *organon*, adică pentru o funcție productivă, caz în care ea se numește dialectică (Kant, I., 1969, p. 98). În termenii noștri, considerăm că folosirea logicii în calitate de *canon*, chiar dacă I. Kant nu o spune explicit, trebuie înțeleasă ca utilizare a silogisticii clasice, respectiv a unei conjuncții distributive, iar folosirea în calitate de *Organon* este corespondentul unei conjuncții de tip colectiv. Această interpretare este întărită de observațiile pe care le face Kant în legătură cu categoriile. Atrăgând atenția că în toate judecățile disjunctive sfera apare ca un întreg divizat în părți, trebuie reținut – ne spune Kant – că părțile nu pot fi subordonate (subordonarea e posibilă numai într-o conjuncție distributivă – I.B.), ci ele trebuie gândite „ca fiind *coordonate*” (Kant, 1969, p. 114), ceea ce înseamnă că ele nu se determină ca într-o serie, ci ca „într-un agregat” (Kant, 1969, p. 114). În acest din urmă caz este vorba de „un alt mod de legătură” decât cel de la principiu la consecință, e vorba de o legătură de coordonare (în termenii lui Kant) sau de o conjuncție colectivă (în termenii noștri). Membrii unei diviziuni sunt părți independente, dar totuși unite. Inclusiv antinomiile (cele care nu se întemeiază pe presupuziții greșite) pot fi înțelese în acest fel. În ultimele două antinomii (a libertății și a necesității), atrage atenția Viorel Colțescu (1999, p. 106), dacă ținem seama de diviziunea *noumenal* – *fenomenal*, atât tezele cât și antitezele pot fi adevărate, cu condiția să fie raportate la domeniul propriu.

Termenul de dialectică își va schimba însă total semnificația în perioada dintre „Critica rațiunii pure” a lui Kant și „Logica de la Jena” a lui Hegel. După cum se poate observa din semnificațiile atribuite de Kant termenului de dialectică, la acesta accentul se pune încă pe aspectul metodologic, dialectica fiind considerată un demers al gândirii, o metodă de raționament. La Hegel dialectica devine procesul însuși al realității, trecându-se astfel în ontologie.

Critica lui Popper la adresa dialecticii vizează numai sensul hegelian al acesteia. Principalele puncte ale criticii popperiene (Popper, K. R., 2002) pot fi rezumate astfel:

a) dialectica modernă (în sens hegelian) este o teorie a triadei teză, antiteză și sinteză, teorie care, deși poate descrie corect unele momente din istoria gândirii, devine absurdă dacă e aplicată naturii;

b) dialectica pretinde să accepte contradicțiile (încalcând astfel legea logică a necontradicției), ceea ce ar conduce la un dezastru pentru activitatea științifică, la o „totală împotmolire a științei” și la un declin al criticii și raționalității;

c) limbajul dialecticii este lax și metaforic, în locul termenului de „contradicție” fiind mai potriviți termeni precum cei de „conflict”, „tendințe opuse”, „interese divergente” etc.;

d) dialectica hegeliană se bazează pe filosofia identității rațiunii și a realității, o filosofie care este „complet absurdă”.

Dorindu-se o critică generală și zdrobitoare, critica lui Popper este, din păcate, una nenuanțată. Pentru că, așa cum la Kant întâlnim mai multe sensuri atribuite dialecticii, și la Hegel dialectica are cel puțin următoarele conotații:



- 1) o dialectică globală, care se realizează în urma unui proces complex;
- 2) o dialectică logică, adică o dialectică a categoriilor;
- 3) o dialectică istorică (Priest, Gr., Routley, R., Norman, J., 1989, pp.86–87).

Or, dintre aceste sensuri, ascuțișul criticii lui Popper vizează doar pe primul și pe al treilea, neglijând aproape în totalitate cel de al doilea înțeles, adică cel mai important atunci când dorim să înțelegem problematica paraconsistenței și a limitelor gândirii.

Cel de al doilea înțeles al dialecticii la Hegel se cantonează, după cum ușor se poate observa, în domeniul metodologiei și analizei logice. Asumția de la care pleacă Hegel este aceea că „tot ce există stă în raport, și acest raport este ce e adevărat în fiecare existență” (Hegel, G.W.F., 1962, p. 220). Pentru Hegel nu universalele-însușiri sunt importante, ci universalele-relații. Or acestea din urmă induc mijlocirile, medierile în ceea ce pentru logica clasică apare ca nemijlocit. Pe această filieră a universalelor-relații, ajunge Hegel la faimoasa sa teză a identității dintre identitate și diferență, ca o cale de „rezolvare a contradicțiilor”.

Rezolvarea contradicțiilor poate fi transparentă – arată Gr. Priest și R. Routley (1989, pp. 85–86) – dacă facem o analogie cu teoria paraconsistenței. Dacă luăm un enunț paradoxal de forma  $\{x: x \notin x\} \in \{x: x \notin x\}$  și pe care îl notăm cu  $R$ , atunci din  $R$  putem deduce negația lui  $R$  ( $\sim R$ ).

Iar din  $\sim R$  îl putem deduce pe  $R$ . Așa se face că, deși în mod obișnuit noi considerăm că o propoziție are un sens cu totul diferit de negația sa, în acest caz particular al lui  $R$  și  $\sim R$ , întrucât se presupun cu necesitate în mod reciproc, vom putea spune că e vorba de aceeași propoziție. Adică negația lui  $R$  ( $\sim R$ ) este exact  $R$ . Astfel o contradicție este posibilă și înțeleasă (rezolvată). În termeni hegelieni, deducția poate fi văzută ca o mișcare prin negație și prin negarea negației:

$$\begin{array}{c} R \\ \vdots \\ \sim R \\ \vdots \\ R \end{array}$$

$R$  final ne readuce în punctul de pornire, dar la un nivel mai înalt. Astfel el exprimă o identitate a lui  $R$  inițial și al lui  $\sim R$ .

Hegel depășește, prin cel de-al doilea sens al dialecticii sale, limitele logicii clasice.<sup>5</sup> Ceea ce nu poate accepta logica formală tradițională din demersul hegelian

<sup>5</sup> În prezentarea poziției hegeliene vom urma, rezumativ, ideile dezvoltate de noi în: Ioan Biriș, „Totalitatea ca adevăr al identității și diferenței în filosofia lui Hegel”, *Revista de filosofie*, nr. 3, 1981; Ioan Biriș, *Totalitate, sistem, holon*, Editura Mirton, Timișoara, 1992.

este subtilul procedeu al spargerii identicului (= inert într-o logică a subsumării), respectiv găsirea diferenței în identitate și a identității în diferență. Terenul era pregătit deja de către Kant prin construirea conceptelor individual – tipice după modelul aritmetic al sintezei identicului cu el însuși, care permite lărgirea simultană a conținutului și a sferei unui concept (Höfding, H., 1924, pp.70–75). Acest proces este descris de Hegel în termenii următori în mișcarea identității: „orice nouă treaptă a ieșirii – din – sine, adică a *determinării mai departe*, este și o intrare – în – sine sau o adâncire, iar *extinderea* mai mare este în același timp și o *mai mare intensitate*“ (Hegel, G.W.F., 1966, pp. 842).

În cadrul acestei mișcări, situația se prezintă astfel: identitatea este condiție suficientă pentru diferență, iar diferența condiție necesară pentru identitate și reciproc. Mișcarea și rezultatul sunt unul și același, tranzitivitatea se găsește aici în sensul ei tare, condiția de posibilitate și rațiunea suficientă sunt identice, dar numai pe latură extensivă. Prin această soluție Hegel depășea o dificultate deschisă de filosofia lui Spinoza, unde substanța conferă – logic – posibilitatea existenței modurilor, fără a le asigura însă și condiția suficientă (Coolsaet, W., 1978). Această depășire din soluția hegeliană trece prin achiziția lui Leibniz, în conformitate cu care principiul rațiunii suficiente subordonează – ontologic – principiile logicii clasice (Bădărau, D., 1972).

Dacă privim însă lucrurile pe latură intensivă, atunci mișcarea identității nu poate fi sterilă, căci odată extinsă, ea se și adâncește, se îmbogățește, dobândește o calitate nouă. În acest registru vom întâlni așadar intranzitivitatea calitativă. Pentru Hegel, identitatea și diferența – aflate originar într-o situație de unitate (identitate) – sunt încă neadevărate, n-au valoare pentru că se află încă în nedeterminare. Ieșirea din nedeterminare, îmbogățirea face ca identitatea originară a identității și a diferenței să-și găsească adevărul în noua unitate (*R* final din schema prezentată mai înainte), unitate care păstrează formal pe cea nedeterminată, dar numai întrucât a depășit-o.

Așadar, dialectica hegeliană în înțelesul său logic, de dialectică a categoriilor, este și ea un *organon*, o logică productivă și o logică a „non-izolabilului“ (Balibar, E., 1977, p.19). Logica tradițională este deja depășită în momentul în care Kant distinge între conceptul comun și *Idee*. Dacă pentru conceptul comun corespunde funcția propozițională (ce va fi dezvoltată pe urmă în logica matematică), *Ideii* îi este proprie funcția antinomică (dezvoltată în logica lui Hegel) (Surdu, A., 1977, p.31). Kant recunoscuse la vremea sa că *Ideea* este mai degrabă de natură platoniciană (nu aristotelică), adică ea nu este o imagine a lucrurilor, ci un prototip, față de care lucrurile trebuie să se conformeze. Dar în realitate aceleași idei îi corespund predicate contrare și se obțin propoziții contradictorii: teza și antiteza. Lucrurile stau așa, observă Hegel încă din momentul în care analizează sistemele filosofice ale lui Fichte și Schelling, deoarece *Ideea* este aceea din care pornește diviziunea ori construcția. Ideea se divizează, se autodiferențiază în părțile ei contradictorii, și astfel părțile (teza și antiteza la Kant) pot fi adevărate (netrivial) în conjuncția lor colectivă.

În acest fel înțelese lucrurile, putem subscrie la ipoteza lui Graham Priest, în conformitate cu care, începând cu concepțiile lui Kant și Hegel, asistăm pentru

prima dată la o recunoaștere generală a naturii contradictorii a limitelor gândirii, împreună cu o teoretizare a modului cum apar și de ce apar acestea (Priest, G., 1995, p. 81). Studiile contemporane asupra paraconsistenței nu pot decât să resusciteze astfel acel tip de dialectică pe care l-am conturat în paginile anterioare, dialectică ce-i unește în istoria gândirii pe Platon, Kant și Hegel.

Rezumativ, în finalul acestui studiu, putem sublinia ideile – forță care ne-au călăuzit:

1) ideea limitelor gândirii (Priest) este provocatoare și proteică pentru cercetările contemporane în domeniul paraconsistenței;

2) în opinia noastră, distincția dintre conjuncția distributivă și conjuncția colectivă reprezintă „cheia” disjungerii între consistență și paraconsistență;

3) concepția lui Platon despre dialectică în sens de metodă a diviziunii și reunirii aduce în centrul atenției tipul de conjuncție colectivă;

4) concepția lui Platon se prelungește în opera lui Kant și a lui Hegel în înțelegerea dialecticii în plan logic și metodologic, ca organon al diviziunii și autodiferențierii, al conjuncțiilor colective;

5) în plan logic, conjuncția colectivă ne poate ajuta la interpretarea unor fenomene ale științei contemporane (din mecanica cuantică sau din științele sociale etc.), care altfel, din perspectiva logicii clasice, par contradictorii.

## Bibliografie

- [1] BALIBAR, E. – *A nouveau sur la contradiction*, în *Sur la dialectique*, Editions Sociales, Paris, 1977.
- [2] BĂDĂRĂU, D. – *Studiu introductiv*, în Leibniz, *Opere filosofice*, I, , 1972.
- [3] BIRIȘ, I. – „Totalitatea ca adevăr al identității și diferenței în filosofia lui Hegel”, în *Revista de filosofie*, 3, București, 1981.
- [4] BIRIȘ, I. – *Totalitate, sistem, holon*, Editura Mirton, Timișoara, 1992.
- [5] BIRIȘ, I. – *Aspecte logice ale totalităților*, în: Iancu Lucica, Constantin Grecu (coord.), *Logică și ontologie*, Editura Trei, București, 1999.
- [6] BIRIȘ, I. – *Sociologia civilizațiilor*, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 2000.
- [7] BOTEZATU, P. – „Logica principiilor – încercare de revalorizare a principiilor logice în contextul logicii moderne”, în *Revista de filosofie*, nr. 5, septembrie – octombrie, tom. XXVI, 1979.
- [8] BOTEZATU, P. – *Constituirea logicității*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1983.
- [9] BOTEZATU, P. – *Introducere în logică*, vol. I, Editura Graphix, Iași, 1994.
- [10] COOLSAET, W. – „De la priorité du fondamentalen Occident”, în *Les etudes philosophiques*, 4, 1978.
- [11] COLȚESCU, V. – *Immanuel Kant. O introducere în filosofia critică*, Editura de Vest, Timișoara, 1999.
- [12] DIMA, T. – *Explicație și înțelegere*, vol. I, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1980.
- [13] ENESCU, GH. – *Tratat de logică*, Editura Lider, București.
- [14] GODDARD, L., ROUTLEY, R. – *The logic of Significance and Context*, vol. I, Scottish Academic Press Edinburgh and London, 1973.

- [15] HEGEL, G.W.F. – *Enciclopedia științelor filosofice*, partea I, *Logica*, Editura Academiei, București, 1962.
- [16] HEGEL, G.W.F. – *Știința logicii*, Editura Academiei, București, 1966.
- [17] HÖFFDING, H. – *La relativité philosophique*, Alcan, Paris, 1924.
- [18] KANT, I. – *Critica rațiunii pure*, Editura Științifică, București, 1969.
- [19] KNEALE, W., KNEALE, M. – *Dezvoltarea logicii*, vol. I, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1974.
- [20] KRAUSE, D. – „Remarks on Quantum Ontology”, în *Synthese*, Kluwer Academic Publishers, vol. 125, 2000.
- [21] LENZEN, W. – *Necessary Conditions for negation – operators (with particular applications to paraconsistent negation)*, în *Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainty Management Systems*, vol. 2 (eds. Besnard, Ph, Rennes, I., Hunter, A.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, 1998.
- [22] LUCICA, I. – *Conceptul de existență*, în: Iancu Lucica, Constantin Grecu (coord.), *Logică și ontologie*, Editura Trei, București, 1999.
- [23] MEYERSON, E. – *Identité et réalité*, deuxième édition, Alcan, Paris, 1912.
- [24] MOISIL, GR. C. – *Essais sur les logiques non chrysippiennes*, Editions de l'Academie, Bucarest, 1972.
- [25] NOICA, C. – *Principiile logicii și legile lui Newton*, în: *Probleme de logică*, vol. IV, Editura Academiei, București, 1972.
- [26] PLATON – *Opere*, vol. IV, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1983.
- [27] PLATON – *Opere*, vol. VII, Editura Științifică, București, 1993.
- [28] POPPER, K. R. – *Conjecturi și infirmări*, Editura Trei, București, 2002.
- [29] PRIEST, G. – *Beyond the limits of thought*, Cambridge University Press, 1995.
- [30] PRIEST, G., ROUTLEY, R., NORMAN, J. (eds.) – *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag, München / Hamden / Wien, 1989.
- [31] RESCHER, N., BRANDOM, R. – *The Logic of inconsistency (A Study in Non – Standard Possible – World Semantics and Ontology)*, Rowman and Littlefield, Totowa, New Jersey, 1979.
- [32] RIVELAYGUE, J. – „La dialectique de Kant à Hegel”, *Les etudes philosophiques*, 3, 1978.
- [33] ROBIN, L. – „La Pensée Grecque et les origines de l'esprit scientifique”, *La Renaissance du livre*, Paris, 1923.
- [34] SURDU, A. – *Noțiunea clasică și conceptul hegelian*, în *Probleme de logică*, vol. VII, Editura Academiei, București, 1977.
- [35] TAROZZI, G. – „Réalisme d'Einstein et mécanique quantique: un cas de contradiction entre une théorie physique et une hypothèse philosophique clairement définie”, *Revue de synthèse*, nr. 101–102, janvier-juin, 1981.
- [36] VALERIU, AL. – *Logica*, ediția a XXIV-a, Editura Garamond, București.

# **IV**

**FERTILITATEA  
UNEI CONTRADICȚII**

**APLICAȚII ALE LOGICII  
PARACONSISTENTE**

*Situația actuală a științei ne invită clar să coabităm cu contradicții de un anumit tip, mai ales cu contradicțiile semiotice, deși e imposibil în momentul de față să considerăm vreuna din ele ca fiind o contradicție esențială.*

**Newton da COSTA**

# aplicații ale logicii paraconsistente<sup>1</sup>

---

Graham PRIEST  
Richard ROUTLEY

## 1. Introducere: varietatea și tipurile de aplicații

Cea mai importantă utilizare a logicilor paraconsistente este aplicarea acestora la posibile teorii inconsistente. Dar termenul *teorii* trebuie luat aici cât se poate de larg, ca desemnând orice sistem de precepte, enunțuri, axiome etc., care poate fi considerat ca fiind închis inferențial. Teoriile pot fi istorice, actuale, incipiente sau pur și simplu amuzante. Desigur, formalizarea unor astfel de teorii cere adesea un aparat logic mult mai cuprinzător decât simpla logică deductivă de ordinul I, discutată în introducerea la partea a doua a acestei cărți<sup>2</sup>. Acesta poate include probabilitatea, logica inductivă, logica diferitelor modalități și alte noțiuni intensionale, precum opinia ș.a.m.d. Astfel de aspecte, sau cel puțin unele dintre ele, au fost considerate de logicieni. Totuși, în general, teoriile logice formulate au fost puse în acord cu logica clasică sau cel mult cu cea intuționistă. Această procedură este cu atât mai inadecvată cu cât, de cele mai multe ori, materialul la care este aplicat aparatul logic este inconsistent, după cum vom vedea. Corespunzător, noțiunile paraconsistenței trebuie să fie aplicate chiar la teoriile modalității, probabilității etc., pentru a crea un instrument logic adecvat. În acest studiu vom considera mai întâi unele teorii inconsistente interesante, unele dintre ele în detaliu, după care vom trece la examinarea remodelării diferitelor teorii logice. Trebuie subliniat că investigațiile multor aplicații menționate sunt la început, precum și că adesea nu putem face mai mult decât să oferim sugestii pentru direcțiile cercetărilor viitoare.

---

<sup>1</sup> *Applications of Paraconsistent Logic*, în G. Priest, R. Routley, J. Norman (eds.), *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, München, Philosophia Verlag GmbH, 1989. Traducere de Dumitru Gheorghiu. (N.T.)

<sup>2</sup> v. studiul lui G. Priest și R. Routley, *Sisteme de logică paraconsistentă*, tradus în volumul de față. (N.T.)

## 2. Teorii inconsistente istorice sau actuale

Există o mare varietate de teorii inconsistente, dar netriviiale, unele dintre acestea importante. Și unele dintre ele sunt adevărate. Unele dintre aceste teorii importante și adevărate, cum este teoria naivă a mulțimilor, au fost deja menționate în secțiunile introductive anterioare. Desigur, adepții paraconsistenței nu se angajează la concepția conform căreia toate teoriile contradictorii sunt adevărate – sau chiar, dacă poziția lor este suficient de slabă, la concepția conform căreia *nici una* nu este adevărată. Astfel, în multe cazuri, reconstrucția formală a reprezentării paraconsistente a unei teorii inconsistente poate fi în principal sau numai o chestiune de interes istoric. Formalizarea teoriei atomului a lui Bohr, a *Eticii* lui Spinoza și a teoriei lui Aristotel a mișcării, cu inconsistențe și toate celelalte, ar fi întreprinderi de acest tip. Aceste teorii nu mai sunt actuale sau active. Oricum, o consecință filosofică importantă a paraconsistenței este aceea că ea permite repunerea în funcțiune a anumitor teorii istorice, a căror moarte a fost pronunțată prematur. Teoria obiectelor a lui Meinong (pe care o vom discuta în introducerea la următoarea parte a cărții<sup>3</sup>) este exact o teorie de acest tip. (A suferit un eșec datorită trăsăturilor importate din paradigma logică predominantă). Pentru unele teorii, cum este prima teorie a infinitesimalelor, poate să nu fie clar în care dintre aceste clase, teorii vii sau teorii moarte, se încadrează. Din fericire, aceasta este o chestiune pe care nu avem nevoie să încercăm să o rezolvăm. Vom începe prin a contura o imagine generală a gamei teoriilor inconsistente, după care vom considera în detaliu câteva dintre cele mai interesante teorii.

Teorii inconsistente pot fi găsite în aproape orice disciplină, dar în mod special în cele descrise în continuare.

### 2.1. Filosofie și teologie

Printre teoriile filosofice de acest tip putem menționa teoriile lui Heraclit, Hume, Hegel, Frege, Meinong și Wittgenstein, precum și unele teorii dialectice ale schimbării. Nu vom examina aceste teorii aici, deoarece multe dintre ele sunt discutate în altă parte, în capitolele introductive<sup>4</sup>. Unele dintre aceste teorii au părți care sunt de un viu interes pentru dezvoltarea și elaborarea de noi teorii.

În cadrul acestei categorii generale de teorii filosofice am putea, de asemenea, să includem anumite teologii. De fapt, cele mai multe teologii sofisticate sunt inconsistente. Unele, cum este Creștinismul, se refugiază în inconsistență cu privire la teme precum Trinitatea, substanțialitatea lui Dumnezeu și umanitatea lui

<sup>3</sup> v. studiul lui G. Priest și R. Routley, *Semnificația filosofică și inevitabilitatea paraconsistenței*, din în volumul de față. (N.T.)

<sup>4</sup> v. în special capitolul XVIII de mai jos (G. Priest și R. Routley, *Semnificația filosofică și inevitabilitatea paraconsistenței*, din volumul de față).



Hristos. Alte religii, cum sunt variantele de Budism, în special Zen, par a curta cu contradicții de tipul „minte nu este minte”. De fapt, orice religie care afirmă existența unui Dumnezeu atotputernic va ajunge la paradoxurile standard ale omnipotenței (e.g., El poate inventa o problemă pe care nu o poate rezolva, poate produce un obiect inamovibil etc.); într-un fel similar, supoziția unui Dumnezeu omniscient este deschisă la paradoxurile omniscienței<sup>5</sup>.

În virtutea acestui tip de problemă, unele teologii, atât dintre cele medievale, cât și dintre cele moderne, au luat taurul de coarne și au permis ca Dumnezeu să fie un obiect inconsistent, deși această soluție poate crea mai multe probleme teologice decât rezolvă (e.g., cum poate un astfel de obiect să existe sau să fie demn de venerație; cum poate interacționa Dumnezeu cu lumea). Fără îndoială, cea mai sofisticată filosofic dintre aceste teologii inconsistente este cea a lui Hegel, în care Dumnezeu este identificat cu Absolutul, cu Spiritul care se pune pe Sine. Într-adevăr, inconsistența este parte a esenței înseși a Absolutului lui Hegel<sup>6</sup>. Faptul că sunt inconsistente și cer aplicații ale logicii paraconsistente nu este specific numai teoriilor filosofice sau științifice: teoria mai generală a teoriilor este, de asemenea, de acest tip<sup>7</sup>.

## 2.2. Științele naturii și științele sociale

După cum am început deja să vedem, și științele au produs partea lor de teorii inconsistente. De exemplu: teoria atomului a lui Bohr, unele versiuni ale interpretării Everett-Wheeler a mecanicii cuantice și alte părți ale mecanicii cuantice care implică anomalii cauzale sau funcția  $\delta$  a lui Dirac<sup>8</sup>. Unele dintre aceste teorii sunt încă de un viu interes. Întorcându-ne puțin mai înapoi în istorie, este destul de discutabilă ideea că teoria combinată a astronomiei și dinamicii a lui Copernic era inconsistentă, așa cum erau versiunile teoriei flogistonului, unele teorii ale luminii, foarte probabil teoria lui Aristotel a mișcării și, cu siguranță, teorii anterioare ale mișcării care admiteau argumentele lui Zenon.

Științele sociale, de asemenea, au partea lor de contribuție la teoriile inconsistente. Metapsihologia lui Freud este inconsistentă. Mai general, orice sociologie sau economie bazată pe teoria lui Marx a alienării este inconsistentă<sup>9</sup>. Asemănător, este inconsistentă orice teorie care încorporează condiții precum cele descoperite de Arrow pentru o teorie generală socială sau a mediului înconjurător<sup>10</sup>.

<sup>5</sup> v., e.g., Routley, 1981.

<sup>6</sup> v. secțiunea 5 din capitolul II al acestei cărți. Pentru o discuție suplimentară despre teologia contradictorie vezi secțiunea 3 din capitolul I al acestei cărți și, de asemenea, Peña, 1981.

<sup>7</sup> Semantica pentru logica relevantă a lui Routley și Meyer, 1973, furnizează un cadru cât se poate de general pentru o abordare de tip static a teoriei teoriilor. Abordarea statică este dusă mult mai departe în lucrările nepublicate ale lui Meyer despre teoria teoriilor.

<sup>8</sup> v. secțiunea 3 de mai jos.

<sup>9</sup> v. capitolul II, secțiunea 6.

<sup>10</sup> Pentru explicații și demonstrații complete, v. Routley, 1980.

## 2.3. Logica și matematica

Următoarea clasă de teorii, deosebit de bogată în contradicții, este cea aparținând logicii și matematicii. În acest domeniu ar trebui să menționăm din nou semantica, teoria proprietăților (și a propozițiilor), teoria mulțimilor și prima teorie a infinitesimalelor. Este aproape sigur că multe alte ramuri ale matematicii – probabil majoritatea – erau inconsistente în primele lor versiuni. Nu demult, cercetarea din istoria dezvoltării matematicii (ca în Lakatos, 1976) a confirmat această temă. Cu toate acestea, rescrierea și transformarea corespunzătoare a matematicii clasice, care a dominat secolul al XX-lea, de la *Pricipia Mathematica* la Bourbaki, a făcut ca situația istorică reală să fie mai greu de cunoscut. Dar oricine crede că matematica a fost făcută întotdeauna la Bourbaki se face vinovat de un grav anacronism istoric.

## 3. O privire mai detaliată asupra unora dintre aceste teorii

Evident (atât din lipsă de spațiu, cât și de timp de cercetare), nu putem să examinăm în detaliu fiecare dintre teoriile menționate mai sus. Totuși, pentru a da doar o idee despre investigarea teoriilor inconsistente, vom examina câteva dintre acestea mai detaliat. În mod special, vom examina semantica, teoria mulțimilor, calculul infinitesimal și unele elemente ale teoriei cuantice. Am urmărit ca discuția noastră să fie pe atât de neutră pe cât o putem face în raport cu logica paraconsistentă subiacentă pe care o folosim. Dar, de dragul preciziei, vom asuma faptul că ne bazăm teoria pe o extensie cuantificațională adecvată a unei logici relevante, cum este aceea discutată în capitolul V (secțiunea 3.3)<sup>11</sup>. Aceasta este cu siguranță cea mai flexibilă logică paraconsistentă, ca și cea mai adecvată din punct de vedere filosofic (după cum am argumentat în capitolul V). Vom menționa explicit dacă un alt tip de logică paraconsistentă nu este adecvat.

### 3.1. Semantica naivă

Semantica este teoria realizabilității, adevărului, denotării și a altor relații dintre limbaj și lume. Nici o teorie clasică nu-și poate exprima adecvat propria sa semantică decât sub amenințarea inconsistenței. Totuși, evident, o teorie inconsistentă își poate exprima propria sa semantică. Și aceasta este exact ceea ce face

---

<sup>11</sup> v. studiul lui G. Priest și R. Routley, *Sisteme de logică paraconsistentă*, din volumul de față. (N.T.)

semantica naivă. Semantica naivă este teoria adevărului, realizabilității, denotării, definiției etc., care este capabilă să-și dea propria sa semantică.

Datorită paradoxurilor semantice, această teorie trebuie să fie fundamentată paraconsistent și nu poate fi fundamentată pe nici o logică paraconsistentă care conține principiul absorbției,  $A \rightarrow (A \rightarrow B)/A \rightarrow B$ , deoarece acest principiu ar trivializa teoria (v. din nou capitolul V, secțiunea 3.3). Rămân totuși o serie întregă de modalități pentru a formaliza teoria pe mai multe căi: cu un predicat de realizabilitate sau cu mai multe; cu secvențe infinite, finite sau fără secvențe; ca o teorie multisortată sau unisortată. Am ales o cale care pare a fi deosebit de simplă.

Pentru orice  $n \geq 0$ , teoria are un predicat de  $n + 1$  locuri,  $\text{Sat}_n$ <sup>12</sup>, astfel că  $\text{Sat}_n yx_1 \dots x_n$  este luat ca „ $x_1 \dots x_n$  realizează  $y$ ”. În acest context,  $y$  este luat ca fiind o formulă cu  $n$  variabile libere. Putem presupune că dacă  $y$  are un număr greșit de variabile sau nu este nici măcar o formulă,  $\text{Sat}_n yx_1 \dots x_n$  este fals. Singurul simbol non-logic este un operator  $\ulcorner$ , care satisface următoarea clauză de formulare:

dacă  $\phi$  este o formulă sau un termen oarecare,  $\ulcorner \phi \urcorner$  este un termen închis.

$\ulcorner \phi \urcorner$  este considerat ca fiind numele lui  $\phi$ .

Teoria are familia de scheme de axiome:

$$\text{Sat}_n \ulcorner \phi \urcorner x_1 \dots x_n \leftrightarrow \phi(v_{i1}/x_1 \dots v_{in}/x_n) \quad (\text{SS})$$

în care:  $v_{i1} \dots v_{in}$  sunt variabilele libere ale lui  $\phi$  în ordinea crescătoare a unei enumerări standard;

$v/x$  – substituția lui „ $v$ ” cu „ $x$ ”.

Schema realizabilității reprezintă principiul naiv corect și analitic al realizabilității, care generalizează aserțiuni de tipul

John și Mary realizează „ $x$  iubește pe  $y$ ”, ddacă John o iubește pe Mary.

Cu costul anumitor complicații, am putea simplifica (într-un sens) axiomatizarea după cum urmează: dacă restrângem (SS) la cazurile în care  $\phi$  este o formulă atomară, dar adăugăm clauze recursive precum

$$\text{Sat}_n \ulcorner \psi \vee \phi \urcorner x_1 \dots x_n \leftrightarrow \text{Sat}_n \ulcorner \psi \urcorner x_1 \dots x_n \vee \text{Sat}_n \ulcorner \phi \urcorner x_1 \dots x_n,$$

schema mai generală poate fi apoi demonstrată. Lăsăm aceasta ca un exercițiu non-trivial.

Teoria dă condiții de realizabilitate pentru toate formulele limbajului, inclusiv pentru acelea care conțin relația de realizabilitate. Ca atare, teoria exprimă propria sa semantică. Desigur, teoria este inconsistentă. Căci dacă luăm  $n = 2$  și luăm  $\phi$  ca  $\sim \text{Sat}_2 xx$ , obținem

$$\text{Sat}_2 \ulcorner \sim \text{Sat}_2 xx \urcorner y \leftrightarrow \sim \text{Sat}_2 yy.$$

<sup>12</sup> Prescurtarea uzuală pentru „realizează”, derivată de la echivalentul tehnic din limba engleză *satisfy*. (N.T.)

Acum, înlocuim pe  $y$  cu  $\neg \text{Sat}_2 xx$  pentru a obține ceea ce este de fapt paradoxul heterologicului.

Alte noțiuni semantice sunt ușor de adăugat. În particular, schema realizabilității pentru  $n = 0$  este

$$\text{Sat}_0 \ulcorner \varphi \urcorner \leftrightarrow \varphi.$$

De aici rezultă că „ $\text{Sat}_0$ ” este predicatul de adevăr pentru limbajul considerat. Cât despre denotare,  $\Delta$ , dacă  $t$  este un termen închis oarecare al limbajului, luăm pur și simplu  $\Delta \ulcorner t \urcorner x$  ca  $\text{Sat}_1 \ulcorner y = t \urcorner x$ . Schema realizabilității pentru  $n = 1$  ne dă atunci

$$\Delta \ulcorner t \urcorner x \leftrightarrow x = t.$$

Paradoxurile adevărului și denotării depind în mod caracteristic de un mecanism care nu este disponibil în această teorie foarte limitată pe care am schițat-o. Cu toate acestea, dacă s-ar adăuga axiomele aritmeticii, dată fiind teoria aritmeticii închisă semantic, atunci paradoxul mincinosului, paradoxul lui Berry ș.a.m.d. ar apărea în felul obișnuit. Trivialitatea teoriei specificate nu a fost încă investigată (decât indirect, prin reprezentările sale în teoria mulțimilor). (*Despre paradoxul lui Berry*, v. Priest, 1981). Spre deosebire de teoria naivă a mulțimilor, semantica naivă nu s-a dezvoltat prea mult; investigarea teoremelor sale nu a fost dusă prea departe. Multe așteaptă să fie făcute. Oricum, teoria permite o axiomatizare clară a noțiunilor semantice intuitive, care sunt încastrate în limbajul natural.

### 3.2. Teoriile naive ale proprietăților, mulțimilor și categoriilor

Semantica naivă codifică puncte de vedere intuitive (și corecte) privind adevărul, realizabilitatea etc. Teoriile naive ale proprietăților și mulțimilor fac același lucru pentru noțiunile corespunzătoare. Nici una dintre aceste teorii nu poate fi formalizată non-trivial fără o logică paraconsistentă; nici una nu poate fi formalizată folosind o logică paraconsistentă care admite absorbția fără să apară trivializarea.

Să considerăm mai întâi teoria proprietăților. Aceasta folosește un operator care leagă variabile și formează termeni,  $\lambda$ , astfel că  $\lambda x \varphi$  este considerată ca fiind proprietatea exprimată de enunțul deschis  $\varphi$  ca o condiție asupra lui  $x$ . Singurul predicat suplimentar cerut este  $\eta$ , „are proprietatea”.

Schema de axiomă pentru proprietăți este evidentul principiu al abstracției

$$y \eta \lambda x \varphi \leftrightarrow \varphi (x/y) \quad (\text{AP})$$

O ușoară generalizare a teoriei este furnizată de admiterea proprietăților de  $n$  locuri. Pentru fiecare  $n \geq 0$  avem acum un operator  $\lambda_n$  care leagă  $n$  variabile libere și un predicat  $\eta_n$  de  $n + 1$  locuri (pentru care vom scrie doar ultima sa variabilă din dreapta) care satisface

$$y_1 \dots y_n \eta_n \lambda_n x_1 \dots x_n \varphi \leftrightarrow \varphi(x_1/y_1 \dots x_n/y_n)$$

Atunci când  $n = 0$ , această teorie este exact teoria propozițiilor, cu  $\lambda_0 \varphi$  exprimând propoziția că  $\varphi$ , iar  $\eta_0$  fiind, ca urmare, predicatul de adevăr pentru propoziții. Totuși, pentru simplitate, ne vom restrânge discuțiile ulterioare la cazul larg reprezentativ al proprietăților de un singur loc.

Din nou, teoria este vădit inconsistentă, întrucât avem

$$y \eta \lambda x(\sim x \eta x) \leftrightarrow \sim y \eta y$$

Înlocuirea lui  $y$  cu  $\lambda x(\sim x \eta x)$  dă contradicția așteptată, paradoxul impredicabilului. Non-trivialitatea acestei teorii decurge din cea a teoriei naive a mulțimilor, pe care o vom discuta pe scurt.

Cu condiția ca limbajul pe care îl folosim să conțină operatori modali, putem exprima condiția obișnuită de identitate pentru proprietăți, și anume aceea că două proprietăți sunt identice, ddacă ele sunt cu necesitate co-instanțiate, i.e.

$$y = x \leftrightarrow L\forall z(z \eta y \leftrightarrow z \eta x)$$

În acest punct ar trebui probabil să fim puși în gardă cu privire la faptul că formularea precisă a axiomelor pentru  $=$  este ea însăși o temă sensibilă. Simplul principiu al substitutivității

$$x = y \rightarrow (\varphi(z/x) \leftrightarrow \varphi(z/y))$$

conduce la curiozități precum  $x = y \rightarrow (\varphi \rightarrow \varphi)$  și la irelevanță. În plus, există bune temeiuri pentru a presupune că principiul este nevalid, dacă limbajul în discuție conține operatori intensionali de ordin mai înalt privind opinia etc.<sup>13</sup>

Formularea teoriei naive a mulțimilor este acum o chestiune simplă. Căci singura diferență reală dintre mulțimi și proprietăți, așa cum sunt concepute în mod obișnuit, rezidă în condițiile lor de identitate. Astfel, dacă scriem „ $\in$ ” („este un membru al mulțimii”) în loc de „ $\eta$ ” și „ $\{z|\varphi\}$ ” („mulțimea de obiecte  $z$  care  $\varphi$ ”) în loc de „ $\lambda z \varphi$ ”, schema abstracției pentru proprietăți, AP, devine schema abstracției pentru mulțimi, AM:

$$y \in \{x|\varphi\} \leftrightarrow \varphi(x/y) \quad (\text{AM})$$

<sup>13</sup> Oricum, nu vom discuta aceste aspecte aici. Detalii pot fi găsite în Routley, 1977, §7 și în EMJB, Routley, 1980a.

Condiția de identitate pentru mulțimi este echivalentă cu cea extensională obișnuită:

$$x = y \leftrightarrow \forall z(z \in x \leftrightarrow z \in y).$$

Teoria naivă a mulțimilor este o teorie inconsistentă ale cărei teoreme au fost investigate, cel puțin într-o anumită măsură. În particular, întreg aparatul teoriei de bază a mulțimilor, operațiile booleene, perechile ordonate, funcțiile, puterile mulțimilor etc., pot fi dezvoltate aproape normal, deși sunt necesare unele schimbări. De exemplu, dacă definim mulțimea vidă  $\Lambda$  în felul obișnuit, ca  $\{x \mid x \neq x\}$ , atunci nu mai putem demonstra că  $\Lambda \subseteq x$ , deoarece aceasta exploatează paradoxul implicației materiale,  $A \rightarrow (\sim A \rightarrow B)$ . Dacă, însă, definim  $\Lambda$  ca  $\{x \mid \forall y x \in y\}$ , vor apărea  $\Lambda \subseteq x$  și celelalte proprietăți obișnuite ale lui  $\Lambda$ . Existența mulțimilor infinite este, de asemenea, demonstrabilă pe o cale simplă. De exemplu, fie  $V$  mulțimea univers, definită ca  $\{x \mid \forall y y \in x\}$ <sup>14</sup>. Atunci,  $V$  este pusă în corespondență biunivocă cu o submulțime strictă a sa prin aplicația  $x \mapsto \{x\}$ . Deci  $V$  este infinită. Astfel, teoria naivă a mulțimilor pare să furnizeze materialul necesar pentru teoria mulțimilor cerută în orice matematică normală<sup>15</sup>. Măsura în care teoria clasică a mulțimilor însăși, incluzând teoria ordinelor și cardinalelor transfinite, poate fi dezvoltată sau reprezentată este încă o problemă deschisă, așa cum este problema structurilor interesante pe care le au și le produc mulțimile inconsistente, precum  $\{x \mid x \notin x\}$ <sup>16</sup>.

Să ne întoarcem acum la schema abstracției, AM, însăși. Dacă formulăm schema abstracției fără operatorul abstracției pentru mulțimi, obținem obișnuitul

$$\exists z \forall y(y \in z \leftrightarrow \varphi),$$

în care  $\varphi$  este oarecare, cu excepția faptului că  $z$  poate să nu apară în  $\varphi$ .

Restricția este cerută în teoriile consistente ale mulțimilor, deoarece, dacă este încălcată, apar curând inconsistențele. Cu toate acestea, nu există nici un temei pentru a păstra restricția în teoria naivă a mulțimilor, iar condiția poate fi eliminată. Dacă facem aceasta, putem demonstra existența unor mulțimi mai interesante. De exemplu, să considerăm mulțimea definită astfel:

$$x \in f \leftrightarrow \exists uv (u \in y \wedge v \in u \wedge x = (uv)) \wedge \forall uv_1v_2 ((uv_1) \in f \wedge (uv_2) \in f \rightarrow v_1 = v_2)$$

Nu este greu de verificat că  $f$  este o funcție și că, pentru orice  $u \in y$ ,  $f(u) \in u$ . Astfel,  $f$  este o funcție de alegere pe  $y$  și am demonstrat axioma alegerii<sup>17</sup>. De fapt, putem lua pe  $y$  ca fiind  $V$ . Prin urmare, avem axioma globală a alegerii. Evident, aceasta ridică problema importantă dacă ipoteza continuului sau ipoteza continuului generalizat pot fi stabilite de teoria naivă a mulțimilor. Răspunsul la această problemă

<sup>14</sup> În studiu, probabil datorită unei greșeli de tehnoredactare, mulțimea univers este definită ca  $\{x \mid \exists y x \in y\}$ . (N.T.)

<sup>15</sup> Detalii suplimentare pot fi găsite în Routley, 1977, §8.

<sup>16</sup> Pentru investigații incipiente ale ultimelor aspecte într-un cadru paraconsistent oarecum mai puternic, a se vedea Arruda, Batens, 1982.

<sup>17</sup> Routley, 1977, §8.

este deocamdată necunoscut. Totuși, este cunoscut faptul că teoria naivă a mulțimilor este non-trivială chiar și fără restricția impusă lui  $z$  în formularea sa<sup>18</sup>. Vom discuta semnificația acestui fapt în introducerea la partea următoare a cărții<sup>19</sup>.

Înainte de a părăsi tema teoriei mulțimilor, vom menționa situația teoriei categoriilor. Dacă luăm teoria mulțimilor ZF<sup>20</sup> și definim noțiunea de categorie în mod standard, o categorie trebuie să fie o mulțime. Astfel, suntem împiedicați de a considera categorii precum categoria tuturor mulțimilor. Alternativ, dacă permitem categoriilor să fie clase propriu-zise, nu putem considera categoria tuturor claselor propriu-zise sau chiar a tuturor grupurilor, deoarece unele dintre acestea sunt clase propriu-zise. Acestea sunt dificultăți binecunoscute. Soluțiile lor standard, precum ierarhia Gröthendieck, nu sunt foarte reușite<sup>21</sup>. Cu toate acestea, dacă teoria categoriilor este dezvoltată în teoria naivă a mulțimilor, putem defini astfel de categorii precum categoria tuturor grupurilor și putem fi siguri că toate grupurile se află în această categorie. Putem defini categoria tuturor mulțimilor și, întrucât aceasta este o mulțime, se va conține pe sine. Similar, putem considera categoria tuturor categoriilor. Aceasta nu numai că îl eliberează de constrângeri pe teoreticianul categoriilor, ale cărui mâini sunt legate de ZF, dar introduce și posibilități noi și captivante cu privire la teoria inconsistentă naivă a categoriilor. Dar rămâne de văzut în ce măsură aceste categorii, care nu sunt bine fundamentate, prezintă proprietăți interesante din punctul de vedere al teoriei categoriilor.

În această ultimă parte ne-au preocupat inconsistențe care implică obiecte foarte mari, cum sunt anumite mulțimi și categorii infinite. Vom trece în continuare la inconsistențe care implică ceea ce este foarte mic: infinitezimale și obiecte microfizice<sup>22</sup>.

### 3.3. Calculul infinitezimal

A treia teorie pe care o vom menționa este teoria infinitezimalelor. S-a sugerat adesea că refacerea de către Robinson a calculului infinitezimal în termenii analizei non-standard arată că teoria nu este realmente inconsistentă. Dar, oricât de elegantă și de utilă ar fi teoria analizei non-standard a „infinitezimalelor“, a susține că aceasta este teoria inițială este un anacronism izbitor<sup>23</sup>. Căci infinitezimalele trebuiau să fie obiecte autentic inconsistente: în calculul unei derivate în diferite puncte trebuia să se presupună că un infinitezimal era deopotrivă zero și non-zero. Astfel, teoria este deosebit de potrivită pentru o formalizare paraconsistentă. Felul

<sup>18</sup> Brady, 1989.

<sup>19</sup> v. capitolul XVIII, secțiunea 3.3.3 (studiul lui G. Priest și R. Routley, *Semnificația filosofică și inevitabilitatea paraconsistenței*, din volumul de față).

<sup>20</sup> Teoria axiomatică Zermelo-Fraenkel a mulțimilor. (N.T.)

<sup>21</sup> Fraenkel, Bar-Hillel, Levy, 1973, p. 143 și următoarele.

<sup>22</sup> Simetria tratamentului ar sugera probabil o secțiune despre teoria relativității, care ar indica părți ale teoriei pregătite sau potrivite pentru reformulare și investigare paraconsistentă. Cu siguranță, teoria relativității a generat partea sa de paradoxuri.

<sup>23</sup> „În acel timp (cam 1740) ... matematicienii încă simțeau că interpretarea calculului trebuie să fie făcută în termenii a ceea ce este intuitiv rezonabil, mai curând decât în termenii a ceea ce este logic consistent” (Boyer, 1949, p. 232).

exact în care trebuie făcută aceasta este, totuși, un subiect care cere foarte multă cercetare. Pentru moment, vom considera doar următoarea sugestie pentru o teorie absolut naivă a infinițezimalelor și unele trăsături ale sale.

În primul rând, teoria este bazată pe teoria realelor de ordinul doi, care, putem presupune, este formulată pentru a permite specificarea funcțiilor prin  $\lambda$ -abstractizare. Împărțirea trebuie să fie luată ca un simbol primitiv care satisface condiția

$$(1) \quad x \neq 0 \rightarrow x \cdot y / x = y.$$

Teoria are un simbol de funcție suplimentară, „d“, „o parte infinițezimală a“, care satisface cele două axiome adiționale

$$(2) \quad dx = 0$$

$$(3) \quad dx \neq 0.$$

Derivata  $Df$  a unei funcții  $f$  poate fi definită în modul obișnuit:

$$Df = \lambda x \left( \frac{f(x + dx) - f(x)}{dx} \right)$$

Astfel, derivata lui  $f$  în punctul  $x$  este coeficientul de schimbare a  $f$  produsă de o schimbare infinițezimală în  $x$ . Calculul unei derivate poate fi acum desfășurat în modul absolut evident. De exemplu, fie  $f$  funcția  $\lambda y y^2$ . Atunci

$$\begin{aligned} Df &= \lambda x \left( \frac{\lambda y y^2(x + dx) - \lambda y y^2(x)}{dx} \right) = \lambda x \left( \frac{(x + dx)^2 - x^2}{dx} \right) = \\ &= \lambda x \left( \frac{2x dx + dx^2}{dx} \right) = \lambda x \left( \frac{dx(2x + dx)}{dx} \right) \end{aligned}$$

Dar, prin (3), (1) și proprietățile lui  $\lambda$ ,

$$Df = \lambda x(2x + dx)$$

și prin (2) și proprietățile lui  $\lambda$ ,

$$Df = \lambda x \cdot 2x$$

Pentru a demonstra diferite alte proprietăți ale derivatelor, sunt cerute axiome adiționale, precum  $dfx = f(x + dx)$ . Oricum, cele de mai sus sunt suficiente pentru a înfățișa ceva din forma generală a teoriei. Probabil că cel mai agreabil aspect al teoriei este modul în care aceasta permite lui  $d$  să fie ceea ce s-a considerat inițial că este, și anume un operator care formează un infinițezimal – unde un infinițezimal este acum conceput ca un obiect inconsistent infinit de mic.

Regretabil, un aspect neplăcut al teoriei este acela că este trivială sau cel puțin atât de aproape de trivialitate încât diferența să nu fie realmente importantă



(după cum a observat Dunn). Căci se poate demonstra că  $0 = 1$  și astfel, practic, orice ecuație. Întrucât  $0 = 0 + 0$ , prin (2),  $dx = dx + dx$ . De aici, folosind (3) și (1),  $dx/dx = dx/dx + dx/dx$ . Prin urmare,  $1 = 1 + 1$ , de unde  $0 = 1$  și dezastru. O teorie paraconsistentă autentică, mai puțin naivă, care ar fi o extensie conservatoare a aritmeticii, ar trebui să procedeze mult mai prudent. Există mai multe posibilități de explorat. O propunere este ca operațiile aritmetice asupra infinitesimalelor să fie limitate. O alta, sugerată de practica teoriei mai vechi, este ca axioma (2) să fie calificată contextual, astfel încât, e.g., să se aplice numai în anumite  $d$ -contexte. Aici, ideea este că, în timp ce  $dx$  nu este strict 0, este atât de aproape de 0 încât  $d$ -termeni plasați convenabil în altă parte să-l poată absorbi.

### 3.4. Teoria mecanicii cuantice

Există multe părți ale teoriei cuantice care sugerează o formalizare paraconsistentă, deoarece, la prima vedere, acestea produc contradicții. Arie de o sensibilitate specială privind contradicțiile sunt acelea referitoare la colapsul pachetelor de unde în raport cu măsurarea și, în particular, la problema determinării exacte a operatorilor cum sunt cei ai poziției și momentului. Vom arunca o scurtă privire asupra unora dintre aceste arii, începând cu formalizarea funcției delta a lui Dirac.

În mod obișnuit, teoria cuantică este formulată în termenii spațiilor Hilbert. Astfel, descrierea stării unui sistem este un element al spațiului Hilbert,  $H$ , care este mulțimea totalității funcțiilor de la mulțimea numerelor reale  $R$  la planul complex  $C$ , cu operațiile adecvate definite. Nu există nici o problemă de netrecut în axiomatizarea unei astfel de teorii și o vom lăsa ca exercițiu pentru cititorul diligent<sup>24</sup>. Chestiunea importantă în momentul de față este că această teorie implică

$$\forall \psi \in H, \forall x \in R, \exists y \in C, \psi(x) = y.$$

Acum, pentru a rezolva multe probleme, este necesar să se recurgă la  $\delta$ -funcțiile lui Dirac și să se presupună că acestea sunt elemente ale spațiului Hilbert.  $\delta$ -funcțiile sunt caracterizate de axiomele

$$(i) \quad \delta_x \in H \wedge \delta_x = \delta_x^*$$

$$(ii) \quad \forall y \neq x \quad \delta_x(y) = 0$$

$$(iii) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta_x(y) dy = 1.$$

<sup>24</sup> Teoria cuantică elementară a fost axiomatizată în acest fel de J. von Neumann, 1953. Așa cum se obișnuia în legătură cu axiomatizările matematice, baza logică exactă nu este specificată.

Dacă adăugăm aceste axiome la axiomele pentru spațiul Hilbert, putem obține imediat o inconsistență. Căci, întrucât  $\delta_x \in \mathbf{H}$ ,  $\forall y \in \mathbf{R}$ ,  $\exists z \in \mathbf{C}$ ,  $\delta_x(y) = z$ . Astfel,  $\exists z \in \mathbf{C}$   $\delta_x(x) = z$ . Dar, întrucât  $\delta_x = \delta_x^*$ ,  $z$  este real. De aici  $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta_x(y) dy = 0$ . Contradicție.

Astfel, teoria ca atare cere o formalizare paraconsistentă. Împrejurarea că teoria se află într-un impas serios din punct de vedere clasic a fost sesizată de von Neumann.

Metoda lui Dirac ... nu satisface în nici un fel cerințele rigorii matematice – nici chiar dacă acestea sunt diminuate într-un mod natural și adecvat în măsura îngăduită în mod obișnuit în altă parte în fizica teoretică. De exemplu, metoda este în acord cu ficțiunea conform căreia fiecare operator auto-articulat poate fi pus în formă diagonală. În cazul acelor operatori care nu sunt efectiv în această situație, această metodă cere introducerea funcțiilor „improprii”, cu proprietăți auto-contradictorii.<sup>25</sup>

Desigur, o reformulare paraconsistentă este doar una dintre căile de depășire a problemei și, bineînțeles, nu pretindem că este cea mai bună. Teoria  $\delta$ -funcției lui Dirac poate să fie formalizată, de pildă, folosind teoria distribuțiilor, deși adecvarea acestei formalizări este o altă problemă. Tot ce pretindem este că aceasta este o formalizare care nu este nerezonabilă și, în plus, o formalizare cu consecințe a căror investigare ar putea fi rodnică.

Mai presante decât problema  $\delta$ -funcției sau decât cea a reducăției generale a pachetelor de unde sunt anomaliile cauzale ale mecanicii cuantice, ceea ce constituie substratul acestor probleme. Cel mai simplu exemplu este oferit, probabil, de faimosul experiment al celor două fante. Să presupunem că trimitem o rază de lumină printr-un ecran cu două fante,  $A$  și  $B$ . Trecând prin fante, lumina atinge un alt ecran. Dorim să înțelegem aceasta în termeni specifici. Dacă este deschisă o fantă, atunci pe ecran se observă o anumită figură caracteristică a luminii. Dacă este deschisă cealaltă fantă, se observă o figură similară. S-ar părea că dacă ambele fante sunt deschise, figura obținută *ar trebui* să fie simpla suprapunere a celor două figuri, dar nu este așa. Să considerăm mai întâi demonstrația conform căreia *ar trebui* să fie așa, înainte de a-i evalua punctele slabe. Intensitatea luminii într-un anumit punct  $x$  de pe ecran este determinată de probabilitatea ca un foton să atingă acel punct. Să scriem  $r$ , pentru „un foton atinge  $x$ ”,  $a$ , pentru „un foton trece prin  $A$ ” și  $b$ , pentru „un foton trece prin  $B$ ”. Suntem interesați de  $\Pr(r/a \vee b)$ . Aceasta se poate calcula după cum urmează:

$$\begin{aligned} \Pr(r/a \vee b) &= \Pr(r \wedge (a \vee b)) / \Pr(a \vee b) = \\ (*) &= \Pr((r \wedge a) \vee (r \wedge b)) / \Pr(a \vee b) = \\ (**) &= \Pr(r \wedge a) / \Pr(a \vee b) + \Pr(r \wedge b) / \Pr(a \vee b) \\ &\text{întrucât } \neg((r \wedge b) \wedge (r \wedge a)) \end{aligned}$$

<sup>25</sup> von Neumann, 1953. Ideea lui von Neumann a fost schițată de Feyerabend, 1978, p. 157 și apoi a fost pusă la punct în Mortensen, 1892, de unde am preluat-o.

Dar

$$(***) \sim(a \wedge b).$$

De aici

$$\Pr(a \vee b) = \Pr a + \Pr b$$

și, prin simetrie,

$$\Pr a = \Pr b$$

Astfel,

$$\Pr(r/a \vee b) = \Pr(r \wedge a)/2 \Pr a + \Pr(r \wedge b)/2 \Pr b = 1/2(\Pr(r/a) + \Pr(r/b))$$

Logica cuantică ortodoxă încearcă să blocheze demonstrația liniei (\*) prin respingerea distributivității. În timp ce această strategie îndeplinește ceea ce este cerut în exemplul cu cele două fante, există temeiuri bune de îndoială că strategia reușește în contextul mai larg al mecanicii cuantice în care ar fi eventual plasată. Căci, în primul rând, demonstrația pernicioasă a suprapunerii poate fi adaptată să lucreze cu ceea ce pare să permită logica cuantică ortodoxă; în al doilea rând, atunci când este combinată cu aritmetica, ceea ce este esențial pentru orice întreprindere mai largă, logica cuantică ortodoxă permite demonstrarea distributivității<sup>26</sup>. Strategiile paraconsistente sunt diferite. Opțiunile paraconsistente dominante constau din respingerea pașilor (\*\*) sau/și (\*\*\*). Conform opțiunii mai tari, dialetheice<sup>27</sup>, chiar dacă este adevărat  $\sim(a \wedge b)$ ,  $a \wedge b$  nu este prin aceasta exclus. Prin urmare, ambii pași menționați ai demonstrației eșuează<sup>28</sup>. În termeni calitativi, aceasta înseamnă că particula care evident nu poate trece prin ambele fante, face efectiv aceasta. Oricât de provocator ar putea să pară, odată ce ideea că unele inconsistențe sunt adevărate este luată în serios, cine ar putea să susțină că unele inconsistențe nu sunt realizate la nivel microfizic? (De pildă, că microparticulele nu sunt și unde). Ar fi foarte ciudat, dar noi știm deja că la acest nivel se întâmplă lucruri ciudate. De fapt, dat fiind că ceilalți pași ai argumentului sunt acceptabili, evidența experimentală arată că uneori o particulă trebuie (ca o undă) să treacă prin ambele fante<sup>29</sup>, chiar dacă așa ceva este imposibil!

<sup>26</sup> Pentru cel de-al doilea aspect, a se vedea Dunn, 1980. Pentru primul, a se vedea Gibbins, 1981.

<sup>27</sup> În viziunea autorilor, o *dialetheie* este o contradicție (mai larg, o inconsistență) adevărată, *dialetheismul* (sau *dialethismul*) fiind concepția conform căreia există contradicții (inconsistențe) adevărate. (N.T.)

<sup>28</sup> I.a. rigore, aceasta cere o teorie paraconsistentă a probabilităților, un subiect abordat în secțiunea 4.5. Pentru elaborarea unei abordări paraconsistente non-dialetheice a teoriei cuantice, a se vedea Routley, 1977, în care este avansată o poziție relevantă.

<sup>29</sup> Putem indica – într-un fel – cum se poate întâmpla aceasta, prin secvența de instanțanee prezentată în figura 1 (v. p. 434).

Nimic nu oprește vizualizarea imposibilului sau a reprezentării diagramatice a imposibilului (a se vedea *EMJB*, Routley, 1980a, și, de asemenea, *Canadian Education Program*, 1982).

Odată ce ne-am deprins cu posibilitatea ca particulele să facă imposibilul, ne vin în minte multe alte fenomene din fizica cuantică, de exemplu penetrarea barierei de potențial de către o particulă cu energie insuficientă (din punct de vedere clasic). Oricum, nu este nevoie să urmărim acest subiect mai departe.

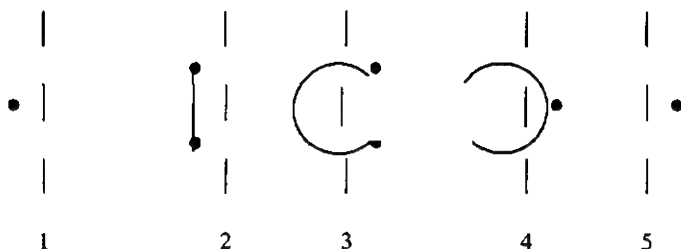


Fig. 1.

La prima vedere, abordarea măsurării în teoria cuantică este, de asemenea, inconsistentă. Căci „rezultatul unei măsurări este o suprapunere de vectori, fiecare reprezentând cantitatea observată ca având una dintre valorile sale posibile”; totuși, „în practică noi observăm doar o valoare”, nu mai multe<sup>30</sup>. Situația grea a pisicii lui Schrödinger furnizează un exemplu celebru al problemei: funcția de undă a sistemului are „o formă în care pisica vie și pisica moartă sunt amestecate în proporții egale” (De Witt, p.31), dar este observată o singură pisică, una vie sau, altfel, una moartă<sup>31</sup>. Există o serie de încercări binecunoscute – nici una deosebit de convingătoare – de a rezolva problema, de a o face consistentă într-un mod coerent, în special colapsul pachetului de unde în interpretarea de la Copenhaga, teoriile cu parametrii ascunși, proiectul interferenței conștiente al lui Wigner (v. De Witt, p. 32). O încercare diferită – foarte mult în linia tradiției pluralismului Jainist și a logicii discursive – este interpretarea EWG (Everett-Wheeler/Graham), conform căreia toate valorile posibile sunt realizate în lumi diferite, una dintre acestea fiind o lume distinctă, la care noi, observatorii, suntem limitați. Cadrul semantic al logicii discursive este gata făcut pentru această interpretare. Dar în pofida legăturilor sale paraconsistente, teoria EWG nu este deloc una paraconsistentă, deoarece arborele lumilor alternative se încadrează într-un spațiu Hilbert în evoluție (cel al suprapunerii înseriate), care se conformează logicii clasice<sup>32</sup>.

<sup>30</sup> De Witt, 1970, p.30.

<sup>31</sup> Este vorba despre un experiment mental, cunoscut ca „paradoxul pisicii”, propus de Schrödinger pentru a evidenția, între altele, problema măsurării în fizica cuantică. Pentru detalii, a se vedea, de pildă, Peter Mittelstaedt, *Probleme filosofice ale fizicii moderne*, București, Editura Științifică, 1971, pp. 155–156. (N.T)

<sup>32</sup> Rescher și Brandom spun că „sistemizarea fizicii cuantice prin abordarea Everett-Wheeler atrage după sine (deși nu cere în mod irevocabil) un aparat logic tolerant la inconsistență”, 1980, p. 60 (sublinierea noastră). Dar ei nu spun și cum. Mai mult, pe baza a ceea ce ei spun, teoriile lumilor posibile ale lui Democrit și David Lewis ar atrage după sine tot așa „un aparat tolerant la inconsistență” – ceea ce, categoric, aceste teorii nu fac. (Abordarea „lumilor independente” a lui De Witt, p.34, ar cere un aparat mai larg: semantica pentru logica relevantă ar fi suficientă).

## 4. Paraconsistența și noțiuni logice mai largi

Să considerăm acum aplicarea paraconsistenței la teoriile logicii însele. În esență, ceea ce face o logică paraconsistentă este să furnizeze canoane ale bunei raționări care pot fi folosite în toate situațiile – inclusiv în multele situații defectuoase din punct de vedere clasic<sup>33</sup>. Totuși, logica paraconsistentă nu constituie decât o bază limitată pentru aceasta. Căci, în cel mai bun caz, această logică va da o descriere a raționării deductive privitoare la o clasă foarte restrânsă de noțiuni logice. Dincolo de aceasta există alte tipuri de raționare, precum metodele inductive și – nu fără legătură – există multe alte noțiuni pe care le folosim în raționarea noastră, precum probabilitatea, diferite modalități ș.a.m.d.; fiecare dintre aceste noțiuni și tipuri de raționare trebuie să se adapteze adecvat la paraconsistent. Vom întreprinde o premieră prin a arăta în subcapitolele următoare felul în care trebuie să fie realizate unele dintre adaptările acestor noțiuni. Pentru început, însă, să considerăm ceva mai general problema construirii logicilor adecvate.

### 4.1. Raționalul, inferența, erorile și inconsistentul

După cum ar trebui să fie clar până în momentul de față, raționalul și inferența nu se prăbușesc în situații inconsistente (orice ar putea spune partizanii consistenței în logică și inteligența artificială). Dacă se găsește o inconsistență în raționarea cuiva, nu se invocă *ex falso quodlibet* pentru a se conchide că *trebuie* să se accepte orice și nici nu se ajunge la o oprire definitivă. Desigur, se obișnuiește ca, odată ce se găsește o contradicție, să se ia un răgaz pentru modificarea ideilor până ce acestea sunt consistente. Dar oricât ar fi de obișnuită această procedură, ea nu este deloc obligatorie din punct de vedere rațional. Lucrul rațional de făcut poate fi la fel de bine a accepta contradicția sau cel puțin a vedea ce apare din aceasta. Vom discuta această procedură în introducerea la partea următoare<sup>34</sup>. Chestiunea importantă pentru moment este doar aceea că o teorie a raționalului trebuie să fie paraconsistentă. Încercarea din literatura mai recentă de a furniza o descriere a raționalului uman bazată pe logica clasică și teoria clasică a probabilităților, de la care practica inferențială umană deviază frecvent și cu obstinație, este greșită. Teoria clasică nu este un ideal, ci dimpotrivă, este ea însăși defectuoasă.

Raționarea (indiferent că este artificială sau naturală, umană sau altfel) este de mai multe tipuri: deductivă, inductivă, analogică, dialectică<sup>35</sup>. O logică pentru fiecare dintre tipurile de raționare ar trebui să ne spună ce principii ale inferenței să

<sup>33</sup> Această temă este dezvoltată pe larg în prima parte din Routley, 1977.

<sup>34</sup> v. studiul lui G. Priest și R. Routley, *Semnificația filosofică și inevitabilitatea paraconsistenței*, din volumul de față. (N.T.)

<sup>35</sup> Desigur, nu pretendem că aceste tipuri sunt exclusive sau exhaustive.

acceptăm. În plus, fiecare tip de raționare va avea erorile corespunzătoare, inferențe în legătură cu care sarcina logicii este să le respingă. Sistemele formale, precum cele ale logicii propoziționale paraconsistente, codifică doar o mică parte a practicii raționării, și anume unele principii acceptate ale raționării deductive.

Sistemele de acest fel pot fi totuși extinse, în maniera lui Łukasiewicz, pentru a cuprinde și reguli respinse ale raționării deductive, prin intermediul unor reguli de respingere. În acest fel, aceste sisteme pot reflecta și pot ajuta la codificarea claselor de erori. Dar chiar și această întreprindere nu a fost încă desfășurată pentru logicile intensionale, cu toate că ar avea trăsături interesante. De exemplu, principii centrale ale logicii clasice ar fi respinse ca eronate în logica paraconsistentă. În particular, astfel de erori evidente de relevanță cum sunt paradoxurile lui Lewis ar fi respinse, i.e.  $\neg p \wedge \neg p \rightarrow q$ ,  $\neg q \rightarrow p \vee \neg p$ . Dată fiind legătura așteptată dintre asertări și respingeri, e.g.

$$(*) \quad \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\vdash A \rightarrow \vdash B)$$

$$(**) \quad \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A),$$

ar urma o serie de alte respingeri, probabil cea mai controversată,  $\neg p \wedge (\neg p \vee q) \rightarrow q$ .

Căci, întrucât  $\vdash p \wedge \neg p \rightarrow p \wedge (\neg p \vee q)$ ,  $\vdash (p \wedge (\neg p \vee q) \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge \neg p \rightarrow q)$ , de unde, folosind (\*\*), sunt respinse instanțe ale silogismului disjunctiv. (Pe o cale similară, dată fiind schema abstracției pentru mulțimi, se poate arăta că instanțele schemei  $A \wedge (A \rightarrow B) \rightarrow B$  sunt respinse în logicile relevante de adâncime).

Pentru a furniza o normă adecvată pentru raționare, orizontul logicii relevante/ paraconsistente trebuie să fie extins dincolo de starea actuală la care a ajuns. Chiar și atunci când s-a realizat aceasta, rămâne problema relației dintre normă și practică. Analitic, norma este un ghid pentru o practică *corectă*, iar această practică trebuie să aibă anumite relații convenabile cu practica (cu toate că învățământul și spălarea creierelor pot afecta serios această relație<sup>36</sup>). În orice caz, această problemă este pusă întrucâtva prematur în momentul de față, deoarece au fost efectuate prea puține teste nedistorsionate ale felului în care oamenii (și alte creaturi) raționează efectiv, în special în situații inconsistente. Cu toate acestea, pentru scopurile de față este suficient faptul că unele cazuri clare de irelevanță, precum paradoxurile lui Lewis prezentate mai sus, sunt larg recunoscute ca eronate de către gândirea preanalitică, precum și că raționarea continuă într-o modalitate non-clasică în situații incomplete, inconsistente și paradoxale. Căci aceasta arată că teoria normativă a raționării trebuie să fie una relevantă/ paraconsistentă.

<sup>36</sup> Aici, ca și în alte locuri, ideea autorilor este că, întrucât logica clasică a constituit de atâta timp singura logică predată în școli și în universități, capacitatea noastră de a sesiza că această logică nu este adecvată practicii raționării a fost grav afectată, comparabil cu o operație de „spălare a creierelor”. (N.T.)

## 4.2. Extinderea logicii paraconsistente prin operatori intensionali: operatori modali și temporali

Având concluzia de mai sus bine fixată în minte, să ne întoarcem la problema adaptării la paraconsistent a noțiunilor larg utilizate în raționare, începând cu ceea ce este relativ mai simplu, noțiunile modale și temporale.

Operatorii modali și temporali pot fi adăugați unei logici paraconsistente pe căi standard din punct de vedere sintactic și semantic. Să considerăm, de pildă, modalitatea logică dintr-un punct de vedere semantic. Fie  $K$  o clasă de evaluări adecvată pentru o logică paraconsistentă. (Aceasta poate fi clasa evaluărilor la Costa pentru  $C_1$ , o mulțime de lumi Routley-Meyer, o mulțime de filtre reale pe o latice de Morgan etc.; a se vedea introducerea la partea a doua). Fie  $R$  o relație diadică, considerată drept posibilitate relativă pe domeniul  $K$ . Atunci, în mod obișnuit, putem defini:

- (1)  $L\phi$  are loc în  $w \in K$ , ddacă pentru orice  $v \in K$ , astfel încât  $wRv$ ,  $\phi$  are loc în  $v$ .
- (2)  $M\phi$  are loc în  $w \in K$ , ddacă pentru unele  $v \in K$ , astfel încât  $wRv$ ,  $\phi$  are loc în  $v$ .

Ceea ce susțin principiile modale pentru logica astfel definită depinde, desigur, nu numai de relația  $R$ , ci și de logica paraconsistentă subiacentă. În orice caz, pentru multe logici paraconsistente este destul de ușor de produs versiuni paraconsistente ale unor sisteme precum  $T$ ,  $S_4$ ,  $S_5$  etc. Demonstrațiile de completitudine urmează în mod obișnuit dintr-o fuziune a demonstrațiilor de completitudine pentru logicile modale standard și a celor pentru logicile paraconsistente existente<sup>37</sup>.

Astfel de fundamente paraconsistente permit elaborarea unor logici modale cu totul noi. Până acum s-au făcut foarte puține în acest domeniu, dar am putea menționa, ca un exemplu, sistemele obținute prin adăugarea tezei lui Nietzsche:  $M\phi$  – orice este posibil<sup>38</sup>.

Orice logică modală normală care conține teza lui Nietzsche este inconsistentă, dar dacă logica sa subiacentă este paraconsistentă, nu există nici un temei pentru care ar trebui să fie trivială. De fapt, tot ce avem nevoie pentru a

<sup>37</sup> Pentru detalii în legătură cu cazul celor mai dificile dintre acestea, logicile relevante, vezi *RLR*, R. Routley ș.a., 1982, capit. 8 și 9, în care logicile relevante intensionale multiple sunt tratate mult mai complet.

<sup>38</sup> Logicile relevante de acest tip sunt examinate în *RLR*, capit. 8, iar aspectele filosofice implicate sunt discutate în Routley, 1983. Tema nihilistă a lui Nietzsche are un analog deontic notoriu, Axioma lui Dostoievski: Totul este permis (examinată, de asemenea, în sursele menționate mai sus).

realiza teza lui Nietzsche într-o structură-model modală este ca structura să conțină evaluarea/lumea trivială (în care orice este adevărat). Desigur, deși această condiție este suficientă, ea nu este și necesară.

Adăugarea de operatori temporali unei logici paraconsistente este, de asemenea, destul de simplă. Condițiile de adevăr pentru  $G$  („va fi întotdeauna cazul că”) și  $F$  („va fi cazul că”) sunt date de (1) și (2), cu „ $G$ ” în loc de „ $L$ ” și „ $F$ ” în loc de „ $M$ ”. Condițiile de adevăr pentru  $H$  („a fost întotdeauna cazul că”) și  $P$  („a fost cazul că”) sunt date în același fel, cu excepția faptului că  $R$  este înlocuită de conversa sa,  $\bar{R}$ .  $R$  este considerată acum ca o relație de ordine temporală<sup>39</sup>.

Logica temporală paraconsistentă este importantă în legătură cu teoria dialectică a schimbării. Se spune uneori că postularea timpului ca fiind real este necesară pentru a remedia contradicțiile produse de schimbare. Ceea ce se înțelege prin aceasta este că dacă un lucru se schimbă, acel lucru este  $P$  și deopotrivă nu este  $P$ . Contradicția aparentă se rezolvă atunci când admitem că lucrul este  $P$  într-un anumit moment și nu este  $P$  în alt moment. (Astfel, idealști precum Bradley, care neagă realitatea timpului, sunt forțați, prin urmare, să admită că schimbarea antrenează contradicția. Datorită acestui fapt, ei exilează timpul în domeniul aparențelor, care, spre deosebire de realitate, poate fi inconsistent). Chiar dacă postularea timpului este necesară, ea nu este și suficientă. Căci pot fi momente în care are loc o contradicție. Aceasta este exact ceea ce cred cei care acceptă o abordare dialectică a schimbării. Ceva ce se mișcă de aici în altă parte este, într-unul și același moment, aici și deopotrivă nu este aici<sup>40</sup>. Și mai general, dacă ceva se schimbă de la  $P$  la non- $P$ , într-un anumit moment, acel ceva este  $P$  și deopotrivă nu este  $P$ . Să numim această concepție *principiul lui Zenon*, întrucât Zenon a fost cel care l-a argumentat pentru prima dată. Atunci, într-o logică temporală paraconsistentă, această concepție are drept consecințe principii cum este

$$(A \wedge F\bar{A}) \rightarrow F((A \wedge \bar{A}) \wedge F\bar{A} \wedge PA) \quad (Z)$$

precum și dualul său trecut/viitor. Completitudinea lui (Z) în raport cu principiul lui Zenon este, evident, o problemă care depinde de multe detalii privitoare la logica subiacentă, așa încât nu o vom discuta în capitolul de față. Oricum, este clar că pentru a da mult sens principiului lui Zenon, este necesară o logică paraconsistentă. Clasic putem demonstra  $\sim F(A \wedge \bar{A})$  și de aici  $\sim(A \wedge F\bar{A})$ , i.e. nu există schimbare. Astfel, (Z) plus logica clasică produce poziția lui Parmenide, conform căreia nu există schimbare. Prin urmare, logica temporală paraconsistentă este o teorie logică importantă pentru investigarea abordării dialectice a schimbării. Dar rămân a fi investigate principiul (Z) și consecințele sale logice.

<sup>39</sup> Detalii suplimentare pot fi găsite în *RLR*, cap. 8 și în Priest, 1982.

<sup>40</sup> Astfel, e.g., Hegel, 1812, vol. II, cartea a 2-a, cap. 2, §3.



### 4.3. Dileme morale: logica deontică

O altă extindere semnificativă filosofic a logicii paraconsistente este cea asupra logicii deontice. Operatorii deontici „ $O$ ” („este obligatoriu că”) și „ $P$ ” („este permisibil/ permis că”) pot fi adăugați în aproape același fel ca și operatorii modali din secțiunea anterioară. Putem acum să considerăm relația  $R$  ca pe o relație de „accesibilitate morală” (i.e.  $xRy$  înseamnă că  $y$  este obținut din  $x$  prin îndeplinirea unor acte permisibile din punct de vedere moral) sau, alternativ, ca permitând accesul la lumi ideale (i.e.  $y$  este ideală, considerată din  $x$ ). Condițiile de adevăr pentru „ $O$ ” și „ $P$ ” sunt obținute simplu, prin înlocuirea lui „ $L$ ” cu „ $O$ ” și a lui „ $M$ ” cu „ $P$ ” în (1) și (2) din secțiunea anterioară. Ca de obicei, permitând ca  $R$  să aibă diferite proprietăți, se obține o gamă de logici deontice. Detaliile privind sisteme axiomatice justificate<sup>41</sup> și complete depind, desigur, tot de logica paraconsistentă subiacentă, ca și gama de sisteme deontice considerate.

Logicile deontice paraconsistente sunt cu deosebire importante, căci ele rectifică gravele distorsiuni ale conceptelor de obligație care se obțin în logicile deontice fundamentate clasic. De exemplu, este binecunoscut faptul că putem contracta obligații inconsistente. Exemplele de dileme morale abundă în literatură. Nu toate sunt cazuri de obligații inconsistente. Unele dileme morale sunt doar situații în care este dificil să se decidă ce trebuie făcut. Altele sunt cazuri în care nu este nici o inconsistență, întrucât este clar că o obligație *prima facie* este derogată de o obligație mai importantă. De exemplu, obligația produsă de promisiunea mea de a ajunge acasă la o anumită oră dispare, dacă întârzi pentru a salva viața cuiva. Totuși, există cazuri în care ajungem la obligații autentic inconsistente<sup>42</sup>. Îi promit lui  $x$  că vom lua masa împreună la următoarea sa sosire în oraș. Îi promit lui  $y$  că vom lua masa împreună, iar  $x$  mă anunță că el va fi în oraș în acel timp (și numai în acel timp). Să scriem  $X$  pentru „iau masa cu  $x$ ” și  $Y$  pentru „iau masa cu  $y$ ”. Astfel, avem deopotrivă  $OX$  și  $OY$ . Dar admitând că nu pot lua masa cu unul dintre ei dacă iau masa cu celălalt (poate pentru că ei se vor afla în diferite părți ale orașului), avem  $X \rightarrow \neg Y$ . Întrucât  $OX$ , obținem  $O \neg Y$ . (Dacă această inferență este pusă la îndoială, considerați doar cazul în care îi promit lui  $x$  că voi face ceva și, uituc, îi promit lui  $y$  că nu voi face acel ceva). Prin urmare, avem  $OY \wedge O \neg Y$ , ceea ce este echivalent cu  $O(Y \wedge \neg Y)$ <sup>43</sup>.

Această ultimă formulă descrie o stare de lucruri realizabilă. Cu toate acestea, formula nu poate fi adevărată în nici o lume a logicii deontice standard. Oricum, răul abia urmează. Căci clasic,  $\vdash Y \wedge \neg Y \rightarrow A$ . De aici, distribuindu-l pe  $O$ ,  $\vdash O(Y \wedge \neg Y) \rightarrow OA$ . Astfel, conform teoriei deontice clasice, dacă eu contractez obligații deontice clasice, trebuie să fac orice. Este ridicol. În situația descrisă.

<sup>41</sup> Am folosit aici „justifica” ca echivalent al termenului din limba engleză *sound*; un sistem logic axiomatic este justificat (*sound*) dacă satisface *metateorema justificării axiomatizării*: orice teoremă în sens sintactic este teoremă în sens semantic. (*NT*.)

<sup>42</sup> Multe exemple de astfel de dileme morale sunt date în Routley și Plumwood, 1989.

<sup>43</sup> În logicile paraconsistente non-adjunctive, acest principiu este respins (în mod eronat, în concepția noastră). În astfel de teorii apar dileme morale de forma  $OA \wedge O \neg A$ , dar nu de forma  $O(A \wedge \neg A)$ .

evident, nu este permisibil, și cu atât mai puțin obligatoriu, să mă duc și să-mi împușc unul dintre prieteni sau pe vreun martor inocent. Oricum, urmează ceva și mai rău. Admițând (ca pentru logicile deontice obișnuite) că orice lume are cel puțin o extensie accesibilă, avem  $\vdash \neg(OY \wedge O\sim Y)$  și astfel  $\vdash (OY \wedge O\sim Y) \rightarrow B$ .

Cu alte cuvinte, făcând promisiuni inconsistente, fac în așa fel încât Parisul să fie capitala Chinei. De fapt, fac ca lumea să fie trivială!

Nici una dintre aceste consecințe ridicole nu decurge dintr-o logică deontică paraconsistentă de tip relevant: există lumi în care  $O(A \wedge \sim A)$  este adevărată și (prin urmare)  $(OA \wedge O\sim A) \rightarrow OB$  (și *a fortiori*  $(OA \wedge O\sim A) \rightarrow B$ ) eșuează.

O consecință importantă a acestei abordări este aceea că principiul kantian „Trebuie implică Poate”, i.e. „tot ceea ce este obligatoriu este posibil” (sau, în sens invers, „dacă ceva este imposibil, nu este obligatoriu”) trebuie să fie respins. În semantica dată este desigur adevărat că  $OA \rightarrow MA$  (cel puțin atunci când relația deontică  $R$  este o subrelație a relației alethice  $R$  și  $\forall x\exists y xRy$  pentru relația deontică  $R$ ). Dar, după cât se pare, dacă  $O(A \wedge \sim A)$  este adevărată în  $w$ , toate lumile accesibile din  $w$  vor fi lumi „imposibile”. Dar maxima morală kantiană înseamnă, după cât se pare, că tot ceea ce este obligatoriu este adevărat într-o lume posibilă. Așa că fie  $C$  mulțimea lumilor sau evaluărilor consistente (din punct de vedere clasic). Dacă noi distingem un operator  $M'$  astfel:

$M'A$  are loc în  $w$  dacă pentru unii  $x$  din  $C$  astfel încât  $w R x$ ,  $A$  are loc în  $x$ ,

atunci maxima kantiană scontată este exprimată de  $OA \rightarrow M'A$ . Dar, evident, aceasta eșuează în general.

Am luat exemplele noastre de obligații inconsistente din domeniul moralei. Dar sfera obligației este, evident, mult mai largă și ar fi ușor să prezentăm obligații inconsistente considerând situații politice, sisteme juridice, contracte, constituții, jocuri ș.a.<sup>44</sup> Astfel, aplicarea logicii paraconsistente are o sferă mai largă.

Aproape toate punctele pe care le-am atins cu privire la obligațiile inconsistente pot fi repetate cu privire la ordine inconsistente (care pot fi produse intenționat sau accidental). De aici rezultă că discuția noastră se aplică *mutatis mutandis* la logicile imperativelor. Logicile satisfăcătoare ale imperativelor vor fi paraconsistente.

#### 4.4. Sisteme de opinii: logica doxastică

Gândirea este mai cuprinzătoare decât raționarea. În timp ce raționarea este inclusă în gândire, gândirea include pe deasupra supoziția și (în utilizarea obișnuită a termenului) opinia. Raționarea se desfășoară în conformitate cu principii; gândirea poate să implice adoptarea principiilor, reflectarea asupra acestora și multe altele. Numai *reflectarea*, înainte ca supoziția și opiniile să fie prezente,

<sup>44</sup> Așa cum discutăm în cazul sistemelor juridice în introducerile la părțile a doua și a patra ale cărții.

poate include mai mult decât raționarea: reflectarea poate include aspecte precum diviziunea sau clasificarea și compararea lucrurilor divizate sau clasificate. Operațiile incluse în reflectare, dincolo de cele ale raționării, au fost puțin investigate în logica modernă, deși, într-o perioadă în care psihologia era într-un stadiu mult mai primitiv, au fost incluse în logica tradițională, iar uneori s-a spus despre ele că au un loc important în logica lui Hegel și astfel în logica dialectică. În privința *opinieii* și într-o mai mică măsură a *supoziției*, situația este ceva mai bună: au fost oferite elemente de logică doxastică, deși în majoritate pe o bază clasică inadecvată, printr-o analogie directă cu logicile modale mai slabe.

Prin contrast cu rațiunea, o trăsătură esențială a opiniei, ca și a multor operatori psihologici, este aceea că opinia nu este închisă deductiv. O ființă poate foarte bine să creadă *A*, dar să nu creadă *B*, deși *B* este deductibil din *A*. Astfel, următoarele teze ale unor logici doxastice trebuie să fie respinse:

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (xCrA \rightarrow xCrB)$$

$$((A \rightarrow B) \wedge xCrA) \rightarrow xCrB.$$

Alte principii care trebuie să fie respinse sunt diferite postulate ale consistenței, în particular

$$\sim xCr(A \wedge \sim A)$$

$$xCr\sim A \rightarrow \sim xCrA.$$

Este clar că un agent poate foarte bine să creadă o contradicție fie intenționat, fie neintenționat. Mai mult (după cum vom argumenta în introducerea la următoarea parte a cărții<sup>45</sup>), agentul poate să creadă *în mod rațional* o contradicție. Respingerea postulatelor de consistență ar produce probleme serioase, dacă am încerca să fundamentăm o logică doxastică pe o teorie clasică a lumilor posibile. Totuși, teoria mult mai generală a lumilor formulată în logicile paraconsistente permite respingerea acestor principii fără nici un fel de problemă.

Prin contrast cu logicile modale standard, logica doxastică este foarte slabă. (Într-adevăr, aceasta este doar cu puțin mai mult decât o consecință firească a opiniei, care nu este închisă față de implicație). Din acest motiv, logica doxastică este caracterizată tot atât de mult de principiile pe care le respinge, ca și de principiile pe care le acceptă. Dar cineva ar putea foarte bine să se întrebe de ce ar trebui, în fond, să accepte vreun principiu care implică opinia. De fapt, ar trebui. Un exemplu este principiul conjuncției

$$xCr(A \wedge B) \leftrightarrow xCrA \wedge xCrB.$$

<sup>45</sup> v. studiul lui G. Priest și R. Routley, *Semnificația filosofică și inevitabilitatea paraconsistenței*, din volumul de față. (N.T.)

În timp ce simplificarea,  $xCr(A \wedge B) \rightarrow xCrA \wedge xCrB$ , nu este foarte controversată, reciproca sa,  $xCrA \wedge xCrB \rightarrow xCr(A \wedge B)$ , este discutabilă. Dar se poate argumenta convingător că aceasta caracterizează corect opinia<sup>46</sup>. Această reciprocă este importantă. Căci între cei care admit în mod just că opiniile noastre pot foarte bine să fie inconsistente este obișnuit să se propună o logică paraconsistentă non-adjunctivă<sup>47</sup>, pe temeiul că, deși cineva poate să creadă  $A$  și să creadă  $\neg A$ , acel cineva nu va crede  $A \wedge \neg A$ . Evident, dacă principiul conjuncției pentru opinii este corect, această apărare a sistemelor non-adjunctive – una dintre cele principale – eșuează.

Logica opiniei raționale, deși este cu siguranță închisă față de operații logice mai elementare (precum adjunctia, fără îndoială), nu este grevată de postulate de consistență, așa cum este logica opiniei. De aceea, nici logica opiniei raționale nu se fundamentează satisfăcător pe logica clasică și, prin urmare, întrucât atribuirile de probabilități sunt atât de strâns legate de evaluările opiniei raționale, nici teoria probabilităților – care conduce la o altă aplicație majoră și actuală (deși cu rădăcini mai vechi).

## 4.5. Probabilitatea și raționarea inductivă

Abordările standard ale teoriei probabilităților sunt net fundamentate pe logica clasică. Totuși, acestea pot fi fundamentate alternativ și lesne pe o logică paraconsistentă și, după cum vom vedea, această fundamentare prezintă un număr de avantaje. Există multe abordări diferite ale teoriei clasice a probabilităților. Una dintre cele mai ușor de adaptat la paraconsistență este abordarea lui Carnap. Fie  $C$  o clasă de lumi/evaluări paraconsistente adecvate pentru o logică paraconsistentă. Fie  $m$  o funcție de măsură normală definită pe  $C$ . Atunci, în particular,  $m(C) = 1$ . Probabilitatea unei formule  $A$ ,  $\Pr(A)$ , poate să fie definită acum ca  $m(\{x \in C | A \text{ are loc în } x\})$ . Este ușor să se verifice:

$$(i) \quad 0 \leq \Pr(A) \leq 1$$

$$(ii) \quad \text{dacă } A \text{ implică logic } B \text{ în logica respectivă} \\ (\text{i.e. dacă în orice evaluare în care are loc } A, \text{ are loc } B), \Pr(A) \leq \Pr(B)$$

$$(iii) \quad \Pr(A \vee B) = \Pr(A) + \Pr(B) - \Pr(A \wedge B) \\ (\text{presupunând că disjuncția și conjuncția se comportă în felul obișnuit})$$

$$(iv) \quad \text{Dacă } A \text{ este un adevăr logic} \\ (\text{i.e. are loc în orice evaluare}), \Pr(A) = 1.$$

În general, toate principiile teoriei probabilităților care nu privesc negația vor fi imediat valabile în teoria paraconsistentă a probabilităților. Într-un mod tipic, teoria

<sup>46</sup> Argumente în acest scop sunt prezentate în R. și V. Routley, 1975. Logica opiniei expusă acolo este îmbunătățită și dezvoltată în *EMJB*, 8.11.

<sup>47</sup> v.. e.g.: Lewis, 1982; Rescher și Brandom, 1980; Schotch și Jennings, 1989; Ellis, 1979.

paraconsistentă a probabilităților diferă de teoria clasică în vecinătatea negației. În particular, nu va fi, în general, adevărat că  $\Pr(A) + \Pr(\neg A) = 1$ . Dacă  $(A \vee \neg A)$  este un adevăr logic, va fi cu siguranță adevărat că

$$1 = \Pr(A) + \Pr(\neg A) - \Pr(A \wedge \neg A),$$

prin (iii) și (iv), dar, desigur,  $\Pr(A \wedge \neg A) \neq 0$  în general.

Un avantaj special al acestei abordări este următorul. Definiția standard a probabilității condiționate,  $\Pr(A/B)$ , este  $\Pr(A \wedge B)/\Pr(B)$ , ceea ce, desigur, are sens doar dacă  $\Pr(B) \neq 0$ . Din ceea ce am spus deja, rezultă că  $\Pr(A/B \wedge \neg B)$  poate fi bine definită. Astfel, putem avea evaluări importante ale probabilității enunțurilor privitoare la date inconsistente. Din punct de vedere preanalitic, aceasta este cea ce facem tot timpul. De exemplu, apreciem ceea ce se întâmplă în diferite țări (cu grade de probabilitate), date fiind articolele de presă inconsistente pe care le citim. Totuși, conform teoriei clasice, acest lucru este imposibil. Mai general, o trăsătură a multor logici paraconsistente (încă o dată, a logicilor relevante și a celor pozitive-plus, dar *nu* și a celor non-adjunctive) este aceea că orice formulă are loc într-o evaluare sau, mai corect, într-o clasă non-trivială de evaluări. De aici rezultă că dacă procedăm cu măsură, putem fi siguri că  $\Pr(A) \neq 0$  pentru orice  $A$ . Aceasta înseamnă că probabilitatea condiționată este întotdeauna definită – o trăsătură foarte atrăgătoare. S-ar putea spune că dacă, din punct de vedere paraconsistent,  $\Pr(A) \neq 0$ , aceasta ar arăta că un adept al paraconsistenței este îndeajuns de nesăbuit încât să susțină orice. Totuși, aceasta se poate formula ușor diferit în felul următor: nu există ceva ce un adept al paraconsistenței să respingă *a priori* în mod dogmatic și astupat la minte.

Comportamentul neclasic al negației se referă la faptul că unele părți ale probabilității clasice trebuie să fie ușor refăcute. De exemplu, să considerăm teorema lui Bayes. Putem arăta în modul obișnuit că  $\Pr(h/e) = \Pr(e/h) \cdot \Pr(h)/\Pr(e)$ . Să presupunem acum că avem două ipoteze,  $h$  și  $h_1$  (aplicarea la un număr finit oarecare este o formalitate), și că  $h$  și  $h_1$  sunt exhaustive și exclusive, în sensul că  $h_1 \vee h$  și  $\neg(h_1 \wedge h)$  sunt adevăruri logice. Atunci

$$\begin{aligned}\Pr(e) &= \Pr(e \wedge (h \vee h_1)) = \Pr((e \wedge h) \vee (e \wedge h_1)) = \\ &= \Pr(e \wedge h) + \Pr(e \wedge h_1) - \Pr(e \wedge h \wedge e \wedge h_1) = \\ &= \Pr(h)\Pr(e/h) + \Pr(h_1)\Pr(e/h_1) - \Pr(h \wedge h_1)\Pr(e/h \wedge h_1)\end{aligned}$$

astfel,

$$\Pr(h/e) = \frac{\Pr(e/h) \cdot \Pr(h)}{\Pr(h)\Pr(e/h) + \Pr(h_1)\Pr(e/h_1) - \Pr(h_1 \wedge h)\Pr(e/h_1 \wedge h)}$$

Acesta este cazul paraconsistent al celor două ipoteze ale teoremei lui Bayes. În cazul clasic, ultimul termen de la numitor poate fi eliminat, întrucât  $\Pr(h_1 \wedge h) = 0$ . Oricum,  $\Pr(\neg(h_1 \wedge h)) = 1$  nu mai este o garanție pentru aceasta<sup>48</sup>.

<sup>48</sup> Dezvoltarea restului teoriei paraconsistente a probabilităților depășește scopul propus pentru această introducere. Pentru o discuție completă a teoriei și a altor aspecte ale teoriei relevante a probabilităților, v. Routley, 1977.

Probabilitatea joacă un rol în multe alte teorii logice, iar o teorie paraconsistentă a probabilităților are adesea un avantaj net asupra teoriei clasice. De exemplu, în teoria confirmării, teoria paraconsistentă admite probabilitatea/confirmarea înaltă a ipotezelor contradictorii. Căci  $\Pr(e/h)$  și  $\Pr(\sim e/h)$  pot fi ambele  $> 1/2$ . (Într-adevăr,  $\Pr(p/p \wedge \sim p) = \Pr(\sim p/p \wedge \sim p) = 1$ ). Acest fapt are legături evidente cu paradoxul verbastru<sup>49</sup>, în care ipoteze contrare sunt deopotrivă confirmate de experiență.

Ca un alt exemplu, să considerăm teoria acceptării raționale. Se susține adesea, și în mod plauzibil, că o aserțiune trebuie să fie acceptată rațional numai dacă are o probabilitate îndeajuns de înaltă. Într-o simbolizare evidentă:

$$(1) \quad \Pr(A) \geq 1 - \epsilon, \text{ ddacă } \text{Rat}(A) \quad (\epsilon \ll 1/2)$$

Întrucât, după cum am văzut, putem avea  $\Pr(A \wedge \sim A) \geq 1 - \epsilon$ ,  $\text{Rat}(A \wedge \sim A)$ , i.e. unele contradicții sunt rațional acceptabile.

O problemă standard în legătură cu (1) este ilustrată de paradoxul loteriei. Să considerăm o loterie corectă cu  $n$  bilete. Să scriem  $A_n$  pentru „Biletul  $n$  este câștigător”. Atunci, evident, dacă luăm pe  $n$  suficient de mare, avem  $\Pr(\sim A_i) \geq 1 - \epsilon$ ,  $1 \geq i \geq n$ , în timp ce  $\Pr(A_1 \vee \dots \vee A_n, \sim A_1, \dots, \sim A_n) = 1$ . Astfel, mulțimea opiniilor acceptate rațional include mulțimea  $\{A_1 \vee \dots \vee A_n, \sim A_1, \dots, \sim A_n\}$ , care este evident inconsistentă. Acest fapt nu-l incomodează pe un adept al paraconsistenței. Remarci similare se aplică și cu privire la paradoxul prefetei<sup>50</sup>.

În legătură cu acceptabilitatea rațională, se sugerează adesea că mulțimea lucrurilor acceptate rațional ar trebui să fie închisă deductiv. Evident, aceasta este o problemă serioasă pentru orice logician clasic care acceptă concluzia unui paradox, întrucât acest pas trivializează opinia rațională. În mod clar, aceasta nu este o problemă similară pentru un adept al paraconsistenței. Chiar și așa, noi credem că sugestia este incorectă. Într-adevăr, este ușor de demonstrat că această sugestie este incompatibilă cu (1). Căci este suficient să se prezinte situații în care consecința logică *se diminuează* din punct de vedere probabilist. (Să considerăm numai  $\{A, \sim A\} \vdash A \wedge \sim A$ ). Rezultă că, dacă acceptăm deopotrivă (1) și închiderea deductivă a celor acceptate, putem să demonstrăm că există un  $A$ , astfel încât

$$\Pr(A) \geq 1 - \epsilon \text{ și } \Pr(A) < 1 - \epsilon.$$

Aceasta este o contradicție în legătură cu care nu există un temei suficient pentru a o accepta.

<sup>49</sup> Paradoxul verbastru (*the grue paradox*) este un paradox din teoria inducției, în a cărui formulare apare predicatul „verbastru”, derivat de la „albastru” (*blue*) și „verde” (*green*). (N.T.)

<sup>50</sup> În legătură cu acest „paradox”, v. Makinson (1964–1965). „Paradoxul loteriei” este considerat în detaliu în R. și V. Routley, 1975.

## 4.6. Conținutul informațional și prelucrarea datelor

Tot așa cum teoria standard a probabilităților este fundamentată pe logica clasică, dar poate fi refăcută din punct de vedere paraconsistent pentru a obține o teorie mai satisfăcătoare, și alte teorii fundamentate clasic pot fi refăcute în acest fel; de exemplu, același lucru este adevărat despre abordările clasice ale conținutului informațional. Din nou, sunt multe abordări posibile ale conținutului, dar o abordare care este cel mai ușor de generalizat la logica paraconsistentă este datorată lui Carnap și Bar-Hillel.

Fie  $C$  o clasă de lumi (evaluări) adecvate pentru o logică paraconsistentă. Atunci conținutul informațional al lui  $A$ ,  $\text{Con}(A)$ , este exact  $C - \{x \in C: A \text{ are loc în } x\}$ . Presupunând că disjuncția și conjuncția se comportă normal, decurg rezultatele obișnuite în legătură cu conținuturile disjuncțiilor și conjuncțiilor, e.g.:

(i)  $A$  implică logic  $B$  în logica respectivă, dacă  $\text{Con}(B) \subseteq \text{Con}(A)$

(ii)  $\text{Con}(A \vee B) = \text{Con}(A) \cap \text{Con}(B)$

(iii)  $\text{Con}(A \wedge B) = \text{Con}(A) \cup \text{Con}(B)$ .

Totuși, așa cum este de așteptat, diferă rezultatele privind formulele în care apare negația. În particular, putem avea  $\text{Con}(A \wedge \neg A) \neq \Lambda$ . Prin urmare, o contradicție poate avea un conținut determinat, non-trivial, iar diferite contradicții pot avea conținuturi diferite. Astfel, declarațiile conform cărora contradicțiile nu au conținut sau au conținut trivial pot fi susținute doar insistând asupra faptului că evaluările sau lumile peste care este definit conținutul sunt consistente. Orice justificare a acestui fapt este obligată să ocolească problema inițială.

Dacă se cere o măsură numerică a conținutului,  $c$ , putem lua o funcție de măsură adecvată,  $m$ , definită pe  $C$  și putem lua

$$c(A) = m \text{Con}(A).$$

De aici decurg rezultatele standard privind conținutul numeric al disjuncțiilor și conjuncțiilor. Poate fi definit conținutul relativ etc.<sup>51</sup>

Problema informației sugerează în mod natural o altă aplicație a logicii paraconsistente: prelucrarea datelor. Dorim să stocăm date într-un computer și să fim capabili să le recuperăm. Oricum, dorim în mod obișnuit să facem mai mult decât atât: dorim ca un computer să poată face inferențe din datele sale și să ne furnizeze concluziile. Aceasta nu este numai o chestiune de eficiență (este mai rapid de programat „John este șaten și nimeni altcineva nu mai este șaten” decât „John este șaten; Fred nu este șaten; Steve nu este șaten; ...”), dar noi dorim să putem determina consecințele datelor noastre atunci când sunt prea multe pentru a le manipula din punct de vedere uman. Acum, este binecunoscut că datele strânse

<sup>51</sup> Detalii pot fi găsite în Routley, 1977.

din surse diferite sunt predispuse la a fi inconsistente. Posibil, cineva ar putea dori să verifice datele înainte de a le introduce în computer, dar chiar dacă este găsită o inconsistență (și, desigur, nu există o procedură generală de decizie pentru inconsistență), ne confruntăm cu problema felului în care putem înlătura inconsistența fără a pierde prea multe date. Din mai multe motive, este mai bine să lăsăm ca mașina să păstreze toate datele. Dar acum este evident că acel computer trebuie să fie programat cu o logică paraconsistentă. O logică ce ar face ca un computer să răspundă „Da“ la orice întrebare, inclusiv „Există Dumnezeu?“, atunci când îi sunt introduse discursurile oricărui politician, ar fi inutilă. Problema felului în care ar putea fi elaborată o astfel de implementare utilă a unei logici paraconsistente în domeniul computațional este una importantă – o problemă care va depinde iarăși, desigur, de logica în discuție. Este foarte atrăgător să gândim că acea logică ar trebui să fie una relevantă<sup>52</sup>.

#### 4.7. Vaguitatea

În final, merită să remarcăm rolul logicii paraconsistente ca logică subiacentă pentru un limbaj cu predicate vagi. Se sugerează adesea că ceea ce caracterizează un predicat vag este aceea că într-un anumit domeniu de aplicație, obiectele nu satisfac nici predicatul, nici negația acestuia<sup>53</sup>. Totuși, ceea ce ne spune intuiția este că predicatul și negația acestuia sunt tot atât de adevărate despre obiectele de graniță pe cât sunt de false. De aici, o tratare alternativă a subiectului, consonantă cu această intuiție, este aceea că obiectele satisfac deopotrivă predicatul și negația acestuia și deci că situația este paraconsistentă<sup>54</sup>. În plus, există temeiuri pentru care această abordare poate fi preferabilă, cel puțin în cazurile particulare și probabil în general. Mai întâi, să considerăm o tranziție de culoare de la roșu la albastru prin magenta. Pare a fi mult mai plauzibil să presupunem că în zona de graniță dintre roșu și albastru culoarea este deopotrivă roșu și albastru, decât să presupunem că nu este nici roșu, nici albastru. Un argument conform căruia abordarea paraconsistentă este preferabilă, în general, este acela că abordările cu goluri de valorizare produc în mod caracteristic un eșec al legii terțului exclus în zona de graniță. Totuși, așa cum au arătat Dummett și alții<sup>55</sup>, acest argument nu este chiar atât de plauzibil. Într-un caz de graniță dintre portocaliu și roșu, am fi înclinați să spunem că respectiva culoare este sau portocaliu, sau roșu și de aici decurge că este portocaliu sau nu este portocaliu.

În realitate, nici o abordare trivalentă standard a vagității (sau, prin analogie, una cu un număr finit de valori) nu este satisfăcătoare, fie aceasta

<sup>52</sup> În ceea ce privește răspunsul la întrebarea de ce ar trebui să fie proiectată o astfel de elaborare, precum și pentru sugestii interesante în ceea ce privește felul în care ar trebui să fie ea proiectată (v. Belnap, 1977).

<sup>53</sup> v., e.g., Haack, 1974, p. 114.

<sup>54</sup> Această abordare a vagității este întreprinsă în Pinter, 1980.

<sup>55</sup> Haack, op. cit., p. 114.



inconsistentă sau incompletă. Aceasta deoarece aria dintre precis și vag este ea însăși vagă<sup>56</sup>. Acest fapt a sugerat folosirea unui *continuum* (sau cel puțin a unei serii dense) de valori semantice. Ca și în cazul trivalenței, aceasta poate duce sau la incompletitudine, sau la inconsistență, în funcție de condițiile de adevăr ale negației și de mulțimea valorilor desemnate<sup>57</sup>. Ca și în cazul trivalenței, există temeiuri pentru a presupune că varianta inconsistentă este preferabilă.

## 5. Concluzie

Am conturat acum o imagine generală a unora dintre aplicațiile logicii paraconsistente. Perspectiva s-a concentrat asupra ariei de cuprindere, mai curând decât asupra profunzimii. (Chiar și așa, cu greu se poate pretinde că perspectiva este cuprinzătoare). Ceea ce va fi clar este că ceva mai mult decât un început – dacă și atât – a fost făcut în majoritatea temelor pe care le-am adus în discuție. Pentru un subiect al cărui studiu teoretic serios are o vechime cu puțin mai mare de 20 de ani și care a demarat foarte lent, acest fapt abia dacă este surprinzător. Oricum, va fi de asemenea clar că investigarea acestor teritorii promise a fi o sarcină fascinantă pentru teoreticienii adepți ai paraconsistenței. Singurul aspect care ne-ar surprinde realmente în legătură cu viitoarele căutări în aceste direcții ar fi eșecul acestora de a produce surprize.

## Bibliografie

- [1] ARRUDA, A. I., BATENS, D. – „Russell's set versus the universal set in paraconsistent set theories”. *Logique et Analyse*, 25, pp. 121–131, 1982.
- [2] BELNAP, N. D., Jr. – „A useful four-valued logic”, în *Modern Uses of Multiple-valued Logic*, eds. J. M. Dunn și G. Epstein, Dordrecht: Reidel, 1977.
- [3] BOYER, C. B. – *The History of the Calcululus and its Conceptual Development*, Dover, 1949.
- [4] BRADY, R. – *The Non-triviality of Dialectical Set Theory*, în acest volum [PL. E.I.], pp. 437–471, 1989.
- [5] CANADIAN EDUCATION PROGRAM – „The Seeing Brain – travelling visual display”, 1982.
- [6] DE WITT, B. – „Quantum mechanics and reality”, *Physics Today*, 23 (nr. 19), pp. 30–35, 1970.
- [7] DUNN, J. M. – *Quantum mathematics*, în *PSA 1980*, vol. 2, eds. P. D. Asquith și R. N. Giere, Philosophy of Science Association, East Lansing, Michigan, 1980.
- [8] ELLIS, B. – *Rational Belief Systems*, Oxford, 1979.

<sup>56</sup> Această afirmație ar trebui să fie înțeleasă, probabil, în sensul că extensiunea unui predicat vag se compune dintr-un nucleu care conține cazurile precise și o margine care conține cazurile de graniță (v. Enescu, Gh., *Fundamentele logice ale gândirii*, București, Editura Științifică și Enciclopedică, 1980), iar distincția dintre cazurile care aparțin nucleului și cele care aparțin marginii nu poate fi trasată precis. (N.T.)

<sup>57</sup> O versiune a variantei inconsistente se află în Peña, 1989.

- [9] FEYERABEND, P. – „In defence of Aristotle: comments on the condition of content increase“, în *Progress and Rationality in Science*, eds., Radnitzky, G. și Anderson, G., Dordrecht: Reidel, 1978.
- [10] FRAENKEL, A., BAR-HILLEL, Y., LEVY, A. – *Foundations of Set Theory*, Amsterdam: North Holland, 1973.
- [11] GIBBINS, P. – „Putnam on the two – slit experiment“, *Erkenntnis*, 16, pp. 235–241, 1981.
- [12] HAACK, S. – *Deviant Logic*, Cambridge University Press, 1974.
- [13] HEGEL, G. W. F. – *Science of Logic*, trad. de A. V. Miller, London: Allen & Unwin, 1969. (1812).
- [14] LAKATOS, I. – *Proofs and Refutations*, Cambridge University Press, 1976.
- [15] LEWIS, D. – „Logic for equivocators“, *Noûs*, 16, pp. 431–441, 1982.
- [16] MAKINSON, D. – „The paradox of the preface“, *Analysis*, 25, pp. 205–207, 1964–1965.
- [17] MEYER, R. C. – *Coherence revisited*, manuscris.
- [18] MORTENSEN, C. – *Does the Dirac delta function make quantum mechanics inconsistent?*, nepublicat, 1982.
- [19] NEUMANN, J., VON – *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton, 1953.
- [20] PEÑA, L. – *La Coincidencia de los Opuestos en Dios*, Quito: Ediciones de la Universidad Católica, 1980.
- [21] PEÑA, L. – *Verum et Ens convertuntur*, în acest volum [PL. E.I.], pp. 563–612, 1989.
- [22] PINTER, C. – *Logic of inherent ambiguity*, în Arruda ș.a., *Proceedings of the Third Brazilian Conference on Mathematical Logic*, São Paulo: Sociedade Brasileira de Logica, pp. 253–262, 1980.
- [23] PRIEST, G. – „To be and not to be: dialectical tense logic“, *Studia Logica*, 41, pp. 249–268, 1982.
- [24] PRIEST, G. – „Logical paradoxes and the law of excluded middle“, *Philosophical Quarterly* 33, pp. 160–165, 1983.
- [25] RESCHER, N., BRANDON, R. – *The Logic of Inconsistency*, Oxford.: Blackwell, 1980.
- [26] ROUTLEY, R. – „Ultralogic as Universal?“, *Relevance Logic Newsletter*, 2, pp. 50–90 și pp. 138–175. Retipărit ca o anexă în Routley [1980a], 1977.
- [27] ROUTLEY, R. – „On the impossibility of an orthodox social theory and of an orthodox solution to environmental problems“, *Logique et Analyse*, 89, pp. 145–166, 1980.
- [28] ROUTLEY, R. – *Exploring Meinong's Jungle and Beyond*, Canberra: Australian National University, de asemenea, denumită EMJB, 1980a.
- [29] ROUTLEY, R. – *Necessary limits to knowledge: unknowable truth*, în *Essays in Scientific Philosophy*, E. Morscher, O. Neumaier și G. Zecha, eds., Bad Reichenhall: Comes Verlag, pp. 93–115, 1981.
- [30] ROUTLEY, R. – „Nihilism and nihilist logics“, *Discussion Papers in Environmental Philosophy*, Australian National University, pp. 1–53, 1983.
- [31] ROUTLEY, R., MEYER, R. K. – *The semantics of entailment*, I, în *Truth, Syntax and Modality*, ed. H. Leblanc, Amsterdam: North Holland, pp. 199–243, 1973.
- [32] MEYER, R. K., PLUMWOOD, V., BRADY, R. – *Relevant Logics and Their Rivals, Part 1. The basic philosophical and semantical theory*, Atascadero, C.A., Ridgeview, de asemenea, denumită RLR, 1982.
- [33] MEYER, R. K., PLUMWOOD, V. – *Moral dilemmas and the logic of deontic notions*, în acest volum [PL. E.I.], pp. 653–689, 1989.
- [34] MEYER, R. K., ROUTLEY, V. – „The role of inconsistent and incomplete theories in the logic of belief“, *Communication and Cognition*, 8, pp. 185–235, 1975.
- [35] SCOTCH, P., JENNINGS, R. – *On Detonating*, în acest volum [PL. E.I.], pp. 306–327, 1989.



# Complementaritate și paraconsistență<sup>1</sup>

Newton C.A. da COSTA  
Décio KRAUSE

*Aceasta pune în evidență aparența irațională a complementarității,  
care nu se raționalizează decât prin scheme logice noi.*  
P. FÉVRIER, 1951

## 1. Introducere

Conceptul de „complementaritate” a fost introdus în mecanica cuantică de către Niels Bohr în faimoasa sa „Prelegere Como”, în 1927 [2]. Consecințele ideilor sale au fost cruciale pentru dezvoltarea interpretării de la Copenhaga a mecanicii cuantice și constituie, așa cum este îndeobște recunoscut în literatură, una dintre cele mai fundamentale contribuții la dezvoltarea teoriei cuantice ([1], [19], [20]).

În pofida importanței lor, ideile lui Bohr despre complementaritate sunt controversabile. De fapt, se pare că nu există un acord general asupra semnificației precise a *principiului complementarității* al lui Bohr (a se vedea, de pildă, [1], p.148); propriile cuvinte ale lui Bohr, prin care afirmă: „Socotesc că ar fi rezonabil să se spună că nici un om care este numit filosof nu înțelege de fapt ce se are în vedere prin descrieri complementare” (citată din [14], p. 32), ar putea sugera dificultățile implicate în orice încercare de a căuta un „temei” pentru Principiul său. Oricum, această remarcă ne stimulează să ne uităm și la temeiurile logico-matematice, în primul rând în legătură cu programul paraconsistent, care a fost dezvoltat în anii din urmă [12].

---

<sup>1</sup> Newton C. A. da Costa, D. Krause, „Complementarity and Paraconsistency”, în *Filosof* nr. 56, ano VII, 2002. Traducere de Dumitru Mircea. (N.T.)

Așadar, deși s-a afirmat, totodată, că Bohr se pare că a înțeles principiul complementarității numai dintr-un punct de vedere epistemologic (cf. [20], pp. 70 și 89)), credem că este pertinent să căutăm structura logică a unei teorii care conține un astfel de principiu drept fundament al său. Apoi, luând în considerație că ideea intuitivă de complementaritate se aseamănă cu aceea de contradicție (a se vedea mai jos), trebuie explicitată structura logică subiacentă a unei astfel de teorii.

Ca o remarcă istorică, să ne reamintim că unii autori precum C. von Weizsäcker, M. Strauss și P. Février au încercat deja să elucideze principiul lui Bohr dintr-un punct de vedere logic (cf. [17], [20], p. 376 ff)); M. Jammer menționează răspunsul negativ al lui Bohr față de încercarea lui von Weizsäcker de a interpreta principiul lui Bohr și observă că acesta trebuie luat ca un avertisment pentru analizarea subiectului (v. [20], p. 90). El mai menționează că intenția lui Strauss era aceea de a dezvolta o logică în care două propoziții, să zicem  $\alpha$  și  $\beta$  (care trebuie să stea pentru propoziții complementare) pot fi acceptate ca fiind adevărate, dar nu și conjuncția lor  $\alpha \wedge \beta$  (v. [20], p. 335); R. Carnap sugerează că logica lui Strauss era „neînțeleaptă” (v. [10], p. 289).

Introducerea unor sisteme logice non-clasice dezvoltate mai recent poate să îmbogățească discuția și aceasta este ceea ce facem acum. Dar să ne reamintim, mai întâi, că ceea ce pot trece drept „descriseri complementare” se leagă mai degrabă de „descriserile exclusive” decât de imposibilitatea „măsurării simultane”, așa cum se sugerează în mod implicit în unele cărți standard atunci când este „definită” complementaritatea (a se vedea, de pildă, [22]). Vom proceda în felul următor. Fără a discuta lucrările lui von Weizsäcker sau pe acelea ale lui Strauss (doar ideile lui Février vor fi menționate succint mai jos pentru a da motivație studiului), noi introducem conceptul de teorie care admite o *interpretare de tip complementaritate* (pentru a utiliza cuvintele lui M. Jammer – vezi mai jos). Apoi sugerăm că, într-o interpretare plauzibilă a ceea ce urmează să fie înțeles prin complementaritate, logica subiacentă a unei astfel de teorii este o logică *paraclasică* [13]. În cele ce urmează, vom schița principalele trăsături ale acestei logici, corespunzătoare țelurilor noastre.

*En passant*, să menționăm că a oferi o exegeză ideilor lui Bohr e un lucru; dar un alt lucru este să acorzi atenție structurii logice subiacente a unei teorii care cuprinde complementaritatea într-un anumit sens. În acest studiu, deși socotim prima temă ca fiind foarte importantă, suntem preocupați în mod fundamental de cea de-a doua, chiar dacă nu furnizăm toate detaliile tehnice, care vor fi amânate pentru lucrări tehnice viitoare. Așadar, acest studiu poate fi văzut ca un ajutor pentru speculațiile asupra acestei de-a doua chestiuni. Cu privire la primul punct, a se vedea [1] pentru o încercare amănunțită de a „descifra” principiul lui Bohr „prin scoaterea la lumină și descrierea rețelei subiacente dialogurilor implicite din prelegerea Como”.

În fine, să spunem că studiul nostru ar mai putea fi socotit drept o încercare de a investiga o linie de cercetare care a fost concepută, dar nu și dezvoltată, de către P. Février; pe scurt, ea a atribuit o a treia valoare (*imposibilul*) conjuncției propozițiilor complementare (*propozițiilor incompatibile*), astfel încât logica sa se

aseamănă logicii trivalente a lui Łukasiewicz.<sup>2</sup> În polida tuturor acestor lucruri, Février a recunoscut că s-ar putea, de asemenea, considera că o conjuncție de propoziții complementare nu poate fi operată: „conjuncția «și» nu li se poate aplica” (v. [17], p. 33), dar nu a luat în considerare o astfel de posibilitate datorită unor „rațiuni de tehnică matematică” [idem]. În acest studiu, noi articulăm o cale posibilă de a depăși aceste „dificultăți”, motivată de către programul paraconsistent, care la vremea aceea nu fusese încă dezvoltat. Abordarea noastră merge în direcția neevitării ideii că o conjuncție de propoziții complementare poate fi operată, dar, în mare vorbind, că o astfel de conjuncție nu poate fi derivată ca o teoremă a teoriei.

După părerea noastră, concepția lui Bohr ne oferă temeiuri pentru a defini o clasă foarte generală de teorii, ce încorporează axiome care pot implica propoziții precum  $\gamma$  și  $\neg\gamma$  (negația lui  $\gamma$ ), dar în așa fel încât teoria nu este banală, în sensul că acest fapt nu implică faptul că toate formulele limbajului său sunt teoreme, după cum vom vedea mai jos. Cu alte cuvinte, teoriile pe care le vom caracteriza mai jos sunt de așa natură încât din  $\gamma$  și  $\neg\gamma$  nu se poate deduce  $\gamma \wedge \neg\gamma$ , adică o contradicție.

## 2. O modalitate de a înțelege complementaritatea

Pentru a explica sensul în care vom considera termenul „complementaritate” în acest studiu, să vedem cum a fost analizat acest concept de către unii autori.

Bine înțeles, câteva citate izolate nu pot să furnizeze datele pentru înțelegerea conceptelor, mai ales în cazul de față, dar probabil că am putea susține ideea noastră arătând că relația de complementaritate stă mai mult pentru „incompatibilitate” într-un anumit sens („sensul” fiind explicat în secțiunile următoare) decât pentru imposibilitatea „măsurării în mod simultan”, o expresie care ar putea să se asemeze utilizării unui gen de logică temporală.

Oricum, trebuie să subliniem că și Bohr vorbește despre concepte complementare care nu pot fi utilizate *în același timp* (așa cum putem vedea în mai multe studii în [9]), dar aceste situații, potrivit lui Bohr, cer analize izolate și poate că nu este posibil să se ofere o descriere generală care să ne permită să abordăm toate cazurile acestea: după Bohr, „Trebuie să fim foarte atenți, așadar, în analiza noastră la conceptele care, de fapt, suportă limității” ([9], p. 369).

Pauli, de pildă, a susținut că „[Dacă] utilizarea unui concept clasic îl exclude pe un altul, numim ambele concepte (...) *complementare* (unul pentru celălalt), urmându-l pe Bohr” ([23], p. 7, citat în [14], p. 33). James Cushing a subliniat și el că „[I]ndiferent pe ce rută istorică, Bohr a ajuns, într-adevăr, la o doctrină a unor imagini reciproc exclusive, incompatibile, dar cu necesitate clasice,

<sup>2</sup> Cartea lui Jammer oferă o privire generală asupra acestor logici (v. [20], p. 341 ff).

în care oricare aplicare dată care insistă asupra unei clase de concepte *trebuie* să o excludă pe cealaltă“ [ibid., pp. 34–35].

Această idee că propoziții complementare „se exclud“ reciproc (incompatibilitate) este întărită de Bohr însuși în câteva pasaje:

Există diferite aspecte ale descrierii unui sistem fizic, aparent incompatibile, dar ambele necesare pentru o descriere completă a sistemului. În particular, dualitatea undă–particulă (citată din [16], p. 370).

Fenomenul prin care, în domeniul atomic, obiectele prezintă proprietățile atât ale particulei, cât și ale undelor, care în fizica clasică, microscopică sunt categorii reciproce exclusive (ibid., pp. 371–372).

Chiar natura teoriei cuantice ne forțează să socotim coordonarea spațiu-timpului și principiul cauzalității, a căror uniune caracterizează teoriile clasice, drept trăsături complementare, dar exclusive ale descrierii, simbolizând idealizarea observației și respectiv a definiției (v. [2], p. 566).

Mai multe alte pasaje din Bohr ar putea fi citate după cartea lui E. Scheibe [24], de pildă, următorul:

Genurile aparent incompatibile de informație despre comportamentul obiectului supus examinării, pe care le obținem prin aranjamente experimentale diferite, este clar că nu pot fi conectate unele cu altele în modul obișnuit, dar, fiind deopotrivă esențiale pentru o explicație exhaustivă a întregii experiențe, pot fi socotite „complementare“ unul celuilalt (v. [6], p. 291) (citată după [24], p. 31).

Scheibe spune, de asemenea, că:

... ceea ce se spune aici că este „complementar“, se spune, de asemenea, că este „aparent incompatibil“, referința abia dacă poate fi la acele concepte, cantități sau aspecte clasice a căror *combinație* a fost asertată mai înainte ca fiind caracteristică pentru teoriile clasice. Căci „aparent incompatibil“ desigur că înseamnă incompatibil doar pe baza considerațiilor clasice [ibid., p. 31]

Următorul citat este și el relevant pentru ideea pe care încercăm să o subliniem aici: caracteristica „excluderii“ a complementarității. Bohr spune:

Informații privitoare la comportamentul unui obiect atomic, obținute în condiții experimentale definite pot, totuși, să fie caracterizate în mod adecvat, potrivit unei terminologii adesea utilizate în fizica atomică, drept *complementare* pentru oricare informații despre același obiect, obținute printr-un alt aranjament experimental, care exclude îndeplinirea primelor condiții. Deși astfel de genuri de informații *nu pot fi combinate într-o singură imagine* cu ajutorul conceptelor obișnuite, ele reprezintă, într-adevăr, aspecte deopotrivă de esențiale pentru orice cunoaștere a obiectului în chestiune, care poate fi obținută în acest domeniu. (v [7], p. 26) (citată după [24], p. 31 – a doua oară, italicele sunt ale noastre).

Cu alte cuvinte, pare să fie perfect rezonabil să privim aspectele complementare ca fiind *incompatibile*, în sensul potrivit căruia *combinarea* lor într-o singură descriere poate conduce la dificultăți. În acest sens, lumea cuantică este destul de deosebită de lumea „clasică”.

Trebuie să remarcăm că în „lumea clasică”, ce la prima vedere poate fi descrisă utilizând logica și matematica standard, dacă  $\alpha$  și  $\beta$  sunt ambele teze sau teoreme ale unei teorii (fundamentată pe logica clasică), atunci  $\alpha \wedge \beta$  este, de asemenea, o teză a acelei teorii. Aceasta este ceea ce înțelegem din punct de vedere intuitiv atunci când spunem că pe temeiurile logicii clasice, o propoziție adevărată nu poate să „excludă” o altă propoziție adevărată.

În logica clasică, dacă dintr-un grup  $\Delta_1$  de axiome ale unei teorii  $T$  deducem  $\gamma$ , și dacă dintr-un alt grup  $\Delta_2$  deducem  $\neg\gamma$ , atunci  $\gamma \wedge \neg\gamma$  este, de asemenea, deductibilă în  $T$ .

În mod normal, grupul nostru  $\Delta$  de axiome ale lui  $T$  este *finit*, astfel încât putem vorbi despre conjuncția propozițiilor sale în loc să vorbim despre  $\Delta$  însuși. Atunci, dacă  $\alpha$  și  $\beta$  sunt conjuncțiile asociate cu  $\Delta_1$  și, respectiv, cu  $\Delta_2$ , ca mai sus, căutăm o teorie  $T$  astfel încât în  $T$  să putem avea  $\alpha \vdash \gamma$  și  $\beta \vdash \neg\gamma$ , dar în care  $\gamma \wedge \neg\gamma$  nu este o teoremă a lui  $T$ .

Așadar, țelul nostru este acela de a descrie o cale de a evita din punct de vedere formal ca  $\Delta_1 \cup \Delta_2$  (sau  $\alpha \wedge \beta$ ) să implice o contradicție, deoarece nu avem intenția să eliminăm „situații complementare”. Totuși, subliniem că ideile lui Bohr nu sunt complet clare, după cum arată următorul citat:

Termenul *complementaritate*, care a intrat deja în uz, poate fi mai potrivit, de asemenea, pentru a ne reaminti faptul că ceea ce ne permite în ultimă instanță să socotim teoria cuantică drept o generalizare firească a teoriilor fizice clasice este combinația caracteristicilor, care sunt unite în modul clasic al descrierii, dar care apar separate în teoria cuantică (v. [4], p. 19).

În orice caz, prezentarea complementarității ce va urma în continuare poate să redea imaginea mai generală a acestui concept.

### 3. Teorii de tip $C$

Pentru a vă oferi o idee mai adecvată a modului în care considerăm noi propozițiile complementare să îl cităm pe Max Jammer:

Deși nu este simplu, așa cum vedem, să definim noțiunea lui Bohr de *complementaritate*, noțiunea de *interpretare de genul complementarității* pare să producă mai puține dificultăți definiționale. Următoarea definiție a acestei noțiuni ni se sugerează de la sine. O teorie dată  $T$  admite o interpretare de genul complementarității dacă sunt satisfăcute următoarele condiții:

- (1)  $T$  conține (cel puțin) două descrieri  $D_1$  și  $D_2$  ale subiectului său;
- (2)  $D_1$  și  $D_2$  se referă la același univers de discurs  $U$  (în cazul lui Bohr, microfizica);
- (3) nici  $D_1$  și nici  $D_2$ , dacă sunt luate izolat, nu explică în mod exhaustiv toate fenomenele lui  $U$ ;
- (4)  $D_1$  și  $D_2$  sunt reciproc exclusive, în sensul că dacă le combinăm într-o singură descriere am ajunge la contradicții logice.

Este ușor să găsim evidențe textuale că aceste condiții caracterizează o interpretare de genul complementarității, așa cum este înțeleasă aceasta de către școala de la Copenhaga. Potrivit lui Léon Rosenfeld, (...) unul dintre principalii purtători de cuvânt ai acestei școli, complementaritatea este răspunsul la următoarea întrebare: Ce urmează să facem atunci când suntem confrunțați cu o astfel de situație, în care trebuie să utilizăm două concepte care sunt reciproc exclusive și cu toate acestea ambele sunt necesare pentru o descriere completă a fenomenelor? „Complementaritatea denotă relația logică, de un gen foarte nou, între concepte care sunt reciproc exclusive și care, prin urmare, nu pot fi considerate în același timp – aceasta ar conduce la greșeli logice – dar care, cu toate acestea, trebuie ambele utilizate pentru a da o descriere completă a situației.“ Sau pentru a-l cita pe Bohr însuși cu privire la condiția (4): „În fizica cuantică, datele empirice despre obiecte atomice furnizate de aranjamente experimentale diferite (...) apar ca fiind contradictorii atunci când se încearcă combinarea lor într-o singură imagine.“ (...) De fapt, prelegerea de la Como a lui Bohr, cu accentul ei pe excluziunea reciprocă, dar și necesitatea simultană a descrierii cauzale ( $D_1$ ) și a descrierii spațiu-timp ( $D_2$ ), adică, prima declarație oficială a lui Bohr asupra interpretării de genul complementarității, ne dă un exemplu care se conformează întru totul cu definiția precedentă. Descoperirea complementarității de către Bohr, se spune adesea, constituie cea mai mare contribuție a sa la filosofia modernă a științei (v. [20], pp. 104–105).

Citatul din Jammer va fi interpretat în felul următor. Mai întâi, vom socoti ca fiind de la sine înțeles că atât  $D_1$ , cât și  $D_2$  sunt propoziții formulate în limbajul unei teorii  $T$  și că ele se referă la același univers de discurs, în așa fel încât  $D_1$  și  $D_2$  pot fi formulate în limbajul său. Astfel, itemii (1) și (2) vor fi considerați numai în mod implicit. Itemul (3) va fi înțeles ca implicând atât  $D_1$ , cât și  $D_2$  care sunt, din punctul de vedere al lui  $T$ , necesare pentru înțelegerea deplină a aspectelor relevante ale obiectelor domeniului; așadar, vom lua pe  $D_1$  și pe  $D_2$  ca fiind propoziții „adevărate“ (într-un „model“ adecvat al lui  $T$ ). Itemul (4) merită atenția noastră în continuare. Jammer spune că „reciproc exclusiv“ înseamnă că „dacă combinăm pe  $D_1$  și pe  $D_2$  într-o singură descriere am ajunge la contradicții logice“, iar aceasta este întărită de către cuvintele lui Rosenfeld, care ne spune că astfel de concepte „nu pot fi considerate în același timp“, deoarece aceasta ar antrena o „eroare logică“. Atunci, vom spune în mod informal că „reciproc exclusive“ sau complementare sunt propozițiile sau judecățile incompatibile, a căror conjuncție conduce la o contradicție (într-o teorie  $T$  bazată pe logica clasică.)

Astfel, urmându-i pe Jammer și pe Rosenfeld (potrivit citatului de mai sus), vom spune că o teorie  $T$  admite o interpretare de genul complementarității,



sau că  $T$  este o teorie de tip  $C$ , dacă  $T$  conține formule adevărate non-echivalente  $\alpha$  și  $\beta$  (care pot sta pentru descrierile  $D_1$  și respectiv  $D_2$  ale lui Jammer) despre universul ei de discurs, în așa fel încât ele sunt „reciproc exclusive”, în sensul că, potrivit logicii clasice, conjuncția lor produce o contradicție în  $T$ .

Problema pe care o are caracterizarea de mai sus a propozițiilor complementare este aceea că dacă logica subiacentă a lui  $T$  este logica clasică sau, să zicem, logica intuționistă, atunci  $T$  este contradictorie sau inconsistentă. Se pare că exact aceasta este ceea ce spune Rosenfeld în citatul de mai sus. Evident, dacă avem intenția de a menține ideea propozițiilor complementare în sensul descris mai sus, trebuie să schimbăm logica subiacentă a lui  $T$ , și în mod deosebit modul în care „deducem” lucruri. Așadar, vom modifica conceptul clasic de deducție, obținând un nou gen de logică, denumit logică *paraclasică* [13].

## 4. Logica subiacentă teoriilor de tip $C$

Așa cum am remarcat, dacă o teorie  $T$  care admite complementaritatea este bazată pe logica clasică sau chiar pe cele mai obișnuite sisteme de logică, atunci existența teoremelor reciproc exclusive, așa cum a fost descrisă în secțiunea precedentă implică faptul că  $T$  este banală, adică, toate formulele limbajului lui  $T$  sunt teoreme ale lui  $T$ . Dar există posibilitatea de a utiliza un tip convenabil de sistem logic pentru a întemeia o astfel de teorie  $T$ ; în felul acesta, vom putea trata situații în care  $\gamma$  și  $\neg\gamma$  sunt ambele teoreme ale lui  $T$ , dar  $\gamma \wedge \neg\gamma$  nu este. Așadar, dacă este introdusă într-un mod convenabil, o astfel de logică ne va permite să avem de-a face, în  $T$ , cu „propoziții complementare” dezirabile, fără a ajunge la contradicție sau la ceva banal sau, cu cuvintele lui Rosenfeld, citate anterior, fără pericolul unei „erori logice”. În cele ce urmează vom delimita ideile de bază ale unei astfel de logici.

### 4.1. Logica paraclasică $P$

În [13] s-a propus o nouă modalitate de abordare a sistemelor nebanale. Logica prezentată în acest studiu poate fi totodată utilă în situații care conțin complementaritatea. Acest gen de logică este o logică paraconsistentă (potrivit caracterizării unor astfel de logici în [12]) și este cât se poate de potrivită pentru țelurile noastre. Deoarece această logică nu este încă foarte bine cunoscută, vom reaminti aici trăsăturile ei principale și vom sublinia acele aspecte care sunt relevante pentru scopurile noastre. După aceasta arătăm cum poate fi utilizată o astfel de logică drept logica subiacentă teoriilor de tip  $C$ , iar în ultima secțiune schițăm o cale de a generaliza ideile prezentate. Ca și în [13], ne vom restrânge la

nivelul propozițional al noii logici  $\mathbf{P}$ , dar bineînțeles că este ușor să extindem sistemul  $\mathbf{P}$  la sisteme de ordinul întâi sau chiar de ordin superior.

Fie  $C$  un sistem axiomatizat al calculului propozițional clasic. Conceptul de deducție al lui  $C$  este cel standard; utilizăm simbolul  $\vdash$  pentru a reprezenta deducțiile în  $C$ . Mai departe, formulele lui  $C$  sunt denotate de către literele minuscule grecești, în timp ce majusculile grecești stau pentru mulțimi de formule. Simbolurile  $\neg$ ,  $\rightarrow$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ , și  $\leftrightarrow$  au semnificația lor obișnuită și vor fi, de asemenea, asumate, fără alte comentarii, convențiile standard de notare a formulelor. Toate conceptele și detaliile sintactice pot fi găsite în [21]. În particular, suntem interesați de următoarele definiții: o teorie  $T$  (o mulțime de formule închisă față de deducție) este *inconsistentă*, dacă ea conține o teoremă  $\alpha$  a cărei negație  $\neg\alpha$  este și ea o teoremă a lui  $T$ ; altfel,  $T$  este *consistentă*. Dacă  $F$  denotă mulțimea tuturor formulelor limbajului lui  $C$ , atunci  $T$  este *trivială*, dacă mulțimea teoremelor sale coincide cu  $F$ ; altfel,  $T$  este *netrivială*.

Toate conceptele sintactice ale lui  $\mathbf{P}$  sunt similare conceptelor corespunzătoare ale lui  $C$ . Noțiunea de deducție este introdusă în felul următor:

**Definiția 1.** Fie  $\Gamma$  o mulțime de formule ale lui  $\mathbf{P}$  și fie  $\alpha$  o formulă (a limbajului lui  $\mathbf{P}$ ). Atunci spunem că  $\alpha$  este o consecință (sintactică) în  $\mathbf{P}$  a lui  $\Gamma$ , și scriem

$$\Gamma \vdash_{\mathbf{P}} \alpha,$$

ddacă:

- (P1)  $\alpha \in \Gamma$ , sau
- (P2) Există o submulțime consistentă (potrivit logicii clasice)  $\Delta \subseteq \Gamma$  astfel încât  $\Delta \vdash \alpha$  (în logica clasică).

Numim  $\vdash_{\mathbf{P}}$  relația de *consecință* în  $\mathbf{P}$ . Printre altele, următoarele rezultate pot fi demonstrate imediat:

### Teorema 1

- (1) Dacă  $\alpha$  este o teoremă a calculului propozițional clasic  $C$  și dacă  $\Gamma$  este o mulțime de formule, atunci  $\Gamma \vdash_{\mathbf{P}} \alpha$ . În particular,  $\vdash_{\mathbf{P}} \alpha$ .
- (2) Dacă  $\Gamma$  este consistentă (potrivit lui  $C$ ), atunci  $\Gamma \vdash \alpha$  (în  $C$ ), ddacă  $\Gamma \vdash_{\mathbf{P}} \alpha$  (în  $\mathbf{P}$ ).
- (3) Dacă  $\Gamma \vdash_{\mathbf{P}} \alpha$  și dacă  $\Gamma \subseteq \Delta$ , atunci  $\Delta \vdash_{\mathbf{P}} \alpha$  (Noțiunea definită de consecință în  $\mathbf{P}$  este monotonă.)
- (4) Noțiunea de consecință în  $\mathbf{P}$  ( $\vdash_{\mathbf{P}}$ ) este recursivă.
- (5) Deoarece tezele lui  $\mathbf{P}$  sunt tezele lui  $C$ ,  $\mathbf{P}$  este decidabil.

**Definiția 2.** O mulțime de formule  $\Gamma$  este *trivială* în  $\mathbf{P}$ , dacă  $\Gamma \vdash_{\mathbf{P}} \alpha$  pentru fiecare formulă  $\alpha$ . Altfel,  $\Gamma$  este *netrivială* în  $\mathbf{P}$ .

**Definiția 3.** O mulțime de formule  $\Gamma$  este *inconsistentă* în  $\mathbf{P}$  dacă există o formulă  $\alpha$  astfel încât  $\Gamma \vdash_{\mathbf{P}} \alpha$  și  $\Gamma \vdash_{\mathbf{P}} \neg\alpha$ . Altfel,  $\Gamma$  este *consistentă* în  $\mathbf{P}$ .

### Teorema 2

- (1) Dacă  $\alpha$  este o formulă atomară, atunci  $\Gamma = \{\alpha, \neg\alpha\}$  este inconsistentă în  $\mathbf{P}$ , dar *netrivială* în  $\mathbf{P}$ .
- (2) Dacă mulțimea de formule  $\Gamma$  este *trivială* în  $\mathbf{P}$ , atunci este *trivială* (potrivit logicii clasice). Dacă  $\Gamma$  este *netrivială*, atunci este *netrivială* în  $\mathbf{P}$ .
- (3) Dacă  $\Gamma$  este inconsistentă în  $\mathbf{P}$ , atunci este inconsistentă potrivit logicii clasice. Dacă  $\Gamma$  este consistentă potrivit logicii clasice, atunci  $\Gamma$  este consistentă în  $\mathbf{P}$ .

O analiză semantică a lui  $\mathbf{P}$ , de pildă o teoremă de completitudine, poate fi obținută fără dificultate, așa cum se indică în [13].

Observăm că  $\{\alpha \wedge \neg\alpha\}$  este *trivială* în logica clasică, dar *netrivială* în  $\mathbf{P}$ . Totuși, nu sugerăm că judecăți complementare trebuie înțelese drept perechi de propoziții contradictorii.

**Definiția 4.** O teorie de tip  $C$  este o mulțime de formule  $T$  închisă față de relația de consecință în  $\mathbf{P}$ ,  $\vdash_{\mathbf{P}}$ , adică,  $\alpha \in T$  pentru oricare  $\alpha$  astfel încât  $T \vdash_{\mathbf{P}} \alpha$ . Cu alte cuvinte,  $T$  este o teorie a cărei logică subiacentă este  $\mathbf{P}$ .

**Teorema 3** Există teorii de tipul  $C$  care sunt inconsistente din punctul de vedere al logicii clasice, deși *netriviale* în  $\mathbf{P}$ .

**Demonstrație:** Consecință imediată a teoremei 6\*.

În aplicațiile obișnuite, existența mulțimilor consistente de formule este asumată, de obicei, numai într-un mod informal, ca un postulat implicit. Intuitiv vorbind, se face referire la faptul că unele teorii și ipoteze „clasice” (adică bazate pe matematica obișnuită) pe care le acceptă oamenii de știință sunt socotite ca fiind necontradictorii (ca fiind consistente) în principiu.

**Teorema 4.** Fiecare teorie clasică consistentă, adică, fiecare teorie consistentă fondată pe logica clasică (și teoria mulțimilor) este un caz particular de teorie de tip  $C$ .

---

\* Această teoremă lipsește din textul original (N.T.).

În fine, formulăm un rezultat (teorema de mai jos), a cărui demonstrație este o consecință imediată a definiției dată mai sus a consecinței în  $\mathbf{P}$ . Înainte de aceasta, definim:

**Definiția 5.** Fie  $T$  o teorie de tip  $C$  și fie  $\alpha$  și  $\beta$  formule ale limbajului  $T$ . Spunem că  $\alpha$  și  $\beta$  sunt *complementare* în  $T$  (sau pur și simplu *complementare*), dacă există o formulă  $\gamma$  a limbajului  $T$ , astfel încât:

$$(1) \quad T \vdash_P \alpha \text{ și } T \vdash_P \beta$$

$$(2) \quad \alpha \vdash_P \gamma \text{ și } \beta \vdash_P \neg\gamma.$$

Decurge imediat că judecăți contradictorii precum  $\alpha$  și  $\neg\alpha$  sunt complementare în sensul de mai sus, dar subliniem încă o dată că nu argumentăm că această situație logică specială constituie o explicație condensată a ideilor lui Bohr precum acelea conținute în citatul de la finalul secțiunii 2. Cazul interesant rezultă din următoarea teoremă.

**Teorema 5.** Dacă  $\alpha$  și  $\beta$  sunt teoreme complementare ale unei teorii  $T$  de tipul  $C$  și  $\alpha \vdash_P \gamma$  și  $\beta \vdash_P \neg\gamma$ , atunci, în general,  $\gamma \wedge \neg\gamma$  nu este o teoremă a lui  $T$ .

**Demonstrație:** Imediat, ca o consecință a teoremei 6.

Acest rezultat este, de fapt, interesant, deoarece putem admite judecăți (judecăți complementare) în așa fel încât una dintre ele implică o judecată, în timp ce cealaltă implică negația unei astfel de judecăți, dar nu putem deduce că și conjuncția lor implică o contradicție. Ca exemplu de situație care conține teorii de tipul  $C$ , să presupunem că teoria noastră  $T$  este mecanica clasică, care poate fi axiomatizată cu ajutorul unui predicat Suppes (v. [11], [27]) și că la axiomele lui  $T$  adăugăm următoarele:

$$(Ax1) \quad p \text{ este o particulă}$$

$$(Ax2) \quad p \text{ este o undă.}$$

Deoarece (Ax2) implică negația lui (Ax1),  $T$  poate fi văzută ca un exemplu de teorie de tip  $C$ , căci în  $T$  putem deriva atât „ $p$  este o particulă“, cât și „ $p$  nu este o particulă“, dar nu putem infera „ $p$  este o particulă și  $p$  nu este o particulă“, ceea ce, desigur, nu are nici un sens în fizică. Așadar, pare să fie rezonabil să presupunem că logica subiacentă lui  $T$  este logica paraclasică  $\mathbf{P}$ .

Caracteristica fundamentală a lui **T** ca teorie de tip **C** este aceea că, făcând inferențe, presupunem că unele ipoteze cu care operăm sunt consistente. Cu alte cuvinte, teoriile de tip **C** sunt mai apropiate de acele teorii pe care oamenii de știință le utilizează *de fapt* în activitatea lor de zi cu zi, decât de teoriile care conțin conceptul clasic de deducție.

## 5. Alte situații complementare generale

Așa cum se știe foarte bine, Bohr a încercat să aplice principiul său al complementarității altor câmpuri ale cunoașterii (cf. [20]). Mai recent, Englert ș.a. [15] au sugerat că situația complementarității nu este pur și simplu o consecință a relațiilor de incertitudine, așa cum argumentează aceia care cred că „două variabile complementare, cum este poziția și impulsul, nu pot fi măsurate în mod simultan cu mai puțin decât o limită fundamentală de precizie“ (op. cit.), dar că

(...) incertitudinea nu este unica situație care impune complementaritatea. Am conceput și analizat experimente reale și gândite care ocolesc relația de incertitudine, pentru a „păcăli“ de fapt obiectele cuantice investigate. Cu toate acestea, rezultatele ne dezvăluie că natura se apără în fața intruziunilor de acest fel – complementaritatea rămâne intactă chiar atunci când relațiile de incertitudine nu joacă nici un rol. Conchidem că relația de complementaritate este mai profundă decât s-a socotit: este mai generală și fundamentală pentru mecanica cuantică, decât este regula incertitudinii (op. cit.).

Dacă Englert ș.a. au dreptate, atunci se pare că logica paraclasică poate fi utilă, de asemenea, pentru a aborda acele teorii care conțin complementaritatea în sensul lor.

Oricum, acest gen de logică poate fi, de asemenea, modificat pentru a da de tipuri mai generale de incompatibilitate, să zicem „incompatibilitate fizică“, încorporând postulate fizic incompatibile, cum sunt acelea caracteristice comportamentului ființelor umane etc., dar vom lăsa această temă pentru un alt studiu.

## 6. Paralogica asociată unei logici **L**

Tehnica utilizată în acest studiu pentru a defini logica paraclasică asociată cu logica clasică poate fi generalizată la orice logică **L** (inclusiv logici care nu au nici un simbol pentru negație, dar nu vom trata un astfel de caz aici.) Mai precis, pornind de la o logică **L**, putem defini logica **P<sub>L</sub>** asociată lui **L** („paralogica“ asociată lui **L**) după cum urmează.

Fie  $L$  o logică.<sup>3</sup> Simbolul deducției pentru  $L$  este  $\vdash_L$  și este definit în acord cu standardele acelei logici considerate în cazul în speță. Vom presupune că limbajul lui  $L$  are un simbol pentru negație,  $\neg$ .

**Definiția 6.** O teorie bazată pe  $L$  (o teorie de tip  $L$ ) este o mulțime de formule  $\Gamma$  ale limbajului lui  $L$  care este închisă față de  $\vdash_L$ . Cu alte cuvinte,  $\alpha \in \Gamma$  pentru fiecare formulă  $\alpha$  astfel încât  $\Gamma \vdash_L \alpha$ .

**Definiția 7.** O teorie  $\Gamma$  de tip  $L$  este  *$L$ -inconsistentă* dacă există o formulă  $\alpha$  a limbajului  $L$  astfel încât  $\Gamma \vdash_L \alpha$  și  $\Gamma \vdash_L \neg\alpha$ , unde  $\neg\alpha$  este negația lui  $\alpha$ . Altfel,  $\Gamma$  este  *$L$ -consistentă*.

**Definiția 8.** O teorie  $\Gamma$  de tip  $L$  este  *$L$ -trivială* dacă  $\Gamma \vdash_L \alpha$  pentru oricare formulă  $\alpha$  a limbajului  $L$ . Altfel,  $\Gamma$  este  *$L$ -netrivială*.

Definim logica  $P_L$  asociată cu  $L$ , al cărei limbaj și concepte sintactice sunt acelea ale lui  $L$ , dar modificând conceptul de deducție după cum urmează: spunem că  $\alpha$  este o *consecință sintactică în  $P_L$*  a unei mulțimi  $\Gamma$  de formule și scriem  $\Gamma \vdash_{P_L} \alpha$ , ddacă:

- (1)  $\alpha \in \Gamma$ , sau
- (2) Există  $\Delta \subseteq \Gamma$  astfel încât  $\Delta$  este  *$L$ -netrivială* și  $\Delta \vdash_L \alpha$ .

De pildă, putem considera calculul paraconsistent  $C_1$  din [12] drept logica noastră  $L$ . Atunci paraloga asociată cu  $C_1$  este un gen de logică „para-consistentă“.

## 7. Remarcă

Se pare că este important să facem unele remarci privind abordarea paraclasică a teoriilor. Uneori, când avem o teorie paraclasică  $T$  astfel încât  $T \vdash_P \alpha$  și  $T \vdash_P \neg\alpha$ , există judecăți *corespunzătoare*  $\beta$  și  $\gamma$  astfel încât  $T$  poate fi înlocuită de către o teorie consistentă clasică  $T'$  în care  $\beta \rightarrow \alpha$  și  $\gamma \rightarrow \neg\alpha$  sunt teoreme. Dacă se întâmplă așa ceva, dificultatea logică este eliminabilă în principiu și se menține logica clasică.

---

<sup>3</sup>  $L$  poate fi logica clasică, logica intuiționistă, o logică paraconsistentă sau, în principiu, orice alt sistem logic.

## Bibliografie

- [1] BELLER, M. – „The birth of Bohr's complementarity: the context and the dialogues“, *Stud. Hist. Phil. Sci.*, **23** (1), pp.147–180, 1992.
- [2] BOHR, N. – „The quantum postulate and the recent development of atomic theory“, *Atti del Congresso Internazionale dei Fisici*, 11–20 Sept. 1927, Como-Pavia-Roma, vol. II, Zanichelli, Bologna, retipărit în [9, pp. 109–136], 1928.
- [3] BOHR, N. – „The quantum postulate and the recent development of atomic theory“, *Nature* (Suppl.), **121**, pp. 580–590, retipărit în [9, pp. 147–158], 1928.
- [4] BOHR, N. – *Introductory Survey la Bohr*, în [9, pp. 279–302], 1934.
- [5] BOHR, N. – *Atomic Theory and the Description of Nature*, Cambridge, Cambridge University Press. Retipărit în [9, pp. 279–302], 1934.
- [6] BOHR, N. – „Causality and complementarity“, *Phil. of Sci.* **4** (3), pp. 289–298, 1937.
- [7] BOHR, N. – *Natural philosophy of human cultures* (1938), în *Atomic Physics and Human Knowledge*, New York, Wiley, 1958, pp. 23–31 (de asemenea, în *Nature* **143**, 1939, pp. 268–272).
- [8] BOHR, N. – *Quantum physics and philosophy: causality and complementarity*, în Klibanski, R. (ed.) *Philosophy in the Mid-Century*, I. Firenze, La Nuova Italia, pp. 308–314, 1958.
- [9] BOHR, N. – *Collected Works*, Rüdinger, E. (editor general), vol. 6: *Foundations of Quantum Physics*, Kolckar, J. (ed.), Amsterdam, North-Holland, 1985.
- [10] CARNAP, R. – *An Introduction to the Philosophy of Science*, New York, Dover, 1995.
- [11] DA COSTA, N. C. A., DORIA, F. A. – „Suppes predicates for classical physics“, în J. Echeverria, A. Ibarra și T. Mormann (eds.), *The Space of Mathematics*, Berlin și New York, Walter de Gruyter, pp. 168–191, 1992.
- [12] DA COSTA, N. C. A., MARCONI, D. – „An overview of paraconsistent logics in the 80's“, *Monogr. Soc. Paran. Mat.*, **5**, iulie 1987.
- [13] DA COSTA, N. C. A., VERNENGO, R. J. – „Sobre algunas lógicas paraclásicas y el análisis del razonamiento jurídico“, *Doxa*, **19**, pp. 183–200, 1999.
- [14] CUSHING, J. T. – *Quantum Mechanics: Historical Contingency and the Copenhagen Hegemony*, Chicago & London, The University of Chicago Press, 1994.
- [15] ENGLERT, B.-G., SCULLY, M. O., WALTHER, H. – „The duality in matter and light“, *Scientific American*, **271** (6), pp. 56–61, 1994.
- [16] FRENCH, A. P., KENNEDY, P. J. (eds.) – *Niels Bohr. A Centenary Volume*, Cambridge MA & London, Harvard University Press, 1985.
- [17] FEVRIER, P. D. – *La structure des théories physiques*, Paris, Presses Un. de France, 1951.
- [18] HUGHES, G. E., CRESWELL, M. J. – *A New Introduction to Modal Logic*, London, Routledge, 1966.
- [19] JAMMER, M. – *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, McGraw-Hill, 1966.
- [20] JAMMER, M. – *Philosophy of Quantum Mechanics*, New York, John Wiley, 1974.
- [21] MENDELSON, E. – *Introduction to Mathematical Logic*, Monterrey, Wadsworth & Brooks/Cole, ediția a treia, 1987.
- [22] OMNÈS, R. – *The Interpretation of Quantum Mechanics*, Princeton, Princeton University Press, 1994.
- [23] PAULI, W. – *General Principles of Quantum Mechanics*, Berlin, Springer-Verlag, 1980.
- [24] SCHIEBE, E. – *The Logical Analysis of Quantum Mechanics*, Oxford, Pergamon Press, 1973.
- [25] STRAUSS, M. – *Foundations of quantum mechanics*, în Hooker, C. A. (ed.) *The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics*, Vol. I, Dordrecht, D. Reidel, pp. 351–364, 1975.

- [26] STRAUSS, M. – *Mathematics as logical syntax – A method to formalize the language of a physical theory*. în Hooker, C. A., (eds.), *Contemporary Research in the Foundations and Philosophy of Quantum Theory*, Dordrecht, D. Reidel, pp. 27–44, 1973.
- [27] TRUESDELL, C. – *A First Course in Rational Continuum Mechanics*, vol. I: *General Concepts*, New York, San Francisco și Londra, Academic Press, 1977.

### *Mulțumiri*

Autorii doresc să aducă mulțumiri prof. Osvaldo Pessoa Jr. pentru remarci și comentarii utile.





# Observații asupra aplicațiilor logicii paraconsistente în fizică<sup>1</sup>

Newton C.A. da COSTA

Décio KRAUSE

*Dedicată lui Michel Paty, un prieten, un savant, un filosof.*

*Își rosteste opiniile având permanente îndoieli și niciodată în  
maniera cuiva care crede că stăpânește adevărul absolut.*

Albert Einstein despre Niels Bohr (după A. PAIS, [37])

*Oricine scrie o lucrare pur matematică poate fi considerat ca fiind  
autorul unui roman. El are aceleași privilegii care sunt  
recunoscute ca fiind pictoribus atque poetis. Eu pot, de pildă, să  
inventez o nouă curbă și să demonstrez diferite proprietăți ale  
acesteia. Pot să scriu un tratat de optică, considerând drept  
ipoteză faptul că lumina nu se propagă în linie dreaptă, ci după o  
traiectorie circulară, sau după o curbă oarecare. Și dacă  
teoremele și soluțiile problemelor sunt corect deduse din  
principiile pe care le-am propus, atunci nimeni nu îmi poate  
atribui vreo greșală.*

J. Anastácio DE CUNHA (matematician portughez, 1744–1787) [14]

## 1. Introducere

De ce logică paraconsistentă? În general, nu există un criteriu precis pentru a decide dacă un anumit sistem abstract poate fi privit ca unul bine definit logic sau nu. Acest lucru este determinat, de obicei, de comunitatea științifică. Astăzi, logica paraconsistentă este inclusă printre cele mai cunoscute sisteme logice (v. clasificarea subiectelor matematice 03B43 [2]) încât putem afirma că logica paraconsistentă a fost

---

<sup>1</sup> Newton da Costa, D. Krause, „Remarks on The Applications of Paraconsistent Logic To Physics“, în *Filosofia*, VIII, nr. 62, 2003. Traducere de Roman Chirilă. (N. T.)

acceptată de către comunitatea științifică ca fiind o logică. Dar există oare și alte motive care să justifice rolul deosebit pe care și l-a asumat acest tip de logică în activitatea științifică a zilelor noastre ? Fără îndoială. Studiul de față ne va ajuta să înțelegem mai bine rolul jucat de logicile neclasice, în general.

Dezvoltarea logicii începând cu ultimele decenii ale secolului al XIX-lea a atribuit acestei discipline un rol fundamental în mai toate domeniile cunoașterii contemporane, de pildă, în filosofia științei, în metafizică, etică, matematică, economie, științe computaționale și chiar în tehnologie. În prezent, logica este „matematică” prin natura ei prezentându-se ca un domeniu al cunoașterii care utilizează tehnici matematice. Deci, ca și în matematică, putem spune că un sistem logic poate fi dezvoltat, în principiu, din două puncte de vedere: ca unul *pur*, sau ca unul *aplicat*. Logica „pură”, ca și matematica pură, poate fi dezvoltată *in abstracto*, independent de posibilele ei aplicații. Astfel, noi putem studia logica paraconsistentă sau logica intuiționistă prin ele însele cu scopul de a explora proprietățile lor matematice abstracte. Din acest punct de vedere, în dezvoltarea unui sistem logic logicianul poate proceda după modelul sugerat de Hilbert când a afirmat că „matematicianul (sau logicianul) va trebui să țină cont nu doar de teoriile care corespund realității, dar și, ca în geometrie, de teoriile logic posibile” [28] (v. și al doilea *motto* al lucrării noastre).

Urmând deci aceste recomandări noi putem dezvolta sisteme abstracte (pure) în care un anumit principiu al logicii clasice să fie limitat, de pildă, acel principiu care presupune că din premise contradictorii poate fi obținută orice propoziție. Simbolic:  $\alpha \wedge \neg \alpha \rightarrow \beta$  (legea lui Duns Scott care este valabilă nu doar în logica clasică, ci în mai toate sistemele logice cunoscute, inclusiv în logica intuiționistă). Aceasta este, bunăoară, calea urmată de filosoful rus N. A. Vasiliev care a observat că respingerea legii noncontradicției poate conduce la o logică „nonaristotelică” în aceeași manieră în care suspendarea postulatului paralelelor din geometria euclidiană a condus la o geometrie noneuclidiană. Vasiliev, după cum vom vedea, este unul dintre precursorii logicii paraconsistente.

În esență, putem rezuma conținutul logicii paraconsistente după cum urmează: este studiul sistemelor logice care pot constitui baza teoriilor inconsistente (teorii cu premise contradictorii,  $\alpha$  și  $\neg \alpha$ ) dar care nu sunt triviale (nu orice propoziție din limbajul teoriei este o teză a acesteia).

Dar în dezvoltarea logicii noi putem pleca și de la punctul de vedere *aplicat* căutând un domeniu al cunoașterii în care intuiția noastră simte că o anumită logică (în particular una paraconsistentă) poate fi utilă pentru a descrie structuri abstracte ce reflectă modul în care anumite inferențe deductive funcționează în cadrul unui astfel de domeniu. Unul dintre cele mai cunoscute exemple este oferit de cadrul logicii cuantice a lui Birkhoff și von Neumann care spune că mecanica cuantică ar impune o deosebire logică față de cea clasică [4]. În ce privește implicarea logicii paraconsistente ne putem aminti că unele dintre aceste logici au fost aplicate, de asemenea, în tehnologie, așa cum vom vedea în secțiunea următoare. Pe de altă parte, s-a afirmat și faptul că anumite civilizații primitive (de pildă, Zande) raționau în conformitate cu regulile paraconsistenței

[39] (alte exemple vor fi menționate mai jos). Desigur, nu susținem că membrii Zande raționau cu adevărat în acest fel, dar independent de faptul că ei raționau astfel sau nu, dezbaterile foarte interesante de ordin filosofic și antropologic asupra modului de gândire Zande pot avea sens numai dacă dispunem de sisteme logice abstracte bine dezvoltate fără de care discuția ar fi o pură speculație.

În acest material vom considera logica paraconsistentă mai mult din perspectivă „aplicată”, însă, înainte de a intra în miezul problemelor vrem să facem anumite precizări de natura să lămurească unele neînțelegeri. Sunt unii, bunăoară, care consideră că logicile neclasice, inclusiv logica paraconsistentă, au fost propuse pentru că logica clasică ar fi greșită și că ea ar trebui înlocuită cu una mai bună (în acord cu anumite criterii filosofice) [26, p. 1]. Acesta este, de pildă, cazul logicii intuiționiste Brouwer-Heyting dacă o considerăm a fi punctul culminant al filosofiei matematicii lui Brouwer. Afirmările lui Brouwer presupun că, într-un anumit sens, matematica clasică posedă imperfecțiuni fundamentale și că ar trebui înlocuită cu o matematică constructivă; suportul logic al acestei matematici constructive ar fi unul nou, diferit de cel clasic. În prezent există filosofi, în special în Australia, care consideră că logica clasică ar trebui să fie înlocuită cu o altă logică (cei mai mulți dintre ei cred că logica cea mai bună ar fi o logică a relevanței).

Această opinie cu privire la logica clasică nu se potrivește cu opinia noastră. Noi credem că logica clasică este un subiect fantastic care a suscitat și va continua să suscite un viu interes având totodată și foarte multe aplicații. Singura problemă este că în unele domenii specifice, așa cum vom vedea mai jos, alte logici, în particular logica paraconsistentă, sunt mai potrivite pentru exprimarea anumitor rațiuni filosofice sau chiar tehnice. Sunt explicitate unele dintre structurile suport care (aparent) se potrivesc mai bine cu ceea ce a fost presupus în aceste domenii, iar logica clasică (aparent) nu o poate face în totalitate. A nu se înțelege de aici că logica clasică ar fi greșită, ci doar faptul că domeniul ei de aplicație ar trebui restrâns. Folosirea logicilor neclasice în anumite domenii ne ajută să înțelegem mai bine problemele specifice ale respectivelor domenii.

Un frumos exemplu îl constituie discuția despre natura negației care a fost înțeleasă mai bine odată cu apariția logicii paraconsistente (un alt exemplu îl constituie semnificația mulțimii lui Russell – v. [11]). În plus, ar trebui reamintit că logica paraconsistentă, în opinia noastră, conservă valabilitatea logicii clasice în domeniul ei particular de aplicație. În mod real, logica paraconsistentă poate fi privită, din această perspectivă, nu doar ca o logică „heterodoxă” (sau logică „rivală” [26], altfel spus, ca o logică ce deviază de la logica clasică), ci și ca un „supliment” la logica clasică cu care coincide în privința așa numitelor propoziții normale (*well-behaved propositions*), acele propoziții care respectă principiul non-contradicției. Pe scurt, nu intenționăm să luăm fără rezerve regulile logicii paraconsistente. Aceasta poate fi utilă în unele domenii, așa cum se va arăta mai jos, dar noi vom continua să folosim logica clasică, sau alte logici, atunci când acestea sunt necesare sau pur și simplu mai convenabile.

De asemenea, putem face aserțiunea, odată cu Granger [25], că logica paraconsistentă poate și ar trebui să fie angajată în anumite dezvoltări, dar numai ca

un instrument preliminar; în cercetările ulterioare, logica clasică ar putea fi un substitut pentru aceasta, un suport logic al acelor dezvoltări. În plus, este important de subliniat că matematica constructivă poate fi investigată din punctul de vedere al logicii clasice și că pe acest drum suntem capabili să obținem realmente rezultate semnificative.

Există deci, principal vorbind, diferite logici „pure“ ale căror aplicații depind nu numai de rațiuni filosofice sau *a priori*, ci și de natura aplicațiilor ca atare. Scopul nostru în această lucrare este doar acela de a atrage atenția asupra unor aspecte ale anumitor sisteme de logică paraconsistentă care își au originea în problemele fizicii. Chiar dacă subiectul nu a atins încă forma sa definitivă, totuși, el pare a fi stimulator, mai ales din punct de vedere filosofic.

## 2. Logicile paraconsistente. Scurt istoric

Precursorii logicii paraconsistente au fost, în special, logicianul polonez Jean Łukasiewicz și logicianul rus Nicolai I. Vasiliev (pentru alte detalii istorice, v. [3], [21]). În 1910, amândoi, urmând un punct de vedere „pur“, au prezentat idei generale care au contribuit la dezvoltarea logicii paraconsistente. Łukasiewicz a luat în discuție posibilitatea suspendării principiului aristotelic al noncontradicției, dar nu a elaborat vreun sistem logic bazat pe intuițiile sale. Abia discipolul său, Stanisław Jaśkowski, a făcut acest lucru în 1948. Jaśkowski a construit un sistem propozițional paraconsistent cunoscut sub denumirea de *logică discursivă* (scrisă inițial în limba poloneză). Versiunea engleză a lucrării sale a apărut abia în 1969 [30]. Autorul a făcut distincție între sistemele contradictorii (inconsistente) și cele triviale, scopul lui fiind: 1) de a sistematiza teoriile care conțin contradicții, ca în dialectică, 2) de a studia acele teorii în care contradicțiile sunt cauzate de vaguități (imprecizii) și 3) de a studia în mod direct teoriile empirice a căror postulate sau ipoteze fundamentale sunt contradictorii (pentru detalii istorice, a se vedea [3], [21]).

Vasiliev a avut motivații similare însă sistemele celor doi s-au dezvoltat total independent culminând cu prezentarea sistemului său de *logică imaginară* din 1912 și 1913 care exprimă concepția conform căreia contradicțiile nu există în lumea noastră „reală“, ci doar într-o lume posibilă creată de mintea noastră (*ibid.*).

Începând cu anii 1953 și 1954, primul autor al acestei lucrări a început dezvoltarea ideilor sale asupra paraconsistenței (fără a avea cunoștință despre autorii menționați mai sus) în cadrul seminariilor ținute la Federal University of Paraná din sudul Braziliei. Adoptând un punct de vedere pur formal el a fost motivat de anumite probleme matematice fiind primul logician care dezvoltă ideea unei logici paraconsistente. Aceasta apare ca un domeniu de cercetare activă conținând infinit de multe sisteme cu aplicații relevante așa cum se va vedea mai jos (în prezent, sistemele da Costa  $C_n$ ,  $1 \leq n \leq \omega$  sunt foarte bine cunoscute; v. [8], [10]).

Dezvoltările filosofice și rezultatele tehnice ale acestor logici au fost cu totul remarcabile (Al treilea Congres mondial de logică paraconsistentă a avut loc la Toulouse în iulie, 2003 [41]). Astăzi, logica paraconsistentă atinge diverse arii aplicative cum ar fi ontologia, filosofia științei, știința aplicată, tehnologia, robotica, sistemele expert, computația flexibilă și chiar medicina (v. de ex. [1], [36]). Mai mult, componenta teoretică și tehnică au evoluat foarte mult dând naștere, de pildă, la teoria paraconsistentă a modelelor, teoria paraconsistentă a mulțimilor, geometria paraconsistentă ș.a.

### 3. Paraconsistența și fizica

Studiul relațiilor dintre logică și fizică reprezintă un subiect dificil și deosebit de vast care nu poate fi examinat într-o lucrare atât de scurtă cum este cea de față.

Trebuie să ne amintim relevanța analizei fundamentelor teoriilor fizice, un subiect care este legat de axiomatizarea lor și de explicarea suportului lor matematic. Din punct de vedere istoric, importanța unui astfel de studiu a fost scoasă în evidență în special de Hilbert în cea de a șasea din celebrele sale 23 de probleme de matematică [28]. Acest tip de analiză, așa cum se știe, a fost fundamental și pentru dezvoltarea unor filosofii ale secolului al XX-lea ca neopozitivismul, de pildă, și are, de asemenea, ecou în semantică sau în demersul „structuralist” inițiat de Sneed, Stegmüller și alții. Totuși, acestea sunt produse în cadrul paradigmei logicii clasice.

În ceea ce privește folosirea logicilor neclasice în fizică există doar puține analize de profunzime, neconcludente după cât cunoaștem noi până în prezent. De pildă, sugestia lui Bressan de utilizare a anumitor logici modale nu a fost dezvoltată complet. Logica cu trei valori a lui Reichenbach, de altfel foarte interesantă din punctul de vedere al analizei și al clarificării unor ipoteze fundamentale din mecanica cuantică, a fost criticată pentru că nu a oferit o bază logică absolut completă pentru o astfel de disciplină. Dificultățile s-au datorat în mod special blocajului în discuția detaliată a cuantificării (nivelul propozițional al logicii sale nu era suficient pentru scopurile fizicii – v. [27]). Apropo, când auzim ceva despre relațiile dintre logică și fizică asociem, de regulă, acest subiect cu așa numita „logică cuantică”, un domeniu care își datorează nașterea „oficială” din binecunoscutul articol din 1936 a lui Birkhoff și von Neumann [4]. Propusă inițial cu scopul de a se ocupa cu probleme provenite din mecanica cuantică (de pildă, violarea legii distributivității  $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma) \equiv (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$ ), lucrarea lor fundamentală, despre care putem spune că provine dintr-o perspectivă „aplicată” a cauzat dezvoltarea unui vast domeniu în cercetarea logică. În prezent, există numeroase „sisteme de logică cuantică” studiate, cel mai adesea, ca sisteme

matematice pure, practic, departe de aplicațiile la universul microfizicii și de preocupările precursorilor mecanicii cuantice (pentru mai multe detalii asupra acestui subiect, v. [20]). Recent, Dalla Chiara și Giuntini au prezentat o „logică cuantică paraconsistentă” ([18]; v., de asemenea, [19], [20]) în care anumite „legi clasice”, cum ar fi legea noncontradicției și a terțului exclus, sunt respinse, dar sistemul lor, în ciuda importanței sale, nu va fi tratat în cadrul acestei lucrări.

### 3.1. Problema adevărului în fizică

Un alt tip de relație dintre logica paraconsistentă și fizică a provenit dintr-un important concept de adevăr dezvoltat de M. L. Dalla Chiara și G. Toraldo di Francia aplicat teoriilor fizicii. Intuitiv vorbind ([16, cap. 3], [42, secțiunea 1.10]), o lege fizică nu face referire la un anumit sistem fizic, dar spune că între valorile anumitor mărimi fizice există o relație cum ar fi a doua lege a lui Newton,  $f = m \cdot a$ , care leagă mărimile „forță”, „masă” și „accelerație”. Mai general, o lege fizică poate fi scrisă sub forma  $P(x_1, \dots, x_n)$ , unde  $P$  exprimă relația matematică dintre mărimile  $x_1, \dots, x_n$ . Cu toate acestea, când vorbim despre înțelesul valorii de adevăr a unei anumite proprietăți fizice, atunci avem nevoie să facem referire la anumite stări ale sistemelor fizice, ceea ce și facem în metalimbajul teoriei fizice. De asemenea, în acest metalimbaj descriem experiențe și procese de măsurare și, în particular, introducem anumite *definiții operaționale* pentru mărimile fizice relevante.

Dat fiind un concept definit operațional cum ar fi forța  $F$ , s-a presupus că datorită impreciziei măsurătorilor, valorile acceptate aparțin unui anumit interval de numere reale (cu o „eroare”  $\epsilon$ , care reprezintă precizia instrumentelor). De pildă, în cazul conceptului de forță  $F$ , raportat la un sistem fizic  $s$ , există un interval  $[f - \epsilon, f + \epsilon] \subseteq \mathbb{R}$  astfel încât valoarea  $p$  din interval poate fi considerată ca valoare a lui  $F$  pentru sistemul  $s$  aflat într-o anumită stare; în acest caz putem spune că  $F$  este egal cu  $f$  cu precizia  $\epsilon$ .

În cadrul acestei scheme semantice este posibil să introducem conceptul de „model fizic” ca o structură  $\mathcal{M} = \langle M, E, T \rangle$ , unde  $M$  înseamnă suportul matematic al lui  $\mathcal{M}$  (de exemplu, analiza funcțională uzuală în cazul mecanicii cuantice),  $E$  este suportul „experimental” al modelului care este compus dintr-o clasă  $S$  a sistemului fizic al căror stări sunt determinate de anumite mărimi fizice definite operațional (ceea ce înseamnă că orice mărime este asociată cu o clasă de proceduri potrivite în a opri calculul valorilor acestei mărimi cu o anumită precizie caracteristică  $\epsilon$ ) și  $T$  este o schemă de traducere care oferă interpretarea matematică a elementelor lui  $E$ .

Deci, autorii caracterizează conceptul unei afirmații  $\alpha$  ca fiind adevărată în raport cu un sistem fizic  $s \in E$  după cum urmează: mai întâi  $\alpha$  trebuie să fie *definit* în raport cu  $s$  ceea ce înseamnă, intuitiv, că aserțiunea lui  $\alpha$  „are un înțeles în raport cu  $s$ ” [15, p. 165], adică presupunând că  $\alpha$  este propoziția  $P(x_1, \dots, x_n)$ , atunci fiecare dintre mărimile care apar în  $\alpha$  determină o mărime fizică

$X_i (i = 1, 2, \dots, n)$  care poate fi măsurată în  $s$  (de regulă, ele sunt reprezentate prin operatori). Apoi, rezultatele măsurătorilor din  $s$  ale acestor mărimi fizice trebuie să admită  $n$  valori  $g_1, \dots, g_n$ , ceea ce în suportul matematic  $M$  al modelului satisface relația  $P$  cu o precizie  $\varepsilon$ . Când avem această situație, spunem că  $\alpha$  este *adevărat* în raport cu  $s$ , simbolic  $\models_s \alpha$ , și că  $\alpha$  este adevărat în modelul  $M$ , simbolic  $\models \alpha$ , dacă și numai dacă  $\alpha$  este definit pentru cel puțin un  $s \in E$  și pentru orice  $s$  pentru care  $\alpha$  este definit, atunci  $\models_s \alpha$  (*ibid.*).

De exemplu, să luăm din nou legea a doua a lui Newton,  $f = m \cdot a$ . Cele trei variabile fizice care apar în ecuație corespund celor trei mărimi fizice deterministe, *forța (F)*, *masa (M)* și *acelerația (A)* al căror domeniu acceptabil de valori pentru o anumită situație fizică  $s$  aparține celor trei intervale corespunzătoare  $[f_1, f_2] \subseteq \mathbb{R}$ ,  $[m_1, m_2] \subseteq \mathbb{R}$ ,  $[a_1, a_2] \subseteq \mathbb{R}$ , fiecare dintre acestea exprimând o anumită precizie  $\varepsilon$  a măsurătorilor. Atunci  $\models_s f = m \cdot a$  dacă și numai dacă există trei numere reale  $p_1 \in [f_1, f_2]$ ,  $q_1 \in [m_1, m_2]$  și  $r_1 \in [a_1, a_2]$  astfel încât  $p_1 = q_1 \cdot r_1$ .

Cu toate acestea, datorită impreciziei  $\varepsilon$ , pot exista și alte trei numere reale  $p_2, q_2$  și  $r_2$ , fiecare aparținând intervalului respectiv astfel încât  $p_2 \neq q_2 \cdot r_2$ , iar aceste numere constituie, de asemenea, *valori acceptabile* pentru măsurătorile mărimilor fizice corespunzătoare (în aceeași manieră în care putem accepta faptul că măsurând masa noastră putem găsi „ceva de tipul 1,20 m”). Deci  $\models_s \neg(F = m \cdot a)$  este la fel de valabilă, adică negația legii lui Newton ar trebui să fie și ea valabilă în raport cu aceeași situație fizică  $s$ . Astfel, putem avea, pentru o afirmație  $\alpha$  și o situație fizică  $s \in E$ , atât  $\models_s \alpha$ , cât și  $\models_s \neg \alpha$ , dar nu și  $\models_s \alpha \wedge \neg \alpha$ , pentru acest caz din urmă s-ar presupune existența a trei numere reale  $p', q'$  și  $r'$ , aparținând intervalelor respective, astfel încât  $\models_s p' = q' \cdot r' \wedge p' \neq q' \cdot r'$ , ceea ce este imposibil [15, p. 168].

Această definiție a adevărului reflectă un soi de *adevăr empiric* cu consecințe interesante, scoase în evidență de autorii respectivi, cum ar fi nonadevărul funcțional al conectivelor logice (în sensul că adevărul unei conjuncții nu este echivalent cu adevărul simultan al ambelor conjuncții).

Pentru noi este interesant de subliniat „aspectul paraconsistent” al acestei definiții a adevărului. Din cele prezentate mai sus, este evident faptul că acest concept este legat de paraconsistență pentru care avem adevărate atât  $\models_s \alpha$  cât și  $\models_s \neg \alpha$ . Într-adevăr, în [13] s-a demonstrat că logica ce descrie acest fenomen este, în particular, o logică paraconsistentă, și anume, o logică de tip Jaśkowski (una dintre caracteristicile acestui tip de logică este aceea că din  $\alpha$  și  $\neg \alpha$  nu deducem în mod necesar conjuncția  $\alpha \wedge \neg \alpha$ ).

### 3.2. Logica complementarității a lui Février

Printre sugestiile de folosire a logicilor neclasice în fizică le amintim pe cele referitoare la logicile cu trei valori. Cele mai cunoscute sunt cele ale lui H. Reichenbach   i P. Destouches-Février. Datorită faptului că logica lui Février este mai apropiată de paraconsisten  , vom face câteva observații asupra acestei „logici a complementarit  ii”.<sup>2</sup> După expunerea detaliilor fundamentale ale sistemului ei vom creiona aspectul paraconsistent al acestuia arătând că „logica complementarit  ii” a lui Février,  $L_{c,3}$ , este într-un anumit sens paraconsistentă.

Să ne amintim mai întâi că acest concept de „complementaritate” a fost introdus în mecanica cuantică de către Niels Bohr în celebra sa prezentare de la Como din 1927.<sup>3</sup> Consecințele ideii lui au fost fundamentale pentru dezvoltarea versiunii Copenhaga a mecanicii cuantice şi constituie una dintre cele mai mari contribuții la dezvoltarea acesteia. Fără a le nega importanța, ideile lui Bohr asupra complementarit  ii sunt controversate. Într-adevăr, se pare că nu există un acord general asupra semnificației precise a principiului complementarit  ii. Cu toate că unii autori cum ar fi C. von Weizs  cker   i M. Strauss au încercat să elucideze principiul lui Bohr din punct de vedere logic, dezvoltările lor nu au fost niciodată acceptate de către comunitatea   tiin  ific  . De pildă, este cunoscut faptul că însuși Bohr a respins încercarea lui von Weizs  cker de a logiciza descrierea principiului său (cf. [29, p. 90]). Propunerea lui Strauss a unei logici în care două propoziții, să spunem  $\alpha$  şi  $\beta$ , pot fi ambele adevărate, dar nu   i conjuncția lor,  $\alpha \wedge \beta$ , a fost considerată ca „inacceptabilă” de către R. Carnap deși, se pare, că ea atrage atenția din perspectivă actuală.<sup>4</sup>

Într-o serie de lucrări care s-au finalizat cu cartea *La Structure des Théories Physiques* [22], P. Destouches-Février a schi  at o logică propozițională cu trei valori, denumită  $L_{c,3}$ .<sup>5</sup>

Punctul de plecare în dezvoltarea lui  $L_{c,3}$  sunt relațiile de incertitudine ale lui Heisenberg care, spune autoarea, trebuie considerate ca principii fizice fundamentale   i nicidecum ni  te consecințe ale formalismului matematic din teoria cuantică (cf. [29, p. 362]). Ideea centrală o constituie afirmația conform căreia compozi  ia (citi  i: conjuncția) propozițiilor complementare referitoare la poziția   i impulsul unei particule trebuie să aibă valoarea de adevăr „absolut fals”, în loc de „adevărat” sau „fals”. Ea folosește semnul „&” pentru conjuncție, dar în realitate distinge două tipuri de conjuncții: una (notată &<sub>c</sub>) pentru propoziții „compozabile”   i alta (&<sub>i</sub>) pentru cele „incompozabile” caracterizate semantic prin metoda matricilor. Noi putem motiva folosirea acestor corective, după cum urmează (cf. [35]): dacă  $a_i$  înseamnă „Coordonata  $q_i$  a unei particule are valoarea  $q_{0i}$ ”, iar  $b_i$  înseamnă „Componenta  $p_i$  a momentului particulei are valoarea  $p_{0i}$ ” atunci există două matrice pentru caracterizarea produsului conjugat „ $a_i$  &  $b_i$ ” şi, respectiv, a produselor neconjugate

<sup>2</sup> Deși frecvent menționat în literatură, sistemul lui Février  $L_{c,3}$  nu a fost discutat în detaliu; de pildă, S. Haack, în [26] abia că menționează logica lui Février  $L_{c,3}$ . Considerăm că acest lucru se datorează faptului că sistemul ei nu a fost niciodată prezentat într-o manieră sistematică.

<sup>3</sup> Toate referin  ele din această secțiune care nu sunt făcute explicit, pot fi găsite în [12].

<sup>4</sup>   n principal, dacă luăm în considera  ie discursul logic al lui Ja  kowski [13].

<sup>5</sup> A se vedea [33], [34] şi [35].



„ $a_i$  &  $a_k$ “, „ $b_i$  &  $b_k$ “ și „ $a_i$  &  $b_k$ “, pentru  $i \neq k$  (aceste matrice sunt prezentate mai jos). Deci, considerând că există „propoziții incompozabile“, pentru care nu se poate afirma niciodată produsul logic“ [22, p. 33], autoarea a presupus că trebuie atribuită conjuncției acestor propoziții o a treia valoare de adevăr diferită de „adevăr“ și „fals“, și anume, „absolut fals“. Aceasta indică faptul că o astfel de conjuncție nu poate fi realizată într-un sens strict. Deci, ea face distincție (printr-o metareglă neexplicită) între propozițiile care pot și cele care nu pot fi compuse introducând conectivele potrivite (conjuncții și disjuncții) pentru a le lega; atunci când două propoziții „nu pot fi compuse“, conjuncția lor (realizată cu conectorul  $\&_i$ ) dă valoarea de adevăr „absolut fals“.

Aici, noi interpretăm  $L_{c,3}$  ca pe o logică standard cu trei valori ale cărei conective presupun valori doar în conformitate cu tabelele lor de adevăr (vezi mai jos) și vom realiza întotdeauna conjuncții (Février sugerează folosirea a două tipuri de conjuncții, una pentru propoziții „compozabile“ și alta pentru cele „incompozabile“; totuși, acest fapt nu este în conformitate cu logica polivalentă standard).

Noi am adaptat terminologia lui Février considerând drept primare următoarele conective:  $\&_c$  (prima conjuncție),  $\&_i$  (a doua conjuncție),  $\triangleright$  (disjuncția exclusivă),  $\vee_c$  (prima disjuncție),  $\vee_i$  (a doua disjuncție),  $\equiv$  (prima echivalență),  $\cong$  (a doua echivalență),  $\rightarrow$  (implicația),  $N$  (prima negație) și  $\sim$  (a doua negație) care sunt definite prin următoarele matrice a căror valoare desemnată este T ([22, pp. 34–39]):

| $\&_c$ | T | F | A |
|--------|---|---|---|
| T      | T | F | A |
| F      | F | F | A |
| A      | A | A | A |

| $\&_i$ | T | F | A |
|--------|---|---|---|
| T      | A | A | A |
| F      | A | A | A |
| A      | A | A | A |

| $\triangleright$ | T | F | A |
|------------------|---|---|---|
| T                | A | T | T |
| F                | T | A | F |
| A                | T | F | A |

| $\vee_c$ | T | F | A |
|----------|---|---|---|
| T        | T | T | T |
| F        | T | F | F |
| A        | T | F | A |

| $\vee_i$ | T | F | A |
|----------|---|---|---|
| T        | A | T | T |
| F        | T | A | F |
| A        | T | F | A |

| $\equiv$ | T | F | A |
|----------|---|---|---|
| T        | T | F | F |
| F        | F | T | F |
| A        | F | F | T |

| $\cong$ | T | F | A |
|---------|---|---|---|
| T       | T | F | F |
| F       | F | T | T |
| A       | F | T | T |

| $\rightarrow$ | T | F | A |
|---------------|---|---|---|
| T             | T | F | F |
| F             | T | F | F |
| A             | T | T | T |

| $p$      | T | F | A |
|----------|---|---|---|
| $Np$     | F | T | S |
| $\sim p$ | F | T | T |
|          |   |   |   |

Problema (după cum a subliniat și Nagel în articolul său [35]) este că autoarea nu oferă nici un criteriu pentru a face distincție între propozițiile care pot și care nu pot fi compuse. Se presupune oarecum o meta-regulă. Oricum, urmând ideile ei și acceptând faptul că poate fi făcută o astfel de distincție, explicațiile intuitive ale acestor simboluri pot fi următoarele:  $\&_c$  este conjuncția propozițiilor care pot fi compuse (propoziții „compozabile“) în timp ce  $\&_i$  este conjuncția propozițiilor complementare (a căror conjuncție primește valoarea de adevăr A, *absolut fals* – „faux absolu“). Deci, conform interpretării lui Février, două propoziții (complementare) de tipul

$p =_{\text{df}}$  „componenta  $p_x$  a lui  $y$  are o valoare cuprinsă între  $p_0$  și  $p_0 \pm \Delta p_0$   
la momentul  $t$ “,

$q =_{\text{df}}$  „coordonata  $x$  a lui  $y$  are o valoare cuprinsă între  $x_0$  și  $x_0 \pm \Delta x_0$   
la momentul  $t$ “

fac subiectul principiului de incertitudine al lui Heisenberg, deci conjuncția lor  $p \&_i q$  trebuie să aibă valoarea de adevăr  $A$ , dacă  $\Delta p_0$  și  $\Delta x_0$  nu satisfac inegalitatea lui Heisenberg. Conectivul  $\triangleright$  este o generalizare (cum spune și autoarea) a disjuncției clasice exclusive; propoziția  $p \triangleright q$  este adevărată, atunci când  $p$  sau  $q$  este adevărată, absolut falsă atunci când propozițiile (care pot fi compuse) au aceeași valoare de adevăr și false în rest.

Conectivile  $\vee_c$  și  $\vee_i$  sunt disjuncții care leagă propoziții care pot și, respectiv, nu pot fi compuse.  $\equiv$  are aceeași semnificație pe care o are în logica clasică:  $p \equiv q$  este adevărată dacă și numai dacă  $p$  și  $q$  au aceeași valoare de adevăr. Dar  $\equiv$  este puțin diferită:  $p \equiv q$  este adevărată atunci când  $p$  și  $q$  sunt ambele adevărate sau neadevărate și este falsă atunci când una dintre propoziții este adevărată și cealaltă este neadevărată, adică  $F$  sau  $A$ . Tabela implicației  $\rightarrow$  generalizează implicația clasică.

Și acum despre negații. Datorită definițiilor semantice ale conectorilor rezultă (cum a subliniat și Février) că regula dublei negații nu este valabilă pentru  $\sim$ , deci  $\sim(p \&_x q)$  nu este echivalentă cu  $\sim p \vee_x \sim q$  unde  $x$  este în ambele cazuri  $c$  sau  $i$ . Același lucru se poate afirma și despre  $N(p \&_x q)$  și  $Np \vee_x Nq$ . Alte rezultate sunt date de teoremele de mai jos (demonstrabile pe baza matricelor și luând pe  $T$  ca valoare desemnată).

Observăm că reconstrucția noastră a logicii lui Février poate fi sau nu conformă viziunilor sale, dar ea reflectă sigur unele dintre intuițiile sale cu privire la logica mecanicii cuantice. Considerând validitatea și conceptele semantice definite în mod obișnuit, obținem următoarele teoreme unde literele latine sunt variabile pentru formule, iar literele grecești mari pentru mulțimi de formule.

### **Teorema 1**

(i) În  $L_{c,3}$ , avem:

$$\models p \rightarrow \sim \sim p$$

$$\models p \&_i \sim p \rightarrow q$$

$$\models p \&_i Np \rightarrow q$$

$$\models \sim (p \&_i \sim p)$$

$$\models \sim (p \&_c Np)$$

$$\models (p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow \sim q) \rightarrow p)$$

$$\models p \vee_i \sim p$$

$$\models p \rightarrow (q \rightarrow p)$$

$$\models p \&_c q \rightarrow p$$

$$\models p \&_i q \rightarrow p$$

(ii) Teorema deducției este valabilă în forma următoare: dacă  $\Gamma, p \models q$ , atunci  $\Gamma \models p \rightarrow q$ .

(iii) *Modus ponens* reprezintă o regulă de inferență valabilă semantic: dacă ambele  $p$  și  $p \rightarrow q$  sunt adevărate, atunci  $q$  este adevărată. Alte reguli de inferență valabile semantic sunt următoarele:

$$p, \sim p \vee_c q \models q, \quad \sim p, p \vee_i q \models q.$$

**Teorema 2.** Următoarele formule exprimă faptul că  $p$  are valorile T, F și respectiv A:

$$p \equiv \sim (p \&_i p)$$

$$p \equiv \sim (p \equiv p)$$

$$p \equiv (p \&_i p)$$

**Teorema 3.** Următoarele scheme nu sunt valabile în  $L_{c,3}$ :

|  |  |  |
|--|--|--|
| $\sim \sim p \rightarrow p$            | $N(p \&_i Np)$                               | $(p \rightarrow q) \equiv (\sim q \rightarrow \sim p)$ |
| $p \&_i \sim p$                        | $N(p \&_c Np)$                               | $(p \rightarrow q) \equiv (Nq \rightarrow Np)$         |
| $p \&_c \sim p$                        | $N(p \&_i \sim p)$                           | $(p \rightarrow q) \equiv (\sim q \rightarrow Np)$     |
| $p \&_c Np$                            | $N(p \&_c \sim p)$                           | $(p \rightarrow q) \equiv (Nq \rightarrow \sim p)$     |
| $p \&_i Np$                            | $p \vee_i Np$                                | $(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \vee_i q)$           |
| $p \&_c \sim p \rightarrow q$          | $p \vee_c Np$                                | $(p \rightarrow q) \equiv (Np \vee_i q)$               |
| $p \&_c Np \rightarrow q$              | $(p \rightarrow \sim p) \rightarrow p$       | $(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \vee_c q)$           |
| $p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$ | $(\sim p \rightarrow p) \rightarrow p$       | $(p \rightarrow q) \equiv (Np \vee_c q)$               |
| $p \rightarrow (Np \rightarrow q)$     | $(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \vee_c q)$ |  |

Février nu dezvoltă logica ei în detaliu, dar face câteva observații interesante asupra complementarității bazate pe o discuție informală. După cum ea însăși spune, chiar dacă mixtăm valorile  $F$  și  $A$ , logica ei nu se reduce la logica clasică. Deci, concluzionează ea, „în cadrul unei teorii în care este introdusă complementaritatea lui Bohr, este imposibil să utilizezi logica clasică pentru calculul propozițiilor experimentale; este necesară utilizarea unei logici a complementarității” (op. cit., p. 40). Acest lucru este exprimat de „teorema lui Février”: într-o teorie în care propozițiile experimentale satisfac o condiție de complementaritate este necesară utilizarea unei logici a complementarității care este ireductibilă la o logică clasică (loc. cit.).

Cu toate acestea, Février nu circumscrie logica ei la propozițiile experimentale. Vorbind despre complementaritate și mecanica ondulatorie ea concluzionează că logica complementarității este necesară și atunci când avem de-a face cu propoziții teoretice care sunt deduse în cadrul unei scheme care include complementaritatea, deci logica ei ar fi aplicabilă, de asemenea, și propozițiilor teoretice. După afirmația ei:

„...logica complementarității nu mai este valabilă doar pentru enunțurile experimentale, ci și pentru enunțurile teoretice, ceea ce impune o structură cu totul nouă mecanicii ondulatorii”.

„Aceasta face să apară în lumină un alt aspect al complementarității lui Bohr, mai profund decât cel exprimat prin considerentele lui Heisenberg asupra măsurătorilor, și care este complementaritatea dintre aspectul corpuscular și cel ondulatoriu. De această dată nu mai este vorba de o simplă complementaritate de fapt, ci de o complementaritate de drept, care trebuie să facă parte din însuși corpusul teoriei, nefiind doar o limitare a posibilităților experimentale” (ibid., pp. 44-45).

Credința ei că logica complementarității este logica corectă pentru o teorie care presupune propoziții complementare o face capabilă să răspundă la cele trei întrebări puse la începutul cărții sale, întrebări care sunt apropiate ideilor lui F. Gonseth conform căruia logica posedă un aspect empiric astfel încât principiile logicii ar trebui să exprime legile fizicii generale; întrebând dacă logica este universală și unică, normativă și apriorică, exprimând legile rațiunii pure și nu orice conținut al cunoașterii, răspunsul este negativ. Același lucru este valabil și pentru a doua întrebare care pune problema dacă logica este arbitrară în anumite condiții de coerență (consistență) și, deci, este un soi de tautologie, adică o sintaxă independentă a întregii cunoașteri. Dar la a treia întrebare, răspunsul este pozitiv. Problema este dacă logica, în fiecare din aplicațiile ei, ar trebui să fie adaptată domeniului cunoașterii în care urmează a fi aplicată. În acest caz, logica nu ar fi nici apriorică, nici independentă de aplicație și nici o sintaxă arbitrară: după cum spune ea, „noi observăm că nu există o logică unică și universală, normativă *a priori*, exprimând legile unei rațiuni pure și independentă de întreaga cunoaștere (...), ci că logica este adaptată fiecărui domeniu al cunoașterii, în particular fiecărei teorii fizice și că, în consecință, ea exprimă un anumit conținut al cunoașterii”

[22, p. 41]. Logica clasică, spune ea, datorită „teoremei lui Février” de mai sus, este potrivită pentru fizica clasică, incluzând relativitatea și „o anumită teorie a câmpurilor” (*ibid.*), logica complementarității fiind logica adecvată teoriilor cuantice.

Este important de observat că dacă în  $L_{c,3}$  numim o propoziție *normală*, dacă și numai dacă aceasta ia numai valorile de adevăr T sau F, atunci logica propozițiilor normale devine calculul propozițional standard. Aceasta implică faptul că logica clasică este conținută în  $L_{c,3}$  (desigur, în această manieră noi putem introduce predicate normale etc., și să reconstruim logica clasică în interiorul sistemului Février). Pentru aceasta, este nevoie să dăm o definiție (metalogică) propoziției normale, predicatelor etc., așa cum este nevoie să caracterizăm propozițiile incompatibile ale lui Février.

Înainte de a schița o perspectivă asupra lui  $L_{c,3}$  din punctul de vedere paraconsistent ne vom întoarce la unele critici care au fost aduse sistemului ei și implicațiilor filosofice ale acestuia.

### 3.3. Câteva observații critice

În 1954, McKinsey și Suppes au făcut o analiză cărții lui Février în care au prezentat unele observații cu privire la ideea folosirii logicii ei în fizică, în particular, a „teoremei” menționate mai sus potrivit căreia fizica modernă impune o logică cu mai mult de două valori de adevăr [34]<sup>6</sup>. Studiul lui McKinsey și Suppes este important nu doar din perspectiva discuției asupra tezelor lui Février, ci și pentru subtilitățile interesante privind raportul dintre logică și fizică.

Să începem prin a menționa, pe scurt, câteva dintre argumentele mai importante aduse de ei împotriva ideilor lui Février. Prima obiecție se referă la „teorema” lui Février conform căreia teoria cuantică ar impune o logică cu trei valori. McKinsey și Suppes (pe scurt McK-S) nu văd de ce acest lucru ar fi necesar și, după părerea lor, argumentele lui Février nu sunt concludente. Noi nu dorim să discutăm acest subiect acum, acesta urmând a fi tratat mai jos, în cadrul unui context mai general. Dar McK-S afirmă, de asemenea, că pentru a structura o teorie fizică pe baza unei logici neclasice ar trebui ca aceasta să fie prezentată ca un sistem formal, ceea ce Février nu face. Ei mai sugerează și faptul că, înainte de a întreprinde o astfel de „muncă herculeană” ar fi bine, poate, de a conferi o axiomatizare teoriei cuantice „într-un sens matematic primar”, printr-o mulțime de predicate formulate în teoria mulțimilor standard (adică folosind logica clasică) așa cum au făcut ei înșiși (împreună cu Sugar) cu mecanica particulei clasice (v. [38]). Desigur, folosirea logicii clasice deschide perspectiva unor probleme filosofice formidabile care apar în legătură cu folosirea teoriei mulțimilor standard în mecanica cuantică așa cum s-a arătat de pildă în [9] (v., de asemenea, și [10], [17]).

<sup>6</sup> În același volum, McKinsey a publicat o analiză critică a altei lucrări a lui Février în care sunt susținute idei similare [33].

În mod evident, se poate încerca să se obțină o formulare a mecanicii cuantice independent de analiza apriorică a mijloacelor logicii clasice și a teoriei mulțimilor.

Obiecția lui McKinsey și Suppes cum că Février a redus sistemul ei la calculul propozițional în timp ce cuantificările ar trebui să fie folosite în orice logică potrivită mecanicii cuantice are o natură mai profundă. Este interesant de remarcat faptul că aceeași obiecție a fost făcută și de Hempel în legătură cu logica cu trei valori a lui Reichenbach [27] și de Church față de logica nondistributivă a lui Birkhoff și von Neumann [7]. Noi considerăm că ei au dreptate în legătură cu acest subiect. Dacă Février ar fi redus ideea complementarității și, deci, aplicarea conectivelor  $\&$  și  $\vee$  doar la „propozițiile experimentale”, atunci situația ar fi fost mult mai satisfăcătoare. În acest caz am putea spune că sistemul ei de calcul propozițional se referă doar la propozițiile experimentale, ceea ce poate respecta legile logicii ei cu trei valori și, deci, păstrarea logicii clasice pentru discursul matematic incluzând folosirea cuantificatorilor și, poate, a teoriei mulțimilor. Dar ea nu a făcut acest lucru. Așa cum am amintit deja mai sus, Février intenționează ca sistemul ei să poată fi extins, de asemenea, și la mecanica ondulatorie (cf. [22], p. 43ff).

Deci, ținând cont de posibilitatea reconstrucției logicii clasice în interiorul lui  $L_{c,3}$  (așa cum am remarcat la finele ultimei secțiuni când am vorbit despre propozițiile „normale”), obiecții ca cele ale lui McKensey și Suppes pot fi depășite și, deci, ușa este deschisă pentru a susține teza conform căreia  $L_{c,3}$ , chiar în forma propusă de Février, poate constitui substratul logic al unei posibile axiomatizări a mecanicii cuantice: valoarea de adevăr  $A$  apare numai în legătură cu propozițiile experimentale, celelalte fiind cu două valori. Prin urmare, așa cum am arătat, se poate face o sinteză între  $L_{c,3}$  și matematica clasică.

Oricum, observăm că o axiomatizare a unei teorii empirice date nu este întotdeauna total determinată. Ea depinde de o mulțime de aspecte ale teoriei pe care o luăm în considerare. Astfel, de pildă, Ludwig [31] studiază o axiomatizare a mecanicii cuantice bazată pe logica clasică. Ambele încercări, cea a lui Février și cea a lui Ludwig, sunt în principiu corecte, chiar dacă ei au tratat același domeniu al discursului din perspective diferite. Dar numai viitorul va decide care dintre soluții este mai bună.

### 3.4. O perspectivă paraconsistentă asupra logicii lui Février

Să definim o logică  $L_{c,3}^P$  cu același limbaj ca cel din  $L_{c,3}$  și să conferim conectivelor aceeași caracterizare semantică prezentată mai sus. Dar acum să considerăm pe  $T$  și  $A$  ca valori de adevăr desemnate. Adică, să considerăm matricea (cu aceleași tabele de mai sus).

$$\mathcal{M} = \langle \{T, F, A\}, \{T, A\}, \&, \vee, \rightarrow, \neg, \equiv, \neq, \rightarrow, N, \sim \rangle$$

pentru a caracteriza ceea ce vom numi „logica cu trei valori a complementarității paraconsistente”. Noțiunea de consecință semantică dintr-o mulțime de formule se introduce în maniera standard: spunem că o propoziție  $p$  este o consecință a unei

mulțimi  $\Gamma$  de propoziții, simbolic  $\Gamma \models p$ , dacă și numai dacă pentru toate valorile în care propozițiile lui  $\Gamma$  au o valoare desemnată,  $p$  va avea, de asemenea, o valoare desemnată.

Este ușor de observat că  $p \&_i \sim p$  este o tautologie a lui  $L_{c,3}^p$  (adică, are întotdeauna o valoare desemnată, și anume A), dar nu orice propoziție a limbajului său este o tautologie, de exemplu  $p \&_c \sim p$  nu este. Astfel,  $L_{c,3}^p$  este inconsistentă (poate ar trebui spus „ $\sim$  - inconsistentă” pentru această inconsistentă referitoare la a doua negație  $\sim$ ), deși aceasta nu este trivială și, cum este ușor de observat, poate fi suportul logic al teoriilor inconsistente dar netriviale; aceasta înseamnă că este paraconsistentă.

În logica noastră, orice propoziție primește o valoare de adevăr (T, F sau A), la fel  $p \&_i q$  și  $p \&_c q$ . Doar atunci când  $p$  și  $q$  sunt complementare, prima conjuncție capătă valoarea desemnată A în timp ce a doua respectă tabela pentru  $\&_c$ , astfel, în mod normal, noi nu știm care valoare de adevăr este. În felul acesta, cele două conjuncții cu astfel de propoziții *pot* avea sens. Observăm că acest model se aseamănă cu logica lui Reichenbach prin faptul că propozițiile cuantice au întotdeauna valori de adevăr. Acest fapt este în deplină concordanță cu fizica unde putem vorbi despre poziția și impulsul unei anumite particule deși problema dacă poziția și impulsul pot fi ambele măsurate precis la același moment de timp face subiectul principiului lui Heisenberg. În  $L_{c,3}^p$  formulele care presupun doar T și A sunt cele care sunt acceptate.

$L_{c,3}^p$  constituie o logică propozițională cu ajutorul căreia suntem capabili să vorbim despre fundamentele mecanicii cuantice în mod similar cu  $L_{c,3}$ . În plus, este posibil să extindem  $L_{c,3}^p$  la o logică paraconsistentă puternică și care să facă față la contradicțiile teoretice și să fie suficient de puternică pentru a cuprinde o mare parte a matematicii existente. Astfel, avem o altă cale, alternativă, față de sistemele lui Février   i Ludwig de a întelege unele p  r  i din mecanica cuantică.

### 3.5. Utilizarea logicii paraconsistente

  n lucrarea [12] noi am urmat o altă cale pentru a dep   i unele dintre problemele mecanicii cuantice. Pentru a ilustra noua alternativă să introducem mai   nt  i un nou tip de teorie fizică al cărei limbaj se presupune a conține propoziții complementare; astfel de teorii se numesc *C-teorii* sau *teorii complementare*.

O C-teorie are drept limbaj un limbaj primar, posed  i un set de axiome   i noțiunea sa de consecință denumită *consecință paraclasică* introdusă după cum urmează: dacă  $\Gamma \cup \{p\}$  este o mul  time de formule a lui  $T$ , atunci spunem că  $p$  este o consecință paraclasică a lui  $\Gamma$    i scriem  $\Gamma \vdash_p p$ , dacă şi numai dacă

1. (i)  $p \in \Gamma$ , sau
2. (ii)  $p$  este o formulă clasic validă, sau
3. (iii) există o submulțime consistentă (conform logicii clasice)  $\Delta \subseteq \Gamma$  astfel încât  $\Delta \vdash p$  (în logica clasică).

Să presupunem că o C-teorie  $T$  este în așa fel încât există formulele  $p$ ,  $q$  și  $r$  ale limbajului său care satisfac condițiile (a)  $T \vdash_p q$ ; (b)  $T, p \vdash_p r$  și (c)  $T, q \vdash_p \neg r$ . În acest caz spunem că  $p$  și  $q$  sunt teoreme complementare ale lui  $T$ . Contrar punctului (b) de mai sus, în general,  $r \wedge \neg r$  nu este o teoremă a lui  $T$ .

Deci, într-o C-teorie avem de-a face cu propoziții de tipul „ $x$  este o particulă” și „ $x$  este o undă”, fiecare dintre ele atrage după sine negarea celeilalte fără consecința că ele vor conduce la o contradicție strictă, adică la o formulă de forma  $r \wedge \neg r$ .

Este important de remarcat și faptul că, în acord cu modelul nostru, propozițiile complementare nu sunt neapărat una negația celeilalte (acesta este un caz particular) ci, mai general, propoziții care au fiecare consecințe care pot contrazice unele dintre consecințele celeilalte. Noi credem că acest lucru este în strictă concordanță cu unele dintre ideile propuse de Bohr însuși, așa cum am evidențiat în [12] însă nu dezvoltăm aici acest subiect. Oricum, definiția noastră este destul de generală și, evident, nu se reduce doar la fizică, fiind utilă la fel de bine și în alte situații. Să luăm un exemplu care poate fi considerat mai ilustrativ.

Să presupunem că un judecător este confruntat cu „propoziții normative complementare” care *trebuie* să fie valabile simultan, de pildă, apărarea liberului arbitru al cetățenilor și apărarea obligațiilor impuse de către stat. Respectându-le, apar adeseori contradicții. Să luăm cazul concret al unor deținuți care sunt nerăbdători să obțină anumite avantaje, să zicem, mai mult timp pentru vizită. Judecătorul, sub presiunea situației „complementare” de a ține seama și de liberul arbitru al prizonierilor și de rolul statului, se confruntă cu o situație care implică propoziții complementare (propoziții normative complementare). Acest tip de situație exemplifică foarte bine faptul că ideile care implică situații de complementaritate nu se reduc doar la fizică, așa cum Bohr însuși a sugerat [6]. Oricum, fiind de interes, acest subiect va fi analizat cu altă ocazie.

## 4. Observații generale

Înclinăm să fim de acord cu unele observații ale lui Février (care, așa cum s-a menționat mai sus, urmează o tendință derivată din Gonsseth [24, cap. 8]) în principal cu susținerea faptului că logica aplicată are o componentă empirică. Cu toate acestea avem de făcut unele observații. Mai întâi, ținând seama de distincția



noastră dintre logica pură și cea aplicată, considerăm că nu este necesar să eliminăm apriori cerințele logicii. Desigur, nu garantăm pentru concepția potrivit căreia ar exista o singură logică, independentă de orice domeniu al cunoașterii. Ceea ce susținem noi este că logica *poate* fi studiată independent de orice aplicație, ca un sistem matematic pur, fiind deci apriorică într-un anume sens.

Orice sistem de logică aplicată posedă o dimensiune apriorică și una aposteriorică. De pildă, putem începe prin a studia sistemul lui Février care este motivat de știința empirică verific  nd dacă aceasta poate fi axiomatizată demonstr  nd apoi o teoremă de completitudine și a  a mai departe. Dintr-un alt punct de vedere, logica are de-a face cu structurile inferențiale subiacente domeniilor particulare sau teoriilor și, în acest sens, un domeniu ca cel al lumii cuantice poate sugera faptul că este util un alt tip de logică (adică, altul dec  t logica clasică) pentru a face față unor probleme care nu pot fi soluționate prin mijloacele logicii clasice. Drept exemplu, dacă acceptăm punctul de vedere că obiectele cuantice sunt *neindividuale* (E. Schr  dinger, M. Born și alții), neav  nd o individualitate a lor în sensul că unul este întotdeauna indiscernabil de un altul al unei specii similare, atunci se pare că privind lumea cuantică ca fiind constituită din astfel de entități, logica clasică (cu principiul identității indiscernabilelor al lui Leibniz) și matematica clasică (bazată pe noțiunea de mulțime, adică o colecție de obiecte discernabile) ar trebui să fie revizuite (v. [23]). Deci diferitele „perspective” ale unui domeniu al științei pot presupune un mecanism logic distinct care aduce cu sine și un punct de vedere filosofic diferit de cel clasic.

Posibilitatea utilizării sistemelor non-standard nu atrage după sine în mod necesar faptul că logica clasică este greșită sau că (  n particular) teoria cuantică *are nevoie* de o altă logică. Probabil că fizicienii vor continua să utilizeze (informal) logica clasică în viitorul apropiat. Dar trebuie să înțelegem că alte forme de logică ne pot ajuta să înțelegem mai bine anumite caracteristici ale lumii cuantice care nu sunt tratate adecvat cu mijloacele clasice, cum sunt și conceptele de complementaritate și neindividualitate.

Pentru a încheia, considerăm că nu există doar o singură „logică adevărată” și că sisteme logice diferite (matematice și poate chiar fizice) pot fi utile în abordarea diferitelor aspecte ale unui domeniu vast cum este teoria cuantică. Forț  nd un pic nota și fără a dezvolta mai mult acest punct de vedere, am putea aprecia concepția noastră drept pluralistă (fără a fi relativistă)<sup>7</sup>.

## Bibliografie

- [1] ABE, J. M., SILVA FILHO, J. I. – „Manipulating conflicts and uncertainties in robotics”, *J. of Mult. – Valued Logic & Soft Computing* 9, 2003.
- [2] American Mathematical Society – *Mathematical Subject Classification*, AMS, 2000. [www.ams.org/mr](http://www.ams.org/mr).

---

<sup>7</sup> Distincția noastră dintre relativism și pluralism se aseam  n   (dar este independent  ) de cea a lui Sylvan [40].

- [3] ARRUDA, A. I. – *Aspects of the historical development of paraconsistent logic*, in G. Priest, R. Routley and J. Norman (eds.), *Paraconsistent Logic: Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag, 1989.
- [4] BIRKOFF, G., VON NEUMANN, J. – „The logic of quantum mechanics“, *Annals of Mathematics* 2s, vol. 37, pp. 823–843, 1936.
- [5] BOHR, N. – „Causality and complementarity“, *Phil. Of Sci.*, 4 (3), pp. 289–298, 1937.
- [6] BOHR, N. – *Stomic physics and human knowledge*, Wiley, 1958.
- [7] CHURCH, A. – „Review of G. Birkhoff and J. von Neumann's «The logic of quantum mechanics»“, *J. Symbolic Logic*, 2 (1), p. 44, 1937.
- [8] DA COSTA, N. C. A. – „On the theory of inconsistent formal systems“, *Notre Dame J. Formal Logic*, 11, pp. 497–510, 1974.
- [9] DA COSTA, N. C. A. – *Ensaio sobre os fundamentos da lógica*, Hucitec–EDUSP, 1980.
- [10] DA COSTA, N. C. A. – *Logiques Classiques et Non-Classiques*, Masson, 1997.
- [11] DA COSTA, N. C. A. și BUENO, O. – „Paraconsistency: towards a tentative interpretation“, *Theoria-Segunda Época* vol. 16/1, pp.119–145, 2001.
- [12] DA COSTA, N. C. A., KRAUSE, D. – *Complementarity and paraconsistency*, forthcoming in S. Rahman, J. Symons, D. M. Gabbay and J. P. Van Bendegem (eds.), *Logic, Epistemology, and the Unity of Science*, Kluwer Ac. Pu.
- [13] DA COSTA, N. C. A., DORIA, F. A. – „On Jaskowski's discussive logics“, *Studia Logica*, 54, pp. 33–60, 1995.
- [14] CUNHA, J. A. DA – „Ensaio sobre os problemas de mechanica“, in *Bicentenário da Morte de Anastácio da Cunha*, University of Évora, 1988.
- [15] DALLA CHIARA, M. L., TORALDO DI FRANCA, G. – *Formal analysis of physical theories*, in Toraldo di Francia, G. (ed.), *Problems in the Foundation of Physics*, North-Holland, pp. 134–201, 1979.
- [16] DALLA CHIARA, M. L., TORALDO DI FRANCA, G. – *Le Teorie Fisiche: un'analisi formale*, Boringhieri, 1981.
- [17] DALLA CHIARA, M. L., TORALDO DI FRANCA, G. – *Individuals, kinds and names in physics*, in Corsi, G. s.a. (eds.), *Bringing the gap: philosophy, mathematics, physics*, Kluwer Ac. Pu., pp. 261–283, 2003.
- [18] DALLA CHIARA, M. L., GIUNTINI, R. – „Paraconsistent quantum logics“, *Foundation of Physics*, 19 (7), pp. 891–904, 1989.
- [19] DALLA CHIARA, M. L., GIUNTINI, R. – „Paraconsistent ideas in quantum logic“, *Synthese*, 125 (1/2), pp. 55–68, 2000.
- [20] DALLA CHIARA, M. L., GIUNTINI, R. – „Quantum logic“, in <http://xxx.lanl.gov/list/quant-ph/0101>.
- [21] D'OTTAVIANO, I. M. L. – „On the development of paraconsistent logic and da Costa's work“, *J. Non-Classical Logic*, vol. 7, n. 1/2, pp.9–72, 1990.
- [22] FEYRIER, P.-D. – *La Structure des Théories Physiques*, Presses Universitaires de France, 1951.
- [23] FRENCH, S., KRAUSE, D. – *Identity and Individuality in Modern Physics*, forthcoming.
- [24] GONSETH, F. – *Les Mathématiques et la Réalité: essai sur la méthode axiomatique*, Albert Blanchard, 1936 (1974).
- [25] GRANGER, G. -G. – *L'irrationnel*, Odile Jacob, 1998.
- [26] HAACK, S. – *Deviant Logic*, Cambridge Un. Press, 1974.
- [27] HEMPEL, C. G. – „Review of 'Hans Reichenbach's' «Philosophic Foundations of Quantum Mechanics»“, *J. Symb. Logic*, 10 (3), pp. 97–100, 1954.
- [28] HILBERT, D. – *Mathematical problems*, reprinted in Browder, F. E. (ed.), *Mathematical Developments arising from Hilbert's Problems*, Proceedings of the Symposia in Pure and Applied Mathematics, vol. 28, American Mathematical Society, pp. 1–34, 1976.
- [29] JAMMER, M. – *Philosophy of Quantum mechanics*, Wiley, 1974.
- [30] JAŚKOWSKI, S. – „Propositional calculus for contradictory deductive systems“, *Studia Logica*, 24, pp. 143–157, 1969.
- [31] LUDWIG, G. – *Les Structures de base d'une théorie physique*, Springer-Verlag, 1990.
- [32] MACKAY, G. – *Foundation of Quantum Mechanics*, Wiley 1963.
- [33] MCKINSEY, J. C. C. – „Review of P.-D. Février's «Logique et theories physiques»“, *J. Symb. Logic*, 19 (1), p. 55, 1954.

- [34] MCKINSEY, J. C. C., SUPPES, P. – „Review of P. D. Février's «La Structure des Théories Physiques»”, *J. Symb. Logic*, **19** (1), pp. 52–54, 1954.
- [35] NAGEL, E. – „Review of P.-D. Février's «Les relations d'incertitude de Heisenberg et la logique»”, *J. Symbolic Logic*, **2** (10), pp.88, 1937.
- [36] NAKAMATSU, K., ABE, J. M., SUZUKI, A. – *Defeasible deontic robot control based on extended vector annotated logic programming*, in D. M. Dubois (ed.), *CP627, Computing Anticipatory Systems: CASYS 2001–Fifthy International Conference*, American Institute of Physics, pp. 490–500, 2002.
- [37] PAIS, A. – *Niels Bohr Times*, Oxford Univ. Press, 1991; de asemenea, v. trad. în lb. română, *Niels Bohr, Omul și epoca în fizică, politică și filosofie*, Editura TEHNICĂ, 2000 (trad. A. Butucelea și C. Mihul)
- [38] SUPPES, P. – *Representation and Invariance of Scientific Structures*. Center of the Study of Language and Information, Stanford, 2002.
- [39] JENNINGS, R. C. – „Zande logic and Western logic”, *British J. Phil. Sci.*, **40**, pp. 275–285, 1989.
- [40] SYLVAN, R. – *Radical Pluralism – an alternative to realism, antirealism and relativism*, in Nola, R. (ed.), *Relativism and Realism in Science*, Kluwer Ac. Pu. (Australasian Studies in History and Philosophy of Science, vol. 6), pp. 253–291, 1988.
- [41] THIRD WORLD CONGRESS ON PARAConsISTENCY, Toulouse, France, July 2003, [www.cle.uni-camp.br/wcp3](http://www.cle.uni-camp.br/wcp3).
- [42] TORALDO DI FRANCA, G. – *The Investigation of the Physical World*, Cambridge Un. Press, 1981.



# Identitate și complementaritate.

## Câteva observații logice

---

Roman CHIRILĂ

- I. Introducere
- II. Mecanica newtoniană și principiile logicii clasice
- III. Starea cuantică și relațiile de incertitudine
- IV. Identitate și indiscernabilitate cuantică
- V. Complementaritate
- VI. Concluzii

*Nu există un de ce pentru trandafir,  
el înflorește pentru că înflorește!  
(Angelus SILELIUS)*

### I. Introducere

Într-unul din ultimele sale interviuri, Newton da Costa atrăgea atenția asupra importanței practice a teoriilor. Ceea ce dă măsura unei teorii, spunea logicianul brazilian, sunt reușitele ei în aplicații și nu atât controversile filosofice pe care aceasta le poate declanșa într-un moment sau altul. Aceeași idee o întâlnim și în prefața la ediția în limba română a cărții sale, *Logiques classiques et nonclassiques. Essais sur les fondaments de la logiques*.

Dezvoltarea extraordinară pe care a cunoscut-o logica formală prin crearea, încă de la începutul secolului trecut, a așa-numitelor logici neclasice a repus în discuție problema eficienței practice a teoriilor. Întrebarea ce revine cu o oarecare constanță în discuțiile de specialitate este dacă logica modernă își mai păstrează funcția de *organon* și, dacă da, în ce condiții se mai realizează aceasta.

Printre logicile neclasice ale cărei aplicații cu greu puteau fi estimate la debutul ei, acum patruzeci și ceva de ani în urmă, se numără și *logica fuzzy*. Iată în ce termeni aprecia Walter Carnielli, unul dintre protagoniștii paraconsistenței, „vocația” prin excelență aplicativă a logicii fuzzy:

Aplicațiile ei industriale sunt impresionante, în principal, în industria electronică japoneză și germană. În Japonia a fost creat un *Laborator Internațional de Inginerie Fuzzy* (LIFE) cu participarea a 45 firme japoneze și filiale ale unor firme americane. De altfel, se pot cita numeroase exemple de produse industriale obținute cu ajutorul logicii fuzzy: regulator automat de ascensor (Fujitec/ Toshiba), camere video (Sanyo/ Fisher/ Canon), mașină de spălat, aspirator și pompă de apă (Mathusita), mașină cu aer condiționat (Mitsubishi), televizor și calculatoare (Sony), transmisie automată pentru automobil (Subaru)<sup>1</sup>.

Probabil că dacă logica fuzzy ar fi fost un bun destinat comercializării reclama ei nu putea suna mai convingător, însă dincolo de reclamă există alte câteva lucruri care atrag atenția. Pe de o parte, logica fuzzy a generat o matematică fuzzy iar, pe de altă parte, această matematică a fost asimilată de o serie de științe particulare care au impus, în final, o tehnologie fuzzy. Prin urmare, o inovație la nivelul logicii se propagă, mai devreme sau mai târziu, în domeniile particulare ale cunoașterii, amplitudinea modificărilor fiind direct proporțională cu importanța practică și teoretică a inovației care a servit ca punct de plecare.

Se așteaptă ca istoria să se repete și în cazul logicii paraconsistente:

Logica paraconsistentă, spune în același interviu Newton da Costa, este astăzi în plină dezvoltare. Acest fapt se datorează în cea mai mare parte aplicațiilor ei. Am spus întotdeauna că logica paraconsistentă își datorează viața aplicațiilor pe care le are în cele mai variate domenii ale cunoașterii, aplicații fără de care ea nu ar avea o relevanță prea mare. Insist asupra faptului că numai discuțiile filosofice nu sunt suficiente pentru a asigura progresul și statutul unei teorii logice, indiferent care ar fi aceasta<sup>2</sup>.

Ca și logica fuzzy pe care, într-un fel, o și înglobează, logica paraconsistentă a debutat cu probleme teoretice – probleme privind statutul teoriilor inconsistente dar netriviale. La început ele vizau doar logica și matematica însă, treptat, cercetările s-au extins, fiind luate în calcul și teorii ale unor domenii foarte îndepărtate – biologie, drept, economie și, nu în ultimul rând, filosofie. S-a constatat, de pildă, că în dezvoltarea lor istorică teoriile trec obligatoriu prin faza inconsistenței și a paraconsistenței logice și, mai mult decât atât, că aceste inconsistențe persistă chiar și în faza deplinei lor maturități.

---

<sup>1</sup> J.-Y. Béziau, *Introducere* la ediția în limba franceză a cărții lui Newton da Costa, *Logiques classiques et non classiques*, Paris, Masson, 1997, p. 15.

<sup>2</sup> „Destinul unei idei. De vorbă cu profesorul Newton da Costa”, interviu apărut în *Introducere la Newton da Costa, Logici clasice și neclasice. Eseu asupra fundamentelor logicii*, Editura TEHNICĂ, 2004.

Din marea dezbatere asupra paraconsistenței nu putea lipsi fizica, în special mecanica cuantică cu antinomiile, anomaliile și dihotomiile ei specifice. Se apreciază de către Newton da Costa, dar nu numai, că mecanica cuantică în interpretarea de la Copenhaga este inconsistentă, dar că echipată cu o logică paraconsistentă teoria ar câștiga în inteligibilitate și că funcția explicativă a teoriei s-ar exercita în condiții mult ameliorate. Pledează în acest sens și câteva studii recente, cum ar fi studiul Mariei Luisa Della Chiara și Roberto Giuntini, *Paraconsistent Ideas in Quantum Logic*, din vol. 125/2000 (pp.55–68) al revistei *Synthese*. Notăm cu titlu de paranteză că este vorba de un număr omagial „Da Costa“, dedicat în întregime aplicațiilor logicii paraconsistente.

Articolul de față exprimă interogațiile fizicianului față de câteva din ideile avansate în aceste studii, interogații pe care le-am putea rezuma astfel: *cum se aplică principiul identității în mecanica cuantică?... Oare înțelegerea complementarității presupune un tip special de logică, alta decât logica clasică?... Este complementaritatea un concept de sorginte paraconsistentă?...*

O succintă comparație între cele două paradigme ale fizicii teoretice va ajuta, sperăm, la mai buna înțelegere a acestor probleme.

## II. Mecanica newtoniană și principiile logicii clasice

Din perspectiva fizicii newtoniene, lumea are o structură duală. Există, pe de o parte, lumea trăirilor subiective în care intră, probabil, și stările noastre de cunoaștere și există, pe de altă parte, lumea obiectivă. Aceasta este independentă de noi, este în afara noastră și, lucru foarte important, este guvernată de legi. Pe calea abstracției logice, observatorul poate decupa „felii“ ale realității pe care experimentează, face tot felul de observații și deduce legități, prin repetabilitatea rezultatelor obținute.

Obiectele realității newtoniene au existență în timp și spațiu. Este „spațiul absolut“ al geometriei euclidiene, un spațiu în care punctele materiale își conservă masa în raport cu toate transformările pe care le pot ele suferi. Timpul în care se petrec aceste transformări este un timp absolut, și el, care curge ireversibil dinspre trecut spre viitor, fără nici o legătură cu perturbațiile exterioare. Ecuațiile lui Newton care descriu mișcarea punctelor materiale sunt expresia matematică a unui principiu fundamental (cel puțin pentru știința epocii): orice transformare este efectul unei anumite cauze și este cauza unui alt efect.

Universul newtonian este, deci, un univers previzibil și predictibil:

$$S_{t_n} = f(S_{t_{n-1}}) \quad (1)$$

(starea universului la momentul  $t_n$  este funcție de starea sa la momentul  $t_{n-1}$ ).

Un astfel de univers, *omogen și izotrop*, este un univers al certitudinii în care interacțiile se propagă instantaneu, din aproape în aproape, iar duratele și lungimile își păstrează valorile oricând și oriunde.

Ce se poate spune din punct de vedere logic despre un asemenea univers?

Adoptând o sintagmă din limbajul logicienilor, putem vorbi despre *starea logică* a universului newtonian, o stare caracterizată de valabilitatea celor patru mari principii logice: principiul identității, principiul noncontradicției, principiul terțului exclus și principiul rațiunii suficiente.

Nu este greu de demonstrat că în orice punct al traiectoriei sale, obiectul newtonian rămâne identic cu sine însuși (principiul identității), că în același timp și sub același raport el nu poate fi *P* și *non-P* (principiul noncontradicției), că în orice moment și poziție s-ar afla el are o cauză sau rațiune suficientă, și așa mai departe. Starea logică a universului newtonian este, practic, aceeași cu starea logică a obiectelor care îl compun.

Prin aceste principii și prin tot ceea ce implică ele, logica clasică se dovedește a fi cosubstanțială fizicii newtoniene; ea face parte din reprezentarea newtoniană asupra lumii, în general, și asupra lumii macroscopice, în particular.

### III. Starea cuantică și relațiile de incertitudine ale lui Heisenberg

Descoperirile din fizică de la începutul secolului trecut au modificat radical această concepție. Din perspectiva mecanicii cuantice, de exemplu, lumea este unică și unitară, astfel că observabila și observatorul nu mai pot fi separați.

La nivel cuantic, entitățile se percep altfel decât în fizica newtoniană, ele presupun participarea observatorului la operația de măsurare (observare) care este, întâi de toate, un fenomen de interacție. Cu alte cuvinte, a cunoaște starea cuantică a sistemului înseamnă a efectua măsurători asupra lui care, finalmente, îl vor modifica. Nou aici este că participarea observatorului la cunoașterea stărilor cuantice duce la distrugerea acestora sau, în cel mai bun caz, la înlocuirea lor cu alte stări, fenomen ce nu putea fi conceput în mecanica newtoniană.

Ce este o *stare cuantică*?

Starea cuantică este ea însăși o stare logică, însă una diferită de starea clasică (newtoniană). Diferențele se înregistrează în primul rând la nivelul principiilor – a principiilor logice, în general, și a principiilor fizicii, în particular. În capitolul următor vom discuta despre principiul identității și despre problemele pe care le ridică acesta în mecanica cuantică, iar în capitolul V despre principiul complementarității. Acum, însă, revenim la conceptul de stare cuantică încercând

să surprindem câteva dintre notele definitorii ale conținutului său, în primul rând, relațiile de incertitudine.

Dacă în mecanica newtoniană starea unei particule era complet determinată de poziție și impuls astfel încât evoluția ei ulterioară putea fi determinată cu ajutorul ecuației de mișcare a lui Newton, în mecanica cuantică oricare din pozițiile pe care le-ar putea avea o particulă reprezintă doar una dintre posibilități. Starea cuantică a particulei este, în consecință, combinația acestor posibilități, fiecare posibilitate având o anumită pondere. Acest ansamblu de potențialități se numește *funcție de undă* și se exprimă, din punct de vedere matematic, printr-o funcție complexă  $\Psi$ . Prin urmare, *starea cuantică* a particulei este exprimată prin *funcția de undă*  $\Psi$  și reprezintă *realitatea fizică* a sistemului cuantic considerat. Dacă poziția particulei cuantice este dată de funcția de undă  $\Psi(x)$ , atunci  $|\Psi|^2$  reprezintă probabilitatea ca particula să fie în punctul de coordonată  $x$ .

Matematic, ecuația care exprimă evoluția temporală complet deterministă a acestei stări  $\Psi$  este ecuația lui Schrödinger.

Pe de altă parte, pentru a ajunge la observabila cuantică, observatorul trebuie să își instaleze instrumentul de măsură în mod adecvat, potrivit cu mărimea fizică ce urmează a fi investigată. Aceasta poate fi poziția sau impulsul, de la caz la caz. Numai că dispunerea experimentală pentru măsurarea uneia dintre cele două mărimi o va exclude mereu pe cealaltă. Este ceea ce exprimă, în esență, principiul de incertitudine al lui Heisenberg potrivit căruia nu se pot măsura simultan poziția și impulsul unei particule, cu aceeași precizie. Mai mult, produsul acestor mărimi ( $\Delta x$ , respectiv,  $\Delta p$ ) trebuie să satisfacă inegalitatea:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \quad (2)$$

unde:  $\hbar = h/2\pi$  ( $h$  – constanta lui Planck cu valoarea  $6,626 \cdot 10^{-34}$  J·s).

Această inegalitate matematică se „citește” relativ ușor: cu cât poziția  $x$  este măsurată mai precis, cu atât impulsul  $p$  este determinat mai imprecis, și invers. La limită, dacă poziția ar fi determinată cu o precizie infinită, atunci impulsul ar fi complet nedeterminat. Invers, dacă impulsul ar fi determinat cu o precizie infinită, particula ar fi total nelocalizată. Pentru valorile intermediare, particula este numai relativ localizată, ea va avea întotdeauna o anumită „împrăștiere”.

La fel stau lucrurile în cazul impulsului: particula se deplasează cu o viteză relativ determinată ceea ce înseamnă că nici împrăștierea pozițiilor ei posibile nu variază prea mult în timp.

Această *stare cuantică* cunoscută sub numele de *pachet de unde* s-a dovedit a fi deosebit de utilă în caracterizarea unei particule cuantice. Să mai adăugăm că împrăștierea în valorile impulsului este echivalentă cu destrămarea în timp a pachetului de unde.



Inegalități similare pot fi stabilite și între alte perechi de mărimi, numite *canonic conjugate*, cum ar fi de pildă energie–timp. În acest caz, durata unui proces cuantic și energia implicată în acest proces sunt corelate prin relația:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar \quad (3)$$

Cu alte cuvinte, nu putem cunoaște simultan și cu aceeași precizie momentul în care se produce un eveniment cuantic și energia corespunzătoare implicată în evenimentul respectiv. Altfel spus, așa cum pachetul de undă nu are o lungime de undă bine definită în spațiu (primul caz), tot așa nici componenta temporală a pachetului de undă nu are o durată bine precizată (al doilea caz). Deci, nu pot fi cunoscute cu aceeași precizie momentul în care se produce evenimentul cuantic și cantitatea de energie implicată în evenimentul respectiv (cu cât durata evenimentelor cuantice este mai mică, cu atât energia este cunoscută mai imprecis, și invers).

Heisenberg a ajuns la enunțarea principiului său pornind de la teoria lui Bohr, încercând să o elibereze de „impuritățile” metafizice rezultate din unele dificultăți de interpretare provenite din observațiile experimentale. De pildă, liniile spectrale observate erau asociate frecvențelor de rotație ale electronilor pe orbitele Bohr, ceea ce s-a dovedit a fi fals.

În consecință, *relațiile de incertitudine ale lui Heisenberg* exprimă, prin inegalitățile matematice asociate, limitele conceptelor clasice. Nimic din concepționalismul clasic nu poate descrie universul cuantic unde apar relații care exprimă manifestarea unor părți ale întregului. Astfel, conceptul clasic de particulă, ca entitate fizic distinctă, își pierde sensul la nivel cuantic. De asemenea, conceptele clasice de poziție, impuls, energie și timp, bine definite în mecanica newtoniană, devin pentru mecanica cuantică perechi conceptuale intercorelate, imposibil de definit simultan și cu aceeași precizie. Cu cât încercăm să definim mai bine unul dintre concepte, cu atât celelalte devine mai difuz, mai imprecis, și aceasta pentru că accesul la observabila cuantică se face doar prin măsurătoare. Or, așa cum am mai spus, măsurarea presupune un schimb permanent de energie între *obiectul* măsurat și *aparatură* de măsură.

Prin urmare, nu vom putea determina mărimi cuantice în termeni macroscopici cu o acuratețe mai bună decât cea prefigurată de inegalitățile lui Heisenberg. Pe de altă parte, aceste inegalități nu exprimă o limitare a capacității noastre de cunoaștere, ci „o proprietate obiectivă a lumii fizice, fără referire la vreun observator”<sup>3</sup>. Atâta vreme cât *instrumentele de măsură* sunt sisteme macroscopice, vom avea nedeterminare cauzată de interacția dintre *macro-* și *micro-*. Această constatare are un conținut fizic indiscutabil, oricât de misterios ar părea pentru logicieni și oricât de metafizic ar fi pentru filosofi. Realitatea cuantică transcende limbajul clasic folosit, dar nu este separată și independentă de cea clasică<sup>4</sup>.

Concluzia se impune, practic, de la sine: dacă la nivel macroscopic raportul cu subiectul putea fi neglijat, la nivel cuantic el devine singura realitate accesibilă.

<sup>3</sup> H. Reichenbach, *The Direction of Time*, University of California Press, Berkeley, 1982.

<sup>4</sup> M. Paty, *Synthese*, 125, pp.179–200, Kluwer Academic Publ., 2000.

## IV. Identitate cuantică și indiscernabilitate

Am vorbit ceva mai înainte despre diferențele celor două stări logice – starea clasică și starea cuantică. Teoretic vorbind, aceste diferențe se exprimă prin două genuri de incompatibilități: 1) incompatibilitatea unora dintre principiile logicii clasice cu fenomenele mecanicii cuantice, și 2) incompatibilitatea principiilor cuantice cu unele dintre legile și principiile logicii clasice. Deși înrudite, cele două aspecte nu se confundă.

În ceea ce privește primul aspect, punctăm doar, fără a intra în detalii, problemele pe care le ridică înțelegerea cuantică a conceptului clasic de identitate. Cel de-al doilea aspect face obiectul capitolului următor, el se referă la problemele pe care le ridică din punct de vedere logic conceptul cuantic de complementaritate.

Începem cu prima problemă și luăm ca punct de plecare pentru discuție una dintre formulările cele mai comune ale principiului identității: *în același timp și sub același raport, orice lucru este identic cu el însuși* sau, în versiunea lui Leibniz, *orice lucru este ceea ce el este*.

Fără a intra în detaliile problemei, observăm, totuși, că principiul nu spune ce este identitatea, el ne dă doar una dintre proprietățile identității, și anume, proprietatea ca orice lucru să fie identic cu el însuși.

Logic vorbind, identitatea este o relație, iar principiul nu face decât să exprime proprietatea de reflexivitate a relației. Spunând însă că o relație  $R$  are proprietatea „ $xRx$ ” noi nu l-am definit pe  $R$ , nu am definit nici măcar genul de relație la care aparține  $R$  (relație de echivalență, de ordine, preordine etc.). Normal ar fi fost deci ca principiul să înceapă cu definiția identității, iar identitatea cu sine să rezulte din această definiție, să fie prima ei consecință.

Cum se definește, așadar, *identitatea*? Aceasta este întrebarea.

Răspunsul cel mai logic la întrebare îl va da Leibniz, însă el va schimba termenii problemei, în loc de identitate el folosește termenul de *indiscernabilitate*. Este un termen care poate fi luat în cel puțin două sensuri. Un sens relativ:  $a$  este indiscernabil de  $b$  relativ la  $x$  ( $x$  este subiectul sau clasa de subiecți), și un sens absolut:  $a$  este indiscernabil de  $b$ , în genere (independent de orice subiect).

Se pare că ceea ce a avut Leibniz în vedere este a doua accepțiune și nu prima, care are un vădit caracter psihologic și nu implică identitatea (din faptul că eu nu pot discerne între  $a$  și  $b$  nu rezultă că  $a$  și  $b$  sunt identice). Dar dacă  $a$  este realmente indiscernabil de  $b$ , cu alte cuvinte, dacă  $a$  nu poate fi distins de  $b$ , atunci înseamnă că  $a$  și  $b$  sunt cel mult două nume pentru același obiect și nu două obiecte diferite. Acest aspect al identității stă la baza semanticii lui Frege (este punctul de plecare în studiul său, *Sinn und Bedeutung*)<sup>5</sup>. În spiritul acestei semantici, propoziția „ $a$  este indiscernabil de  $b$ ” nu face decât să afirme unicitatea obiectului desemnat de expresiile  $a$  și  $b$ .

<sup>5</sup> G. Frege, „Sens și semnificație” în *Logică și Filosofie*, Editura Politică, București, 1966, p. 54.

Discernabilitatea, respectiv, indiscernabilitatea, atât în sens relativ cât și în sens absolut, nu pot fi înțelese altfel decât făcând apel la proprietățile obiectelor.

În prima sa accepție, indiscernabilitatea poate avea grade. Astfel, un obiect  $a$  este cu atât mai indiscernabil de  $b$  cu cât  $a$  și  $b$  au mai multe proprietăți în comun. Invers, cu cât obiectele au mai puține proprietăți în comun cu atât ele sunt mai discernabile. Cazul limită (ideal), în care obiectele  $a$  și  $b$  ar avea toate proprietățile în comun, corespunde indiscernabilității leibniziene (sau identității). Simbolic:

$$(a \equiv b) =_{\text{df}} \forall F [F(a) \leftrightarrow F(b)] \quad (4)$$

(citește:  $a$  este identic cu  $b$ , dacă proprietățile lor sunt aceleași, adică orice proprietate a lui  $a$  este proprietatea lui  $b$ , și invers). Prin urmare, Leibniz pleacă de la situația oarecum paradoxală în care obiecte diferite pot avea toate proprietățile comune. În realitate, obiectul nu poate avea toate proprietățile în comun decât cu sine însuși de unde rezultă că identitatea cu sine este prima consecință (și cea mai importantă) a acestei definiții.

Trecem peste celelalte probleme pe care le ridică identitatea și ne oprim la cele câteva raționamente pe care le subsumează definiția – așa-numitele „raționamente de identitate”:

- 1)  $a$  este  $F$  implică  $b$  este  $F$ ;  $b$  este  $F$  implică  $a$  este  $F$ ; deci  $a$  este identic cu  $b$ .
- 2)  $a$  este  $F$  și  $a$  este identic cu  $b$ ; deci  $b$  este  $F$ .
- 3)  $a$  nu este  $F$  și  $a$  este identic cu  $b$ ; deci  $b$  nu este  $F$ .
- 4)  $a$  este identic cu  $b$ ; deci  $a$  este  $F$  implică  $b$  este  $F$ .
- 5)  $a$  este  $F$  dar nu este  $G$  și  $b$  este  $G$  dar nu este  $F$ ; deci  $a$  este diferit de  $b$ .

O formă simplificată a acestui raționament a fost semnalată, la vremea lui, de către Grigore Moisil<sup>6</sup>:

- 5')  $a$  este  $F$  și  $b$  nu este  $F$ ; deci  $a$  este diferit de  $b$ .

Și pentru că în aceste raționamente a intervenit ideea de *diferență* (ca negație a identității) se impune și o altă observație: așa cum două obiecte nu pot fi absolut identice (în sensul că nu pot avea în comun toate proprietățile), tot așa ele nu pot fi absolut diferite (în sensul de a nu avea în comun nici o proprietate). Identitatea și diferența, înțelese leibnizian, sunt deci cazuri limită (ideale); cazurile reale sunt mai mult sau mai puțin identice, mai mult sau mai puțin diferite și nu absolut identice sau absolut diferite.

Cu aceasta ne putem întoarce la conceptul de stare cuantică. Va trebui să vedem care dintre raționamentele și definițiile examinate pot fi aplicate la identificarea obiectelor cuantice. Precizăm că obiecte în acest caz sunt particulele elementare, iar proprietăți de obiecte sunt mărimile lor fizice precum *poziție*, *impuls*, *energie*, *timp* etc.

<sup>6</sup> Gr. Moisil, „Logica formală și problema ei actuală”, în *Încercări vechi și noi de logică neclasică*, Editura Științifică, București, 1965, p. 64.

Din păcate, aplicarea conceptului leibnizian de identitate se confruntă în mecanica cuantică cu două mari dificultăți. Pe de o parte, mărimile fizice, și ne referim în primul rând aici la cele canonic conjugate, nu pot fi determinate simultan cu aceeași precizie (relațiile de incertitudine), iar pe de altă parte, una și aceeași determinare nu poate fi efectuată la intervale de timp oricât de mici, datorită așa-numitului *efect Zenon*<sup>7</sup> (care constă în esență din înghețarea stării unui sistem, dacă este supus unei serii foarte rapide de măsurători repetate și care ne reamintește de vechiul principiu pascalian: *naturii îi place să se ascundă!*).

Neavând acces simultan la toate mărimile fizice și nici la toate evaluările posibile pentru una și aceeași mărime, nu vom putea aplica definiția identității în forma obișnuită (forma în care se aplică ea obiectelor macroscopice). Aceasta face ca nici raționamentele de identitate să nu se mai aplice la fel. De pildă, aplicat conceptelor de poziție și impuls, raționamentul 5) va da ceva de genul următor:

*a* are poziție dar nu are impuls;  
*b* are impuls dar nu are poziție;  
 deci *a* nu este identic cu *b*.

Or, concluzia raționamentului este falsă pentru că aici nu este vorba de obiecte (cuantice) diferite, ci de unul și același obiect. Exemplul este elementar, se înțelege, însă ne poate da o primă și foarte generală idee despre limitele raționamentelor de identitate la nivel cuantic.

Există și alte fapte convergente în această idee. Particulele elementare (electronii, de pildă) nu pot fi urmărite individual pentru că noțiunea de traiectorie, am văzut, nu are sens. De asemenea, aceste particule nu pot fi indexate, sau etichetate, în vederea unei urmăriri individuale. Ele nu pot fi „colorate”, nu pot fi așezate la „stânga” sau la „dreapta”, în „sus” sau în „jos” etc. Sau, dacă pot fi numărate, ele nu pot fi ordonate, pentru că deși au *cardinalitate* sunt, totuși, lipsite de *ordinalitate*. Mai mult, electronul poate avea spinul  $+1/2$  sau  $-1/2$ , deci o proprietate modificată, dar el rămâne tot electron.

Să înțelegem atunci, că descrierile fenomenologiei cuantice se „sustrag” principiului identității? Părerile sunt împărțite. Iată, de exemplu, în ce termeni pune această problemă fondatorul logicii paraconsistente, profesorul Newton da Costa:

Pentru început, vom discuta despre principiul identității în formularea (2) din § 4 al acestui capitol<sup>8</sup>. E clar că pentru obiectele comune cum sunt o carte sau o persoană, (2) se aplică, aparent, fără nici o dificultate majoră. O persoană oarecare, să zicem *A*, deși suferă multiple modificări în cursul vieții sale, rămâne într-un anumit sens identică cu sine:  $A = A$ . Aceasta apare încă și mai clar în ceea ce privește obiectele abstracte: de exemplu, egalitatea  $1 = 1$  pare evidentă și indiscutabilă.

Cu toate acestea, lucrurile nu sunt așa simple cum ar putea crede realismul naiv. În fizica cuantică, particulele elementare transgresează principiul identității. Astfel, Schrödinger afirma că relația de identitate între particule e lipsită de sens: «... nu e o problemă care depinde de capacitatea noastră de a dovedi identitatea în anumite cazuri și de incapacitatea noastră

<sup>7</sup> R. Omnès, *Interpretarea mecanicii cuantice*, Editura TEHNICĂ, 1999, p. 416

<sup>8</sup> Este vorba de formula identității din logica predicatelor:  $\forall x (x = x)$ .

de a o dovedi în alte cazuri. E cert faptul că problema „identității” este realmente și cu adevărat lipsită de sens».

Poate că poziția lui Schrödinger nu e acceptabilă decât temporar și că viitorul ne va arăta că el s-a înșelat. Totuși, fapt e că fizica cuantică scoate în evidență posibilitatea de a dialectiza ideea de identitate și, în consecință, însăși legea care îi corespunde<sup>9</sup>.

Tonul lui da Costa îndeamnă la prudență. Principiul identității este valabil în domeniul obiectelor macroscopice însă ridică probleme când este vorba de „obiectele” mecanicii cuantice. Or, chiar dacă nu suntem în totalitate de acord cu afirmația lui Schrödinger, o dificultate, totuși, există, așa că cel mai înțelept este să dăm curs propunerii lui da Costa și să lăsăm problema deschisă.

(De curând, fizicienii au realizat în premieră mondială experimente de *teleportare cuantică*, în condiții de laborator strict controlate, adică de transferare a *proprietăților* unui sistem cuantic către un altul, pe baza prefigurărilor teoretice făcute de Charles H. Bennett de la I.B.M., în 1993. Primele experimente de teleportare cuantică (1997) au fost efectuate pe *fotoni* (fizicianul român Sandu Popescu, în cadrul laboratorului Hewlett Packard din Bristol, Anglia), reușindu-se transferarea unei unități de informație cuantică (qubit) prin intermediul fibrei optice. În experimentele recente ale echipei austro-americane (2004), s-au folosit *atomi* de calciu (Rainer Blatt de la Universitatea din Innsbruck) și *atomi* de beriliu (Christian Roos de la N.I.S.T. – Institutul American pentru Standarde și Tehnologie); proprietățile cuantice ale unui atom au fost măsurate cu precizie și 'teleportate' cu ajutorul laserului către un alt atom situat la 8 (opt) microni depărtare, într-un interval de timp de 4 (patru) milisecunde.

Fără îndoială, reușita acestor experimente de reproducere a proprietăților cuantice ale sistemelor atomice va redeschide în mod cert discuțiile legate de principiul identității în cuantică, aserțiunea lui Quine „nici o entitate fără identitate” prefigurând o viitoare dezbateră pe această temă.)

De altfel, asupra identității (și individualității) cuantice s-au exprimat o serie de autori care și-au adus contribuția la fundamentarea logică și filosofică a mecanicii cuantice<sup>10, 11, 12</sup>. S-a arătat, de pildă, că ontologia fizicii cuantice nu se poate reduce la o teorie de mulțimi uzuale deoarece *mulțimea*, în sensul clasic al cuvântului, reprezintă o colecție de obiecte *discernabile*.

### *Teoria variabilelor ascunse*

De o atenție mai specială s-a bucurat teoria variabilelor ascunse pentru particule elementare pe care o vom prezenta în cele ce urmează urmând, în principal, studiul lui Sant'Anna, *Elementary Particle, Hidden Variables and Hidden Predicates*<sup>13</sup>.

În formalismul variabilelor ascunse, se face distincție între particulele *fizic* indiscernabile (prin particule fizic indiscernabile înțelegându-se acele particule care

<sup>9</sup> Newton C.A. da Costa, *Logici clasice și neclasice. Eseu asupra fundamentelor logicii*, Editura TEHNICĂ, 2004, p. 100.

<sup>10</sup> E. Schrödinger, *Science and Humanism*, Cambridge University Press, 1952.

<sup>11</sup> M. Redhead, P. Teller, *Foundations of Physics*, 21, pp.43–62, 1991.

<sup>12</sup> D. Krause, *Logique and Analyse*, 153–154, pp.69–93, 1996.

<sup>13</sup> *Synthese*, 125, pp. 233–245, 2000.

prezintă același set de valori măsurate ale proprietăților lor intrinseci). Această distincție poate fi imaginată în maniera în care fiecărei particule  $i$  se asociază o pereche de elemente, primul element fiind setul de valori măsurate ale proprietăților intrinseci, iar al doilea element fiind o proprietate *ascunsă* (variabilă ascunsă) care ar corespunde, în termeni calitativi, la ceva care nu a fost încă măsurat în laborator. Evident, o astfel de proprietate *ascunsă*, este un element de natură metafizică, dar care poate prefigura o abordare mai inteligibilă a fenomenelor din fizica cuantică.

Descrierea pe care o prezentăm în continuare se referă deci la chestiunea indiscernabilității din fizica cuantică, utilizând teoria mulțimii standard (Zermelo-Frankel) cu *urelemente*, pe scurt ZFU, după o idee a lui P. Suppes<sup>14</sup> privind axiomatizarea teoriilor fizice.

Autorul pornește de la un sistem de cinci noțiuni primare:  $\lambda$ ,  $X$ ,  $P$ ,  $m$  și  $M$ . Precizăm că  $\lambda$  este o funcție:  $\lambda = N \rightarrow R$ , unde  $N$  și  $R$  sunt mulțimea numerelor naturale, respectiv, reale, iar  $X$  și  $P$  sunt mulțimi finite;  $m$  și  $M$  sunt predicate definite pe elementele lui  $P$ . Altfel spus, imaginile  $\lambda_i$  ale funcției  $\lambda (i \in N)$  corespund variabilelor ascunse presupuse de noi. Vom nota cu  $\Lambda_N$  mulțimea tuturor valorilor  $\lambda_i$ ,  $i \in N$ .  $X$  este o mulțime a cărei elemente corespund valorilor măsurate ale proprietăților intrinseci cum ar fi, de pildă, masa de repaus, sarcina electrică, valoarea spinului etc. Elementele lui  $X$  vor fi notate cu  $x$ ,  $y$ ,  $z$  etc.  $P$  este o mulțime de particule cuantice și, conform ipotezei de mai sus,  $P$  este format din perechi de elemente, primul element aparținând lui  $X$ , iar al doilea element aparținând lui  $\Lambda_N$ . Elementele lui  $P$  le vom nota prin  $p$ ,  $q$ ,  $r$  etc. Prin  $m(p)$ , unde  $p \in P$ , vom înțelege că  $p$  este o particulă cuantică, iar  $M(p)$ , cu  $p \in P$ , este o particulă macroscopică (clasică). În plus, se vor folosi simbolurile: '='; '∧'; '∨'; '→' pentru conectorii logici corespunzători: 'egalitate'; 'și'; 'sau' și 'nu'.

**Definiția 1.**  $\mathcal{D}_{HV} = \langle \lambda, X, P, m, M \rangle$  este un sistem de *particule ontologic discernabile*, pe scurt sistem  $\mathcal{D}_{HV}$ , dacă și numai dacă sunt satisfăcute următoarele șase axiome:

(HV1)  $\lambda : N \rightarrow R$  este o funcție injectivă, a cărei mulțime de imagini este notată cu  $\Lambda_N$ .

Conform axiomei, cardinalitatea lui  $\Lambda_N$  coincide cu cardinalitatea lui  $N$ , adică  $\# \Lambda_N = \# N$ .

(HV2)  $P \subset X \times \Lambda_N$ . Elementele lui  $P$  sunt perechi  $\langle x, \lambda_i \rangle$ , unde  $x \in X$  și  $\lambda_i \in \Lambda_N$ .

Axioma afirmă că particulele sunt reprezentate prin perechi de elemente ceea ce permite distincția particulelor cuantice la nivel ontologic.

<sup>14</sup> P. Suppes, *Set-Theoretical Structure in Science*. Stanford University, 1967.

**Definiția 2.**  $\langle x, \lambda_i \rangle \doteq \langle y, \lambda_j \rangle$  dacă și numai dacă  $x = y$ .

**Definiția 3.** Dacă  $p \in P$  și  $q \in P$ , spunem că  $p$  este *ontologic indiscernabilă* de  $q$ , dacă și numai dacă  $p = q$ , unde '=' este egalitatea obișnuită dintre perechile de elemente.

**Precizare:** această egalitate dintre perechile de elemente  $p = \langle x, \lambda_i \rangle \in P$  este o relație binară ce corespunde indiscernabilității *ontologice* dintre particule, în timp ce simbolul „ $\doteq$ ” reprezintă o altă relație binară ce corespunde indiscernabilității *fizice* a particulelor. Prin urmare, vom spune că două particule cuantice sunt *ontologic* indiscernabile dacă și numai dacă ele prezintă același set de valori măsurate pentru proprietățile lor fizice și aceeași valoare pentru variabilele lor ascunse. Indiscernabilitatea *fizică* are loc dacă și numai dacă particulele prezintă același set de valori măsurate pentru proprietățile lor fizice (conform Definiția 2).

$$(HV3) \quad (\forall x, y \in X)(\forall \lambda_i \in \Lambda_N)((\langle x, \lambda_i \rangle \in P \wedge \langle y, \lambda_i \rangle \in P) \Rightarrow x = y).$$

Împreună cu HV2, această axiomă garantează că două particule cuantice care prezintă aceleași valori pentru variabilele lor ascunse sunt una și aceeași particulă, deoarece structura noastră este una mulțimistă, iar egalitatea '=' este o egalitate clasică.

$$(HV4) \quad (\forall p, q \in P)(M(p) \wedge M(q) \Rightarrow (p \doteq q \Rightarrow p = q)).$$

Această axiomă stabilește faptul că obiectele macroscopice, care sunt *fizic indiscernabile* sunt cu necesitate *identice*. Deci, în cazul a două particule (obiecte) macroscopice, distincția lor ontologică este dată întotdeauna de o valoare măsurată; altfel spus, există întotdeauna o valoare măsurată care să facă distincția dintre două particule macroscopice. Aceasta înseamnă că particulele macroscopice respectă principiul identității indiscernabilelor a lui Leibniz și, conform apriorismelor noastre axiomatice, logica clasică își păstrează valabilitatea în cazul macroparticulelor, în timp ce microparticulele pot fi fizic indiscernabile, fără a fi cu necesitate identice.

$$(HV5) \quad (\forall p, q \in P)(p \doteq q \wedge \neg(p = q) \Rightarrow m(p) \wedge m(q)).$$

Două particule *fizic* indiscernabile care nu sunt *ontologic* indiscernabile sunt ambele particule cuantice.

$$(HV6) \quad (\forall p \in P)((m(p) \vee M(p)) \wedge \neg(m(p) \wedge M(p))).$$

Ultima axiomă ne spune că o particulă este fie *microscopică*, fie *macroscopică*, dar niciodată și una și alta.

Ideea variabilelor ascunse în cuantică îi aparține lui David Bohm, iar inadecvarea ei în teoria cuantică a fost dovedită de câțiva teoreticieni importanți printre care se cuvin amintiți Neumann, Gleason, Bell (prin celebrele sale inegalități). Ei au demonstrat că *nu* distribuția variabilelor ascunse este cea care dă seama de natura statistică a teoriei cuantice. Cu toate acestea, ideea variabilelor ascunse constituie un exercițiu intelectual valoros pentru teoreticienii fizicii cuantice, ea demonstrând, între altele, că *indiscernabil* și *identic* pot să nu însemne mereu același lucru. De altfel, Sant'Anna și D. Krause precizează, într-o altă

lucrare, că perspectiva lor de abordare cu variabile ascunse nu se dorește o polemică la ideea imposibilității variabilelor ascunse din fizica cuantică (chiar și indexarea axiomelor de mai sus, 'HV' provine de la 'Hidden Variables')<sup>15</sup>.

Dacă particulele sunt fizic indiscernabile, atunci ele sunt indiscernabile în raport cu un predicat dat  $x_i$ . Prin urmare, două particule fizic indiscernabile se individualizează în raport cu un predicat „ascuns”, care nu aparține lui  $X$ . Cu toate acestea, dacă un predicat dat aparține lui  $X$ , atunci înseamnă că acesta are un conținut fizic distinct, altminteri nu.

Această descriere recunoaște într-o manieră explicită limitele fizicii. Cum fizicienii nu pot spune că știu *totul* despre proprietățile intrinseci ale particulelor elementare, predicatele care aparțin lui  $X$  se referă doar la proprietățile intrinseci știute deja de către fizicieni.

Consecința logică a acestor axiome este faptul că fiecare particulă fizic indiscernabilă de o microparticulă este tot o microparticulă. Simbolic, acest lucru se scrie astfel:

$$(\forall p \forall q)(p \in P \wedge q \in P \wedge m(p) \wedge p \doteq q) \Rightarrow m(q).$$

Afirmația se poate demonstra ușor, prin reducere la absurd: dacă  $p = q$ , atunci demonstrația este trivială; dacă  $p \neq q$ , să presupunem că  $m(q)$ . Atunci  $M(q)$ , deoarece  $q \in P$ . Dar  $p \doteq q$  și  $p \neq q$ , deci  $m(p) \wedge m(q)$ , iar aceasta contrazice ipoteza  $\neg m(q)$ . Deci,  $m(q)$ .

Teoria cvasimulțimilor (*quasiset theory*), bazată pe axiomele Zermelo-Fraenkel, a fost folosită de Krause ș.a.<sup>16</sup> pentru bozoni, fermioni și atomul de heliu. O astfel de ipoteză poate fi evitată și înlocuită cu ipoteza că particulele elementare pot fi considerate ca individualități de un fel oarecare, dar indiscernabile. Să ne mai amintim și faptul că *fermionii* reprezintă o categorie de particule elementare cu spin semiîntreg ce respectă principiul de excluziune al lui Pauli și se supun statisticii Fermi-Dirac. *Bozonii*, o altă categorie de particule elementare, cu spin întreg, nu respectă principiul de excluziune al lui Pauli (deci pot condensa în număr infinit pe aceeași stare cuantică) și se supun statisticii Bose-Einstein.

Pe de altă parte, stările cuantice nu pot fi folosite la etichetarea sau indexarea fermionilor, la urmărirea lor, întrucât un fermion își poate schimba starea sa cuantică; la fel și în cazul bozonilor. Totuși, descrierea lor în formalismul mulțimist standard este posibilă, considerând o colecție de fermioni (sau de bozoni) fizic indiscernabili.

În concluzie, indiscernabilitatea este mai curând o trăsătură a formalismului logico-matematic, decât o mărime fizică a sistemelor cuantice. Prin urmare, indiscernabilitatea obiectelor cuantice nu sporește ambiguitatea lor fenomenologică și nici mulțimea predicatelor acestora (proprietățile lor fizice), deci aceasta nu trebuie privită din perspectivă peiorativă în raport cu discernabilitatea obiectelor macroscopice.

<sup>15</sup> A. S. Sant'Anna, D. Krause, *Indistinguishable Particles and Hidden Variables*, Found. Phys. Lett., 10, pp.409–426, 1997.

<sup>16</sup> D. Krause, A. S. Sant'Anna, A. G. Volkov, *Quasi-set Theory for Bosons and Fermions: Quantum Distributions*, Found. Phys. Lett., 12, pp.51–66, 1999.



## V. Complementaritatea

Teoria cuantică a cunoscut două construcții diferite. Prima i se datorează lui Heisenberg și este o teorie corpusculară ce pleacă de la teoria clasică a particulelor adaptată și interpretată din perspectivă cuantică. A doua, datorată lui Schrödinger, este o teorie ondulatorie și constă în a asocia fiecărei particule un pachet de unde de Broglie. Întâmplător sau nu, cele două construcții s-au dovedit echivalente. Acest paradox a fost rezolvat de Max Born prin interpretarea statistică dată celor două teorii<sup>17</sup>. Astfel, teoria ondulatorie trebuie interpretată ca teorie corpusculară în sensul că ecuația lui Schrödinger oferă *probabilitatea* de a găsi particula cuantică într-o anumită regiune a spațiului, și invers. Prin analogie cu optica, această probabilitate este dată de *pătratul* amplitudinii undei, adică  $|\Psi|^2$ , care este mai mare în interiorul pachetului de undă și descrește până la anulare în afara lui.

Prin urmare, teoria cuantică este o teorie *statistică*, iar descrierea corpusculară și ondulatorie ale aceleiași entități atomice au fost admise de Bohr ca modalități *complementare* de descriere, fiecare cu domeniul său de aplicabilitate. Principiul complementarității, introdus de Bohr în 1927, a devenit astfel un principiu fundamental al mecanicii cuantice, fiind extrapolat apoi și asupra altor domenii.

După ce a vizitat China, în 1937, Bohr a rămas profund impresionat de ideile filosofiei chineze cu privire la contrarii, atât de impresionat încât zece ani mai târziu, când a fost înnobilit, și-a ales drept *motto* pentru blazonul său următorul text: *contraria sunt complementa* (contrariile sunt complementare).

Prin aceasta, Niels Bohr recunoaște profunda armonie care există între străvechea înțelepciune orientală și știința occidentală modernă<sup>18</sup>.

Întâmplător, Bohr a dat peste un vechi principiu al dialecticii, însă, neavând cultura filosofică necesară, el nu va ști să exploateze pînă la capăt această idee. Vom vedea ceva mai departe că nici formulările pe care le-a dat el principiului complementarității nu sunt, logic vorbind, în afara oricăror obiecții.

Deși au existat încercări de a descrie fenomenele cuantice printr-un formalism semiclasic (inclusiv mecanica bohmiană, cu variabile ascunse), totuși, universul cuantic își păstrează particularitățile sale, complet diferite de mecanica newtoniană. De pildă, *efectul fotoelectric* sau *emisia radiației termice* (Planck) nu pot fi explicate exhaustiv și mulțumitor în cadrul teoriei ondulatorii a luminii. Mai mult, chiar Newton observase că fenomenele luminoase pot fi descrise pînă la un punct atât ondulator cât și corpuscular.

<sup>17</sup> M. Born, *Fizica atomică*, Editura Științifică, 1973.

<sup>18</sup> F. Capra, *Taofizica. O paralelă între fizica modernă și mistică orientală*, Editura TEHNICĂ, 1995.

Dar diferența dintre *undă* și *particulă* este enormă: o particulă ocupă o regiune limitată din spațiu, pe când o undă (ca și câmpul) poate ocupa un spațiu infinit. Dacă difracția și interferența, ca fenomene, presupun întindere spațială mare, efectul fotoelectric și emisia radiației termice presupun o localizare spațială foarte restrânsă. Altfel spus, aceeași lumină ar trebui să aibă când un caracter ondulatoriu, când un caracter corpuscular, manifestându-se diferit, în funcție de situație. Această situație contradictorie și-a aflat rezolvarea, acceptându-se ideea că lumina trebuie să conțină ambele calități, de undă și particulă, iar unitatea indestructibilă undă-particulă a fost denumită *foton*.

Aspectul ondulatoriu al luminii este descris prin viteza de fază  $v_f$ , iar aspectul corpuscular prin viteza particulei  $v_p$ . Fizicianul Louis de Broglie a arătat că mecanica și optica devin echivalente, introducându-se relația:  $v_p \cdot v_f = c^2$ . Pe de altă parte, Planck a introdus ideea de *cuantă*, în anul 1900, energia acesteia fiind  $E = h\nu = mc^2$ , adică fotonul, în descriere ondulatorie are o energie proporțională cu frecvența  $\nu$ , iar în descrierea corpusculară energia este  $mc^2$ . Combinând aceste relații, se obține  $\lambda = h/m \cdot v_p$ , relație foarte importantă pentru fizică și care se traduce astfel: *oricărei unde îi este atașată o particulă și invers, oricărei particule îi este asociată o undă*.

Ideea lui de Broglie (1924) privind unificarea celor două aspecte fundamentale ale materiei (ondulatoriu și corpuscular) a fost confirmată de fenomenul de difracție al electronilor, experiență realizată de Davisson și Germer, în anul 1927, prin care s-a confirmat și existența unei asociate electronului și valabilitatea relației cantitative stabilite de către de Broglie.

Este știut că fenomenul de difracție, sau de interferență, devine observabil numai atunci când lungimea de undă este comparabilă cu dimensiunile rețelei de traversat. Prin urmare, o macroparticulă nu va putea trece printr-o fantă comparabilă cu distanțele interatomice ( $\sim 10^{-10}$  m), comportarea acestei macroparticule fiind pregnant corpusculară și nulă din punct de vedere ondulatoriu. În cazul microparticulelor (electron, proton etc.), electronul, de pildă, pe prima orbită Bohr are  $\lambda = 3,3 \cdot 10^{-10}$  m, iar raza primei orbite Bohr este de  $0,53 \cdot 10^{-10}$  m), comportamentul ondulatoriu este definitoriu în aplicarea rezultatelor experimentale. În această situație, unda asociată are elongația  $\Psi$ , numită în cuantică *funcție de undă*, iar  $|\Psi|^2$  reprezintă probabilitatea de a găsi microparticula într-o anumită regiune din spațiu. Observăm deci că această undă diferă esențial de unda newtoniană în sensul că este vorba de o undă... de probabilitate!

Un alt efect pur cuantic în care este vădită complementaritatea ne este oferit de celebra *experiență cu cele două fante* a lui Young. În cazul opticii clasice se obține binecunoscuta figură de interferență cu un maxim central și maxime secundare care scad în intensitate și care sunt alternate de minime nule. Dacă acest experiment se efectuează cu electroni, o fantă fiind închisă și una deschisă, atunci figura de difracție în cazul electronilor observată pe ecran coincide cu cea obținută în cazul luminii. Am putea, de asemenea, micșora intensitatea fasciculului incident

(dar măbind timpul), iar rezultatul ar fi că electronii își schimbă direcția rectilinie de propagare, o proprietate atribuită, în general, corpusculilor. La deschiderea celei de a doua fante, obținem figura de interferență clasică, obținută în optica newtoniană, proprietate specifică undelor. Este ca și cum deschiderea celei de a doua fante ar face să „basculeze” aspectul corpuscular al electronilor într-unul ondulatoriu.

Dar cum știu electronii când o fantă este închisă și când este ea deschisă pentru a produce un anumit tip de interferență?!... Tot ceea ce putem spune este că *nu știm* ce se întâmplă cu electronul după ce trece de fantă, ce direcție va alege, unde va cădea pe ecran și așa mai departe. Este greu de presupus că electronul ar fi atât de extins spațial încât să treacă prin ambele fante deodată (ca în cazul undelor!), sau că s-ar „sparge” în două fracțiuni egale, fiecare trecând prin câte o fantă.

Este clar că nu putem înțelege aceste fenomene aplicând schemele clasice de explicare, se impun principii explicative noi, iar principiul complementarității s-a dovedit a fi singurul în măsură să facă acest lucru. Întrucât relațiile de incertitudine pot fi „compatibilizate” la nivel logic cu ideea complementarității, principiul devine principalul factor de coerență (consistență) al formalismelor matematice utilizate.

## VI. Concluzii

Încheiem aceste considerații încercând să desprindem câteva concluzii.

Ca orice teorie științifică, mecanica cuantică se confruntă cu probleme de fundamentare logică și filosofică. Pentru ilustrarea acestor probleme am angajat conceptul de *stare logică*, un concept mai curând ontologic decât strict logic. Din câte ne-am putut da seama, între starea clasică (newtoniană) și starea cuantică există mari diferențe. Din examinarea conceptului de stare cuantică a rezultat o limitare, cel puțin, dacă nu cumva chiar o suspendare a principiului identității. Dar suspendarea unui principiu are ca rezultat suspendarea formelor de raționament pe care le guvernează acesta, deci avem motive să credem că mare parte din legile logicii clasice și formele de raționare subsumate acestora nu mai sunt valabile în descrierea fenomenologiei cuantice.

Dar dacă logica clasică se dovedește a nu fi pe deplin adecvată mecanicii cuantice cu ce ar putea fi înlocuită ea? Răspunde oare logica paraconsistentă mai bine acestor probleme?

Se cer lămurite mai întâi câteva chestiuni.

În organizarea unei teorii fizice pot fi distinse cel puțin trei nivele. Este un prim nivel al principiilor teoriei. Principiul inerției, al forței, principiile termodinamicii și – de ce nu? –, principiul complementarității sunt doar câteva exemple de principii în fizică. La aceste principii se ajunge, de obicei, târziu, în urma unui lung și complicat proces de observare metodică a faptelor (se discută în literatura de specialitate despre așa-numita *cercetare în zona din spatele principiilor*).

Al doilea nivel este cel al formalismelor matematice în care sunt descrise fenomenele ce cad în domeniul respectivelor teorii. La acest nivel sunt formulate (și demonstrate) legile – legea gravitației, legea lui Ohm, legea inducției electromagnetice, legea lui Planck pentru radiație ș.a. De notat că aceste formalisme nu sunt luate la întâmplare, ci sunt impuse de chiar natura problemelor ce urmează a fi rezolvate.

În fine, există un nivel și mai adânc, acela al logicii aferente formalismului matematic utilizat.

Raportul dintre logică și fizică nu trebuie, prin urmare, înțeles simplist, logica nu este o etichetă care să se aplice fizicii din exterior, ea trebuie încorporată în matematica teoriei. În plus, logica este o știință calitativă, în timp ce determinările pe care le vizează fizica, inclusiv cele exemplificate în mecanica cuantică, sunt determinări cantitative. Ele se exprimă printr-un tip special de concepte, numite de Carnap concepte „numerice” sau „cantitative” (adevărul, de pildă, nu este un concept cantitativ, el nu are o unitate de măsură cum are *forța*, *energia*, *temperatura* sau alte asemenea concepte de care se ocupă fizica).

Se ridică, apoi, și o altă problemă: o teorie neclasică din domeniul fizicii presupune neapărat o matematică neclasică și, *a fortiori*, o logică neclasică? Oare nu s-ar putea întâmpla ca o teorie dintr-un domeniu oarecare, apreciată ca neclasică, să fie asociată unei logici și unei matematici clasice? Relațiile de incertitudine ale lui Heisenberg, ca să ne limităm la exemplele discutate, sunt neclasice doar în fizică, pentru că, din punct de vedere logic și matematic, ele sunt cât se poate de... clasice.

În ceea ce privește logica paraconsistentă, există la ora actuală publicații matematice care dispun de rubrici speciale destinate matematicii paraconsistente însă reorganizarea teoriilor fizicii pe astfel de baze matematice va rămâne, probabil, încă multă vreme de aici înainte o problemă de perspectivă.

Aceasta, pe de o parte.

Pe de altă parte, logica paraconsistentă ridică, ea însăși, câteva probleme care ne îndeamnă la prudență când este vorba de aplicațiile ei în domeniul fizicii.

Din lucrările lui da Costa, unele deja traduse în limba română, logica paraconsistentă este înțeleasă ca fiind logica unor domenii contradictorii. De pildă, teoria naivă a mulțimilor este inconsistentă (contradictorie) dar echipată cu o logică adecvată, teoria se sustrage pericolului trivializării pentru că logica în cauză (de regulă, un sistem formal) trebuie să satisfacă, ea însăși, condiția consistenței logice. Deci, trebuie să avem, pe de o parte, domeniul contradicției, iar pe de altă parte sistemul formal (logica) acestui domeniu (corect ar fi să spunem *interpretarea* sistemului formal în limbajul domeniului considerat).

Prima întrebare: dacă mecanica cuantică este domeniul de aplicare al unei logici paraconsistente, complementaritatea este contradicția pe care o vizează această aplicare? Și, dacă da, poate fi înțeleasă ea mai bine în logica paraconsistentă decât în logica clasică? Sunt întrebările de la care am pornit în această investigație și la care vom încerca să dăm acum un răspuns.

În ceea ce privește prima întrebare, se impun încă de la început câteva distincții.

Mai întâi, trebuie distins între contradicția ca atare și descrierea contradicției, care nu este contradictorie doar pentru simplul motiv că are ca obiect contradicția (același lucru este valabil și pentru consistență). Trebuie să distingem, apoi, între contradicția logică, aceasta se referă la propoziții, deci aparține limbajului, și contradicția ontologică (contradicția referitoare la lucruri). O încălcare a acestei distincții întâlnim, de exemplu, la St. Lupasco în a sa *logică dinamică a contradictoriului*. Contrar denumirii și a pretențiilor afișate de autor, aceasta nu este o logică, ci mai curând o filosofie a microfizicii.

Alta este situația logicii paraconsistente. Ea nu se aplică contradicției ontologice, ci contradicției logice, altfel spus, teoriilor care conțin contradicții. După Newton da Costa, o astfel de teorie este chiar teoria lui Bohr a atomului (altfel cum ar putea deveni ea domeniul de aplicare al unei logici paraconsistente?).

Printre teoriile științifice, spune Newton da Costa, găsim unele care sunt, evident, contradictorii (un exemplu este teoria atomică a lui Bohr, așa-numitul „atom bohr”). Am arătat că ele sunt într-adevăr „bune” dacă sunt fondate pe o logică paraconsistentă corespunzătoare în locul logicii clasice. Pe de altă parte, unele teorii din fizică sunt, în fapt, incompatibile, de exemplu, mecanica cuantică și teoria generală a relativității. Unificarea lor presupune, după părerea mea, tot o logică paraconsistentă<sup>19</sup>.

Dacă teoria atomului este într-adevăr inconsistentă (după părerea noastră această afirmație trebuie luată cu rezerve), inconsistența ei nu se datorează, în nici un caz, complementarității. Este un punct de vedere care necesită unele explicații.

Formula lui Bohr, *contraria sunt complementa* (contrariile sunt complementare) circulă și într-o versiune mai tare, care exclude contradicția: *contraria non-contradictoria sed complementa sunt*<sup>20</sup>. Neînd vorba de contradicție, ci de contrarietate, ar trebui să ne întrebăm mai departe dacă și contrarietatea are proprietatea *ex falso quodlibet*, sau numai contradicția? Dacă da, atunci logica paraconsistentă pare răspunsul cel mai indicat.

Dar este, realmente, complemenaritatea o contrarietate? Sau contrarietatea este cumva o specie a complementarității?

Principiul complementarității este probabil unul dintre cele mai adânci principii ale fizicii moderne însă aceste formulări ale lui ridică multe semne de întrebare.

<sup>19</sup> Newton da Costa, op. cit.

<sup>20</sup> Bohr a dat pentru prima dată această formulare principiului complementarității în 1961, cu ocazia vizitei sale la Moscova (v. Gh. Huțanu, *Principii și legi fundamentale în fizică*, Editura Albatros, București, pp. 130–136, 1983).

Observăm, mai întâi, că principiul nu spune ce este și ce nu este complementaritatea, cum era de așteptat, el spune ce este și ce nu este contrarietatea. Or, contrarietatea este un raport formal, în timp ce complementaritatea este unul factual, iar a-l defini pe unul prin celălalt înseamnă a nu ține seama de diferențele celor două domenii. Formularea principiului încalcă distincția dintre logic și ontologic despre care am vorbit mai sus.

Ca raport logic, contrarietatea poate caracteriza conceptele sau propozițiile, de la caz la caz.

Despre două concepte  $A$  și  $B$  se spune că sunt contrare dacă nu pot fi împreună afirmate despre unul și același obiect, dar pot fi negate. De exemplu, o figură geometrică nu este cerc și pătrat, în schimb, ea poate să nu fie nici cerc, nici pătrat, ci trapez, să zicem. Deci, sunt contrare speciile aceluiasi gen, de unde deducem că raportul de contrarietate este un raport cu trei și nu cu doi termeni:  $A$  este contrar lui  $B$  relativ la genul  $C$ . Raportul de la specie la gen se exprimă prin implicarea genului de către specie:

Dacă  $a$  este  $A$ , atunci  $a$  este  $C$ ,  
Dacă  $a$  este  $B$ , atunci  $a$  este  $C$ .

.....

Pentru că genul  $C$  este subînțeles, propozițiile care exprimă contrarietatea celor două concepte vor lua următoarele forme:

Dacă  $a$  este  $A$ , atunci  $a$  nu este  $B$ ,  
Dacă  $a$  este  $B$ , atunci  $a$  nu este  $A$ .

Dar dacă  $a$  nu este  $A$ , nimic nu se poate spune cu privire la raportul dintre  $a$  și  $B$ ; la fel dacă  $a$  nu este  $B$ .

Un caz particular de contrarietate este cel în care genul conține doar două specii, cum ar fi *bărbat* și *femeie*, în genul *om*. Presupunând că  $A$  și  $B$  sunt singurele specii ale genului  $C$ , atunci la relațiile de mai sus se adaugă încă două relații:

Dacă  $a$  nu este  $A$ , atunci  $a$  este  $B$ ,  
Dacă  $a$  nu este  $B$ , atunci  $a$  este  $A$ .

Contradicția este altceva, ea implică raportul dintre concept și negația conceptului: *om* și *non-om*, *bărbat* și *non-bărbat* etc. Acestea nu pot fi nici afirmate, nici negate împreună despre unul și același obiect. Formal, aceste relații sunt asemenea relațiilor de mai sus, ceea ce înseamnă că din punct de vedere logic cele două raporturi nu sunt chiar de tot independente. Facem însă abstracție de „rudenia” lor și revenim la problema noastră: conceptele de undă și particulă sunt ele contrare sau contradictorii?

Dacă sunt contrare, cum pretinde principiul complementarității (*contraria sunt complementa*) atunci ar trebui să dispunem de cel puțin un gen față de care atât unda cât și particula să fie specii.

Genurile pot fi, însă, mai apropiate sau mai îndepărtate, astfel încât fiecare exemplificare a speciei este, concomitent, o exemplificare a genurilor față de care este subordonată specia. Cu alte cuvinte, propoziția „ $a$  este  $A$ ” (ca și „ $a$  este  $B$ ”) implică propozițiile:

$a$  este  $C_1$

$a$  este  $C_2$

.....

$a$  este  $C_n$

în care  $C_1 \dots C_n$  sunt genuri ierarhice. Spunând deci că ceva este  $A$  (particulă), respectiv,  $B$  (undă) ar trebui să-l putem indica nu doar pe  $C_1$  (genul proxim), ci întreaga ierarhie de genuri până la  $C_n$ . Or, în cuantică, cel puțin, problema nu se pune în acești termeni.

Apoi, dacă ar fi vorba de contrarietate, vorbim despre o contrarietate cu două specii sau cu mai multe specii?

Faptul că la un moment dat sunt cunoscute doar unele specii ale genului, aceasta nu exclude posibilitatea existenței altor asemenea specii (ca în biologie, de exemplu). În cazul de față, există oare doar unde și particule, sau mai pot exista și alte stări ale materiei, încă necunoscute, nedescoperite, dar logic posibile?... Din această perspectivă, intuiția ne spune că mai înțelept ar fi să lăsăm problema deschisă.

În fine, timpul și raportul în care noi sesizăm manifestările corpusculare și ondulatorii ale unui fenomen cuantic, sunt ele aceleași? Este foarte important să precizăm acest lucru pentru că principiul noncontradicției, dar nu numai, impune această condiție: *în același timp și sub același raport*. Or, în experiența cu fantele lui Young (cazul clasic de complementaritate) aspectul corpuscular, respectiv, ondulatoriu nu sunt nici în același timp și nici sub același raport, ele presupun o anume succesiune, deci un timp diferit și, totodată, un aranjament experimental diferit. Reamintim că prin raport înțelegem aspectul, mărimea fizică din perspectiva căreia este privit obiectul nostru cuantic.

Prin urmare, avem de-a face cu stări diferite ale uneia și aceleiași entități, sau cu entități diferite? Putem trata problema și într-un fel și în celălalt, rezultatul va fi, de fiecare dată, o descriere consistentă matematic. Este un alt aspect al complementarității, care, iată, provine dintr-o manieră, să-i zicem „formală”, de a pune problema.

Rezultatul la care am ajuns nu este unul tocmai liniștitor. Din examinarea principiului identității a rezultat o oarecare abatere de la logica clasică, am avut chiar sentimentul că mecanica cuantică face loc alternativei logice, pentru ca analiza complementarității să ne readucă pe terenul logicii clasice. Dacă este adevărat că nu este nici contradicție, nici contrarietate, complementaritatea are, totuși, ceva și din contradicție și din contrarietate.

Cum se vor rezolva până la urmă aceste probleme?

Este greu de dat un răspuns categoric. Suntem încă în faza clarificărilor conceptuale, care, probabil, va mai dura și care face cu atât mai necesar dialogul celor două științe. Nu doar fizica, ci și logica are de câștigat din acest dialog, pentru că, ne-au învățat grecii, numai întâlnindu-se pe sine, logosul devine logică.

### ***Mulțumiri***

*Autorul își exprimă întreaga sa grațitudine domnului Iancu Lucica de la Universitatea de Vest din Timișoara pentru răbdarea atentă cu care a citit materialul, pentru sprijinul constant și observațiile pertinente făcute pe tot parcursul editării acestuia; fără acestea, efortul apolinic din substanța textului ar fi rămas doar o deșartă trudă...*



# Logica conceptelor paraconsistente

---

Iancu LUCICA

*Nu întotdeauna faptul că un concept conține o contradicție este atât de evident încât să nu reclame o investigație; pentru aceasta trebuie să avem mai întâi acel concept și să-l tratăm logic. Tot ce se i se poate cere unui concept din punct de vedere al logicii și având în vedere rigoarea demonstrației este delimitarea sa precisă, astfel încât pentru fiecare obiect să se poată determina dacă acesta cade sau nu sub concept.*

Gottlob FREGE

Scopul lucrării de față este să arate că predicatele metateoretice de *consistență*, *inconsistență* și *paraconsistență* pot fi transferate, cu modificările de rigoare, de la nivelul teoriilor la cel al conceptelor. Vom vorbi, în consecință, despre trei mari categorii de concepte – concepte consistente, inconsistente și concepte paraconsistente. În legătură cu conceptele din această ultimă categorie am încercat să răspund la câteva întrebări:

- Ce înseamnă că un concept este paraconsistent?
- Care sunt tipurile mai importante de concepte paraconsistente?
- Cum se analizează din punct de vedere logic un concept paraconsistent?

Lucrarea se înscrie în domeniul mare al logicilor paraconsistente deși, ca stil, cel puțin, ea se abate de la stilul pe care l-a impus în domeniu literatura ultimilor ani. Date fiind obiectivele urmărite, am considerat necesar să încep discuția cu câteva chestiuni ce țin de teoria generală a conceptului (sau logica conceptului). În problema conceptului literatura noastră de specialitate este, din păcate, încă destul de săracă.

Cu toate imperfecțiunile ei, ideea de concept paraconsistent apare pentru prima dată în această lucrare. Mulțumesc profesorului Newton da Costa pentru recunoașterea acestui fapt ca și pentru sugestiile făcute privind unele posibilități de dezvoltare. Observații valoroase am primit și din partea domnilor Sorin Vieru și Mihai Ciolan cărora, de asemenea, doresc să le mulțumesc pe această cale.

# 1. Ce este conceptul?

La întrebarea „ce este  $x$ ?” obișnuim să răspundem printr-o definiție sau printr-o propoziție care ține loc de definiție. Spunem: „ $x$  este ...”, „ $x$  înseamnă ...” sau „înțelegem prin  $x$  ...”. În cazul conceptului, aceste scheme definiționale nu pot evita pericolul nepredicativității (la Poincaré și Russell definițiile nepredicative conțin o formă mai specială de cerc vicios) așa că problema definirii conceptului trebuie pusă altfel. Frege a recunoscut dificultățile acestei definiții în studiul său *Despre concept și obiect* când spunea că „nu se poate cere ca orice să fie definit tot așa cum nu putem cere chimistului să descompună orice substanță”<sup>1</sup>. Conceptele, ni se sugerează, trebuie incluse printre lucrurile absolut simple, luate fără definiție.

Dar dacă nu ne putem angaja „frontal” în elaborarea unei definiții a conceptului, ne putem propune, în schimb, un scop mai modest, și anume, să arătăm când ceva este concept. În spiritul definițiilor condiționale eu spun că  $A$  este concept dacă și numai dacă:

- $A$  se predică în mod adevărat sau fals despre anumite obiecte,
- Predicat despre un obiect,  $A$  atrage întotdeauna după sine alte predicatii,
- $A$  se exprimă în limbaj printr-un cuvânt (expresie) de care nu este legat

din punct de vedere al conținutului.

*Filosof*, de pildă, se predică în mod adevărat despre Socrate și în mod fals despre Aristide. Prin această proprietate a sa, conceptul împarte universul de discurs în două clase complementare: clasa obiectelor care cad sub  $A$  (sau la care se aplică  $A$ ) și care formează sfera sau extensiunea conceptului  $A$  și clasa complementară acesteia. În mod obișnuit, un obiect nu face parte din ambele clase, obligatoriu dacă aparține uneia nu aparține celeilalte, și invers. Spun „în mod obișnuit” pentru că există și excepții, una dintre aceste excepții fiind chiar conceptele paraconsistente de care urmează să ne ocupăm.

Niciodată un concept nu se predică simplu, întotdeauna el atrage după sine alte predicatii. Spunând despre Socrate că este filosof, spunem automat că el este om, rațional, cultivat, în general, tot ce mai poate fi un filosof.

Conceptele pe care le implică un concept se numesc *note* și formează conținutul acelu concept. Notele aparțin planului logic (conceptului), în timp ce însușirile aparțin planului ontologic (obiectelor).

În fine, conceptul se exprimă în limbaj printr-un termen (în general expresie) însă niciodată conceptul, ca atare, nu se confundă cu termenul prin care se exprimă el. Întâmplător, *filosof* se spune cam la fel în toate limbile însă un alt concept, să zicem *om*, se exprimă în mod diferit. Faptul că acest concept este general, pozitiv, concret, distributiv etc. etc. nu are nici o legătură cu faptul că în română conceptul se exprimă prin „om”, în franceză prin „homme” în engleză prin „man” și așa mai departe. Ca și judecata, conceptul este ceea ce rămâne *invariant* în trecerea de la o exprimare la alta (unul și același concept se poate exprima prin expresii diferite fie în același limbaj, fie în limbaje diferite).

<sup>1</sup> G. Frege, *Despre concept și obiect*, în G. Frege, *Scrieri logico-filosofice*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1977, p. 290.

Întrucât *om*, respectiv *filosof*, satisfac concomitent cele trei condiții, spunem despre ele că sunt concepte.

Revin la definiția conceptului pentru a face alte câteva observații. Ceea ce vreau să spun în primul rând este că definiția pe care am dat-o conceptului se sprijină pe ideea de predicatie pe care o ia ca termen prim, nedefinit. Această condiție, care este și cea mai importantă, subliniază „natura esențialmente predicativă a conceptului”, cum ar spune Frege. S-ar putea ca Frege să fi ezitat să se angajeze la o definiție a conceptului tocmai pentru că nu dispunea de o definiție adecvată a predicatiei, definiție care să ne mențină, totuși, pe terenul logicii pentru că cele mai multe dintre definițiile care se dau astăzi conceptului sunt definiții extralogice. Nu sunt convins că actualele teorii ale predicatiei (v. Quine, Strawson și, mai nou, Cochiarella) pot rezolva mai bine această problemă.

A doua observație se referă la raporturile dintre cele trei condiții din definiția conceptului. Logic vorbind, aceste condiții nu sunt independente, totuși, nu s-ar putea spune că odată ce o avem pe una dintre ele le avem, automat, și pe celelalte. S-ar putea foarte bine întâmpla ca un copil care recunoaște un anumit mamifer – un elefant, să zicem – să nu mai poată afirma nimic altceva despre acest animal. Ceea ce are copilul în cazul de față nu este conceptul, ca atare, ci mai curând un *preconcept*. Tot un preconcept are și studentul la medicină care a învățat să recunoască o maladie după o simptomatologie specifică, dar care încă nu știe cum se tratează respectiva maladie și ce alte conexiuni mai presupune ea. Înțelegem deci, că drumul spre concept poate fi uneori lung și anevoios și că în acest drum pot interveni tot felul de faze intermediare pentru care mai potrivită este denumirea de „preconcept”. De regulă, preconceptele răspund la prima și la cea de a treia condiție din definiția conceptului și foarte puțin (sau deloc) la a doua.

Închei cu o observație asupra celei de-a treia condiții. Am spus că unul și același concept poate fi exprimat prin expresii diferite fie în același limbaj, fie în limbaje diferite. Această condiție permite construirea următorului paradox.

Fie  $L, L', L'', \dots$  limbile naturale – română, engleză, germană etc. În fiecare din aceste limbi conceptele se exprimă într-un mod anume. De pildă, *om* este concept exprimat în limba română în timp ce *man* și *house* sunt concepte exprimate în limba engleză.

Introducem acum simbolurile  $C, C', C'', \dots$  pentru a desemna conceptul *de concept exprimat în limbile  $L, L', L''$  etc.* Mai exact,  $C$  este un simbol pentru conceptul de *concept exprimat în limba română*;  $C'$  va fi un simbol pentru conceptul de *concept exprimat în limba engleză* și așa mai departe.

Faptul că un concept oarecare  $a$  este exprimat în limba  $L$  se va nota  $C(a)$ . Prin urmare,

$C(a)$  înseamnă „ $a$  este concept exprimat în limba română”,

$C'(a)$  înseamnă „ $a$  este concept exprimat în limba engleză”,

$C''(a)$  înseamnă „ $a$  este concept exprimat în limba germană” etc.

Întrucât exprimarea unui concept într-o limbă aparține doar acelei limbi, putem introduce mai departe relația:

$$(1) \quad (x) [C(x) \rightarrow \overline{C'(x)}]$$

citește: oricare ar fi conceptul  $x$ , dacă  $x$  este concept exprimat în limba română, atunci  $x$  nu este concept exprimat în limba engleză. Dar *concept exprimat în limba engleză* este el însuși un concept al limbii române. Simbolic:

$$(2) \quad C(C')$$

Din (1) și (2) se deduce

$$(3) \quad \overline{C'(C')}$$

care tradusă, din nou, în limbajul natural înseamnă: „concept exprimat în limba engleză nu este concept exprimat în limba engleză”. Dacă raționamentul meu a fost corect, propoziția (3) nu poate fi decât falsă, ea contravine principiului identității.

## 2. Conținutul și sfera conceptelor

Am definit conținutul și sfera conceptelor în termeni de implicație și predicatie, două operații logice fundamentale. Simplu spus, tot ceea ce implică un concept formează *conținutul* conceptului și tot despre ceea ce se predică (sau la care se aplică) conceptul formează *sfera* conceptului. Dacă conceptul  $A$  implică conceptul  $B$ , să zicem, atunci  $B$  este *notă* din conținutul conceptului  $A$ , iar dacă  $A$  se predică despre  $a$ , atunci  $a$  este obiect din sfera (extensiunea) lui  $A$ .

Ce înseamnă, însă, că un concept implică un alt concept?

Un concept  $A$  implică un concept  $B$  dacă orice obiect la care se aplică  $A$  este un obiect la care se aplică sau despre care se predică  $B$ . Conceptul *filosof*, de exemplu, implică conceptul *om* (oricare ar fi  $x$  dacă despre  $x$  se predică *filosof*, despre  $x$  se predică în același timp *om*). Prin urmare, *om* este notă din conținutul conceptului *filosof*.

Unii autori preferă distincției sferă – conținut, distincția extensiune – intensiune. Nu sunt de acord pentru că, după părerea mea, în teoria conceptului cei doi termeni pot fi utilizați într-un mod mai apropiat de semnificația lor originară.

Din punct de vedere logic, „extensiune” înseamnă clasă (mulțime), iar „intensiune” (sau „comprehensiune”) înseamnă proprietatea definitorie a unei clase. Se spune despre o clasă că este dată *în extensiune*, dacă se indică elementele aparținătoare ei, și este dată *în intensiune* când se indică doar proprietatea pe care o verifică elementele respective și numai ele. De pildă, proprietatea de-a fi număr par este intensiune pentru extensiunea  $\{\dots -4, -2, 2, 4, \dots\}$ . În loc de  $M = \{\dots -4, -2, 2, 4, \dots\}$  putem scrie  $M = \{x: Par(x)\}$ . Relația dintre extensiunea  $M$  și o intensiune a sa, să zicem  $F$ , poate fi redată cu ajutorul următoarei echivalențe:

$$(4) \quad a \in M. \Leftrightarrow F(a)$$

(citește:  $a$  aparține clasei  $M$ , dacă și numai dacă  $a$  este  $F$ ). Să mai notăm că unei intensiuni îi corespunde întotdeauna o singură extensiune (raport 1 la 1), în timp ce unei extensiuni îi pot corespunde mai multe intensiuni (raport 1 la  $n$ ). Corespondențele dintre o extensiune oarecare  $A$  și intensiunile ei pot fi redată cu ajutorul figurii 1:

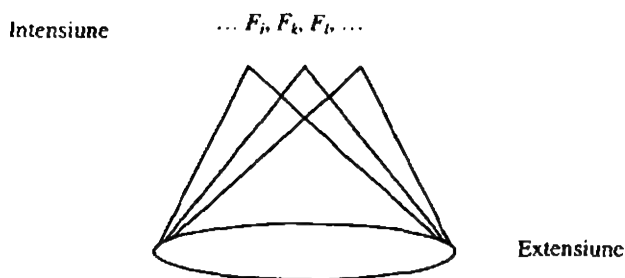


Fig. 1

**Observația 1.** Expresia (4) este forma simplificată a axiomei separării, ea permite derivarea paradoxului lui Russell. Teoria conceptului este deci inconsistentă sub cel puțin două aspecte: a) prin angajarea sa față de un paradox al conceptului de mulțime, și b) prin propriul său paradox. Aceste inconsistențe nu fac, însă, teoria conceptului mai puțin interesantă. Cum spunea Newton da Costa într-unul dintre primele lui studii destinate paraconsistenței, „dat fiind un sistem inconsistent  $S$ , scopul nostru nu este eliminarea paradoxurilor posibile sau inconsistențelor lui  $S$ , dimpotrivă, derivarea cât mai multor astfel de paradoxuri în vederea analizării și studierii lor”<sup>2</sup>. Prin urmare, vom proceda în maniera logicii paraconsistente unde distingem trei mari faze:

- 1) sunt identificate pentru început diferite teorii inconsistente, dar netriviiale,
- 2) sunt construite sisteme formale tolerante față de ideea de contradicție,
- 3) sistemele astfel obținute sunt interpretate în teoriile din prima categorie.

În studiul de față prioritar este primul aspect, deci ceea ce urmărim aici este teoria (informală) a conceptelor paraconsistente pe care eu o văd ca pe un caz particular al teoriei generale a conceptului. Formalizarea acestor teorii este o problemă de nivel 2) și 3) despre care nu discutăm aici decât tangențial.

Revenim acum la concept și introducem, pentru început, următoarele simboluri:

<sup>2</sup> Newton da Costa, *On The Theory of Inconsistent Formal Systems*, in *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. XV, nr. 4/ 1974. p. 498.

|  |  |
|--|--|
| $A, B, C, \dots$   | concepte;                                      |
| $S_A, S_B, S_C, \dots$                                   | sfera conceptelor $A, B, C, \dots$ ;           |
| $C_A, C_B, C_C, \dots$                                   | conținutul conceptelor $A, B, C, \dots$ ;      |
| $F, G, H, (\text{sau } F_1, F_2, F_3, \dots)$            | note;  |
| $x, y, z, \dots$   | variabile individuale;                         |
| $a, b, c, \dots (\text{sau } a_1, a_2, a_3, \dots)$      | constante individuale;                         |
| $\&, \vee, \sim, \rightarrow, \equiv, \forall, \exists,$ | semne cu semnificația lor obișnuită din logică |
| $\cup, \cap, \subset, \subseteq, =, \neq, \emptyset,$    | și teoria mulțimilor.                          |

Fie  $A$  un concept oarecare, să zicem conceptul *om*, a cărui sferă și conținut o reprezentăm cu ajutorul figurii 2. Ceea ce se observă în primul rând din această figură este că sfera și conținutul unui concept nu stau față în față ca extensiune și intensiune, ci ca două extensiuni:

$$(5) \quad \begin{aligned} S_A &= \{a, b, c, \dots\} \\ C_A &= \{F, G, H, \dots\} \end{aligned}$$

Oricât ar părea de banală această observație, ea schimbă datele problemei în abordarea logică a conceptului, întrucât permite câteva întrebări noi:

- Care este intensiunea clasei  $S_A$ ?
- Care este intensiunea clasei  $C_A$ ?
- Ce raport există între cele două intensiuni?

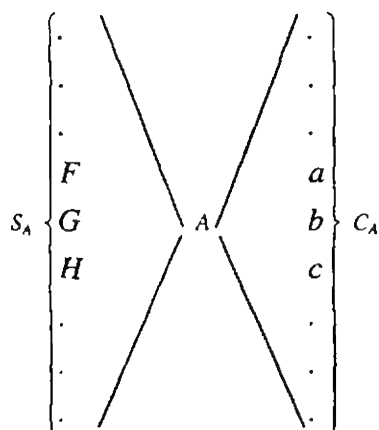


Fig. 2

Este clar că nu putem discuta aceste chestiuni atâta vreme cât conținutul și intensiunea sunt considerate a fi unul și același lucru.

Să încercăm să răspundem celor trei întrebări.

La prima întrebare răspunsul este simplu: intensiunea clasei  $S_A$  este conceptul  $A$  și orice alt concept logic echivalent cu  $A$ . Totalitatea acestor note (concepte) care sunt logic echivalente cu  $A$  formează *conținutul specific* al conceptului  $A$ . Simbolizăm acest conținut cu  $CS_A$  și formulăm următoarea condiție de apartenență:

$$(6) \quad [F \in CS_A] \Leftrightarrow (x) [x \in S_A \& F(x) \equiv A(x)]$$

Din (1) și (3) deducem că un obiect oarecare  $a$  cade în sfera conceptului  $A$  dacă  $a$  este  $A$  sau dacă  $a$  este  $F$ . De exemplu, *ființă rațională* sau *ființă ce comunică prin grai articulat* sunt note din conținutul specific al conceptului *om* (orice este *om* este în același timp *ființă rațională*, respectiv, *ființă ce comunică prin grai articulat*, și invers).

Există încă două forme de conținut pe care aș vrea să le invoc foarte pe scurt în cele ce urmează. Este vorba de *conținutul general* al unui concept  $A$  și conținutul său *total*. Conținutul general cuprinde note ce caracterizează obiectele ce cad sub  $A$  plus multe alte lucruri. *Biped*, de exemplu, aparține conținutului general al conceptului *om* (orice *om* este *ființă bipedă* însă nu orice *ființă bipedă* este neapărat *om*). La rândul lui, conținutul total al conceptului  $A$  este suma tuturor notelor ce caracterizează obiectele din sfera conceptului  $A$ . Condiția necesară și suficientă ca o notă oarecare  $F$  să aparțină conținutului total al unui concept  $A$  este să existe cel puțin un obiect din sfera lui  $A$  care să fie  $F$ . De exemplu, *a avea șase degete la o mână* este notă din conținutul total al conceptului *om*. Simbolizăm cele două forme de conținut cu  $CG$ , respectiv,  $CT$  și introducem condițiile de apartenență corespunzătoare fiecăruia:

$$(7) \quad [F \in CG_A] \Leftrightarrow (x) [x \in S_A \& A(x) \rightarrow F(x)]$$

$$(8) \quad [F \in CT_A] \Leftrightarrow (\exists x) [x \in S_A \& F(x)]$$

Este ușor de demonstrat că între cele trei forme de conținut au loc relațiile:

$$(9) \quad CS_A \subset CG_A \subset CT_A$$

**Observația 2.** Atât timp cât alte precizări nu se fac, noi vorbim simplu despre conținutul lui  $A$  (simbolic  $C_A$ ), înțelegând prin acesta conținutul său specific plus conținutul general. Cititorul a sesizat, probabil, simetria dintre distincțiile lui Aristotel (genul, propriu și accidental) și cele trei forme de conținut introduse mai sus. Dacă am recurs la această soluție este pentru că am dorit să evit unele complicații filosofice legate de definirea celor trei categorii logice care nu-și găsesc aici locul cel mai potrivit pentru a fi discutate.

Cu aceasta am răspuns la prima dintre cele trei întrebări. Să vedem în continuare cum se răspunde la cea de-a doua întrebare, și anume: care este intensiunea clasei  $C_A$ ?

Intensiunea clasei  $C_A$  este dată de acea notă (proprietate) ce caracterizează notele din conținutul conceptului  $A$  și numai pe acestea. Această proprietate este introdusă prin expresia „notă a conceptului  $A$ ” pe care o vom simboliza cu  $H$ . Definim clasa  $C_A$  în maniera cunoscută:

$$(10) \quad C_A = \{F_i : H(F_i)\}$$

Cu alte cuvinte, clasa  $C_A$  se compune din acele note  $F_i$  astfel că  $F_i$  este notă a conceptului  $A$ . Expresia „notă a conceptului  $A$ ” introduce o proprietate de tip superior, o proprietate de proprietăți, în timp ce notele din conținut introduc

proprietăți de obiecte. Vom ierarhiza atunci proprietățile ce vizează conținutul unui concept *A* în conformitate cu ierarhia tipurilor introdusă de Russell:

- proprietăți de indivizi (tipul 1),
- proprietăți de proprietăți de tipul 1 (tipul 2),
- proprietăți de proprietăți de tipul 2 (tipul 3) etc.

Conținutul unui concept este dat de proprietățile de tipul cel mai mic (tipul 1), acestea corespund proprietăților de indivizi (obiecte, în general). Proprietățile de tipul 2 formează metaconținutul și ierarhia rămâne deschisă.

De ce am ținut să aduc în discuție aceste probleme? Pentru că, după părerea mea, studiul logic al conceptelor reclamă trei categorii mari de proprietăți care nu trebuie confundate. Este vorba mai întâi de proprietăți de obiecte. Dacă aceste obiecte alcătuiesc sfera unui concept, respectivele proprietăți vor alcătui conținutul conceptului. Este vorba, apoi, de proprietățile proprietăților din conținut care formează, după cum am spus, metaconținutul (ierarhia conținut – metaconținut este, principal vorbind, nelimitată). Pentru că am definit conținutul prin implicație și orice concept se implică pe sine, putem spune că orice concept face parte din propriul său conținut, nu însă și din propriul său metaconținut.

În fine, este vorba despre proprietățile conceptului în genere, proprietăți care nu fac parte nici din conținut, nici din metaconținut. De pildă, conceptul *om* este nevid, însă proprietatea *nevid* caracterizează doar conceptul nu și obiectele ce cad sub acest concept. Ea poate, eventual, caracteriza unele note din conținutul conceptului dat fiind că și aceste note sunt tot concepte, însă niciodată ea nu este proprietate a conceptului pentru că este proprietatea notei și nici invers. Cele trei categorii de proprietăți sunt, și trebuie să rămână, distincte.

Înainte de-a merge mai departe aș vrea să ilustrez cele spuse mai sus cu un scurt pasaj din *Categorii*, unde Aristotel pune câteva probleme asemănătoare:

Când un lucru este enunțat despre altul care este subiectul său, tot ce este enunțat despre acel predicat va fi, de asemenea, enunțat și despre subiect. Astfel, om este enunțat despre un anumit om; dar și animal este enunțat despre om; de aceea va fi enunțat, de asemenea, despre un anumit om; căci un anumit om este și om și animal.<sup>3</sup>

Aristotel atribuie aici o proprietate obiectului dat fiindcă ea este, în același timp, o proprietate a conceptului. Raționamentul pare a fi următorul:

- Socrate este om,  
(11) Omul este animal, deci  
Socrate este animal.

Dat în această formă, raționamentul este valid însă textul lui Aristotel spune cu totul altceva, și anume, că *animal* se predică despre Socrate întrucât se predică despre *om* și orice predicat al predicatului este *a fortiori* un predicat al subiectului. Astăzi știm, însă, că acest principiu nu poate fi valabil și că problema

<sup>3</sup> Aristotel, *Categorii*, în *Organon*, vol. I, Editura Științifică, București, 1957, p. 123



se pune în cu totul alți termeni. *Om*, de pildă, se predică, într-adevăr, despre un anumit om, să zicem Socrate, însă *animal* nu se predică despre *om* în același fel în care *om* se predică despre Socrate. Când spunem „Socrate este om“ înțelegem că Socrate cade în sfera conceptului *om*, dar când spunem „omul este animal“ înțelegem altceva, și anume, „tot ce este om este animal“ sau „dacă  $x$  este om atunci  $x$  este animal, oricare ar fi  $x$ “. Este vorba, așadar, despre o predicăție, în primul caz, și despre o implicație, în cel de-al doilea, iar forma corectă a raționamentului va fi următoarea:

- Oricare ar fi  $x$ , dacă  $x$  este om atunci  $x$  este animal,  
(12) Socrate este om, deci  
Socrate este animal.

Dificultatea, prin urmare, provine din faptul că atât predicăția, cât și implicația se exprimă prin cuvântul „este“, cuvânt ce îndeplinește în cele două premise funcții diferite.

Cu aceasta am lămurit, sper, și cea de-a doua întrebare.

Ierarhii similare conținutului pot fi întâlnite și în cazul sferei numai că pentru a face evident acest lucru va trebui să revedem distincțiile pe care le făcea logica tradițională între așa-numitele concepte *colective* și conceptele *divizive* sau *distributive*, cum se mai numeau ele. Ce sunt unele și ce sunt celelalte?

Conceptele colective se aplică unor clase (obiecte luate ca multiplicități) în timp ce conceptele divizive se aplică unor individualități. În cazul nostru, *om* este diviziv spre deosebire de *pădure* sau *armată* care sunt concepte colective. Ceea ce se predică despre obiect în cazul conceptelor colective nu se predică și despre obiectele din care se compun aceste obiecte. Spunând, de exemplu, că „pădurea este uscată“ sau că „armata este victorioasă“ noi nu vrem să spunem că fiecare copac este neapărat uscat sau că fiecare soldat este victorios cu toate că și copacul face, într-un fel, parte din sfera conceptului *pădure* tot așa cum și soldatul face parte din sfera conceptului *armată*.

Se înțelege că și aceste clase ce cad în sfera conceptelor colective pot fi dispuse conform ierarhiei tipurilor:

- clase de obiecte (tipul 1),
- clase de clase de tipul 1 (tipul 2),
- clase de clase de tipul 2 (tipul 3) etc.

Atât *armată*, cât și *pădure* sunt concepte colective, însă tipul lor este departe de a fi același (primul este de tipul 1, al doilea de un tip mult mai înalt). La limită, conceptele divizive ar putea fi gândite drept un caz particular de concepte colective – concepte colective de tipul 0, să zicem.

Tipul logic al unui concept este dat de tipul sferei și al conținutului său. Vom spune atunci, că un concept este legitim din punctul de vedere al teoriei tipurilor dacă nu face parte din propria sa sferă, respectiv, din propriul său metaconținut. Cu alte cuvinte, dacă un concept are tipul  $n$ , el nu se poate aplica decât entităților de tipul  $n - 1$  și nu i se pot aplica decât entități de tipul  $n + 1$ . Este regula lui Russell cu privire la „trecerea peste tip“, regulă adaptată la cazul conceptelor.

### 3. Obiectul conceptului și obiecte ce cad sub concept

Am folosit până acum denumirea de „obiect“ pentru a desemna lucrurile ce cad sub concept (sau lucrurile la care se aplică sau lucrurile despre care se predică conceptul). Nu există obiect în genere ci obiect relativ la un concept anume. Chiar și conceptul poate deveni obiect dacă despre el se predică un alt concept. La Frege, de exemplu, articolul hotărât este semnul distinctiv al obiectului. Când spunem „Conceptul *om* este nevid“, *om* este concept, însă *conceptul om* este obiect.

După părerea mea, teoria logică a conceptului reclamă și o altă idee de obiect pentru care voi folosi expresia de „obiect al conceptului“. Ce este acest obiect? Este modelul (paradigma) obiectelor ce cad sub concept, ceea ce au ele general sau caracteristic. Dacă sub conceptul *A* cad obiectele  $a_1, a_2, a_3, \dots$ , fiecare obiect  $a_i$  este o particularizare în raport cu un obiect general  $a^*$ . Chiar și în reprezentare, proces psihic ce premerge conceptului, noi nu ne reprezentăm un *om* anume, un copac anume și așa mai departe, ci forme generale de *om*, copac etc.

Propozițiile de genul „ $a^*$  este *A*“, „ $a^*$  este *B*“ etc. care îl au ca subiect pe  $a^*$  vor fi singulare doar ca formă, în realitate ele sunt propoziții universale. De pildă, propoziția „Omul este coruptibil“ sau „Omul este educabil“ nu despre un *om* anume vrea să spună că este coruptibil sau educabil, ci despre *om* în general. Acest „*om* în general“, „carte în general“, „oraș în general“ este obiectul conceptului *om*, *carte*, *oraș*. Sub „masca“ unor propoziții singulare se ascund aici propoziții universale, iar rostul acestor obiecte este să redea într-o formă mai simplă și mai sugestivă clase de asemenea obiecte. Dar chiar în propozițiile singulare gen „Socrate este filosof“, noi nu avem în vedere un Socrate anume, vreau să spun Socrate al unei împrejurări anume, ci un „Socrate în genere“ dacă mă pot exprima astfel, un Socrate al tuturor împrejurărilor.

Dacă *A* este un concept, obiectul său îl vom desemna cu expresia „*A-obiect*“. În plus, dacă din două concepte *A, B* se poate forma conceptul *AB*, atunci *AB-obiectul* diferă atât de *A-obiect*, cât și de *B-obiect*.

Este important să aducem în discuție o atare idee de obiect? Părerea mea este că da, iar elementul de noutate pe care îl introduce el este că obiectul există chiar și atunci când conceptul este vid. Aceasta și explică de ce putem noi vorbi despre lucruri care nu există în realitate sau care există altfel decât spunem noi că există. Poate că un mic exemplu ne va ajuta să înțelegem mai bine despre ce este vorba.

S-a vorbit foarte mult și încă se mai vorbește despre statutul ontologic al obiectelor care nu există, al „obiectelor posibile dar inactuale“, cum se mai numesc ele. Este o veche problemă filosofică pe care logica modală a reeditat-o prin semantica lumilor posibile. Argumentul care impune atenției noastre această idee de obiect, numit de Al. Plantinga *argumentul clasic*, este de o extremă și, aş adăuga, suspectă simplitate. Spunând că nu există cerc pătrat, noi ne referim la ceva anume despre care nu am putea spune nimic, nici măcar faptul că nu există, dacă acest *ceva* nu ar avea un soi de existență sau ființă.

**Întrebare:** ce există și ce nu există când se afirmă că nu există cerc pătrat?

Evident, nu există obiectele la care să se aplice sau despre care să se predice conceptul *cerc pătrat*, acest concept este vid. Pe de altă parte, conceptul este legitim din punct de vedere logic și atunci există *cercul pătrat*, obiectul conceptului *cerc pătrat*. Dificultatea provine din faptul că premisele și concluzia acestui raționament vorbesc despre lucruri diferite, lucruri pe care le desemnăm cu una și aceeași expresie – „cerc pătrat“.

Nu este nevoie să mergem înapoi până la Meinong pentru a găsi justificările teoretice ale unei asemenea idei de obiect, există abordări de dată mult mai recentă. În *Logic, Mathematics, Ontology*, Francisco Miró Quesada, unul dintre protagoniștii paraconsistenței, vorbește despre *noneismul filosofic*, o teorie inițiată de R. Routley și dezvoltată de G. Priest, R. Meyer, Brand ș.a. Ceea ce caracterizează în primul rând această teorie este respingerea supoziției ontologice (*ontological assumption* în terminologia autorilor), supoziție ce exprimă convingerea noastră că denotatul (sau referentul) expresiilor trebuie neapărat să existe. În locul supoziției ontologice Routley introduce așa-numitul „principiu al caracterizării“ potrivit căruia obiectul este caracterizat prin trăsăturile (notele) sale caracteristice. Exemplul la care se referă autorii este chiar cercul pătrat, un obiect care este atât cerc, cât și pătrat. Un alt exemplu discutat este cel al propoziției „ $\exists x$  ( $x$  este ochiul lui Polifem)“ care este falsă conform asumției ontologice, dar este adevărată conform cu postulatul caracterizării.

În concluzie, structura conceptului nu este una bidimensională cum ne-a învățat și încă ne mai învață logica clasică, ci una tridimensională. Cea de a treia ei dimensiune, alături de conținut și sferă, este acest „obiect al conceptului“ care, repet, este cu totul altceva decât obiectul ce cade sub concept.

## 4. Structura propozițională a conceptului

Numeroși logicieni au subliniat în decursul timpului raporturile foarte strânse dintre concept și propoziție, respectiv, judecățile pe care le exprimă propozițiile. În celebrul său *Traite de logique*, E. Goblot spunea la începutul secolului al XX-lea despre concept că este „o virtualitate, o mulțime nedefinită de judecăți“. Ceva mai aproape de zilele noastre, G. Ryle vorbea despre o „geografie a conceptelor“ care, dacă am înțeles eu bine, înseamnă totalitatea pozițiilor pe care le poate ocupa un concept într-un context anume. În fine, H. Putnam distingea, la rândul lui, între două mari ipostaze ale conceptului sau mai bine zis ale raportului subiect–concept: a) un *concept minimal*, aceasta însemnând capacitatea subiectului de-a recunoaște obiectele ce cad sub concept (am folosit pentru acest gen de concepte termenul de „preconcept“), și b) capacitatea de a *aserta* și opera cu propoziții în care intervine respectivul concept.

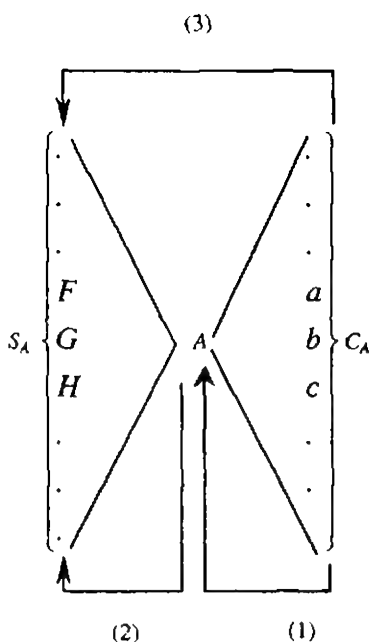


Fig. 3

- (13)       $a$  este  $A$   
              $A$  este  $F$   
              $b$  este  $G$

Să presupunem că  $A$  este, din nou, conceptul *om*. Fiecare schemă generează o mulțime potențial infinită de propoziții. Iată și câteva exemple foarte simple:

- (14)      Socrate este om,  
             Omul este muritor,  
             Socrate este muritor.

Este evidentă relația inferențială dintre cele trei propoziții și intenționat am ales acest exemplu pentru a vedea de la bun început că propozițiile generate de cele trei scheme nu sunt independente, ci stau în diverse raporturi logice, în primul rând raporturi inferențiale.

Din nou, însă, ne confruntăm cu ambiguitatea cuvântului „este“. În „ $a$  este  $A$ “ particula „este“ are funcție predicativă, ea indică faptul că  $a$  cade în sfera conceptului  $A$  sau că  $A$  se predică despre  $a$ . În „ $A$  este  $F$ “ lucrurile stau cu totul altfel, aici „este“ indică implicația dintre două predicatii: oricare ar fi  $x$ , dacă  $x$  este

Plecând de la cercetările a doi logicieni români – Gr. Moisil și Gh. Enescu – voi încerca să dau o formă mai logică acestor idei și să arăt ce înseamnă, de fapt, *structura propozițională* a conceptelor. Cu această ocazie voi răspunde și la cea de a treia întrebare pe care am ridicat-o în subcapitolul 2 al acestui capitol, cea privitoare la raporturile dintre intensiunile sferei și cele ale conținutului. Revenim, de aceea, la figura 2 în care vom încerca să facem unele corelații între concept, pe de o parte, și elementele sferei, respectiv conținutului, pe de altă parte.

O primă corelație leagă elementele sferei de concept; a doua merge de la concept la notele din conținutul conceptului, iar a treia leagă obiectele sferei de notele din conținutul conceptului (v. cele trei săgeți din figura 3). Nu spun că acestea sunt singurele corelații posibile între elementele structurale ale conceptelor, ci doar că sunt cele mai importante pentru problemele pe care le discutăm aici.

Exprimăm aceste corelații cu ajutorul a trei scheme propoziționale:

A atunci  $x$  este  $F$ . În fine, cea de a treia schemă revine din nou la predicăție:  $G$  se predică despre  $b$  sau  $b$  cade în sfera lui  $G$ .

Prima observație: în organizarea logică a conceptului predicăția nu poate fi despărțită de implicație, cele două „acționează” întotdeauna corelat. Am reunit aceste corelații în așa-numitul „principiu al predicăției prin implicație”. Principiul spune că *dacă un concept  $A$  se predică despre un obiect oarecare  $a$ , tot ceea ce implică  $A$  se predică mai departe despre  $a$* . Exprimat simbolic, principiul ia forma unei reguli valide de raționament ceea ce subliniază, încă o dată, relația foarte strânsă dintre predicăție și implicație la nivelul conceptului:

$$(15) \quad \frac{A(a) \quad (x)[A(x) \rightarrow B(x)]}{B(a)}$$

Propozițiile generate de cele trei scheme propoziționale alcătuiesc structura propozițională cea mai generală a conceptului. Fiecare concept își asociază, astfel, o mulțime potențial infinită de propoziții, mulțime ce poate fi sistematizată mai departe pe baza următoarelor axiome<sup>4</sup>:

Ax. 1. Pentru orice  $x$  și pentru orice  $F$ ,

$$\frac{\text{dacă } x \in S_A \text{ și } F \in C_A}{\text{atunci } F(x)}$$

Ax. 2. Pentru orice  $x$  și pentru orice  $F$ ,

$$\frac{\text{dacă } x \in S_A \text{ și } F(x)}{\text{atunci } F \in C_A}$$

Ax. 3. Pentru orice  $x$  și pentru orice  $F$ ,

$$\frac{\text{dacă } F \in C_A \text{ și } F(x)}{\text{atunci } x \in S_A}$$

Prima axiomă spune că dacă  $x$  cade în sfera conceptului  $A$ , atunci orice notă din conținutul lui  $A$  se predică despre  $x$ . A doua spune că dacă  $x$  cade în sfera conceptului  $A$ , iar despre  $x$  se predică  $F$ , atunci  $A$  implică  $F$  sau, ceea ce este același lucru,  $F$  este notă în conținutul lui  $A$ . În fine, cea de a treia axiomă spune că dacă  $F$  este notă a conceptului  $A$  și dacă  $F$  se predică despre un obiect oarecare  $x$ , atunci  $x$  cade în sfera lui  $A$ . Observăm deci, că fiecare axiomă ilustrează, în felul său, principiul predicăției prin implicație, că cele două operații nu pot fi despărțite când este vorba de funcționarea unuia și aceluiași concept.

Din cele trei axiome deducem diferite proprietăți ale conceptelor, cea mai importantă fiind așa-numita *lege a raportului invers dintre conținutul și sfera*

<sup>4</sup> Cele trei axiome au fost reformulate după Gr. Moisil, *La statistique et la logique du concept*, în *Essays sur les logiques nonchrysippiennes*, Editura Academiei, Bucharest, 1972, p.164.

conceptelor. Neavând nevoie în această discuție de respectiva proprietate nu voi insista mai mult asupra ei. Sper, în schimb, să pot arăta cum pot deveni utile aceste axiome în studierea conceptelor paraconsistente.

Cu elementele de care dispunem până acum, putem defini un concept  $A$  drept un triplet

$$(16) \quad A = \langle S_A, C_A, K_A \rangle$$

în care  $S_A$  și  $C_A$  sunt sfera, respectiv, conținutul conceptului  $A$ , iar  $K_A$  este cea mai mică mulțime de propoziții care conține axiomele  $Ax.1 - Ax.3$  și este închisă relativ la operația de consecință logică.

Faptul că un concept  $A$  se predică despre un obiect oarecare  $a$ , simbolic  $A(a)$ , poate fi discutat semantic sau sintactic. În plus, dacă adăugăm pe lângă elementele indicate și alte operații și relații logice, specifice conceptelor, vom obține definiții mult mai adecvate care permit studiul conceptelor într-o manieră algebrică.

În perspectiva celor spuse, a analiza din punct de vedere logic un concept înseamnă:

1) a arăta care sunt propozițiile în care apare conceptul și ce raporturi logice există între ele (cele trei axiome permit organizarea acestor propoziții ca sistem deductiv).

2) Pe baza propozițiilor stabilim sfera și conținutul conceptului. Totalitatea propozițiilor în care conceptul apare ca predicat logic determină sfera conceptului, iar mulțimea propozițiilor în care conceptul apare ca subiect logic determină conținutul.

3) Odată determinate, sfera și conținutul permit introducerea ideii de obiect al conceptului.

## 5. Consistența, inconsistența și paraconsistența conceptelor

Putem vorbi despre *starea logică* a unui concept așa cum vorbim despre *starea logică* a unei propoziții, respectiv, despre *starea logică* a unui raționament? Înțeleg prin „*starea logică a unei propoziții*” calitatea propoziției de a fi adevărată sau falsă, iar prin „*starea logică a unui raționament*”, calitatea raționamentului de a fi valid sau nevalid. Consistența, inconsistența și paraconsistența caracterizează teoriile (mulțimile de propoziții) și pot fi înțelese ca reprezentând *starea lor logică*. Revin atunci cu întrebarea: putem vorbi în cazul conceptelor despre o astfel de „*stare logică*”?

Ideea pe care încerc să o argumentez aici este că predicatele metateoretice de *consistență*, *inconsistență* și *paraconsistență* caracterizează nu doar teoriile, ci și

conceptele, ele pot defini, cu adaptările de rigoare, bineînțeles, starea logică a unui concept.

Ce înseamnă, însă, că *un concept este consistent*?

De vreme ce orice concept poate fi dezvoltat ca un sistem organizat de propoziții, consistența conceptului nu este altceva decât consistența sistemului de propoziții asociat lui. Dacă respectivul sistem de propoziții este inconsistent sau paraconsistent tot așa va fi și conceptul pe care îl configurează el. Bunăoară, conceptul intuitiv de mulțime este un concept paraconsistent pentru că teoria intuitivă a mulțimilor este, ea însăși, paraconsistentă.

Trebuie să recunoaștem că, deși corect, acest mod de-a pune problema nu este unul tocmai glorios și că merită să ne întrebăm dacă nu cumva am putea ataca problema și pe o altă cale? Părerea mea este că da, iar o asemenea cale este sugerată chiar de tradiționala teorie a conceptului prin distincția pe care o face ea între conceptele *vide* și cele *nevide*. Să vedem, pe scurt, despre ce este vorba.

Știm din logica elementară că există două specii de concepte *vide* – conceptele *factual vide* și conceptele *logic vide*. Conceptele *factual vide* sunt *vide* datorită stării de fapt, ele pot fi *vide* într-un moment anume și *nevide* într-altul, după cum evoluează lucrurile. De pildă, conceptul de *stat european socialist* este, și sperăm să rămână, un concept *vid*, însă el a fost cândva *nevid*; tot așa un concept care desemnează o specie biologică de mult dispărută, specia dinozaurilor, să zicem.

Conceptele *logic vide*, în schimb, sunt *vide* indiferent cum ar evolua lucrurile, ele sunt *vide* în orice lume posibilă ca să folosească o sintagmă la modă. Ele sunt o încălcare mai mult sau mai puțin evidentă a principiului noncontradicției.

De ce „mai mult sau mai puțin evidentă”? Pentru că uneori contradicția este cât se poate de evidentă, ea apare în însăși expresia conceptului ca în exemplul *cerc pătrat*. De multe ori, însă, contradicția este ascunsă în „pliurile” conținutului și atunci problemele pot deveni chiar foarte complicate. „Nu întotdeauna, spune Frege, faptul că un concept conține o contradicție este atât de evident încât să nu reclame o investigație”<sup>5</sup>. S-ar putea foarte bine întâmpla ca în asemenea situații contradicția să nu poată fi sesizată dat fiind că știința respectivă nu a atins încă nivelul de dezvoltare cerut de rezolvarea acestor probleme. De abia în 1871 Academia Franceză a hotărât să nu mai primească brevetele inventatorilor de *perpetuum mobile*, dovadă că la acea dată conceptul era nu doar *vid*, ci și *logic vid* (orice concept *logic vid* este și *factual vid*, nu și invers). La fel s-au petrecut lucrurile și cu conceptul de *eter* înainte de apariția teoriei relativității. În filosofie, argumentul ontologic ascunde, după părerea mea, tot o problemă de acest gen. Cum este conceptul exprimat de descripția *acel ceva față de care altceva mai mare*

<sup>5</sup> G. Frege, *Despre concept și obiect*, în G. Frege, *Scrieri logico-filosofice*. Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1977, p. 124.

*nu poate fi conceput* – vid sau nevid? Putem da un răspuns acestei întrebări numai pe bază de analiză logică?

Spunem despre un concept oarecare *A* că este consistent dacă el este nevid, cu alte cuvinte, dacă există cel puțin un obiect pentru care aplicarea conceptului duce la o propoziție adevărată. Normal ar fi ca un concept care nu poate fi predicat în mod adevărat despre nici un astfel de obiect să fie inconsistent. Numai că inconsistența mai înseamnă și contradicție și atunci ar trebui ca orice concept vid să fie neapărat un concept logic vid ceea ce, am văzut, nu este cazul. Nu știm, de pildă, să existe inteligență extraterestră, acest concept pare a fi factual vid, dar este el și logic vid?

„Cu privire la concept, nota undeva Frege, trebuie să știm dacă sub el cade ceva, și anume, ce“. Dar putem noi aprecia numai prin analiză logică dacă sub un concept cade ceva anume sau dacă este el vid? Părerea mea este că nu. Avem aici o altă față a raportului dintre existență și contradicție, raport care generează în cazul conceptului câteva întrebări:

- Contradicția conceptului implică obligatoriu nonexistența obiectelor?
- Existența obiectelor implică necontradicția conceptului?
- Necontradicția conceptului este condiție suficientă sau doar necesară pentru existența obiectelor?

Nu putem răspunde simplu acestor întrebări și nici nu-mi propun să intru aici în toate detaliile, însă vreau să atrag atenția asupra câtorva specii de concepte pentru care cele trei întrebări nu duc la răspunsul scontat. Pentru început voi pleca de la supoziția cea mai simplă, și anume, că un concept consistent este un concept nevid, iar unul inconsistent este logic vid. Aceste presupuneri, cred eu, nu mai au nevoie de argumente.

### **Dar un *concept paraconsistent*?**

Ce este sau cum ar trebui să fie un asemenea concept? Răspunsul cel mai simplu ar fi că un concept paraconsistent este un concept consistent și inconsistent în același timp. Mai exact, este conceptul care întrunește concomitent atât condițiile conceptelor consistente, cât și ale celor inconsistente.

Dar poate exista așa ceva? Din punctul de vedere al teoriei clasice a conceptului, evident nu, însă acest lucru nu ține de teoria ca atare, ci de o stare de fapt. Dacă în realitate există lucrurile ce alcătuiesc sfera unui anumit concept, teoria nu poate decât să ia act de existența unor astfel de lucruri și să se „adapteze“ în vederea înțelegerii lor. Un precept popperian spune că în lupta dintre teorie și fapte învingătoare până la urmă vor ieși întotdeauna faptele. Vorbim, prin urmare, de concepte paraconsistente nu doar din rațiuni teoretice, ci și pragmatice (sau în primul rând pragmatice) – unele stări de lucruri pot fi descrise mai simplu și – de ce nu? – mai logic admitând concepte de acest gen.

Există, după părerea mea, trei mari specii de concepte paraconsistente asupra cărora voi încerca să mă opresc foarte pe scurt în cele ce urmează.



## 5.1. Concepte contradictorii dar nevide

În această categorie intră toate paradoxurile de formă conceptuală (sau noțională). Ele pot avea aspectul unor concepte individuale (paradoxul lui Berry, Richard etc.) sau pot avea aspect de concepte generale (paradoxul lui Russell, de exemplu, sau paradoxul lui Grelling). Pentru exemplificare voi lua paradoxul lui Russell, cel mai ușor de adaptat teoriei conceptului.

Împărțim, pentru început, conceptele în două clase complementare – concepte care se aplică lor însele și care nu se aplică. Despre primele vom spune că sunt *concepte predicabile*, celelalte sunt *concepte impredicabile*. *Om*, de pildă, este concept impredicabil pentru că despre conceptul *om* nu putem spune că ar fi el însuși om. *Concept*, în schimb, este predicabil (conceptul de *concept*). *Carte* este, iarăși, impredicabil față de *nevid* care este predicabil și așa mai departe. Ilustrăm sferele celor două concepte cu ajutorul următorului tabel:

| <i>S<sub>Predicabil</sub></i> | <i>S<sub>Impredicabil</sub></i> |
|-------------------------------|---------------------------------|
| Concept                       | Om                              |
| Nevid                         | Carte                           |
| Abstract                      | Oraș                            |
| ...                           | ...                             |

*Predicabil* și *impredicabil* fiind concepte, ne putem întreba cum sunt ele, predicabile sau impredicabile? Să presupunem că impredicabil este predicabil. Conform cu definiția predicabilului, conceptul se predică despre el însuși, deci impredicabil este impredicabil. Dar, în propoziția „impredicabil este impredicabil” conceptul *impredicabil* se predică despre el însuși, deci este predicabil. Și într-un caz și în celălalt, contradicția este evidentă.

În literatura de specialitate, paradoxul lui Russell este redat sub forma unei scheme definiționale:

$$(17) \quad \text{Imp}(X) =_{\text{df}} \text{non-}X(X),$$

în care *Imp* este o prescurtare pentru *impredicabil*. Cazul particular în care  $X = \text{Imp}$  duce la contradicția:  $\text{Imp}(\text{Imp}) = \text{non-}\text{Imp}(\text{Imp})$ .

Să facem, pentru moment, abstracție de această contradicție și să ne concentrăm atenția doar asupra conceptului, să vedem, cu alte cuvinte, ce fel de concept este el. Este *impredicabil* un concept de același fel cu conceptele pe care le întâlnim în știință sau în viața de toate zilele? Sau este un concept mai special și atunci se cere analizat după alte reguli?

*Impredicabil* este, în primul rând, un concept nevid, acesta este primul lucru pe care îl putem spune despre el. În al doilea rând, este un concept de concepte, un concept de *treapta a doua*, cum ar spune Frege. În fine, conceptul cade în propria lui sferă pentru că numai în acest caz despre *impredicabil* se poate spune că este impredicabil.

Am văzut în subcapitolul 2 al acestui capitol că un concept este legitim din punctul de vedere al teoriei tipurilor dacă nu cade în propria sa sferă, respectiv, în propriul său metaconținut. Or, conceptul *impredicabil* este o încălcare mai mult decât evidentă a acestei reguli și, corect ar fi, să-l declarăm de la bun început un concept nelegitim. Numai că în această situație sunt foarte multe alte concepte, inclusiv conceptul de *concept* care suferă, practic, de același viciu (în sfera lui *concept* cade însuși conceptul de *concept*). Pentru a salva situațiile de acest gen, care nu sunt puține, Russell a introdus o axiomă specială numită *axioma reductibilității*, însă nu este cazul să intrăm aici în astfel de detalii mai ales că axioma complică foarte mult ideile de tip și ordin. Să încercăm, deci, și un alt punct de vedere.

De vreme ce *impredicabil* implică o contradicție, întrebarea este unde se plasează această contradicție, la ce nivel acționează ea? Contradicția este inerentă conceptului ca atare sau este doar rezultatul aplicării lui într-un mod mai particular? Din câte știu această problemă nu a mai fost discutată, cel puțin nu în literatura românească de specialitate.

Reiau raționamentul de la capăt:

- (1) *Impredicabil* este un concept,
- (2) Sfera acestui concept este nevidă,
- (3) În conținutul conceptului intervin atât note generale, cât și note specifice, la fel ca la orice alt concept.
- (4) A fi *concept*, a fi *nevid*, a se exprima printr-un termen al unui limbaj etc. sunt note din conținutul general al conceptului *impredicabil*.
- (5) Printre notele generale ale oricărui concept intră și aceea că *respectivul concept se aplică lui însuși* sau că *respectivul concept nu se aplică*. Am văzut că *om* nu se aplică lui însuși, dar *pozitiv* se aplică.
- (6) Conceptele care au în conținutul lor această notă sunt „concepte de treapta a doua” (în limbajul lui Frege), adică metaconcepte. Prin urmare, *Impredicabil* este un metaconcept.
- (7) În cazul lui *impredicabil* notele indicate la punctul (5) duc la contradicții. Din supoziția că *impredicabil* se aplică lui însuși rezultă că nu se aplică și din supoziția că nu se aplică rezultă că el se aplică (ar trebui să spunem „*impredicabil* se aplică și nu se aplică lui însuși”).
- (8) Din punct de vedere al conținutului, *impredicabil* este un concept inconsistent, el generează propoziții de genul „*a* este  $F$ ” și „*a* este non- $F$ ” sau, mai simplu, „*a* este  $F$  și non- $F$ ”. Din punct de vedere al sferei el este, totuși, un concept consistent.
- (9) Având în vedere că *impredicabil* întrunește concomitent condițiile conceptelor consistente și inconsistente, vom spune despre el că este un concept *paraconsistent*.

Prima specie de conceptele paraconsistente conține, așadar, conceptele paradoxale de genul paradoxului lui Russell. Dacă această specie mai conține și alte concepte, vreau să spun alte concepte contradictorii dar nevide, rămâne de discutat.

Se spune că o teorie în care s-a demonstrat o contradicție este o teorie în care se poate demonstra, practic, orice. Principiul atribuit lui Pseudo-Scotus, *ex falso quodlibet*, subliniază această proprietate a contradicției – aceea de a implica orice

propoziție, de orice fel ar fi ea. Logica paraconsistentă arată, însă, că nu toate contradicțiile sunt la fel, că principiul *ex falso quodlibet* este valabil pentru unele contradicții și mai puțin valabil sau chiar nevalabil pentru altele. Acestea din urmă sunt numite *contradicții netriviale* spre deosebire de primele care sunt apreciate ca *triviale*. Firesc ar fi atunci, ca și conceptele contradictorii să se împartă în triviale și netriviale după natura contradicției pe care o conțin ele. În cazul nostru, sfera conceptului *impredicabil* este nevidă, deci contradicția lui este una netrivială, deci conceptul însuși este netrivial.

### 5.1.1. Despre structura (schema) conceptuală a unei teorii

Întrebare: teoriile care permit construirea unor astfel de concepte paradoxale (v. teoria mulțimilor) se sustrag principiului *ex falso quodlibet* doar prin faptul că sfera acestor concepte este nevidă? Reformulez întrebarea: este suficient ca sfera unui concept contradictoriu să fie nevidă pentru ca efectele inconsistenței lui să se atenueze până la dispariție?

După părerea mea răspunsul nu trebuie căutat doar în concept, ci și în teorie. Vreau să spun că dacă un concept implică (sau conține) o contradicție, nu este obligatoriu ca teoria să-și „asume” contradicția conceptului, s-ar putea foarte bine întâmpla ca această contradicție să rămână „exterioară” teoriei. Principiul *ex falso quodlibet*, deși valabil, nu mai caracterizează „comportamentul” logic al teoriei relativ la o asemenea contradicție.

Rezolvarea problemei presupune, prin urmare, două etape: a) se analizează mai întâi conceptul după sfera și conținutul lor pentru a identifica genul de concept cu care avem de-a face; b) se analizează conceptul din punctul de vedere al poziției lui în *structura conceptuală* a teoriei. Primul pas merge de la concept înspre teorie, al doilea de la teorie spre concept.

Așa cum am spus, cel de al doilea pas ne face atenți asupra sintagmei „structura conceptuală a unei teorii”. Ce este sau cum s-ar putea înțelege această structură?

Fie  $a_1, a_2, a_3, \dots$  conceptele unei teorii  $T$  la un moment dat (mă refer la conceptele specifice teoriei și nu la concept în general). Propoziția sau, mai general, expresia în care apare un concept  $a_i$  o voi numi *contextul conceptului*  $a_i$ . În teoria mulțimilor, de exemplu, propoziția prin care se definește relația de incluziune este un context pentru conceptul specific de *apartenență*. Ca să fie și mai clar: context este orice loc în care este folosit un concept la un moment dat. Se înțelege că pot exista contexte mai mari sau mai mici, contexte de contexte, subcontexte și așa mai departe. Pentru a simplifica lucrurile voi introduce relativ la context, conceptul topologic de *vecinătate* pe care îl simbolizăm cu  $J$ . Dacă  $A$  și  $B$  sunt contexte, relația „ $J(A) = B$ ” exprimă faptul că  $B$  este vecinătatea lui  $A$ . Relația  $J$  are proprietatea

$$(18) \quad JJ(A) = J(A)$$

Să presupunem că  $J(A) = B$  și  $J(B) = C$ . Substituindu-l în a doua expresie pe  $B$  cu  $J(A)$  obținem  $JJ(A) = C$  care se reduce, conform cu (18), la  $J(A) = C$ . Cu alte cuvinte, vecinătatea vecinătății unui concept  $A$  este o vecinătate a lui  $A$ .

Familia tuturor contextelor  $\{A_i\}_{i \in I}$  pentru care se poate defini o vecinătate  $J$  formează o *categorie*. Mai simplu: o categorie  $\Gamma$  este totalitatea contextelor asociate aceleiași vecinătăți:

$$(19) \quad \Gamma = \{\{A_i\}_{i \in I}, J\}$$

Două categorii  $\Gamma_1$  și  $\Gamma_2$  sunt identice dacă au la bază aceeași vecinătate, altfel, ele sunt diferite (aceleași concepte pot forma categorii diferite dacă vecinătățile lor sunt diferite). Un concept oarecare  $x$  aparține unei categorii  $\Gamma$  dacă există cel puțin un concept  $y$  în  $\Gamma$  pentru care are loc relația  $J(x) = y$ . Altfel spus, un concept  $x$  aparține unei categorii  $\Gamma$  dacă în  $\Gamma$  există cel puțin o vecinătate pentru  $x$ . Dacă o asemenea vecinătate nu există spunem că  $x$  nu aparține lui  $\Gamma$  sau că  $x$  este *liber* față de  $\Gamma$ .

Mulțimea tuturor categoriilor pe care le determină conceptele unei teorii  $T$  precum și relațiile dintre aceste categorii formează *schema* (*structura*) *conceptuală* a teoriei  $T$ . Se înțelege că putem face abstracție de relațiile și operațiile dintre categoriile unei scheme conceptuale redând acea schemă sub forma unei simple mulțimi:  $\Sigma_T = \{\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \dots\}$ .

Într-o schemă conceptuală un concept poate fi mai mult sau mai puțin liber, el are diferite grade de libertate în funcție de apartenențele lui la categoriile ce alcătuiesc respectiva schemă conceptuală. Gradul de libertate al unui concept este cu atât mai mare cu cât aparține la mai puține categorii. Într-o scară de la 0 la 1, libertatea de grad 1 atribuită unui concept exclude acel concept din schema teoriei (un concept cu gradul de libertate 1 nu aparține limbajului teoriei, el este un caz limită).

Este puțin probabil ca un concept să aparțină unei singure categorii, dar să admitem, de dragul discuției, că așa ar sta lucrurile. Chiar dacă acest concept este contradictoriu și chiar dacă contradicția pe care o angajează el are proprietatea *ex falso sequitur*, dat fiind că el este un concept liber, această proprietate nu se va impune în nici un fel teoriei. Efectul contradicției rămâne aici unul local pentru că, asemenea unui organism viu, teoria își pune în mișcare propriile sale mijloace de protecție. Și unde ar acționa aceste mijloace de protecție dacă nu în schema sau structura conceptuală a respectivei teorii? Nu este de mirare deci, că logica paraconsistentă își propune să pătrundă în structurile „de adâncime” ale teoriilor, structuri pe care le descrie în termenii unor sisteme formale specifice (v. sistemele  $C_n$  construite de Newton da Costa sau alte sisteme de logică paraconsistentă).

Cu aceste precizări revenim la problemele noastre. Întrebarea era ce loc ocupă un concept paradoxal în structura conceptuală a unei teorii și ce efecte poate avea el aici? Pentru teoria mulțimilor, ca să rămânem la același exemplu, conceptul de *mulțime a mulțimilor care nu se conțin pe sine* (paradoxul lui Russell exprimat într-o altă formă) are, probabil, un grad de libertate mai mare decât oricare alt concept al teoriei. De unde știm acest lucru? În teoria mulțimilor, ca în orice altă teorie științifică, se definesc foarte multe concepte, dar care dintre ele presupune un concept cum este conceptul de *mulțime a mulțimilor care nu se conțin pe sine*? Concepte precum: *majorand*, *minorand*, *margină superioară*, *margină inferioară* etc. nu sunt dependente în nici un fel de mulțimea mulțimilor care nu se conțin pe sine. Am putea spune că pentru structura conceptuală a teoriei mulțimilor acest concept este o entitate la fel de exotică cum este pentru o organizație profesională, să zicem, bărbierul care îi bărbiereste pe toți cei care nu se bărbieresc singuri (forma populară a paradoxului lui

Russell). Deși ne putem întreba dacă respectivul bărbier se bărbierește sau nu singur, mă îndoiesc, totuși, că statutul unei asemenea organizații profesionale, presupunând că ar exista una, și-ar pune astfel de probleme.

Contradicția teoriei mulțimilor este, prin urmare, una *pasivă*, în mod obișnuit ea nu va genera absurdități precum  $\{\emptyset\} \subset \emptyset$ ,  $a \in a$  sau altele de acest fel. Că există și *contradicții active* care pot avea ca efect dezorganizarea logică a teoriilor este deja o altă problemă.

## 5.2. Concepte vide dar necontradictorii

Cea de-a doua specie de concepte paraconsistente este formată din concepte vide ca sferă, dar al căror conținut este, totuși, necontradictoriu. Întâlnim și aici condițiile conceptelor consistente și inconsistente, deși într-o altă formă și cu altă finalitate.

Acestui gen de paraconsistență i se subsumează mai multe tipuri de concepte, însă pentru început mă voi referi la conceptele ideale pe care le găsesc oarecum mai reprezentative. *Mișcare rectilinie și uniformă, corp absolut alb* (sau *absolut negru*), *ciocnire perfect elastică, gaz ideal*, sunt câteva exemple foarte simple de astfel de concepte. Observăm că cele mai multe sunt formate cu adjective ca *perfect*, *total*, *absolut* și chiar *ideal* ceea ce subliniază din capul locului că este vorba de concepte cu un specific aparte. În general, aparțin limbajului științific, însă pot fi întâlnite uneori și în vorbirea curentă (v. *student model, bărbat ideal, femeie perfectă* etc.).

Conceptele ideale corespund unor cazuri limită, cazurile spre care tind lucrurile fără însă a le atinge vreodată. Deși nu există în realitate, din motive teoretice sau/și pragmatice noi le tratăm ca și când ar exista. Aceste „cazuri limită” care întruhidează la modul ideal trăsăturile obiectului real sunt descrise de conceptele ideale, iar obiectele corespunzătoare lor se numesc, de asemenea, *obiecte ideale*.

Să luăm exemplul corpului total sau absolut negru din fizică. Spunem, în general, că un corp este alb sau negru după cum respinge sau absoarbe el radiația electromagnetică. Un corp alb respinge cea mai mare parte a acestei radiații absorbind doar o mică parte, iar corpul negru absoarbe cea mai mare parte a radiației și reflectă doar o mică parte. Corpul absolut (sau total negru) este cel care absoarbe în întregime radiația electromagnetică, iar corpul absolut alb reflectă în întregime radiația electromagnetică. Dar există așa ceva în realitate? Evident nu, pentru că dacă ar exista, ele ar ieși de sub incidența conceptelor noastre obișnuite de *corp alb* sau de *corp negru*. Corpul absolut negru, de pildă, este imaginat de către fizicieni ca o cavitate cu pereți absorbant și neregulați astfel că o rază de lumină odată intrată înăuntru nu mai poate fi reflectată în afară. Este clar, însă, că un astfel de corp nu cade sub conceptul nostru comun de *negru* (sau de *corp negru*). Ar trebui deci, să spunem că un corp absolut negru nu este corp negru ceea ce poate suna paradoxal, dar este cât se poate de adevărat. Prin urmare, din punct de vedere al sferei, conceptul de *corp absolut negru* este un concept vid, ca și conceptul de *corp absolut alb*. El nu este totuși un concept contradictoriu.

Cum se explică importanța cu totul excepțională a acestor concepte în știință? Aici intră în scenă ideea de obiect al conceptului despre care am vorbit într-un capitol

anterior. Principiul este următorul. La nivelul obiectelor ideale se stabilesc tot felul de corelații exprimabile, cel mai adesea, într-un limbaj matematic. Corelațiile stabilite în condițiile idealizării sunt aplicate, apoi, situațiilor reale în care, de fapt, își au punctul de plecare respectivele idealizări. Sigur că rezultatul obținut este diferit față de cazul ideal, însă aceste diferențe sunt atât de mici încât ele devin neglijabile din punct de vedere practic. Cu cât idealizările noastre sunt mai rafinate cu atât apropierea de realitate este mai mare și deci partea neglijabilă mai mică.

Conceptele ideale pot fi subsumate următorului tip de raționament:

$$(20) \quad \frac{F(a^*)}{a \equiv a^*} \\ F[a]$$

Cu alte cuvinte, dacă obiectul ideal  $a^*$  satisface o proprietate  $F$ , și dacă obiectul  $a$  este particularizarea (realitatea) lui  $a^*$ , atunci și  $a$  va satisface proprietatea  $F$ . Dar  $a$  îl satisface pe  $F$  într-un alt mod decât  $a^*$ , fapt pentru care am preferat notația „ $F[a]$ ” în loc de „ $F(a)$ ” cum ar fi fost normal (amatorul de logică recunoaște în acest raționament schema lui Leibniz într-o formă ușor modificată).

Premisa minoră indică relația dintre obiectul real și obiectul ideal corespunzător lui. Nu este relație de identitate ca în schema lui Leibniz ci o relație „de aproximare”. Vreau să spun că obiectul  $a$  este cel mai apropiat ca formă de realizare (întruchipare) de obiectul ideal  $a^*$  pe care, însă, nu-l poate reproduce în totalitate. Dacă ar fi să punem problema în termenii platonismului clasic, am spune că dacă  $a^*$  este ideea de negru,  $a$  este lucrul care „participă” la această idee.

Așa cum am spus, între  $F(a^*)$  și  $F[a]$  există întotdeauna o diferență de care va trebui să facem abstracție. Principiul idealizării, ca principiu constitutiv al științei moderne, atrage după sine un alt principiu, mai degrabă metodologic decât strict logic, dar care nu este mai puțin important – principiul neglijabilității practice.

Să considerăm, pentru exemplificare, că  $v$  este viteza reală a unui mobil și  $v^*$  viteza sa calculată după relația „ $V = S/T$ ”. Mișcarea presupusă de această relație este rectilinie și uniformă (concept ideal), în timp ce mișcarea reală a mobilului nostru este una accelerată. Înseamnă, deci, că între viteza reală și cea calculată există o diferență de care suntem nevoiți să facem abstracție, să o neglijăm. O formulă mai bună de calcul va face ca partea neglijabilă să fie mai mică, însă, teoretic vorbind, o diferență va exista întotdeauna.

O dată lămurite aceste lucruri, putem reconsidera sfera conceptelor ideale astfel încât ea să nu ne mai apară ca o sferă vidă. Presupunând, de exemplu, că  $A$  este un concept ideal și  $a^*$  obiectul său, sfera lui  $A$  poate fi concepută ca fiind alcătuită din acele obiecte  $x$  pentru care are loc  $A[x]$ . Sfera conceptului *corp perfect negru* nu poate fi atunci decât mulțimea corpurilor negre (fiecare obiect real este o realizare mai mult sau mai puțin reușită a obiectului ideal). Privite astfel, conceptele ideale acoperă doar obiectele pe care le „idealizează” ele și numai pe acestea.

Înrudite cu conceptele ideale însă diferite, totuși, de acestea sunt conceptele abstracte. În esență, ele constau în detașarea unora dintre proprietățile lucrurilor și tratarea lor mai departe ca lucruri (*reificare*, se numește procesul). De exemplu, dacă un lucru  $a$  are proprietatea alb, să zicem, atunci *albeață* va fi un concept abstract, el se

referă la proprietatea lucrului ca și când ar fi ea însăși un lucru. De la proprietățile *solid*, *maleabil*, *poros* formăm concepte abstracte precum *soliditate*, *maleabilitate*, *porozitate*. Două operații intervin aici: a) abstractizarea (se reține doar proprietatea considerată făcându-se abstracție de tot restul), și b) reificarea proprietății (tratarea ei ca lucru).

Dacă conceptele ideale intervin cu precădere în științele factuale, conceptele abstracte intervin mai ales în științele formale. Adevărul și falsul, de exemplu, sunt concepte abstracte în logică. Nu există adevăr ca atare, așa cum nu există fals ca atare, ci doar propoziții adevărate, respectiv, propoziții false. Rațiuni de ordin științific ne îndeamnă, totuși, să facem abstracție de propozițiile propriu-zise și să reținem doar aceste proprietăți logice ale propozițiilor pe care le tratăm ca pe entități independente folosind pentru desemnarea lor diverse simboluri. În expresiile „ $(f \& p) = f^*$ ”, „ $v \& p = p^*$ ” simbolurile  $v, f$  corespund adevărului și falsului considerate ca obiecte abstracte.

Cum este sfera conceptelor abstracte vidă sau nevidă? Normal, ea ar trebui să fie vidă ca și în cazul conceptelor ideale. Dacă o apreciem, totuși, ca nevidă, atunci va trebui să vedem ce statut au obiectele ce alcătuiesc această sferă pentru că este clar din capul locului că ele nu sunt de același fel cu obiectele din care au fost abstrase.

Am vorbit într-o altă lucrare despre *ontologia* conceptului. Așa cum văd eu lucrurile, problema poate fi pusă relativ la concept și atunci vorbim despre ontologia unui concept anume, sau poate fi pusă cu privire la concept în general. Și într-un caz și în celălalt întrebarea este: ce obiecte presupune conceptul pentru ca el să poată fi aplicat în mod logic? O atare ontologie trebuie să facă loc și obiectelor abstracte și să explice, la fel ca în cazul obiectelor ideale, ce sunt, de unde provin și ce importanță prezintă ele.

Matematica operează aproape în exclusivitate cu concepte abstracte. *Triunghi*, de pildă, este un concept abstract; la fel, *număr*, *mulțime*, *funcție* etc.

Care este sfera conceptului *triunghi*, din ce se compune ea? Neexistând triunghiuri ci doar corpuri de formă triunghiulară, primul răspuns ar fi că această sferă este vidă. Am putea spune, eventual, că în sfera conceptului intră figurile geometrice numite „triunghi”, figuri ce pot fi realizate în diverse moduri. Numai că și figurile sunt tot un fel de „corpuri” (mai general, obiecte) și atunci ajungem de unde am plecat. În plus, proprietățile geometrice ale triunghiului nu depind de particularitățile fizice ale figurii, ele sunt peste tot și mereu aceleași. Faptul că unghiul exterior triunghiului este egal cu suma unghiurilor interioare nealăturate lui, ca să iau un exemplu elementar, nu depinde de faptul că un triunghi este mai mare sau mai mic (la scara obișnuită, evident), sau că este desenat cu roșu sau cu albastru sau de alte caracteristici de acest fel. Proprietatea este valabilă pentru *triunghi în general* și ce este valabil pentru cazul general este valabil și în particular (pentru un anumit triunghi). Dar „triunghi în general” este deja un obiect abstract și atunci conceptul nostru pare a fi mai degrabă unul singular. Putem proceda și aici ca în cazul conceptelor ideale spunând că sfera conceptului *triunghi* cuprinde toate lucrurile de formă triunghiulară sau care prin diferite procedee ar putea fi reduse la o asemenea formă.

Ne întrebăm, firește, ce relevanță prezintă aceste lucruri pentru genul de paraconsistență discutat aici? Faptul cel mai important pe care vreau să-l subliniez este că deschiderea unui concept spre inconsistență este cu atât mai mare cu cât respectivul concept este mai abstract. În teoria mulțimilor, bunăoară, care a devenit „domeniul de

referință“ al paraconsistenței, concepte precum *mulțimea vidă* sau *mulțimea totală* (*universală*) sunt concepte abstracte cu vădite trăsături inconsistente. Însăși expresia de „mulțime vidă“ este o expresie contradictorie. În limbajul obișnuit ea s-ar traduce prin „ceea ce conține mai multe lucruri, dar nu conține niciunul“! Există, apoi, o serie de proprietăți ale acestei mulțimi, de pildă  $\emptyset \subset \emptyset$  care, de asemenea, contravin logicii obișnuite. De vreme ce este vidă, normal ar fi fost ca ea să nu conțină nimic (nu poate fi mulțime vidă o mulțime în care s-a inclus totuși ceva, indiferent ce este acest „ceva“). Și mai stranie este mulțimea potențială  $P(\emptyset)$  care înseamnă mulțimea părților lui  $\emptyset$ . Fiind prea obișnuiți cu formalismul teoriei mulțimilor noi nu ne mai dăm seama de conținutul unora dintre simboluri operând cu ele oarecum mecanic. Spunem simplu că  $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$  dar cum se „traduce“ în limbajul obișnuit mulțimea  $\{\emptyset\}$ ? Răspunsul exact este acesta: „mulțimea ce cuprinde mulțimea ce nu cuprinde nimic“. Cu greu s-ar putea explica omului de rând că această mulțime nu este ea însăși vidă.

Mai departe. Din mulțimea vidă și din axioma mulțimii potențiale se construiește succesiunea de mulțimi:  $\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \dots$  care stă la baza șirului numerelor naturale. Numărul zero, de pildă, este mulțimea tuturor mulțimilor echivalente cu  $\emptyset$ ; *unu* este mulțimea mulțimilor echivalente cu  $\{\emptyset\}$  și așa mai departe. Din numere și operații cu numere se formează alte abstracții care fac obiectul matematicilor superioare – diferite tipuri de structuri, de funcții, spații etc. Să înțelegem atunci că întreaga matematică stă pe baze inconsistente? Afirmatia mi se pare excesivă cu toate că, trebuie să recunoaștem, o problemă există aici.

Conceptul de *mulțime* este un concept abstract prin excelență. În obținerea acestui concept operația abstractizării acționează în dublu sens: a) se face abstracție de natura concretă a elementelor și b) se face abstracție de raporturile concrete dintre elemente. Ceea ce se reține este un singur lucru: apartenența sau neapartenența la mulțime. Dar mulțimile pot fi mai mari sau mai mici (în sensul de mai cuprinzătoare sau mai puțin cuprinzătoare) și, atunci, din aproape în aproape dăm peste cazurile limită – mulțimea cea mai cuprinzătoare (mulțimea universală sau totală) și mulțimea cea mai puțin cuprinzătoare (mulțimea vidă). Am revenit astfel la operația idealizării care, așa cum am mai spus, întâlnește aici operația abstractizării. Aceasta înseamnă că față de conceptul abstract *mulțime*, conceptele de *mulțime vidă*, respectiv, *mulțime universală* sunt concepte ideale (tot concept ideal este *punctul la infinit* față de conceptul abstract *punct*).

Se întâmplă de multe ori ca aceste concepte ideale, corespunzătoare unor astfel de cazuri limită, să devină „terenul“ de manifestare al unor contradicții, inclusiv al contradicțiilor paradoxale discutate în paragraful precedent. Paradoxul lui Cantor, de pildă, unul dintre primele paradoxuri ale teoriei mulțimilor, angajează conceptul de *mulțime totală* (*universală*) care este un concept limită. Tot o astfel de limită intervine și în paradoxul lui Russell (*mulțimea tuturor mulțimilor care nu se conțin pe sine*). Conceptul de *mulțime vidă* este un alt concept limită care, deși neparadoxal, are, cum s-a văzut, proprietăți care îl scot din rândul conceptelor obișnuite (în structura conceptuală a teoriei cele două concepte au grade de libertate diferite). Paradoxul lui Gödel indică limitele demonstrabilității, în timp ce paradoxul lui Richard, Berry ș.a. exprimă limitele definibilității.

Față de conceptele obișnuite, conceptele limită au un comportament logic diferit, paradoxul nefiind decât forma extremă de manifestare a acestor diferențe.



Problema a fost semnalată la noi de către Gh. Enescu, însă poate fi întâlnită și la logicieni din alte spații culturale. Așa cum am arătat și cu altă ocazie, Enescu reia în abordarea acestor probleme unul dintre principiile de bază ale dialecticii (dincolo de limitele domeniilor lor proprii opozițiile polare își pierd sensul transformându-se unele în altele: mulțime = element, adevăr = fals, predicabil = impredicabil, se conține = nu se conține, există = nu există etc.). Este ceea ce numește Enescu „mecanismul dialectic al contradicțiilor”<sup>6</sup>.

Independent de Enescu și la mult timp după el, Graham Priest redescoperă ideea de limită a gândirii ca „loc” și „mod de manifestare” al contradicției (autorul vorbește despre „contradicții adevărate” desemnând cu termenul „dialetheism” concepția filosofică ce recunoaște existența unor astfel de contradicții). În cartea sa *Beyond The Limit of Thought*, el identifică patru limite ale „proceselor conceptuale”, și anume: limitele exprimării, iterării, descrierii și cunoașterii. Paradoxul conceptului, de exemplu, prezentat în subcapitolul 1 al acestui capitol, ne apare în tipologia lui G. Priest ca un paradox al exprimării. Teza lui G. Priest este că aceste limite sunt *dialetheice*, ele reprezintă locul (subiectul) contradicțiilor adevărate (de fiecare dată contradicția se datorează faptului că procesul conceptual a depășit limita).

În *concluzie* putem spune că:

1) Există concepte vide deși necontradictorii provenite, în principal, din rândul conceptelor abstracte și ideale. S-ar mai putea adăuga aici și unele concepte filosofice cum ar fi: *materie, spațiu, timp* etc. a căror sferă este, de asemenea, vidă (nu putem spune despre un lucru anume că el ar fi *spațiul* sau că ar fi *materie*). Pentru că nu pot fi predicate în modul obișnuit am putea numi aceste concepte „nepredicative” (termenul este oarecum impropriu pentru că predicția ține de însăși esența conceptului). Să mai adăugăm că aceste concepte nu au nici definiții predicative corespunzătoare ceea ce, iarăși, le scoate din rândul conceptelor obișnuite (aceeași situație am întâlnit-o la conceptul de *concept*).

2) Deși sunt vide ca sferă, în anumite condiții pot fi considerate nevide (sfera lor în acest caz nu cuprinde obiecte la întâmplare ci obiecte de un anumit fel). Lucru foarte important, aceste concepte nu sunt consecințele neintenționate ale proceselor de „logicizare” prin care poate trece o știință la un moment dat, ci sunt parte componentă a acestor procese.

3) Împinse dincolo de limitele domeniului lor propriu, aceste concepte au „manifestări” contradictorii putând lua forma unor veritabile paradoxuri. Ne-am obișnuit să limităm termenul „paradox” la domeniul logicii și matematicii, însă paradoxuri au apărut și în alte științe (de exemplu: în fizică) ceea ce înseamnă că fenomenul este mult mai general.

<sup>6</sup> Enescu, Gh., *Paradoxurile logico-matematice și procesul cunoașterii*, în Gh. Enescu, *Paradoxuri. Sofisme. Aporii*, Editura TEHNICĂ, 2003, p. 154.

### 5.3. Concepte provenite din concepte contrare

Primele două specii de paraconsistență ne-au adus în fața unor concepte relativ cunoscute. În continuare vom discuta o formă de paraconsistență realizată de un gen mai aparte de concepte pe care nu o regăsim în clasificările tradiționale ale logicii conceptului. În lipsa unui termen mai potrivit le-am numit „concepte provenite din concepte contrare”.

Știm din logica generală că două concepte  $A$  și  $B$  sunt contrare (sau sunt în raport de contrarietate) dacă ele nu pot fi afirmate, dar pot fi negate despre unul și același obiect. Nu putem spune despre o figură geometrică, de pildă, că este triunghi și pătrat, în schimb, s-ar putea să nu fie nici una nici alta, să fie trapez, de exemplu. Notăm raportul de contrarietate a două concepte cu „ $\sigma$ ” și introducem mai departe definiția:

$$(21) \quad (A \sigma B) =_{df} (x) [\overline{A(x)} \& \overline{B(x)}]$$

Deducem din definiție că oricare ar fi obiectul  $x$ , dacă  $x$  este  $A$  atunci el nu este  $B$ , și dacă  $x$  este  $B$ , atunci el nu este  $A$ . Simbolic:

$$(22) \quad (x) [A(x) \rightarrow \overline{B(x)} \& B(x) \rightarrow \overline{A(x)}]$$

Conceptele contrare sunt speciile aceluiași gen, prin urmare, dacă există două concepte  $A$ , și  $B$  care verifică definiția (21) și consecința ei (22), sau invers, atunci există un concept  $C$  care este genul celor două concepte  $A$  și  $B$ . Aceasta înseamnă că atât  $A$  cât și  $B$  îl implică pe  $C$ , nu și invers. Dacă  $A$  și  $B$  sunt singurele specii ale lui  $C$  atunci  $C$  îl implică pe  $A$  sau  $B$ . În general, dacă  $A_1, \dots, A_n$  sunt speciile lui  $C$ , atunci  $C$  va implica disjuncția tuturor speciilor sale („ $a$  este  $C$ ” înseamnă „ $a$  este  $A_1$  sau  $A_2$  sau ...  $A_n$ ”).

Să presupunem în continuare că  $F$  este notă din conținutul conceptului  $A$ , iar  $G$  este notă din conținutul conceptului  $B$ . Întrucât  $A$  și  $B$  sunt concepte contrare se pune problema cum vor fi din punct de vedere logic conceptele  $AB$ ,  $AG$ ,  $BF$  și  $FG$ ?

Poate că cititorul va fi surprins de modul în care am format aceste concepte de aceea voi apela, din nou, la autoritatea lui Frege pentru a arăta cum poate fi format un concept plecându-se de la alte concepte. În studiul său *Despre concept și obiect*, Frege face următoarea afirmație:

Dacă obiectul  $\Gamma$  are proprietățile  $\Phi$ ,  $X$  și  $\Psi$ , eu le pot strânge într-una singură  $\Omega$ , astfel încât va fi același lucru dacă spun că  $\Gamma$  are proprietatea  $\Omega$  sau dacă spun că  $\Gamma$  are proprietățile  $\Phi$ ,  $X$  și  $\Psi$ . Spun atunci că  $\Phi$ ,  $X$  și  $\Psi$  sunt note ale conceptului  $\Omega$  și, în același timp, proprietăți ale lui  $\Gamma$ <sup>7</sup>.

În exemplul lui Frege, *a fi număr pozitiv*, *a fi număr întreg* și *a fi mai mic ca 10* sunt note ale conceptului *număr întreg pozitiv mai mic ca 10*; ele sunt, totodată, și proprietăți ale obiectului 2. Notele, în cazul de față, apar în însăși expresia conceptului însă nu întotdeauna lucrurile stau în acest fel. De exemplu, *a fi paralelogram* și *a avea*

<sup>7</sup> G. Frege. op. cit. p. 300.

un unghi drept sunt note ale conceptului *dreptunghi*, însă aceste note nu mai apar în expresia conceptului ca în exemplul lui Frege. Din punct de vedere logic, situația este însă aceeași pentru că este tot una a spune despre un patrulater că este dreptunghi sau că este paralelogram cu un unghi drept.

Să revenim acum la subiect. Am spus că *A* și *B* sunt concepte contrare, iar *F* și *G* note din conținutul acestor concepte. Repet întrebarea: cum sunt din punct de vedere logic conceptele *AB*, *AG*, *BF*, și *FG*?

Să le luăm pe rând. Conceptul *AB* nu poate fi decât vid, chiar logic vid. Presupunând că este nevid, un obiect *a* din sfera lui *AB* ar trebui să fie atât *A*, cât și *B* ceea ce contravine definiției întrucât *A* și *B* sunt concepte contrare. În privința celorlalte concepte este de discutat. Dacă *F* și *G* sunt note generale (v. definiția conținutului general), atunci *AG*, *BF* și *FG* sunt sigur nevide. Dacă sunt, însă, note specifice sau note de un alt fel atunci, este de presupus că ele vor fi din nou vide.

Pentru exemplificare să considerăm că *A*, *B* sunt conceptele *triunghi* și *pătrat*. *AB* va fi conceptul vid *triunghi pătrat*. Dacă *F* este nota *poligon* și *G* nota *figură geometrică*, adică note generale din conținutul celor două concepte, atunci *AG*, *BF* și *FG* sunt conceptele: *triunghi figură geometrică* (stilizat, *figura geometrică triunghi*), *poligon pătrat*, *figură geometrică poligon*, toate, concepte nevide. Dacă, în schimb, *F* și *G* sunt note specifice din conținutul celor două concepte, să zicem, *a avea suma unghiurilor de 180 de grade* și *a avea diagonalele egale*, atunci obținem alte concepte, respectiv, *triunghi cu diagonale egale*, *pătrat cu suma unghiurilor de 180 de grade* și *figură (eventual poligon) cu diagonalele egale și cu suma unghiurilor de 180 de grade*. Toate sunt concepte vide.

S-ar părea că aceasta este regula conceptelor provenite din concepte contrare. Și totuși...

Dacă *A* este conceptul *mamifer* și *B* conceptul *pasăre*, regula de mai sus pare a nu mai fi valabilă. La fel, dacă *A* este conceptul *metal* și *B* un alt concept în conținutul căruia intră nota *lichid*.

Printre notele conceptului *mamifer* este și aceea de a naște pui vii, iar printre notele conceptului *pasăre* este și aceea de a fi zburător. La rândul lui, conceptul *metal* implică proprietatea de a fi *solid*. Înseamnă, deci, că printre conceptele *AG*, *BF* și *FG* vom întâlni concepte precum: *mamifer care zboară*, *animal care zboară și naște pui vii*, *metal lichid* etc. Este clar că unele dintre ele nu sunt vide, ceea ce înseamnă că regula conceptelor contrare în astfel de cazuri nu se mai aplică sau se aplică într-un mod mult mai particular.

**Prima întrebare:** cum se explică din punct de vedere logic faptul că aceste concepte, în ciuda tuturor aparențelor, sunt, totuși, concepte nevide?

**A doua întrebare:** dacă conceptele în cauză se dovedesc, până la urmă, a fi concepte de un tip mai special, ce fel de raționamente reclamă ele?

**Și o ultimă întrebare:** pot fi abordate aceste concepte în spiritul axiomelor conceptului descrise în subcapitolul 3 al acestui capitol?

Cu privire la prima problemă răspunsul este că nu putem aprecia numai după criterii logice dacă sfera unui concept este sau nu vidă (sau nu întotdeauna). În legătură cu conceptul, spunea undeva Frege, trebuie să știm dacă în sfera lui cade

ceva, și anume, ce. Dar ca să știm acest lucru s-ar putea să nu fie suficientă analiza logică a conceptelor în cauză, să fie necesare investigații de alt fel (empirice, bunăoară).

Primul pas în rezolvarea problemei noastre este să distingem conceptele formale (cele întâlnite în logică și matematică) de conceptele factuale. La rândul lor, acestea pot fi naturale, în sensul că sfera lor ia naștere prin procese și fenomene ale naturii, sau pot fi induse (iau naștere în procesul comunicării dintre oameni). De exemplu, conceptele *pasăre* și *scaun* sunt ambele factuale, dar numai primul este natural, al doilea este un concept indus din obiectele experienței zilnice.

Specia biologică este întotdeauna sfera unui concept natural. Avem aici extensiunea (clasa), aceasta este dată în mod natural, și ne străduim să-i determinăm conținutul, să vedem prin ce se caracterizează obiectele respectivei clase și numai ele. În clasificările naturale noi descoperim clasele așa cum există ele în natură, spre deosebire de clasificările artificiale unde clasele iau naștere prin însăși operația clasificării.

Natura tinde să se organizeze în clase, aceasta este una dintre legile ei fundamentale, însă clasele naturale nu sunt întotdeauna foarte bine delimitate. În lumea vie, mai ales, unde ideea de clasă pare a fi cel mai bine conturată apar de multe ori „clase intermediare” (așa-numitele „clase de trecere”). Se explică, în felul acesta, de ce există păsări sau pești care, de fapt, sunt mamifere sau mamifere cu caracteristici de reptilă și alte ciudățenii de același gen cu ele. Din punct de vedere al logicii clasice, o specie biologică cum ar fi ornitorincul (*ornithorhynchus anatinus*) este cercul pătrat din exemplele noastre. La fel echidna (*tachyglossus aculeata*) și probabil că lista trebuie lăsată deschisă. Este clar că dacă natura produce astfel de „cercuri pătrate” acest lucru poate fi cel mult consemnat, în nici un caz ignorat și, cu atât mai puțin, sancționat. Vom spune și noi împreună cu Hamlet – „sunt mai multe lucruri în cer și pe pământ decât în filosofia ta Horațiu!”. Nevoia de-a respecta acest adevăr cu valoare de principiu este cea care a împins logica spre ideea de paraconsistență și nu extravaganta unor autori care au vrut să pună o problemă mai altfel decât se pune ea în mod obișnuit.

Cu aceasta sper că am lămurit suficient ideea de „concept provenit din concepte contrare”. Ca și în cazurile anterioare voi încerca să arăt ce fel de raționamente sunt specifice acestor concepte, dacă raționamentele în cauză sunt dintre cele cunoscute sau dacă nu cumva sunt raționamente de alt gen. Mă rezum la două astfel de raționamente pe care voi încerca să le descriu în cele ce urmează.

### 5.3.1. Două raționamente specifice

Primul raționament este silogismul exceptiv, o formă de silogism în care intervin propoziții de forma „Toți  $A$  cu excepția lui  $B$  sunt  $C$ ” și „Nici un  $A$  cu excepția lui  $B$  nu sunt  $C$ ”. Conceptele  $A$  și  $C$  sunt simplu consistente, însă  $B$  este paraconsistent. În prima propoziție  $B = A \bar{C}$ , în a doua  $B = AC$ . De exemplu, „Toate metalele cu excepția mercurului sunt solide” sau „Nici un mamifer cu excepția liliacului, nu zboară”. De fiecare dată sfera subiectului este inclusă în sfera predicatului cu excepția unor cazuri. Excepțiile pot viza: a) o lege, b) o regulă, sau c) o altă situație ce poate fi descrisă în baza cuantorului universal. De exemplu, „Toate

mașinile cu excepția salvării, trebuie să oprească la culoarea roșie a semaforului“ este o excepție în raport cu norma sau convenția. Alte propoziții, de pildă, „Toți filosofi, cu excepția lui Socrate, sunt autori“ introduc excepții în raport cu anumite stări de fapt, în cazul de față situația filosofilor de a scrie cărți. Nu toate aceste excepții dau concepte paraconsistente.

Excepția se poate referi la un singur obiect sau la clase de obiecte. Acestea pot forma sau nu, după caz, sfera unor alte concepte. Dacă excepțiile cad în sfera unui alt concept, respectivul concept poate avea mai multe specii sau poate fi un concept simplu. *Mercur*, de exemplu, nu are specii (în sensul logic al cuvântului). Cu totul alta este situația conceptului *monotrem* din propoziția „Toate mamiferele cu excepția monotremelor sunt vivipare“. Aici excepția este concept cu mai multe specii (în sensul logic și biologic al cuvântului).

Nu-mi este foarte clar dacă putem vorbi și despre exceptive particulare gen „Unii *A* cu excepția lui *B* sunt *C*“. Propoziția „Unele capitale europene cu excepția Bucureștiului sunt murdare“ nu este un mod tocmai obișnuit de a ne exprima. Corect ar fi: „Unele capitale europene, dar nu Bucureștiul, sunt murdare“, însă aceasta nu este o propoziție exceptivă, ci exclusivă. Toate propozițiile exceptive sunt propoziții exclusive; nu și invers.

Propozițiile exceptive sunt invocate sporadic în literatura logică, ele nu au reținut în mod special atenția logicienilor. Unul dintre puținii autori care le discută este P. Hurley în tratatul său *A Concise Introduction to Logic*. Aici propozițiile exceptive sunt menționate la capitolul standardizare, fiind considerate cazuri non-standard ale propozițiilor de predicatie. Autorul ia în discuție forma „Numai *B* este *C*“ care, într-adevăr, poate fi redată prin „Toți *B* sunt *C*“, însă de aici nu ne dăm seama că *B* este o excepție a lui *A*. Ideea de a transcrie aceste forme prin propoziții condiționale (dacă *x* este *B* atunci *x* este *C*) deplasează problema fără să o rezolve. Este interesant de remarcat că autorul distinge, totuși, propozițiile exceptive de propozițiile exclusive.

### 5.3.1.1. Silogistica exceptivă

Fără a face o teorie a propozițiilor exceptive voi încerca unele aprecieri în legătură cu raționamentele care au la bază aceste propoziții cum ar fi raționamentul silogistic, de exemplu, sau raționamentele (inferențele) imediate. Numesc această teorie *silogistica exceptivă*.

Prima mea observație este că propozițiile exceptive nu respectă raporturile pătratului logic. Din universală exceptiv afirmativă, de pildă, se deduce particulara negativă „Unii *A* nu sunt *C*“, iar din exceptiva negativă se deduce particulara afirmativă „Unii *A* sunt *C*“. Chiar și numai aceste fapte sunt suficiente pentru a modifica substanțial logica propozițiilor de predicatie. Nici silogismul, însă, nu mai rămâne același, de pildă, modul *Barbara* din figura întâi va avea două forme în funcție de numărul premiselor exceptive:

Toți *A* cu excepția lui *B*, sunt *C*,  
Toți *D* sunt *A*, deci  
Toți *D*, cu excepția lui *B*, sunt *C*.

Toți *A*, cu excepția lui *B*, sunt *C*,  
Toți *D*, cu excepția lui *E*, sunt *A*, deci  
Toți *D*, cu excepția lui *B* și *E* sunt *C*.

Alte două moduri exceptive în figura întâi provin din modul Celarent:

|   |  |
|---|--|
| Nici un $A$ , cu excepția lui $B$ , nu este $C$ . | Nici un $A$ cu excepția lui $B$ , nu este $C$ .          |
| Toți $D$ sunt $A$ , deci                          | Toți $D$ cu excepția lui $E$ sunt $A$ , deci             |
| Nici un $D$ cu excepția lui $B$ nu este $C$ .     | Nici un $D$ , cu excepția lui $B$ și $E$ , nu este $C$ . |

În modurile în care una din premise este particulară, de pildă *Darii* sau *Ferio*, concluzia nu este exceptivă, ci exclusivă:

|  |   |
|--|---|
| Toți $A$ cu excepția lui $B$ sunt $C$    | Nici un $A$ cu excepția lui $B$ nu este $C$ , |
| Unii $D$ sunt $A$ , deci                 | Unii $D$ sunt $A$ , deci                      |
| Unii $D$ , care nu sunt $B$ , sunt $C$ . | Unii $D$ , care nu sunt $B$ , nu sunt $C$ .   |

Forme interesante dau modurile cu premise universale și concluzie particulară, așa-numitele „moduri existențiale”. Exemplificăm doar modurile exceptive obținute din *Darapti* (figura a treia):

|   |  |
|---|--|
| Toți $A$ cu excepția lui $B$ sunt $C$ , | Toți $A$ cu excepția lui $B$ sunt $C$ ,      |
| Toți $A$ sunt $D$ , deci                | Toți $A$ cu excepția lui $D$ sunt $E$ , deci |
| Unii $D$ care nu sunt $B$ sunt $C$ .    | Unii $E$ care nu sunt $B$ și $D$ sunt $C$ .  |

Silogistica exceptivă adaugă la regulile generale ale silogismului câteva reguli noi cum ar fi:

- Concluzia într-un silogism este exceptivă dacă cel puțin una din premise este exceptivă.
- Dacă ambele premise sunt exceptive, în concluzie excepțiile se însumează.
- Dintr-o premisă exceptivă și una particulară se obține o concluzie exclusivă.
- În modurile existențiale concluzia exclusivă însumează excepțiile.

Sunt reguli de primă instanță (țin de observația imediată) de aceea nu am convingerea că sunt și suficiente pentru fundamentarea teoriei. Se impune, deci, o investigație mai atentă a problemei.

### 5.3.1.2. Un raționament non-standard

În propoziția „Toți  $A$  cu excepția lui  $B$  sunt  $C$ ” accentul cade pe  $A$  care este subiectul logic al propoziției. Dacă vrem să accentuăm excepția, atunci formulăm o altă propoziție: „Deși  $B$  este  $A$ ,  $B$  nu este  $C$ ” sau „Cu toate că  $B$  este  $A$ ,  $B$  nu este  $C$ ”. Prima propoziție o implică pe a doua; nu și invers. De exemplu: „Cu toate că mercurul este metal, mercurul nu este solid”, „Deși liliacul zboară, liliacul nu este pasăre”. Acestea sunt cazuri particulare de propoziții obținute din formele „Deși  $P$ ,  $Q$ ”, sau „Deși  $P$ , non- $Q$ ”. În formularea lor pot interveni și alte expresii: „în ciuda faptului că”, „chiar dacă”, „contrar așteptărilor” etc.:

„Deși ai citit, n-ai înțeles nimic”,  
 „Cu toate că ai bani, nu ești fericit”  
 „În ciuda faptului că te-ai pregătit, ai picat examenul” etc.

Propozițiile formate în acest mod înregistrează cam aceleași genuri de excepții ca și propozițiile din prima categorie. Totuși, ele au mai degrabă aerul unor propoziții compuse formate cu operatorul „deși” care nu este un operator verifuncțional (vreau să spun că nu are o funcție de adevăr corespunzătoare).

Când este adevărată propoziția „Deși  $P$ ,  $Q$ ”? Aceasta este întrebarea.

Propoziția poate fi adevărată doar când există o regulă generală exprimată fie printr-o implicație, fie printr-o propoziție universală. Raționamentul care are la bază această regulă, cu excepția aferentă ei, este unul non-standard:

(23) Oricare ar fi  $x$ , dacă  $x$  este  $A$ ,  $x$  este  $B$ .

Deși  $a$  este  $A$ ,  $a$  nu este  $B$ .

Același raționament reformulat cu propoziția universală:

(24) Toți  $A$  sunt  $B$ ,

Cu toate că  $a$  este  $A$ ,  $a$  nu este  $B$ .

Ca și în cazurile precedente,  $A$  și  $B$  sunt concepte simplu consistente, în schimb,  $A \bar{B}$  este paraconsistent.

Raționamentul nostru este opusul silogismului clasic pentru că din premisele „Toți  $A$  sunt  $B$ ” și „ $a$  este  $A$ ”, rezultă logic „ $a$  este  $B$ ”. Or, în cazul de față lucrurile stau exact invers, ceea ce obținem aici este concluzia „ $a$  nu este  $B$ ”. Este deci un alt fel de raționament, un raționament non-standard în care nu mai vorbim de premise și concluzii ci de reguli și excepții. Propoziția „Toți  $A$  sunt  $B$ ” se numește *regulă*, propoziția „ $a$  este  $A$ ” *condiție*, iar propoziția „ $a$  nu este  $B$ ” se numește *excepție*. Vom spune că într-un astfel de raționament excepția are loc doar atunci când există o regulă și condiția corespunzătoare ei, fără aceste elemente nu poate fi vorba de nici o excepție. Să mai adăugăm că excepția nu se deduce și nici nu se induce din regulă (sau din regulă plus condiție) ea este valabilă doar *împreună* cu regula.

O excepție poate fi introdusă în raport cu cuantorul standard „toți” (exprimat și prin „oricare”, „fiecare”, „nici unul” etc.) sau în raport cu un cuantor non-standard. Regula, în acest caz, va lua alte forme: „În general,  $A$  este  $B$ ”, „De cele mai multe ori  $A$  este  $B$ ”, „În majoritatea cazurilor  $A$  este  $B$ ” etc. De exemplu: „În majoritatea cazurilor păsările zboară. Deși pinguinul este pasăre, pinguinul nu zboară”. „În general, mamiferele sunt vivipare. Cu toate că echidna este mamifer, echidna nu este vivipar”.

## 6. Extensiuni consistente și paraconsistente. Calculul extensiunilor

Putem încerca o unificare formală a conceptelor consistente și paraconsistente având în vedere că din punct de vedere al extensiunii lor aceste concepte nu se deosebesc. Punctul de plecare este relația de *ordonare* a conceptelor. Această relație

are două sensuri – subordonare, respectiv, supraordonare, relații pe care le simbolizăm cu  $S$ , respectiv,  $S'$  și pe care le definim după cum urmează:

$$(25) \quad S(A, B) =_{\text{df}} S_A \subset S_B \text{ și } C_B \subset C_A$$

(citește:  $A$  este subordonat față de  $B$ , dacă și numai dacă sfera lui  $A$  este inclusă în sfera lui  $B$  și conținutul lui  $B$  este inclus în conținutul lui  $A$ ). Relația  $S'(A, B)$ , adică supraordonarea lui  $A$  față de  $B$  se definește invers.

Pe baza relațiilor  $S$  și  $S'$  redefinim acum relația de vecinătate a conceptelor:

$$(26) \quad J(A) = B. \Leftrightarrow S(A, B) \text{ sau } S'(A, B)$$

Cu alte cuvinte,  $B$  este vecinătatea lui  $A$  dacă  $A$  este subordonat lui  $B$  sau  $B$  este subordonat lui  $A$  (mai simplu, dacă  $A$  este specie sau gen față de  $B$ ). Este ușor de arătat că proprietatea (18) se menține și în acest caz.

Astfel definită, relația de vecinătate comportă două operații – *restrângerea* și *extinderea* – pe care le notăm cu „ $R$ ”, respectiv „ $E$ ”. În  $S(A, B)$ , de exemplu, de la  $A$  la  $B$  avem extindere, iar de la  $B$  la  $A$ , restrângere. Cele două operații verifică axiomele unor spații topologice de închidere, respectiv, deschidere<sup>8</sup>:

- |                                   |                                    |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| 1. $R(A \cap B) = R(A) \cap R(B)$ | 1'. $E(A \cup B) = E(A) \cup E(B)$ |
| 2. $R R(A) = R(A)$                | 2'. $E E(A) = E(A)$                |
| 3. $R(A) \subset A$               | 3'. $A \subset E(A)$               |
| 4. $R(\emptyset) = \emptyset$     | 4'. $E(U) = U$                     |

Operațiile de restrângere și extindere se interdefinesc cu ajutorul negației:

$$5. R(A) = \overline{\overline{E(A)}} \quad 5'. E(A) = \overline{\overline{R(A)}}$$

Logica conceptului, repet, în interpretare pur extensională poate fi redată ca o algebră booleană topologică  $K = \{K, \cap, \cup, \subset, -, E, R\}$  cu prim și ultim element ( $K$  este mulțimea conceptelor, celelalte sunt operațiile multumiste cunoscute).

Propozițiile de predicție  $SaP$ ,  $SeP$ ,  $SiP$  și  $SoP$ , adică „Toți  $S$  sunt  $P$ ”, „Nici un  $S$  nu este  $P$ ”, „Unii  $S$  sunt  $P$ ” și „Unii  $S$  nu sunt  $P$ ” au, după cum am văzut, un rol privilegiat în teoria conceptului. Ele pot fi interpretate cu ajutorul celor două operații topologice după cum urmează:

|       | I                       | II                     |
|-------|-------------------------|------------------------|
| $SaP$ | $P = E(S)$              | $S = R(P)$             |
| $SeP$ | $\overline{P} = E(S)$   | $S = R(\overline{P})$  |
| $SiP$ | $P = ER(\underline{S})$ | $S = ER(P)$            |
| $SoP$ | $\overline{P} = ER(S)$  | $S = ER(\overline{P})$ |

<sup>8</sup> Aceste structuri topologice au fost definite de Gh. Enescu în studiul său *Concepte și axiomatizare*, în Gh. Enescu, op. cit. p. 283.



**Observația 3.** Propozițiile exceptive se interpretează în același mod, de exemplu, „Toți  $A$  cu excepția lui  $B$  sunt  $C$ ” se redă prin  $A\bar{C} = E(B)$ .

Cele două interpretări ale propozițiilor de predicatie stau la baza a două modele topologice pentru silogistică.

**Modelul  $\Sigma_E = \langle P, I, R1 - R3 \rangle$**

În acest model,  $P$  este mulțimea celor patru propoziții de predicatie. Modelul se compune din interpretările din coloana I ale propozițiilor de predicatie la care se adaugă următoarele reguli:

**RG1.** Dacă  $A = B$  este o propoziție adevărată, atunci  $A$  poate fi înlocuită peste tot unde apare cu  $B$ .

La această regulă generală se mai adaugă trei reguli speciale:

$$\begin{array}{lll} \mathbf{R1.} \frac{A = EE(B)}{A = E(B)} & \mathbf{R2.} \frac{\bar{A} = E(B)}{\bar{B} = E(A)} & \mathbf{R3.} \frac{A = ER(B)}{B = ER(A)} \end{array}$$

Din **R2** se obține regula derivată

$$\mathbf{R2'.} \frac{A = E(B)}{\bar{B} = E(\bar{A})}$$

Din punct de vedere silogistic, **R2** este conversiunea propoziției universal negative, iar **R3**, conversiunea particularei afirmative; **R2'** este contrapropoziția universalei afirmative. Demonstrația modurilor silogistice se realizează în maniera calculului natural. Fiind vorba de demonstrații foarte simple mă rezum doar la câteva exemple.

*aaa – 1 (Barbara)*

*aai – 1 (Darii)*

- |                                   |                                    |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| 1. $P = E(M)$ (Premisă)           | 1. $P = E(M)$ (Premisă)            |
| 2. $M = E(S)$ (Premisă)           | 2. $M = ER(S)$ (Premisă)           |
| 3. $P = EE(S)$ (1, 2, <b>RG</b> ) | 3. $P = EER(S)$ (1, 2, <b>RG</b> ) |
| 4. $P = E(S)$ (3, <b>R1</b> )     | 4. $P = ER(S)$ (3, <b>R1</b> )     |

*ace – 2 (Camestres)*

*aoo – 2 (Baroco)*

- |  |  |
|--|--|
| 1. $M = E(P)$ (Premisă)                    | 1. $M = E(P)$ (Premisă)                    |
| 2. $\bar{M} = E(S)$ (Premisă)              | 2. $\bar{M} = ER(S)$ (Premisă)             |
| 3. $\bar{P} = E(\bar{M})$ (1, <b>R2'</b> ) | 3. $\bar{P} = E(\bar{M})$ (1, <b>R2'</b> ) |
| 4. $\bar{P} = EE(S)$ (2, 3, <b>RG</b> )    | 4. $\bar{P} = EER(S)$ (2, 3, <b>RG</b> )   |
| 5. $\bar{P} = E(S)$ (4, <b>R1</b> )        | 5. $\bar{P} = ER(S)$ (4, <b>R1</b> )       |

*aai – 3 (Darapti)*

1.  $P = E(M)$  (Premisă)
2.  $S = E(M)$  (Premisă)
3.  $S = ER(M)$  (Premisă adițională)
4.  $M = ER(S)$  (3, **R3**)
5.  $P = EER(S)$  (1, 4, **RG**)
6.  $P = ER(S)$  (5, **R1**)

*eao – 3 (Felapton)*

1.  $\bar{P} = E(M)$  (Premisă)
2.  $S = E(M)$  (Premisă)
3.  $S = ER(M)$  (Premisă adițională)
4.  $M = ER(S)$  (3, **R3**)
5.  $\bar{P} = EER(S)$  (1, 4, **RG**)
6.  $\bar{P} = ER(S)$  (5, **R1**)

*aai – 4 (Bramantip)*

1.  $M = E(P)$  (Premisă)
2.  $S = E(M)$  (Premisă)
3.  $M = ER(P)$  (Premisă adițională)
4.  $S = EER(P)$  (2, 3, **RG**)
5.  $S = ER(P)$  (4, **R1**)
6.  $P = ER(S)$  (5, **R3**)

*eao – 4 (Fesapo)*

1.  $\bar{M} = E(P)$  (Premisă)
2.  $S = E(M)$  (Premisă)
3.  $S = ER(M)$  (Premisă adițională)
4.  $M = ER(S)$  (3, **R3**)
5.  $\bar{P} = E(M)$  (1, **R2**)
6.  $\bar{P} = ER(S)$  (4, 5, **RG, R1**)

Modurile cu premise universale și concluzie particulară, așa-zisele moduri existențiale, necesită o premisă suplimentară prin care se asigură caracterul nevid al unuia dintre termeni. În cazul nostru, premisa adițională are forma unei propoziții particular afirmative al cărui subiect este termenul presupus a fi nevid.

Un comportament aparte prezintă modul *oao – 3 (Bocardo)*, care necesită două reguli suplimentare:

$$\text{RG}' : \frac{A = B}{A = \bar{B}}$$

$$\text{R1}' : \frac{A = RR(B)}{A = R(B)}$$

Prima este o regulă generală, cea de a doua este o regulă derivată din **R1**. Demonstrația modului decurge în aceeași manieră:

*oao – 3 (Bocardo)*

1.  $\bar{P} = ER(M)$  (Premisă)
2.  $S = E(M)$  (Premisă)
3.  $\bar{M} = E(\bar{S})$  (2, **R2'**)
4.  $\bar{M} = E(\bar{S})$  (3, **RG'**)
5.  $M = R(S)$  (4, Axioma 5)
6.  $\bar{P} = ERR(S)$  (1, 5, **RG**)
7.  $\bar{P} = ER(S)$  (6, **R1'**)

Cu aceste noi reguli modelul devine complet și neredundant.

**Modelul**  $\Sigma_R = \langle P, II, R1' - R3' \rangle$

La cea de a doua interpretare a propozițiilor de predicție se adaugă următoarele reguli:

**RG1.** Aceeași ca în modelul  $\Sigma_1$ .

$$R1'. \frac{A = RR(B)}{A = R(B)}$$

$$R2'. \frac{A = R(\bar{B})}{B = R(\bar{A})}$$

$$R3'. \frac{A = ER(B)}{B = ER(A)}$$

Din **R2'** se obține regula derivată

$$R2''. \frac{A = R(B)}{\bar{B} = R(\bar{A})}$$

Semnificația silogistică a acestor reguli este aceeași, iar demonstrarea modurilor valide urmează procedura cunoscută:

*eae* - 1 (*Celarent*)

*eio* - 1 (*Ferio*)

$$1. M = R(\bar{P}) \text{ (Premisă)}$$

$$1. M = R(\bar{P}) \text{ (Premisă)}$$

$$2. S = R(M) \text{ (Premisă)}$$

$$2. S = ER(M) \text{ (Premisă)}$$

$$3. S = RR(\bar{P}) \text{ (2, 1, RG1)}$$

$$3. S = ERR(\bar{P}) \text{ (2, 1, RG1)}$$

$$4. S = R(\bar{P}) \text{ (3, R1')}$$

$$4. S = ER(\bar{P}) \text{ (3, R1')}$$

Și de această dată modul *Bocardo* reclamă un tratament special:

*oao* - 3 (*Bocardo*)

$$1. M = ER(\bar{P}) \text{ (Premisă)}$$

$$2. M = R(S) \text{ (Premisă)}$$

$$3. \bar{S} = R(\bar{M}) \text{ (2, R2'')}$$

$$4. \bar{\bar{S}} = \overline{R(\bar{M})} \text{ (3, RG2)}$$

$$5. S = E(M) \text{ (4, Axioma 5')}$$

$$6. S = EER(\bar{P}) \text{ (5, 1, RG1)}$$

$$7. S = ER(\bar{P}) \text{ (6, R1)}$$

Din câte ne putem da seama, modelele  $\Sigma_E$  și  $\Sigma_R$  corespund celor două spații topologice de închidere, respectiv, deschidere în sensul că regulile lor au la bază axiomele acestor spații. Modul *Bocardo* este un mod de legătură, el presupune reguli din ambele părți.

cogito

# ex falso quodlibet

**L**ucrarea de față reprezintă o sinteză asupra logicii paraconsistente, fiind prima încercare de acest gen din pelsajul editorial românesc.

Lucrarea cuprinde texte din diferite faze și etape ale dezvoltării istorice a logicii paraconsistente, fără a omite controversele care se poartă astăzi în jurul acestui subiect - adevărate modele de dezbateră polemică pe marginea unei idei științifice.

Cu puține excepții, autorii au avut libertatea de a propune cele mai reprezentative contribuții personale, lucrarea devenind, astfel, un titlu de referință pentru subiectul abordat.

ISBN 973-31-2209-2



9 789733 122098

ECS  
LE 4 000